

DOI: 10.11779/CJGE201604002

# 平面 SH 波激励下的土-隧道动力相互作用的解析解

付佳<sup>1,2</sup>, 梁建文<sup>1,2</sup>, 杜金金<sup>2</sup>

(1. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072; 2. 天津大学建筑工程学院土木工程系, 天津 300072)

**摘要:** 采用波函数展开法给出了平面 SH 波入射下均匀半空间中埋置刚性衬砌隧道动力响应的解析解, 并对问题的边界条件进行了验证。研究表明, 土-隧道相互作用的机理和土-基础-地上结构相互作用有明显区别。土-隧道相互作用导致隧道动力响应小于相应自由场的动力响应, 且前者的反应谱峰值周期有一定程度的降低。入射波角度、入射频率、以及隧道埋深对隧道动力响应和地表动力响应有显著影响, 而隧道质量的影响则比较小。

**关键词:** 土-隧道相互作用; 刚性衬砌隧道; 平面 SH 波; 波函数展开法; 解析解

**中图分类号:** TU431

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2016)04-0588-11

**作者简介:** 梁建文(1965-), 男, 教授、博士生导师, 主要从事地震工程的研究。E-mail: liang@tju.edu.cn。

## Analytical solution of dynamic soil-tunnel interaction for incident plane SH wave

FU Jia<sup>1,2</sup>, LIANG Jian-wen<sup>1,2</sup>, DU Jin-jin<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The wave function expansion method is used to obtain the analytical solution of dynamic responses of a rigid lined tunnel embedded in homogeneous half-space to the excitation of incident plane SH waves, and the boundary condition is verified. It is shown that the mechanism of soil-tunnel interaction is evidently different from that of soil-foundation-superstructure interaction. The soil-tunnel interaction leads to the result that the tunnel response is smaller than the corresponding free-field response, and that the peak frequency of response spectra of the former is lower than that of the latter. The angle and frequency of the incident waves and the tunnel embedment have significant influences on the responses of tunnel and ground surface, while the influences of tunnel mass are little.

**Key words:** soil-tunnel interaction; rigid lined tunnel; plane SH wave; wave function expansion method; analytical solution

## 0 引言

地下隧道是位于无限半空间地表下的浅埋结构, 在地震激励的作用下会和周围土体产生动力相互作用。求解此类问题的方法大体可分为解析法和数值法两类。解析法适合研究均匀半空间中形状规则的对象, 但它计算省时、简便, 且非常有助于探究问题的本质。解析法包括波函数展开法, 积分方程法和积分变换法等, 其中波函数展开法应用较为广泛。Lee 等最早将此法用于计算半空间中的埋置隧道在平面 SH 波激励下的动力响应<sup>[1]</sup>, 之后被其他学者拓展至平面 P 波和 SV 波激励下的隧道的动力响应<sup>[2-3]</sup>、隧道群的动力响应<sup>[4]</sup>、以及饱和场地中的隧道或隧道群问题<sup>[5]</sup>。

数值法包括有限差分法, 有限元法和边界法等, 数值法适用任意形状隧道和各种场地条件, 更适合处理实际工程问题。Wong 等研究了拱形隧道的动位移和动应力集中<sup>[6]</sup>。房莹光等研究了非线性土体条件下隧道的动力问题<sup>[7]</sup>。Luco 等计算了水平层状半空间中

的埋置隧道在入射体波下的三维动力响应<sup>[8-9]</sup>。最近, Parvanova 等研究了局部地形对隧道动力响应的影响<sup>[10]</sup>。

然而, 关于土-隧道动力相互作用的解析解答至今未见报道。本文采用波函数展开法并结合 Graf 公式给出了地下隧道在平面 SH 波激励下动力响应的解析解, 对解答的正确性进行了验证, 并进行了参数分析。研究可为地铁隧道等地下工程的抗震设计提供理论指导和参考依据。今后将采用层状半空间中的刚性隧道模型对土-隧道相互作用进行进一步研究。

## 1 模型和方法

如图 1 所示, 无限半空间是各向同性的均匀弹性体, 其剪切模量为  $\mu$ , 剪切波速为  $\beta$ 。隧道衬砌为刚性, 其质量为  $M_0$ , 外半径为  $a$ , 中心埋深为  $D$ 。极坐

