

DOI: 10.11779/CJGE201605010

考虑桩侧土体三维效应和地基剪切变形的隧道开挖对邻近桩基影响分析

张治国^{1, 2, 3}, 徐晨¹, 宫剑飞³

(1. 上海理工大学环境与建筑学院, 上海 200093; 2. 重庆交通大学山区桥梁与隧道工程国家重点实验室培育基地, 重庆 400074;
3. 中国建筑科学研究院建筑安全与环境国家重点实验室, 北京 100013)

摘要: 目前就隧道开挖对桩基变形影响的解析理论研究一般基于 Winkler 地基模型, 较少考虑地基的剪切变形和桩侧土体三维作用效应。基于 Pasternak 地基模型, 首先推导了隧道开挖与邻近桩基相互作用的简化理论解, 该解反映了地基剪切变形但未考虑桩侧土体三维作用效应。在此基础上, 为反映桩侧土体三维作用效应, 将其等效成集中力通过剪切层传递到桩基两侧, 推导了体现三维作用效应的群桩反应表达式。将考虑与不考虑桩侧土体三维作用效应的结果进行对比, 发现考虑桩侧土体三维作用效应的桩基水平位移和弯矩值更接近监测数据和离心试验数据。此外, 还针对群桩影响因素进行了分析。结果表明: 土体剪切变形对桩基影响不容忽视, 剪切层模量越大, 隧道开挖引起的桩身水平位移越小; 桩径越大, 桩身水平位移越小, 桩身弯矩越大; 桩基与隧道距离越小, 桩基最大水平位移和弯矩值越大。

关键词: 隧道开挖; 地层剪切变形; 桩侧土体三维作用; 群桩变形; 桩基弯矩; 简化理论解

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)05-0846-11

作者简介: 张治国(1978-), 男, 河北秦皇岛人, 博士后, 博士, 副教授, 主要从事地下工程施工影响方面的研究与教学工作。E-mail: zgzhang@usst.edu.cn。

Influence of tunneling on deflection of adjacent piles considering shearing deformation of foundation and 3D effects of lateral soils beside piles

ZHANG Zhi-guo^{1, 2, 3}, XU Chen¹, GONG Jian-fei³

(1. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. State Key Laboratory Breeding Base of Mountain Bridge and Tunnel Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;
3. State Key Laboratory of Building Safety and Environment, China Academy of Building Research, Beijing 100013, China)

Abstract: At present, the studies on pile deformation caused by tunneling are generally based on the Winkler foundation model. Few investigations are conducted on the shearing deformation of foundation and the 3D effects of lateral soils beside piles. Based on the Pasternak foundation model, firstly, the analytical solution of tunnel-pile interaction is derived. It reflects the effects of shearing deformation of foundation, but the 3D effects of lateral soils beside the piles are not considered. On this basis, the equivalent concentrated forces are supplied to the pile through the shear layer considering the 3D effects of lateral soils beside the piles. The expressions for lateral displacements and bending moments of pile groups are derived. The calculated results are compared with those without consideration of 3D effects of lateral soils beside the piles. It is found that the results considering effects of lateral soils beside the piles are closer to the monitoring data and centrifuge test data. In addition, the influencing factors of pile groups are investigated. The results show that the effects of soil shearing deformation on the pile deformation should not be ignored. With the decrease of foundation shear modulus, the lateral displacements of piles decrease. With the increase of the pile diameter, pile displacements decrease but the bending moments increase. The maximum lateral displacements and bending moments of piles increase with the decrease of pile-tunnel distance.

Key words: tunneling; ground shearing deformation; 3D effects of lateral soil; deformation of pile group; bending moment of pile; simplified solution

0 引言

桩基础具有沉降小, 承载能力高, 适用条件广泛

基金项目: 国家自然科学基金项目(51008188); 上海自然科学基金项目(15ZR1429400); 山区桥梁与隧道工程国家重点实验室培育基地课题(CQSLBF-Y15-1); 建筑安全与环境国家重点实验室课题(BSBE2015-01)

收稿日期: 2015-04-27

等优点, 因而普遍应用于城市建设中。随着城市化进程的不断加快, 许多城市开始兴建地铁, 而紧邻桩基的隧道开挖不可避免地会对桩基产生影响, 如何较好地评估隧道开挖对桩基影响是目前研究热点之一。

针对该问题的研究, 目前主要有3种方法: 整体有限元法、简化解析法和模型试验法。整体有限元法借助有限元计算软件将隧道、桩基以及土体视为一个整体进行计算。该方法适用范围广, 是目前最常用的计算方法。Cheng等^[1]、Lee^[2]、刘枫等^[3]、朱逢斌等^[4]、赵宏华等^[5]、韩进宝等^[6]、王丽等^[7]均采用有限元数值模拟方法计算了隧道开挖对邻近桩基的变形和内力影响。模型试验法可控性较好, 试验结果较为直观, 可以较真实地反映隧道开挖对邻近桩基产生的影响。Ng等^[8-9]采用离心机试验方法分别针对单线和双线隧道开挖引起邻近单桩和群桩的内力和变形影响展开了研究。

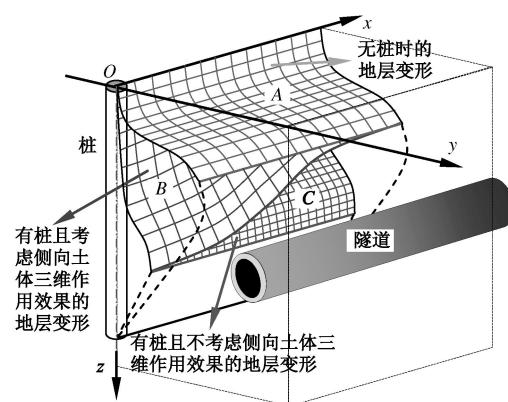
简化解析法主要为两阶段分析方法, 该方法意义明确, 计算简便, 应用范围广, 易为工程技术人员接受, 国内外不少学者采用两阶段法分析了隧道开挖对邻近桩基的影响。Chen等^[10]采用两阶段方法针对隧道开挖引起的邻近单桩变形和内力进行了研究。Huang等^[11]、Mu等^[12]基于Winkler地基模型采用两阶段的分析方法计算了考虑遮拦效应的均质地基和分层地基中群桩位移和内力。Surjadinata等^[13]也采用两阶段法计算了单桩位移和弯矩。章荣军等^[14]提出了考虑土体非线性的两阶段分析方法分析了隧道开挖对邻近单桩变形和内力的影响。孙庆等^[15]基于Winkler地基模型采用 $p-y$ 曲线法分析了隧道开挖与邻近桩基的水平相互作用。熊巨华等^[16]基于Winkler地基模型采用两阶段法分析了隧道开挖对邻近单桩沉降和轴力的影响。商厚胜等^[17]基于最小势能原理采用两阶段法研究了浅覆土隧道穿越对邻近建筑桩基水平性状的影响。

在简化解析法中, Winkler地基模型是目前普遍使用的地基模型, 该模型计算参数少, 使用方便。然而该模型不能考虑土体剪切特性, 不能较好地适用于剪切模量较大的土体。为此, 一些学者提出了能够考虑土体剪切效应的地基模型, Pasternak模型^[18]是最具代表性的地基模型之一, 该模型在Winkler模型基础上增加一个剪切层来反应土体的剪切变形。梁发云等^[19]基于Pasternak地基模型分析了水平受荷单桩的位移和内力, 但没有考虑隧道施工影响, 仅考虑了单桩桩顶受荷的情况。黄栩等^[20]基于Kerr三参数地基模型分析了基坑开挖卸荷引起下方已建隧道的变形影响。张桓等^[21]基于Pasternak地基模型分析了隧道开挖对上