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51378384); 天津市自然科学基金项目 (12JCZDJC29000)

收稿日期: 2015-02-18

标系  $(r_1, \theta_1)$  和直角坐标系  $(x_1, y_1)$  的中心都位于隧道中心, 平面 SH 波的竖向入射角为  $\gamma$ 。

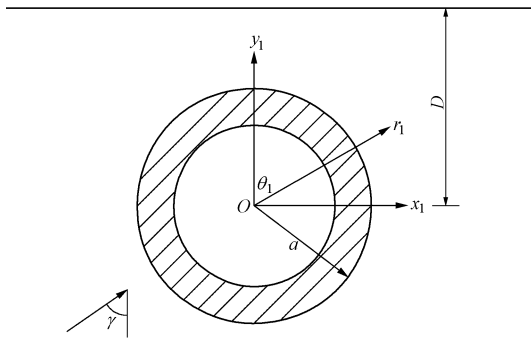


图1 弹性半空间中的刚性衬砌隧道模型 (直角坐标系  $x_1Oy_1$ , 极坐标系  $r_1O\theta_1$ )

Fig. 1 Model of rigid lined tunnel in elastic half-space (Cartesian Coordinates  $x_1Oy_1$ , Polar Coordinates  $r_1O\theta_1$ )

假设入射波位移幅值为单位 1, 则其在极坐标系  $(r_1, \theta_1)$  中的表达式为

$$w_1^i(r_1, \theta_1) = \exp\{i[\omega t + kr_1 \cos(\theta_1 - \gamma)]\} \quad (1)$$

$k = \omega/\beta$  是波数,  $\omega$  是入射波频率。入射波传播到地表会产生反射波, 这里采用镜像法求解问题。如图 2, 假设以地表为对称轴的另一个无限半空间存在完全对称的入射波  $w_2^i$  和刚性隧道, 并引入完全对称的极坐标系  $(r_2, \theta_2)$  和直角坐标系  $(x_2, y_2)$ , 则可以得到此入射波的表达式为

$$w_2^i(r_2, \theta_2) = \exp\{i[\omega t - kr_2 \cos(\theta_2 - \gamma)]\} \quad (2)$$

这两个对称的入射波之和在地表处的应力为零。将入射波  $w_1^i$  和  $w_2^i$  在极坐标系  $(r_1, \theta_1)$  下展开为三角函数与 Bessel 函数级数和的形式

$$w_1^i(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-i)^m J_m(kr_1) (\cos m\gamma \cos m\theta_1 + \sin m\gamma \sin m\theta_1) \quad (3)$$

$$w_2^i(r_1, \theta_1) = \exp(-2ikD \cos \gamma) \cdot$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m J_m(kr_1) (\cos m\gamma \cos m\theta_1 - \sin m\gamma \sin m\theta_1) \quad (4)$$

这里  $\varepsilon_0 = 1$  且  $\varepsilon_m = 2(m > 1)$ 。

入射波  $w_1^i$  和  $w_2^i$  在遇到隧道后会产生散射场, 它们的散射场在各自极坐标系下可写为<sup>[1]</sup>

$$w_1^s(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} H_m^{(2)}(kr_1) (A_m \cos m\theta_1 + B_m \sin m\theta_1) \quad (5)$$

$$w_2^s(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} H_n^{(2)}(kr_2) (A_n \cos n\theta_2 + B_n \sin n\theta_2) \quad (6)$$

其中  $H_m^{(2)}(x)$  为第二类 Hankel 函数,  $A_m$  和  $B_m$  为待定未知量。当式 (5) 中的待定常数  $A_m$  和  $B_m$  与式 (6) 中对应的待定常数  $A_m$  和  $B_m$  的值相等时, 两个散射波

之和在地表处的应力也为零。根据 Graf 加法公式<sup>[11]</sup>

$$H_n^2(kr_2) \begin{Bmatrix} \cos n\theta_2 \\ \sin n\theta_2 \end{Bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(kr_1) H_{n+m}^{(2)}(2kD) \begin{Bmatrix} \cos m\theta_1 \\ \sin m\theta_1 \end{Bmatrix}$$

$$= \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} J_m(kr_1) \begin{Bmatrix} [H_{n+m}^{(2)}(2kD) + (-1)^m H_{n-m}^{(2)}(2kD)] \cos m\theta_1 \\ [H_{n+m}^{(2)}(2kD) - (-1)^m H_{n-m}^{(2)}(2kD)] \sin m\theta_1 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

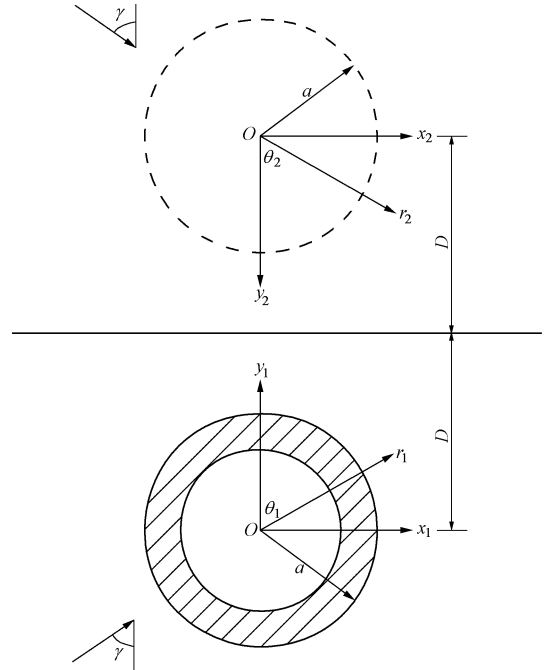


图2 求解问题的镜像法 (关于地表对称的直角坐标系  $x_1Oy_1$  与  $x_2Oy_2$ , 极坐标系  $r_1O\theta_1$  与  $r_2O\theta_2$ )

Fig. 2 Image method for solving problem (symmetric Cartesian Coordinates  $x_1Oy_1$  and  $x_2Oy_2$ , and Polar Coordinates  $r_1O\theta_1$  and  $r_2O\theta_2$  about ground surface)

将式 (6) 的表达式由坐标系  $(r_2, \theta_2)$  转换到  $(r_1, \theta_1)$  下得到

$$w_2^s(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} J_m(kr_1) \sum_{n=0}^{+\infty} \{A_n P_n^n(2kD) \cos m\theta_1 + B_n Q_n^n(2kD) \sin m\theta_1\} \quad (8)$$

空间中的总位移场为四种波场的叠加

$$w(r_1, \theta_1) = w_1^i(r_1, \theta_1) + w_2^i(r_1, \theta_1) + w_1^s(r_1, \theta_1) + w_2^s(r_1, \theta_1) \quad (9)$$

根据连续条件, 隧道的刚性位移为

$$\Delta = w_1^i + w_2^i + w_1^s + w_2^s \Big|_{r_1=a} \quad (10)$$

其径向应力场为

$$\sigma_{r_1 z} = \mu \frac{\partial w}{\partial r_1} = \mu \frac{\partial (w_1^i + w_2^i + w_1^s + w_2^s)}{\partial r_1} \quad (11)$$

其中  $z$  轴为垂直纸面的坐标轴。则很容易得到作用在隧道上的力  $f_z^s$  是

$$f_z^s = -a \int_0^{2\pi} \sigma_{rz} \Big|_{r_1=a} d\theta$$
$$= -a\mu \int_0^{2\pi} \frac{\partial(w_1^i + w_2^i + w_1^s + w_2^s)}{\partial r_1} \Big|_{r_1=a} d\theta \quad , \quad (12)$$

根据牛顿第二定律，隧道的动力平衡方程为

$$-\omega^2 M_0 \Delta = -f_z^s \quad . \quad (13)$$

将式（3）～（5），（8）、（9）和（11）代入式（13），根据恒等条件可以得到如式（14）的一组无穷方程组

$$\left[ H_0^{(2)}(ka) + \frac{2}{ka} \frac{M_s}{M_0} H_0^{(2)'}(ka) \right] A_0 + \left[ J_0(ka) + \frac{2}{ka} \frac{M_s}{M_0} J_0'(ka) \right] \cdot$$
$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(2)}(2kD)$$
$$= -\frac{2}{ka} \frac{M_s}{M_0} J_0'(ka) - \frac{2}{ka} \frac{M_s}{M_0} \exp(-2ikD \cos \gamma) J_0'(ka) -$$
$$J_0(ka) - \exp(-2ikD \cos \gamma) J_0(ka) \quad (m=0) \quad , \quad (14a)$$