方管线的变形影响。综上所述, 针对隧道与桩基相互作用的解析理论研究, 还一般建立在Winkler地基模型上, 采用Pasternak地基模型进行研究还较为少见。

目前, 有关隧道开挖引起桩基变形影响的简化解析理论研究, 还没有考虑到桩侧土体的三维作用效应。实际上, 隧道与桩基的相互作用影响是一个典型三维空间问题, 偏向地层也将对桩基变形产生影响, 而既有解析方法在推导时往往从平面应变问题出发, 忽略了桩侧土体对桩基作用的三维影响。为说明该问题, 如图1所示, 图(a)为桩与隧道位置关系三维空间示意图, 坐标原点位于桩基中轴线的顶部, x 轴方向为隧道轴线方向, y 轴方向为垂直于隧道轴线方向, z 轴方向为沿深度方向。图1(a)中曲面A为无桩时的地层变形情况, 此时的位移即为土体自由场位移。由于桩基的存在限制了周围土体的变形, 因此与无桩的情况相比, 土体变形较小。曲面B为考虑桩基存在但不考虑桩侧土体三维作用效应的地层变形情况, 这种情况下认为桩侧土体变形与桩基的变形完全相同, 土体变形沿 x 轴方向(隧道纵向)不发生变化。然而这两种情况均为平面应变问题, 并非完全符合实际情况。实际上, 桩基的存在约束了其偏侧一定范围内的土体位移, 而距离桩基较远处偏侧土体水平位移值接近无桩时的土体水平位移的大小, 曲面C为实际情况下桩基-地层变形模式。由于Winkler地基模型不能考虑土体剪切特性, 不能较好地适用于剪切模量较大的土体。另一方面, 平面应变分析方法不能反映隧道与桩基三维作用效应的影响, 因此有必要针对该因素进行深入研究。

本文基于体现土体剪切特性的Pasternak地基模型, 提出了考虑桩侧土体三维作用效应的隧道开挖对邻近群桩影响的简化分析方法。同时, 还针对地基剪切模量、桩直径、地层损失比、桩基与隧道间距以及桩间距等因素进行了分析。



(a) 桩与隧道位置关系三维空间示意图

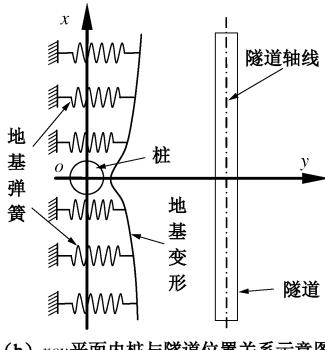


图 1 盾构隧道开挖对被动桩基影响示意图

Fig. 1 Schematic diagram of effects of shield tunneling on adjacent piles

1 Pasternak 地基上不考虑侧向土体三维作用效应简化计算方法

1.1 单桩水平反应分析

Pasternak 地基模型在 Winkler 地基的基础上增加了一个剪切层（剪切刚度为 G ），弥补了传统 Winkler 地基模型不能反映土体连续性特性的缺陷，如图 2 所示。为了推导隧道开挖条件下被动单桩的基本微分方程，作如下假设：①将桩基等效为一根宽度为 D 、刚度为 EI 的纵向矩形梁；②剪切层仅产生剪切变形，不产生压缩变形；③桩基与地基土体紧密相贴，其变形与接触处的地基变形协调；④不考虑地基与桩基间的横向摩擦力。

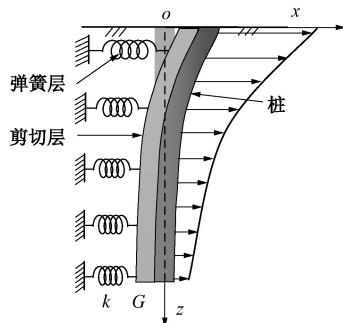


图 2 Pasternak 地基桩-土相互作用模型

Fig. 2 Pile-soil interaction model in Pasternak foundation

对于不考虑桩侧土体三维作用效果的情况，建立被动单桩平衡微分方程：

$$EI \frac{d^4 w}{dz^4} - GD \frac{d^2 w}{dz^2} + kDw = pD \quad . \quad (1)$$

式中 w 为桩身水平位移； p 为作用在桩基上的附加荷载； D 和 EI 分别为桩基的等效宽度与截面抗弯刚度； k 为地基反力模量，采用 Vesic^[22]提出的地基模量计算方法； G 为剪切层的刚度，采用 Tanahashi^[23]提出的经验公式进行计算， k 和 G 的取值分别为

$$k = 0.65 \left(\frac{E_s D^4}{EI} \right)^{\frac{1}{12}} \cdot \frac{E_s}{(1-\nu_s)^2}, \quad (2)$$

$$G = \frac{E_s t}{6(1+\nu_s)} \quad , \quad (3)$$

式中， ν_s 为土体泊松比， E_s 为土体弹性模量， t 剪切层厚度，梁发云等^[19]认为地基土剪切层厚度与土的性质相关。

通过式 (1)，采用有限差分法并结合桩基边界条件可得到单桩水平位移 w 。式 (1) 写成差分的形式为

$$\alpha w_{i-2} + \beta w_{i-1} + \gamma w_i + \beta w_{i+1} + \alpha w_{i+2} = p_i \quad . \quad (4)$$

式中，

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \{A\} , \\ \{A\} &= \left\{ \frac{EI}{Dh^4} \quad \frac{G}{h^2} \quad k \right\}^T . \end{aligned} \quad (5)$$

p_i 为盾构隧道施工引起桩基处附加应力， p 取值为

$$p(z) = kS_x(z) - GS''_x(z), \quad (6)$$

式中， z 为地表以下深度， $S_x(z)$ 为盾构隧道施工引起土体水平自由场位移，采用 Loganathan 等^[24]给出的公式计算：

$$S_x(z) = \varepsilon_0 R^2 x_0 \left[\frac{1}{x_0^2 + (H-z)^2} + \frac{3-4\nu}{x_0^2 + (H+z)^2} - \frac{4z(z+H)}{(x_0^2 + (H+z)^2)^2} \right] \cdot e^{-\frac{1.38x_0^2}{(H+R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2}} . \quad (7)$$

式中 ν 为土体泊松比； R 为隧道半径； H 为隧道轴线深度； x_0 为桩基到隧道中心线的水平距离； ε_0 为等效地层损失比。

结合边界条件，得到单桩位移方程：

$$\{W\}_{(n+1) \times 1} = \{K\}_{(n+1) \times (n+1)}^{-1} \cdot \{P\}_{(n+1) \times 1} . \quad (8)$$

其中，对桩顶与桩端均自由的情况，

$$\{K\} = \begin{bmatrix} \gamma + 2\beta + 4\alpha & -4\alpha & 2\alpha \\ \beta + 2\alpha & \gamma - \alpha & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma - \alpha & \beta + 2\alpha & \\ 2\alpha & -4\alpha & \gamma + 2\beta + 4\alpha & & \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\{W\} = \{w_0, w_1, \dots, w_{n-1}, w_n\}, \{P\} = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}.$$

同理，对桩顶不受约束、桩端固定情况，可得到

$$\{K\} = \begin{bmatrix} \gamma + 2\beta + 4\alpha & -4\alpha & 2\alpha \\ \beta + 2\alpha & \gamma - \alpha & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma - \alpha & \beta + 2\alpha & \\ \alpha & \beta & \gamma + \alpha & & \end{bmatrix}. \quad (10)$$

对于边界条件为桩顶固定、桩端固定的工况, 有

$$\{K\} = \begin{bmatrix} \gamma + \alpha & \beta & \alpha \\ \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma & \beta & \alpha \end{bmatrix} . \quad (11)$$

1.2 群桩水平反应分析

由于桩基的存在, 约束了盾构隧道施工在桩位处产生的自由土体侧向位移, 该现象被称为桩基遮拦效应。在群桩基础中, 实际桩基位移相当于自由土体位移与桩基遮拦位移之和, 而遮拦位移与自由土体位移方向相反。