$$A_m \frac{H_m^{(2)}(ka)}{J_m(ka)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_m^n(2kD) = -2(-i)^m \cos m\gamma -$$
$$2 \exp(-2ikD \cos \gamma) i^m \cos m\gamma \quad (m=1, 2, 3 \cdots), \quad (14b)$$

$$B_m \frac{H_m^{(2)}(ka)}{J_m(ka)} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n Q_m^n(2kD) = 2 \exp(-2ikD \cos \gamma) i^m$$
$$\sin m\gamma - 2(-i)^m \sin m\gamma \quad (m=1, 2, 3, \cdots) \quad , \quad (14c)$$

式中， $M_s = \mu \pi a^2 k^2 / \omega^2$  是被隧道替换出的土的质量。  
当  $M_0=0$  时，隧道的动力平衡方程为

$$f_z^s = 0 \quad , \quad (15)$$

仍将式（3）～（5），（8）、（9）和（11）代入式（15），根据恒等条件得到的无穷方程组由（14b）和（14c）组成。解出未知量  $A_n$  和  $B_n$  后可以得到隧道的刚性位移为

$$\Delta = J_0(ka) + \exp(-2ikD \cos \gamma) J_0(ka) +$$
$$A_0 H_0^{(2)}(ka) + J_0(ka) \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(2)}(2kD) \quad , \quad (16)$$

而地表位移场为

$$w_{\text{地表}} = \left[ w_1^i(r_1, \theta_1) + w_2^i(r_1, \theta_1) + w_1^s(r_1, \theta_1) + w_2^s(r_1, \theta_1) \right] \Big|_{r_1 \cos \theta_1 = D} \quad . \quad (17)$$

2 方法验证与误差分析

本文解是特定边界条件下的定解问题，验证这类问题正确性和精度的一般方法是检验边界条件。本文的边界条件有两个，一是地表 0 应力条件，通过镜像法可以得到严格满足<sup>[1]</sup>。二是隧道自身边界条件即式（13）的动力平衡条件，将各种波的具体形式代入式（13）后得到的式（14）是一组无穷方程组，而在实际计算中将其截断为有限方程组求解（即取  $n=m=N$ ）的过程会产生截断误差  $\delta_{\text{err}}$ 。此误差足够小即满足了边界条件，且误差的数值代表了方法的计算精度，可以利用式（13）验证这个误差

$$\delta_{\text{err}} = \left| \omega^2 M_0 \Delta - f_z^s \right| \quad . \quad (18)$$

这里应将入射波和散射波的原始表达式（3）～（6）代入式（15）。截断误差一般在掠入射时（ $\gamma=90^\circ$ ）最

表 1 隧道边界条件误差  $\bar{\delta}_{\text{err}}$   
Table 1 Errors of tunnel boundary conditions  $\bar{\delta}_{\text{err}}$

$ka$	$ \omega^2 M_0 \Delta $	$ f_z^s $	$N=15$	$N=20$	$N=30$	$N=40$	$N=60$	$N=80$
			$\bar{\delta}_{\text{err}}$	$\bar{\delta}_{\text{err}}$	$\bar{\delta}_{\text{err}}$	$\bar{\delta}_{\text{err}}$	$\bar{\delta}_{\text{err}}$	$\bar{\delta}_{\text{err}}$
0.1	0.100	0.100	$3.13 \times 10^{-13}$	$2.87 \times 10^{-16}$	$2.38 \times 10^{-17}$	$2.38 \times 10^{-17}$	—	—
0.2	0.198	0.198	$1.28 \times 10^{-12}$	$1.21 \times 10^{-15}$	$5.45 \times 10^{-17}$	$5.30 \times 10^{-17}$	$5.52 \times 10^{-17}$	—
0.3	0.293	0.293	$3.01 \times 10^{-12}$	$2.96 \times 10^{-15}$	$1.14 \times 10^{-16}$	$1.12 \times 10^{-16}$	$1.10 \times 10^{-16}$	—
0.4	0.384	0.384	$5.68 \times 10^{-12}$	$5.77 \times 10^{-15}$	$1.58 \times 10^{-16}$	$1.57 \times 10^{-16}$	$1.58 \times 10^{-16}$	—
0.5	0.478	0.478	$9.56 \times 10^{-12}$	$9.97 \times 10^{-15}$	$1.22 \times 10^{-16}$	$1.21 \times 10^{-16}$	$1.07 \times 10^{-16}$	—
0.6	0.544	0.544	$1.50 \times 10^{-11}$	$1.60 \times 10^{-14}$	$2.60 \times 10^{-16}$	$2.75 \times 10^{-16}$	$3.04 \times 10^{-16}$	—
0.7	0.614	0.614	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.44 \times 10^{-14}$	$2.66 \times 10^{-16}$	$2.67 \times 10^{-16}$	$2.67 \times 10^{-16}$	—
0.8	0.677	0.677	$3.27 \times 10^{-11}$	$3.59 \times 10^{-14}$	$2.52 \times 10^{-16}$	$2.54 \times 10^{-16}$	$2.53 \times 10^{-16}$	$2.52 \times 10^{-16}$
0.9	0.733	0.733	$4.61 \times 10^{-11}$	$5.13 \times 10^{-14}$	$2.61 \times 10^{-16}$	$2.79 \times 10^{-16}$	$2.69 \times 10^{-16}$	$3.04 \times 10^{-16}$
1	0.785	0.785	$6.36 \times 10^{-11}$	$7.16 \times 10^{-14}$	$2.35 \times 10^{-16}$	$2.72 \times 10^{-16}$	$2.72 \times 10^{-16}$	$2.26 \times 10^{-16}$
2	0.708	0.708	$7.46 \times 10^{-10}$	$9.19 \times 10^{-13}$	$1.27 \times 10^{-15}$	$1.28 \times 10^{-15}$	$1.30 \times 10^{-15}$	$1.32 \times 10^{-15}$
3	0.921	0.921	$3.45 \times 10^{-9}$	$4.37 \times 10^{-12}$	$1.10 \times 10^{-15}$	$1.38 \times 10^{-15}$	$1.20 \times 10^{-15}$	$1.04 \times 10^{-15}$
4	0.851	0.851	$2.13 \times 10^{-8}$	$1.66 \times 10^{-11}$	$1.72 \times 10^{-15}$	$1.86 \times 10^{-15}$	$1.82 \times 10^{-15}$	$1.60 \times 10^{-15}$
5	0.731	0.731	$3.84 \times 10^{-7}$	$1.25 \times 10^{-10}$	$4.88 \times 10^{-15}$	$4.98 \times 10^{-15}$	$4.56 \times 10^{-15}$	$5.15 \times 10^{-15}$
6	0.768	0.768	$4.97 \times 10^{-6}$	$1.55 \times 10^{-9}$	$4.73 \times 10^{-15}$	$4.50 \times 10^{-15}$	$4.20 \times 10^{-15}$	$4.33 \times 10^{-15}$
7	0.431	0.431	$4.23 \times 10^{-5}$	$1.66 \times 10^{-8}$	$7.13 \times 10^{-15}$	$5.80 \times 10^{-15}$	$5.75 \times 10^{-15}$	$5.59 \times 10^{-15}$
8	0.866	0.866	$1.81 \times 10^{-4}$	$1.82 \times 10^{-7}$	$2.07 \times 10^{-14}$	$8.93 \times 10^{-15}$	$8.96 \times 10^{-15}$	$9.18 \times 10^{-15}$
9	0.465	0.465	$2.07 \times 10^{-3}$	$2.33 \times 10^{-6}$	$1.69 \times 10^{-13}$	$9.20 \times 10^{-15}$	$8.88 \times 10^{-15}$	$9.48 \times 10^{-15}$
10	0.459	0.459	$8.96 \times 10^{-3}$	$1.55 \times 10^{-5}$	$2.54 \times 10^{-12}$	$1.09 \times 10^{-14}$	$1.03 \times 10^{-14}$	$1.08 \times 10^{-14}$