邻近隧道的两根桩相互影响简化模型如图 3 所示。假设由于隧道施工引起的桩 1 水平位移为 δ_{11} , 由于隧道施工在桩 1 位置处产生的土体自由位移为 $S_{x1}(z)$, 那么由于遮拦效应产生的桩 1 土体水平遮拦位移 $\Delta\delta_1(z)$ 可表示为

$$\Delta\delta_1(z) = \delta_{11}(z) - S_{x1}(z) . \quad (12)$$

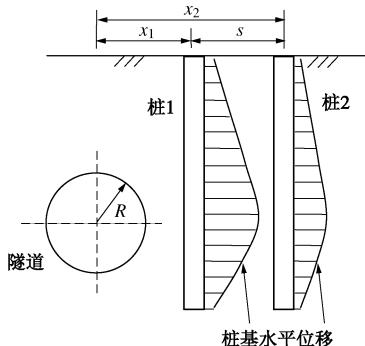


图 3 隧道-群桩计算模型

Fig. 3 Computational model for ground piles adjacent to tunneling

桩 1 的遮拦效应引起桩 2 处的土体水平遮拦位移 $S_{x21}(z)$ 可表示为

$$S_{x21}(z) = \lambda(s, z) \cdot \Delta\delta_1(z) = \lambda(s, z) [\delta_{11}(z) - S_{x1}(z)] , \quad (13)$$

式中, $\lambda(s, z)$ 为水平向土体位移传递系数, Huang 等^[11]采用平面 Mindlin 解简化分析了土体位移传递系数:

$$\lambda(s, z) = \frac{S_{x2}(z)}{S_{x1}(z)} , \quad (14)$$

式中, $S_{x2}(z)$ 为隧道施工在桩 2 位置处产生的土体自由位移。则在桩 1 的影响下, 桩 2 的水平位移控制方程为

$$\frac{EI}{D} \frac{d^4 \delta_{21}}{dz^4} - \frac{G}{D} \frac{d^2 \delta_{21}}{dz^2} + k \delta_{21} = k S_{x21} - G \frac{d^2 S_{x21}}{dz^2} , \quad (15)$$

式中, δ_{21} 表示桩 1 遮拦效应引起的桩 2 的水平位移。

隧道附近被动群桩中单桩的位移由两部分组成: 一是由于隧道开挖引起土体位移产生的单桩附加水平

位移, 另一部分是由于被动群桩相互作用引起的水平遮拦位移。

取群桩中任一单桩 (编号为 i), 桩 i 由于隧道开挖引起的位移 δ_{ii} 可由式 (8) 得到。此外, 根据式 (16) 可以得到桩 i 由于桩 j 遮拦效应引起的遮拦位移 δ_{ij} :

$$\frac{EI}{D} \frac{d^4 \delta_{ij}}{dz^4} - \frac{G}{D} \frac{d^2 \delta_{ij}}{dz^2} + k \delta_{ij} = k S_{xij} - G \frac{d^2 S_{xij}}{dz^2} , \quad (16)$$

式中, δ_{ij} 表示桩 j 的遮拦作用引起桩 i 的水平遮拦位移, S_{xij} 表示由于桩 j 的遮拦效应在桩 i 处产生的土体水平遮拦位移。

任意深度处桩 i 的水平位移 $\delta_i(z)$ 可以表示为

$$\delta_i(z) = \sum_{j=1}^n \delta_{ij} . \quad (17)$$

2 Pasternak 地基上考虑侧向土体三维作用效应简化计算方法

2.1 单桩水平反应分析

盾构隧道施工对桩基影响实质上是个三维问题。隧道施工引起的附加应力作用于邻近桩基, 同时也作用在桩侧地基上。由于桩基侧向土体变形与桩基变形不一致, 侧向土体会对桩基产生反作用。因此, 有必要针对考虑桩侧土体三维作用效应的情况进行分析。

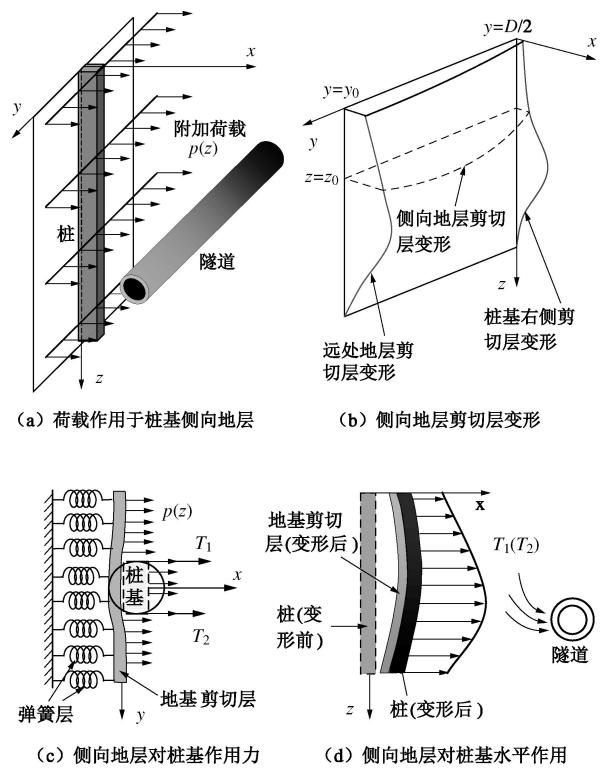


图 4 桩基侧向土体的作用

Fig. 4 Effects of lateral soils on piles

基于 Pasternak 地基模型推导附加荷载 $p(z)$ 作用下, 考虑侧向土体三维作用效应的桩基变形与内力,

并假定：①桩基左侧及侧向地层参数不变；②侧向土体对桩基作用力由剪切层传递，通过 T_1 与 T_2 作用于桩基两侧；③桩基左侧剪切层与桩基协调变形，不发生滑移，即桩基和桩基左侧的剪切层位移相等；④附加荷载 $p(z)$ 在 y 方向以均布线荷载形式同时作用于桩基和侧向地层，假定荷载作用范围相当大。

为方便计算，将该三维问题分解为两个方向的平面问题进行分析，对于任意 $z=z_0$ 平面，桩侧剪切层平衡方程可表示为

$$p(z)|_{z=z_0} = -G \frac{d^2 \bar{w}}{dy^2} + k \bar{w} \quad , \quad (18)$$

式中， \bar{w} 为侧向地层剪切层变形。

对于 $y \geq D/2$ 的情况，式 (20) 的通解为

$$\bar{w} = C_1 e^{-\sqrt{k/G}(y-D/2)} \quad . \quad (19)$$

假设 $y=y_0$ 平面（该平面距离桩基足够远）中剪切层变形为 w_u ， w_u 即为式 (18) 的特解。即式 (18) 的解为

$$\bar{w} = w_u + C_1 e^{-\sqrt{k/G}(y-D/2)} \quad . \quad (20)$$

结合边界条件： $y=D/2$ 时，桩侧剪切层变形 \bar{w} 与桩基变形 w 相等，于是得到

$$C_1 = w - w_u \quad , \quad (21)$$

将式 (21) 代入式 (20)，得到

$$\bar{w} = w_u + (w - w_u) e^{-\sqrt{k/G}(y-D/2)} \quad . \quad (22)$$

对于 $z=z_0$ 平面，侧向地层对桩基的作用力为

$$T_1 = T_2 = G \frac{d\bar{w}}{dy} \Big|_{y=D/2} = (w_u - w) \sqrt{Gk} \quad . \quad (23)$$

$T_1(T_2)$ 沿竖向分布如图 4 (d) 所示。

在 $y=y_0$ 平面求解远处地层剪切层变形 w_u ，如图 4 所示。荷载 $p(z)$ 直接作用于地层上，那么地层剪切层平衡方程为

$$p(z) = -G \frac{d^2 w_u}{dz^2} + k w_u \quad . \quad (24)$$

通过以上分析，考虑侧向土体对桩基的三维作用效应，桩基受荷平衡方程为

$$EI \frac{d^4 w}{dz^4} + q(z)D = 2T_1 \quad . \quad (25)$$

式中， $q(z)$ 为桩基应力，其值为

$$q(z) = -G \frac{d^2 w}{dz^2} + k w \quad . \quad (26)$$

将式 (26)、(23) 代入式 (25)，整理得

$$\frac{EI}{2\sqrt{Gk}} \frac{d^4 w}{dz^4} - \frac{GD}{2\sqrt{Gk}} \frac{d^2 w}{dz^2} + \left(\frac{Dk}{2\sqrt{Gk}} + 1 \right) w = w_u \quad . \quad (27)$$

采用有限差分法求解式 (27)。将桩基划分为 n

段，每段的高度为 $H=L/n$ ， L 为桩长。桩基节点编号从桩顶至桩端依次为 $0, 1, \dots, n-1, n$ 。计算时分别在桩顶和桩端处增加两个虚拟节点 $-2, -1, n+1, n+2$ 。

桩身转角、弯矩和剪力可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \left(\frac{dw}{dz} \right)_i = \frac{1}{2h} (w_{i-1} - w_{i+1}) \ , \\ M_i &= EI \left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right)_i = \frac{EI}{h^2} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) \ , \\ Q_i &= EI \left(\frac{d^3 w}{dz^3} \right)_i = \frac{EI}{2h^3} (w_{i-2} - 2w_{i-1} + 2w_{i+1} - w_{i+2}) \ . \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

对于桩顶无约束、桩端自由工况，其边界条件为

$$\left. \begin{aligned} w_{-1} - 2w_0 + w_1 &= 0 \ , \\ w_{-2} - 2w_{-1} + 2w_1 - w_2 &= 0 \ , \\ w_{n-3} - 2w_{n-2} + 2w_n - w_{n+1} &= 0 \ , \\ w_{n-1} - 2w_n + w_{n+1} &= 0 \ . \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式 (27) 写成差分的形式为

$$\lambda_1 w_{i-2} + \lambda_2 w_{i-1} + \lambda_3 w_i + \lambda_2 w_{i+1} + \lambda_1 w_{i+2} = (w_u)_i \quad , \quad (30)$$

式中， w_u 为距离桩基较远处地层剪切层的变形量，可以通过式 (24) 计算得到， $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 的取值分别为

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \{B\} \ , \\ \{B\} &= \left[\frac{EI}{2h^4 \sqrt{Gk}} \quad \frac{GD}{2h^2 \sqrt{Gk}} \quad \frac{Dk}{2\sqrt{Gk}} + 1 \right]^T \ . \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

为计算方便，在桩顶和桩端处增加 4 个虚拟的节点。桩身转角、弯矩、剪力分别为

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \left(\frac{dw}{dz} \right)_i ; \\ M_i &= EI \left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right)_i ; \\ Q_i &= EI \left(\frac{d^3 w}{dz^3} \right)_i . \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

假设桩顶无约束、桩端自由，其边界条件为：当 $z \rightarrow H$ 时，弯矩和剪力为 0；当 $z \rightarrow 0$ 时，弯矩和剪力为 0。

根据边界条件，消去 $-2, -1, n+1, n+2$ 节点，得到桩基水平位移方程：

$$\{w\}_{(n+1) \times 1} = \{K\}_{(n+1) \times (n+1)}^{-1} \cdot \{w_u\}_{(n+1) \times 1} \quad , \quad (33)$$

式中， $\{w_u\} = [(w_u)_0, (w_u)_1, \dots, (w_u)_{n-1}, (w_u)_n]^T$ ， $(w_u)_i$ 为距离桩基较远处剪切层水平位移向量。 $\{w\}$ 桩身水平位移向量， $\{w\} = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ ， $\{K\}$ 为土体沿 x 轴方向的刚度矩阵，其值为

$$\{K\} = \begin{bmatrix} 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 & -4\lambda_1 & 2\lambda_1 \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 & \lambda_3 - \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 - \lambda_1 & 2\lambda_1 + \lambda_2 \\ 2\lambda_1 & -4\lambda_1 & 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

同理, 对于桩顶不受约束, 桩端固定的工况, 有

$$\{K\} = \begin{bmatrix} 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 & -4\lambda_1 & 2\lambda_1 \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 & \lambda_3 - \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 + \lambda_1 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

对于桩顶固定、桩端固定的工况, 有

$$\{K\} = \begin{bmatrix} \lambda_1 + \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

2.2 群桩水平反应分析

对于考虑侧向土体作用的群桩水平位移与弯矩解法与1.2节相同, 其解为

$$\delta_i(z) = \sum_{j=1}^n \delta_{ij}, \quad (37)$$

式中, δ_{ij} 表示由于桩 j 遮拦效应引起的桩 i 的水平位移, 可通过式(16)解得。 δ_{ii} 表示由于隧道开挖引起的第 i 根单桩水平位移, 可通过式(33)解得。

由式(32)可以进一步得到桩身转角、弯矩和剪力。

3 工程算例验证

3.1 单桩算例1(与边界元程序对比)

Xu等^[25]采用边界元程序GEPAN分析了不同地层损失比情况下隧道开挖对邻近单桩的影响。该模型假设土体、桩体为均质弹性体, 桩基为圆柱形。计算时取土体弹性模量为24 MPa, 泊松比为0.5, 隧道直径为6 m, 隧道中心线距地表20 m, 由于隧道开挖引起的地层损失为1%。桩基弹性模量为30 GPa, 桩长25 m, 桩径0.5 m, 桩基距离隧道竖向中轴线4.5 m, 假定边界条件为桩顶自由, 桩端自由。模型计算简图如图5所示。

图6为本文简化计算方法得到的桩基水平位移和弯矩与边界元程序GEPAN的计算结果^[25]对比。由图

可知, 桩基最大水平位移和最大弯矩值均出现在隧道中心线附近。本文考虑侧向土体三维作用效应桩身最大水平位移和弯矩值与边界元程序GEPAN的计算结果更接近, 不考虑桩侧土体三维作用效应的计算结果与边界元程序GEPAN结果差别较大。

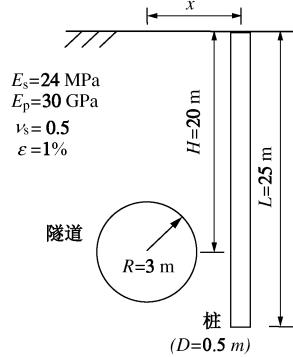


图5 隧道开挖对邻近单桩影响计算简图(Xu等^[25])

Fig. 5 Calculation of effects of single pile due to tunneling (Xu, et al^[25])

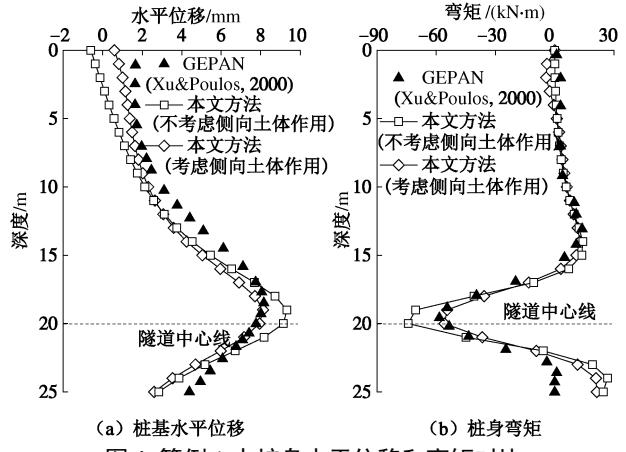


图6 算例1中桩身水平位移和弯矩对比

Fig. 6 Comparison of lateral displacements and bending moments of piles in case 1