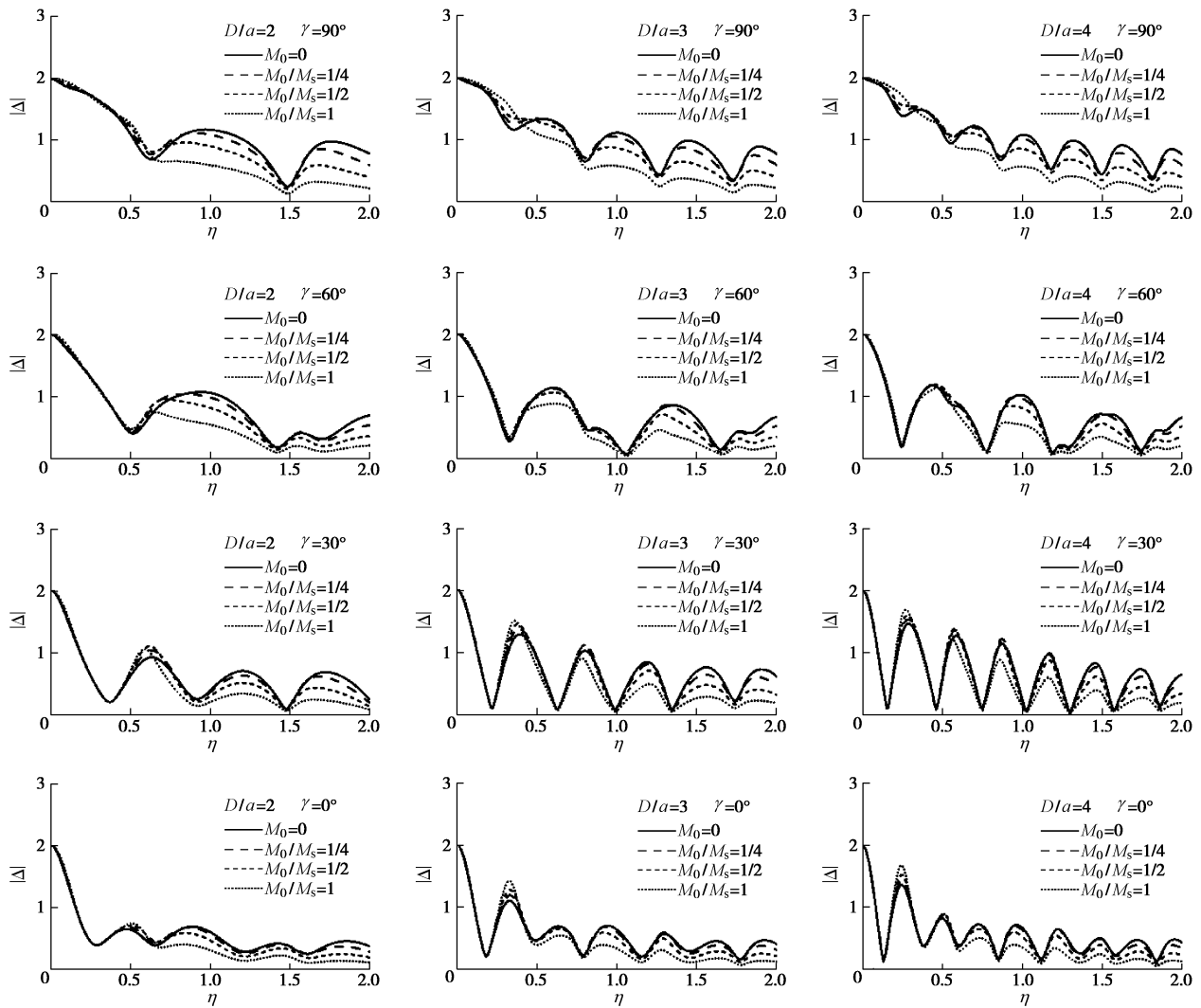


图3 隧道动力响应放大谱

Fig. 3 Spectral amplifications of tunnel response

大,垂直入射时( $\gamma=0^\circ$ )最小。以参数  $D/a=2$ ,  $M_0/M_s=1$ ,  $\gamma=90^\circ$  为例,在隧道圆周上均匀的取 360 个点,将这些点的误差进行加权平均  $\bar{\delta}_{err}$ , 且将式(13)等号两端的隧洞受力也进行加权平均 ( $\omega^2 M_0 \Delta$  和  $f_z^s$ , 取  $N=40$ ) 以和误差量级进行对比,并用入射波的应力在隧道外周积分得到的力进行归一化。在 32 位计算机上得到的截断误差如表 1 所示,其中无数字之处表示该情况下 32 位计算机的浮点数计算溢出。可以看出截断误差非常小,隧道自身的边界条件被严格满足;且截断误差随着截断项数的增加迅速减小,即使在高频下,当截断项数足够大时也能达到很高的计算精度。本文以下所有算例均取  $N=40$ 。

这里应当指出的是,已有的隧道经典解析解是柔性衬砌隧道在平面 SH 波激励下的波函数展开解<sup>[1]</sup>。由于本文隧道模型的衬砌为刚性,其中没有波的存在,而是通过牛顿第二定律建立力的平衡方程作为定解条件;而文献[1]的柔性隧道衬砌中存在波动,应根据衬

砌和土体之间的连续条件建立位移和应力连续方程,因此无法将本文衬砌参数设置为柔性而退化为经典解析解进行验证比较。另一方面,文献[1]没有直接给出衬砌刚度非常大的结果,故而本文没有选择退化验证的方式,而采用验证定解问题的一般方法——验证边界条件。

### 3 算例和分析

定义无量纲频率  $\eta$  为

$$\eta = \frac{2a}{\lambda}, \quad (19)$$