3.2 单桩算例2(与工程监测数据对比)

Lee等^[26]报道过隧道施工对邻近桩基水平位移影响的工程实例。桩基直径1.2 m, 桩长28 m, 桩身模量为30 GPa; 隧道埋深15 m, 其中心线距离桩基轴线5.7 m, 隧道分两个阶段进行开挖, 第一阶段导洞直径4.5 m, 第二阶段扩大洞直径8.25 m, 两个阶段的地层损失比分别为1.5%和0.5%。结合实测数据, 计算时假定土体弹性模量为54 MPa。

图7将本文考虑侧向土体三维作用效应和不考虑侧向土体三维作用效应情况的计算结果与工程实测数据进行了对比。可以看出, 不考虑土体侧向三维作用效应时, 桩基最大水平位移值为11.94 mm, 与实测数据相差19%, 考虑侧向土体三维作用效应时, 桩基最大水平位移值为9.86 mm, 与实测数据相差2%。总体来说, 考虑侧向土体三维作用效应的简化计算方法更

加精确, 尤其是在隧道中心线以上, 考虑侧向土体三维作用效应的算法更接近实际情况。

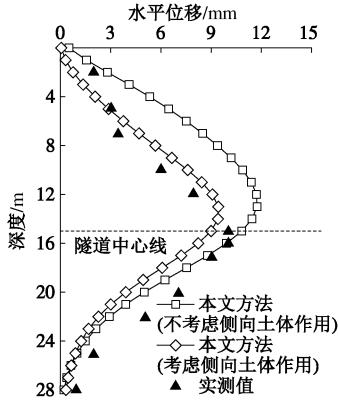


图 7 算例 2 中桩身水平位移对比

Fig. 7 Comparison of lateral displacements of piles in case 2

3.3 单桩算例 3 (与离心机试验数据对比)

Loganathan等^[27]针对高岭黏土中隧道开挖对桩基影响展开了3种不同隧道埋深的离心机模型试验, 本文选用试验3(test 3)来进行验证。模型采用铝合金空心管桩, 离心加速度 $n=100g$ 。根据换算公式, 原型长度为模型长度为 n 倍, 抗弯刚度为模型的中 $1/n^4$, 地层损失比和弯矩为模型的中 $1/n^3$ 。在原型尺寸下, 隧道直径为6 m, 埋深21 m, 平均地层损失为1%, 桩径为0.8 m, 桩长18 m, 桩基轴线距离隧道纵轴线5.5 m。试验中由于桩身涂有环氧树脂, 取有效桩径为0.9 m, 桩体弹性模量为20.5 GPa。试验资料表明, 高岭黏土不排水抗剪强度 c_u 随深度大致线性增加, 地表处约为25 kPa, -25 m深度处约为100 kPa。计算中假定土体为各向同性的材料, 取平均不排水剪切模量 c_u 为75 kPa, 土体弹性模量为30 MPa ($400c_u$)。

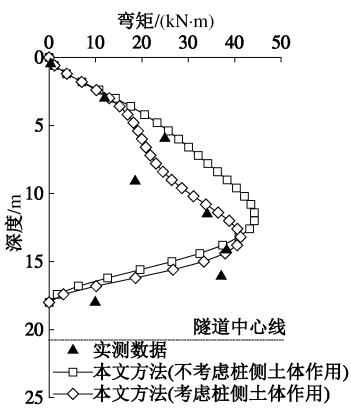


图 8 算例 3 中桩身弯矩对比

Fig. 8 Comparison of bending moments of piles in case 3

图8为不考虑侧向土体三维作用效应和考虑侧向土体三维作用效应情况计算得到的桩身弯矩值与试验实测数据的对比。从图8中弯矩变化趋势和最大弯矩值两方面比较来看, 考虑侧向土体三维作用效应的计算结果更接近试验数据。由于计算时假定桩端无约束, 而实际试验过程中不能保证桩端完全自由, 因此本文

简化计算方法得到的弯矩值在桩端附近与试验数据有些出入。

3.4 群桩算例 4 (与边界元程序对比)

Loganathan等^[28]采用三维边界元程序GEPAN计算了隧道开挖对邻近 2×2 群桩水平位移和弯矩的影响。假设土体为各向同性的弹性体, 弹性模量取为24 MPa, 泊松比取为0.5, 隧道半径取为3 m, 隧道中心线距地表20 m, 由于隧道开挖引起的地层损失比取为1%。桩体为各向同性的弹性体, 桩土间保持弹性接触不发生滑移, 承台为刚性且不与土接触, 假设桩基排列方向与隧道纵向平行。桩基弹性模量取为30 GPa, 桩长25 m, 桩径0.5 m, 群桩间距为2.4 m, 前排桩距离隧道竖向中轴线4.5 m, 后排桩距离隧道竖向中轴线6.9 m, 隧道附近群桩计算简图及参数如图9所示。

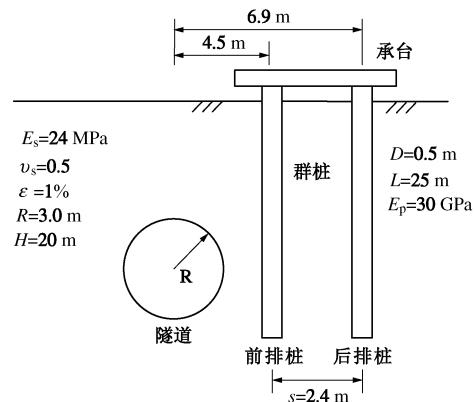


图 9 隧道附近群桩计算简图(Loganathan 等^[28])

Fig. 9 Calculation of effects of pile groups due to tunneling
(Loganathan, et al. ^[28])

图10, 11为本文简化计算方法得到的前桩和后桩水平位移和弯矩值与三维边界元程序GEPAN计算结果^[28]的对比。GEPAN为三维边界元程序, 其计算结果考虑了桩侧土体的三维作用效应。由图可知, 在分析群桩变形影响时, 不考虑侧向土体三维作用效应和考虑侧向土体三维作用效应两种情况计算得到的结果相差较为明显, 而考虑侧向土体三维作用效应的结果更为接近三维边界元程序GEPAN计算结果, 这进一步验证了本文方法的可靠性。同时也进一步说明在分析隧道与群桩相互作用影响时, 不能忽略侧向土体的作用。

4 群桩影响因素分析

4.1 地基剪切层模量 G 的影响

假设隧道附近 2×1 群桩桩径为0.5 m, 桩长30 m, 桩间距取1.5 m, 桩基弹性模量取为30 GPa。隧道直径为6 m, 埋深20 m, 平均地层损失比4.0%, 隧道纵轴线距离前桩轴线6 m, 泊松比0.4。地基剪切层模量分别取为 G , $2G$ 和 $4G$ 。采用本文提出的考虑桩侧土体三维作用效应的方法进行计算, 假定桩顶无约束, 桩端自由。计算简图参考图9。

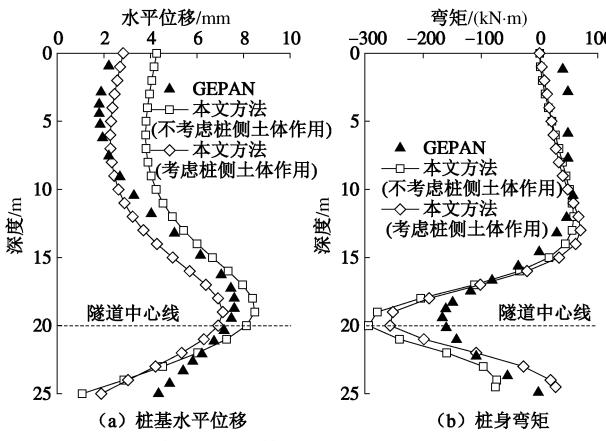


图 10 算例 4 中前桩水平位移和弯矩对比

Fig. 10 Comparison of lateral displacements and bending moments of front pile in case 4

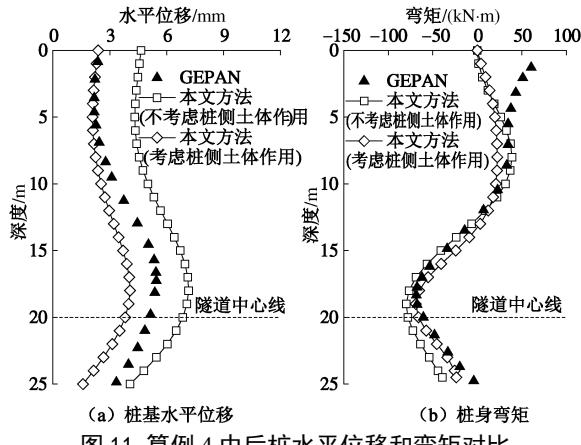


图 11 算例 4 中后桩水平位移和弯矩对比

Fig. 11 Comparison of lateral displacements and bending moments of back pile in case 4

图12, 13为不同地基剪切层模量情况下隧道开挖对群桩水平位移与弯矩的影响。可以看出, 地基剪切层模量对桩基变形有较大的影响, 剪切层模量 G 越大, 前桩和后桩的水平位移越小。这也间接表明本文方法中Pasternak地基模型可以较为充分体现地基土体的剪切变形作用, 土体剪切变形对桩基影响不容忽视。

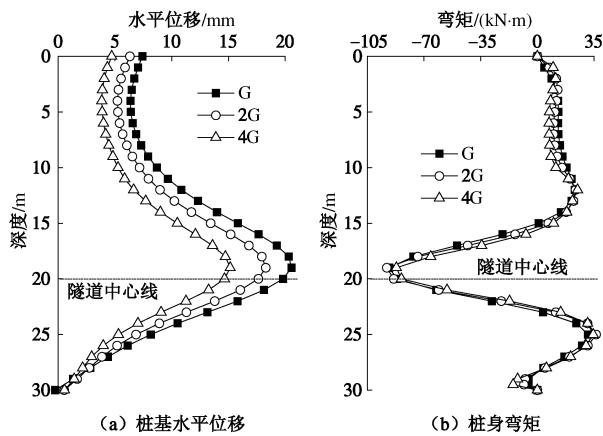
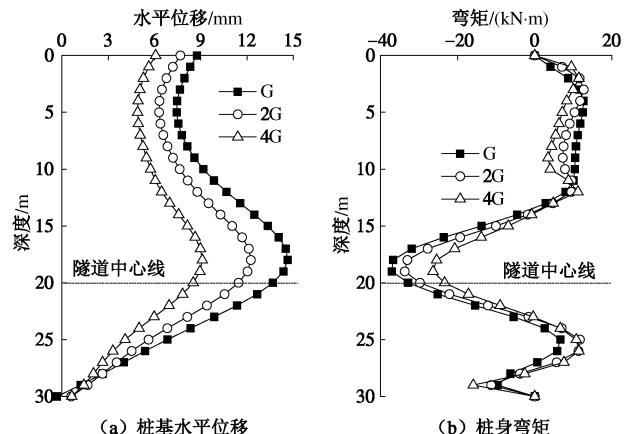
图 12 不同地基剪切层模量情况下前桩水平位移与弯矩对比
Fig. 12 Lateral displacements and bending moments of front pile with different foundation shear moduli

图 13 不同地基剪切层模量情况下后桩水平位移与弯矩对比

Fig. 13 Lateral displacements and bending moments of back pile with different foundation shear moduli

4.2 桩径 D 的影响

假设隧道附近有一 2×1 群桩基础, 桩长30 m, 弹性模量30 GPa, 桩间距取1.5 m, 隧道纵轴线距离前桩轴线6 m, 隧道直径为6 m, 埋深20 m, 平均地层损失比3.0%, 土体弹性模量取为30 MPa, 泊松比0.4。桩径分别取为0.3 m, 0.5 m和0.8 m。采用本文提出的考虑桩侧土体三维作用效应的简化计算方法进行计算, 假定桩顶无约束, 桩端自由。

图14, 15为桩径不同时隧道开挖对前桩和后桩水平位移与弯矩的影响。可以看出, 在相同条件下, 桩径越大, 隧道开挖引起的桩身水平位移就越小, 而桩身弯矩随着桩径的增大而增大。这是因为桩径越大, 桩基抗弯刚度 EI 就越大, 其抗变形能力增加, 但承受的弯矩也随之增大。

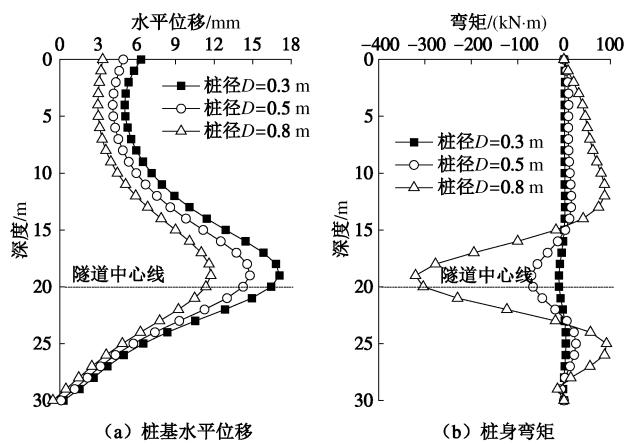


图 14 不同桩径情况下前桩水平位移和弯矩对比

Fig. 14 Lateral displacements and bending moments of front pile with different pile diameters

4.3 地层损失比 ε 的影响

假设隧道附近 2×1 群桩基础桩径为0.5 m, 桩长30 m, 弹性模量30 GPa, 桩间距取1.5 m, 隧道纵轴线距离前桩轴线6 m, 隧道直径为6 m, 埋深20 m, 隧道开

挖引起的平均地层损失比分别取为1.0%，2.0%和3.0%，土体弹性模量取为30 MPa，泊松比0.4。采用本文提出的考虑桩侧土体三维作用效应的简化计算方法进行计算，假定桩顶无约束，桩端自由。

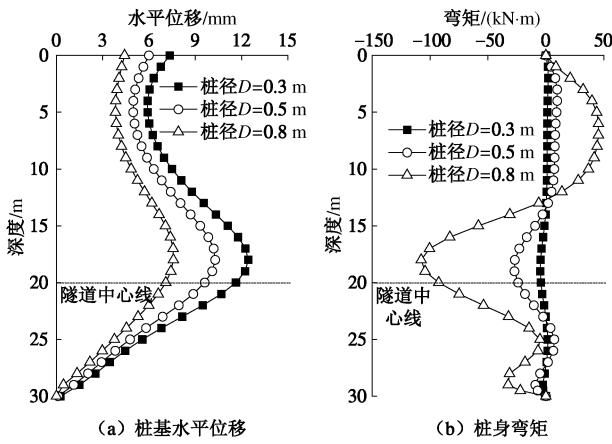


图15 不同桩径情况下后桩水平位移和弯矩对比

Fig. 15 Lateral displacements and bending moments of back pile with different pile diameters

图16、17为不同地层损失比情况下隧道开挖对前桩和后桩水平位移与弯矩的影响。可以看出，地层损失比对桩基变形影响较为显著， ε 越大，桩基的水平位移和弯矩值也越大。