式中,  $\lambda$  是入射波波长。图 3 是隧道位移幅值  $|\Delta|$  的频谱,即动力响应的频谱或放大谱,其中隧道埋深取  $D/a=2, 3$  和 4, 隧道质量取  $M_0/M_s=0, 1/4, 1/2$  和 1, 地震波入射角度取  $\gamma=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  和  $90^\circ$ 。可以看出隧道动力响应频谱存在波动现象,波动周期与入射角度和隧道埋深有关,当入射角度较小或隧道埋深较大时

波动周期较短;而波动幅度方面当垂直入射时较为剧烈,从垂直入射到掠入射的变化过程中波动变得缓和,隧道埋深较大时这一性质尤为明显。

可以看出,当 $\eta=0$ 时放大谱的幅值最大,之后呈上下波动并减小的趋势。文献[12, 13]采用半空间中刚性基础和上部结构模型对土-结构相互作用进行了研究,刚性基础的动力响应大于相应自由场的动力响应,且在较低频段存在一个很明显峰值。造成本文结果与文献[12, 13]之间频谱差别的原因在于基础之上还有上部结构,后者的柔性本质上改变了基础放大谱的性质。若仅考察半空间中刚性基础体系,则其动力响应也小于自由场动力响应,这一点与隧道非常相似。但是基础的放大谱是单调函数而无波动现象,原因在于基础埋深比隧道埋深小很多,这进一步证明了散射体埋深越大,动力响应的频谱波动越剧烈。

隧道质量的变化对隧道动力响应频谱的影响不大,它不影响位移在频域内的波动周期,只在一定程度上改变波动的幅值。这是由于其本身质量较小以至

产生的惯性力也较小,所以影响不大。可以发现在土-隧道动力相互作用中,刚体相互作用起主导作用,而惯性相互作用则比较小。

图4是无量纲频率 $\eta=0.5, 1, 2$ 和3情况下地表动力响应的放大谱幅值。隧道质量取 $M_0/M_s=0.5$ ,隧道埋深仍分别取 $D/a=2, 3$ 和4,地震波入射角度仍分别取 $\gamma=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 和 $90^\circ$ 。由于隧道的存在,当地震波掠入射时迎波面幅值随 $x$ 变化较为剧烈,表现为其波动频率较高,而背波面幅值的变化则缓和许多。随着入射角度变小,迎波面幅值变得缓和而另一面则变得剧烈,直到垂直入射时两边幅值相同。另外垂直入射时,随着隧道埋深增大,地表动力响应频谱的波动频率变低。