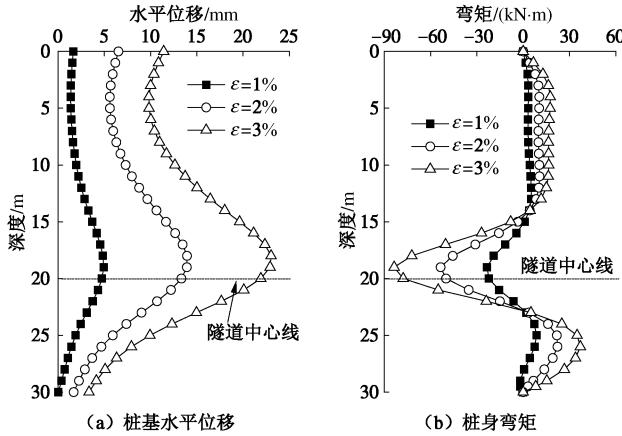


图16 不同地层损失比情况下前桩水平位移和弯矩对比

Fig. 16 Lateral displacements and bending moments of front pile with different ground losses

4.4 桩与隧道间距的影响

假设 2×1 群桩桩径为0.5 m，桩长30 m，桩间距取1.5 m，隧道直径为6 m，埋深20 m，平均地层损失比3.0%，土体弹性模量取为30 MPa，泊松比0.4。桩基弹性模量取为30 GPa，隧道纵轴线到前桩轴线的距离分别取为6, 8, 10 m。采用本文提出的考虑桩侧土体三维作用效应的简化计算方法进行计算，假定桩顶无约束，桩端自由。

图18、19为桩基距隧道中心线不同距离情况下隧道开挖对前桩和后桩水平位移与弯矩的影响。可以看出，距离隧道中心线越近，桩基的最大水平位移和弯

矩值就越大，前桩和后桩的最大水平位移与弯矩值均位于隧道中心线附近。

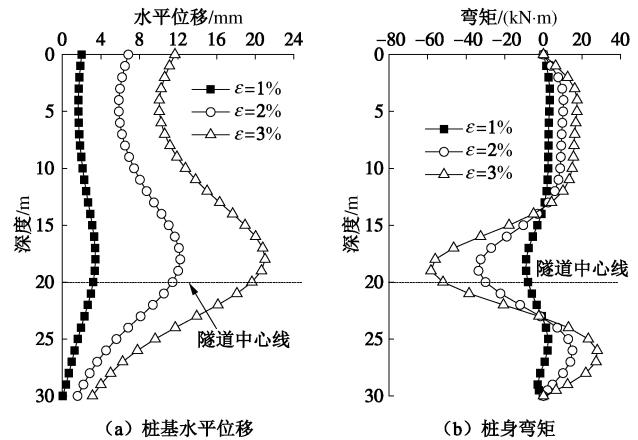


图17 不同地层损失比情况下后桩水平位移和弯矩对比

Fig. 17 Lateral displacements and bending moments of back pile with different ground losses

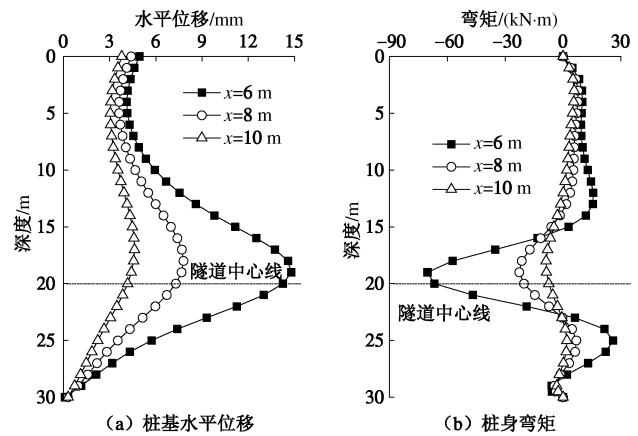


图18 距隧道中心线不同距离情况下前桩水平位移和弯矩对比

Fig. 18 Lateral displacements and bending moments of front pile with different pile-tunnel distances

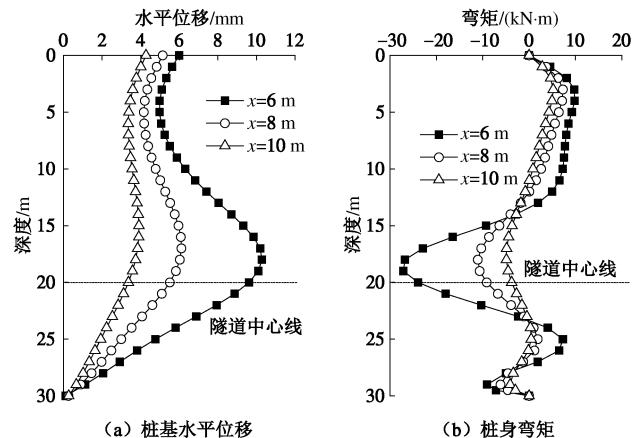


图19 距隧道中心线不同距离情况下后桩水平位移和弯矩对比

Fig. 19 Lateral displacements and bending moments of back pile with different pile-tunnel distances

4.5 群桩间距S的影响

假设隧道附近 2×1 群桩基础的桩径为0.4 m，桩

长为 30 m, 弹性模量 30 GPa, 隧道直径为 6 m, 埋深 20 m, 平均地层损失比 3.0%, 隧道纵轴线距离前桩轴线 6 m, 土体弹性模量取为 30 MPa, 泊松比 0.4, 桩间距分别取为 0.5, 1.2, 2.0 m。采用本文提出的考虑桩侧土体三维作用效应的简化计算方法进行计算, 假定桩顶无约束, 桩端自由。

图 20 为不同桩间距情况下隧道开挖对群桩中前桩水平位移与弯矩的影响。可以看出前桩水平位移随群桩间距的增大而增大, 最大弯矩值随间距 s 的增大也有所增大, 但变化幅度不大。

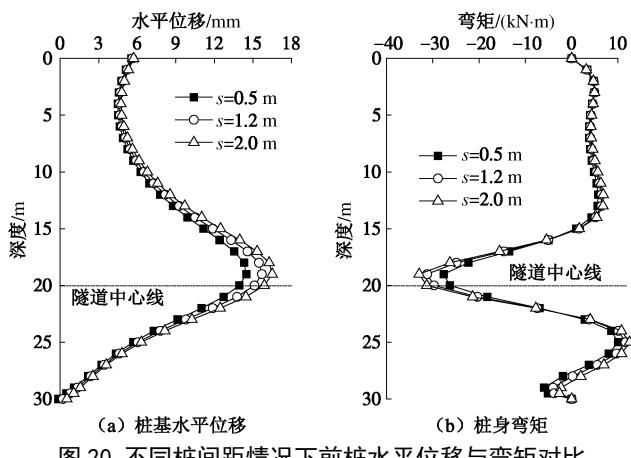


图 20 不同桩间距情况下前桩水平位移与弯矩对比

Fig. 20 Lateral displacements and bending moments of front pile with different pile spacings

5 结 论

本文考虑桩基侧向土体三维作用效应和地层剪切变形, 针对隧道开挖引起的邻近桩基水平位移和弯矩进行了分析, 并讨论了地基剪切层模量、桩径、地层损失比、桩基与隧道距离以及群桩间距对群桩水平位移与弯矩的影响。得出以下 4 点结论。

(1) 本文方法能够考虑桩基侧向土体变形影响, 其针对以往平面应变分析方法的弊端, 体现了隧道与桩基三维作用效应带来的影响。计算结果表明, 考虑桩基侧向土体变形三维效应的桩基水平位移和弯矩解比不考虑桩侧土体三维作用效应的结果更接近既有理论解和试验数据。

(2) 本文方法建立在 Pasternak 地基模型上, 通过地基弹簧模量 k 与剪切层模量 G 体现了地基剪切变形。计算结果表明, 改变地基剪切层模量 G 对桩基水平位移有较大影响, G 越大, 桩基水平位移越小。土体剪切变形对桩基影响不容忽视。

(3) 在分析群桩变形影响时, 不考虑侧向土体三维作用效应和考虑桩侧土体三维作用效应的情况计算得到的结果相差较为明显, 建议应考虑侧向土体的三维作用效应。影响因素分析表明, 随着桩径增大, 隧

道开挖引起的桩身水平位移逐渐减小, 而桩身弯矩却逐渐增大。桩基距离隧道越近, 桩基最大水平位移和弯矩值越大, 最大水平位移和弯矩位于隧道附近。前桩水平位移随群桩间距的增大而增大, 但变化幅度不大。

(4) 本文研究目的在于提出解决隧道与桩基三维作用效应的一条思路, 在将来研究中可以进一步考虑桩侧土脱离桩基等非线性情况。

参 考 文 献:

- [1] CHENG C Y, DASARI G R, CHOW Y K, et al. Finite element analysis of tunnel-soil-pile interaction using displacement controlled model[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2007, 22(4): 450 - 466.
- [2] LEE C J. Three-dimensional numerical analyses of the response of a single pile and pile groups to tunnelling in weak weathered rock[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, 32(11): 132 - 142.
- [3] 刘枫, 年廷凯, 杨庆, 等. 隧道开挖对邻近桩基工作性能的影响研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(增刊 1): 615 - 620. (LIU Feng, NIAN Ting-kai, YANG Qing, et al. Research on influence of tunneling on working performance of adjacent pile foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(S1): 615 - 620. (in Chinese))
- [4] 朱逢斌, 杨平, ONG C W. 盾构隧道开挖对邻近桩基影响数值分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(2): 298 - 302. (ZHU Feng-bin, YANG Ping, ONG C W. Numerical analysis on influence of shield tunnel excavation to neighboring pile[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(2): 298 - 302. (in Chinese))
- [5] 赵宏华, 陈国兴. 盾构施工对自由单桩受力性状的影响[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(6): 1219 - 1225. (ZHAO Hong-hua, CHEN Guo-xing. Influence of shield driving on free single pile load carrying capability[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 6(6): 1219 - 1225. (in Chinese))
- [6] 韩进宝, 熊巨华, 孙庆, 等. 邻近桩基受隧道开挖影响的多因素三维有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(增刊 2): 339 - 344. (HAN Jin-bao, XIONG Ju-hua, SUN Qing, et al. Multi-factor three-dimensional finite element analysis of effects of tunnel construction on adjacent pile foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(S2): 339 - 344. (in Chinese))
- [7] 王丽, 郑刚. 盾构法开挖隧道对桩基础影响的有限元分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 1): 704 - 712. (WANG Li, ZHENG Gang. Finite element analysis of effects of shield driven tunneling on pile foundation[J]. Rock and Soil

- Mechanics, 2011, **32**(S1): 704 – 712. (in Chinese))
- [8] NG C W W, LU H, PENG S Y. Three-dimensional centrifuge modelling of the effects of twin tunnelling on an existing pile[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2013, **35**(4): 189 – 199.
- [9] NG C W W, SOOMRO M A, HONG Y. Three-dimensional centrifuge modelling of pile group responses to side-by-side twin tunnelling[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2014, **43**(7): 350 – 361.
- [10] CHEN L T, POULOS H G. Pile responses caused by tunnelling[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, **125**(3): 207 – 215.
- [11] HUANG M S, ZHANG C R, LI Z. A simplified analysis method for the influence of tunneling on grouped piles[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2009, **24**(4): 410 – 422.
- [12] MU L L, HUANG M S, FINNO R J. Tunnelling effects on lateral behavior of pile rafts in layered soil[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, **28**(3): 192 – 201.
- [13] SURJADINATA J, HULL T S, CARTER J P, et al. Combined finite- and boundary-element analysis of the effects of tunneling on single piles[J]. International Journal of Geomechanics, 2006, **6**(5): 374 – 377.
- [14] 章荣军, 郑俊杰, 蒲河夫, 等. 基于 $p - y$ 曲线分析隧道开挖对邻近单桩的影响[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(12): 1837 – 1845. (ZHANG Rong-jun, ZHENG Jun-jie, PU Ke-fu, et al. Response of adjacent single pile due to tunneling based on $p - y$ curve[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(12): 1837 – 1845. (in Chinese))
- [15] 孙 庆, 杨 敏, 汪 浩, 等. 基于 $p - y$ 曲线法分析隧道开挖条件下邻近桩基的水平反应[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(11): 2100 – 2107. (SUN Qing, YANG Min, WANG Hao, et al. Tunnelling-induced lateral response of adjacent piles based on $p - y$ curve[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(11): 2100 – 2107. (in Chinese))
- [16] 熊巨华, 王 远, 刘 侃, 等. 隧道开挖对邻近单桩竖向受力特性影响[J]. 岩土力学, 2013, **34**(2): 475 – 482. (XIONG Ju-hua, WANG Yuan, LIU Kan, et al. Effects of tunneling on vertical bearing behaviors of adjacent single pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(2): 475 – 482. (in Chinese))
- [17] 商厚胜, 张 浩, 梁发云. 浅覆土隧道穿越对邻近建筑桩基水平性状影响分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊 2): 740 – 743. (SHANG Hou-sheng, ZHANG Hao, LIANG Fa-yun. Lateral bearing capacity of pile foundation due to shallow tunneling[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S2): 740 – 743. (in Chinese))
- [18] PASTERNAK P L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two-constants[M]. Moscow: Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi Po Stroitelstvu i Arkhitektur, 1954. (in Russian)
- [19] 梁发云, 李彦初, 黄茂松. 基于 Pasternak 双参数地基模型水平桩简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊 1): 300 – 304. (LIANG Fa-yun, LI Yan-chu, HUANG Mao-song. Simplified method for laterally loaded piles based on Pasternak double-parameter spring model for foundations [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S1): 300 – 304. (in Chinese))
- [20] 黄 翩, 黄宏伟, 张冬梅. 开挖卸荷引起下卧已建盾构隧道的纵向变形研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(7): 1241 – 1249. (HUANG Xu, HUANG Hong-wei, ZHANG Dong-mei. Longitudinal deflection of existing shield tunnels due to deep excavation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, **34**(7): 1241 – 1249. (in Chinese))
- [21] 张 桓, 张子新. 盾构隧道开挖引起既有管线的竖向变形[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2013, **41**(8): 1172 – 1179. (ZHANG Huan, ZHANG Zi-xin. Vertical deflection of existing pipeline due to shield tunnelling[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2013, **41**(8): 1172 – 1179. (in Chinese))
- [22] VESIC A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, **87**(2): 35 – 54.
- [23] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely long Bernoulli-Euler beam on the Pasternak model[J]. Journal of the Japanese Geotechnical Society Soils & Foundation, 2004, **44**(5): 109 – 118.
- [24] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(9): 846 – 856.
- [25] XU K J, POULOS H G. 3-D elastic analysis of vertical piles subjected to “passive” loadings[J]. Computers and Geotechnics, 2001, **28**(5): 349 – 375.
- [26] LEE R G, TURNER A J, WHITWORTH L J. Deformations caused by tunneling beneath a piled structure[C]// Proc 13th ICSMFE. New Delhi, 1994: 873 – 878.
- [27] LOGANATHAN N, POULOS H G, STEWART D P. Centrifuge model testing of tunneling-induced ground and pile deformations[J]. Géotechnique, 2000, **50**(3): 283 – 294.
- [28] LOGANATHAN N, POULOS H G, XU K J. Ground and pile-group response due to tunneling[J]. Soils and Foundations, 2001, **41**(1): 57 – 67.