图5~10是峰值为0.1g的El Centro波和Taft波垂直入射时,隧道加速度和自由场隧道中心点加速度的时程曲线与反应谱。左图是时程曲线, $x$ 轴时间间隔为0.02 s, $y$ 轴表示对应时刻的加速度,单位为1g;右图是反应谱, $x$ 轴为周期, $y$ 轴表示最大加速度,

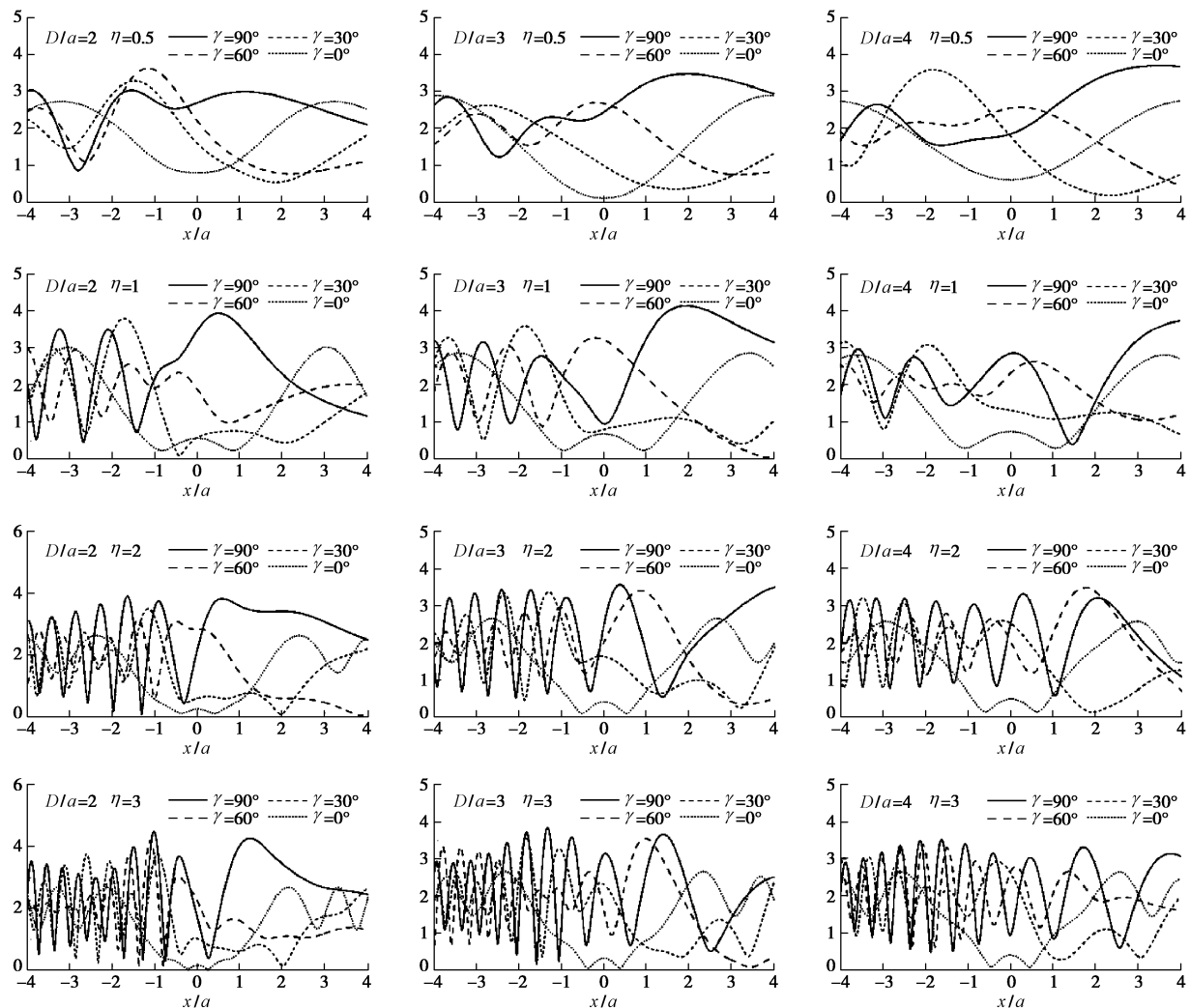
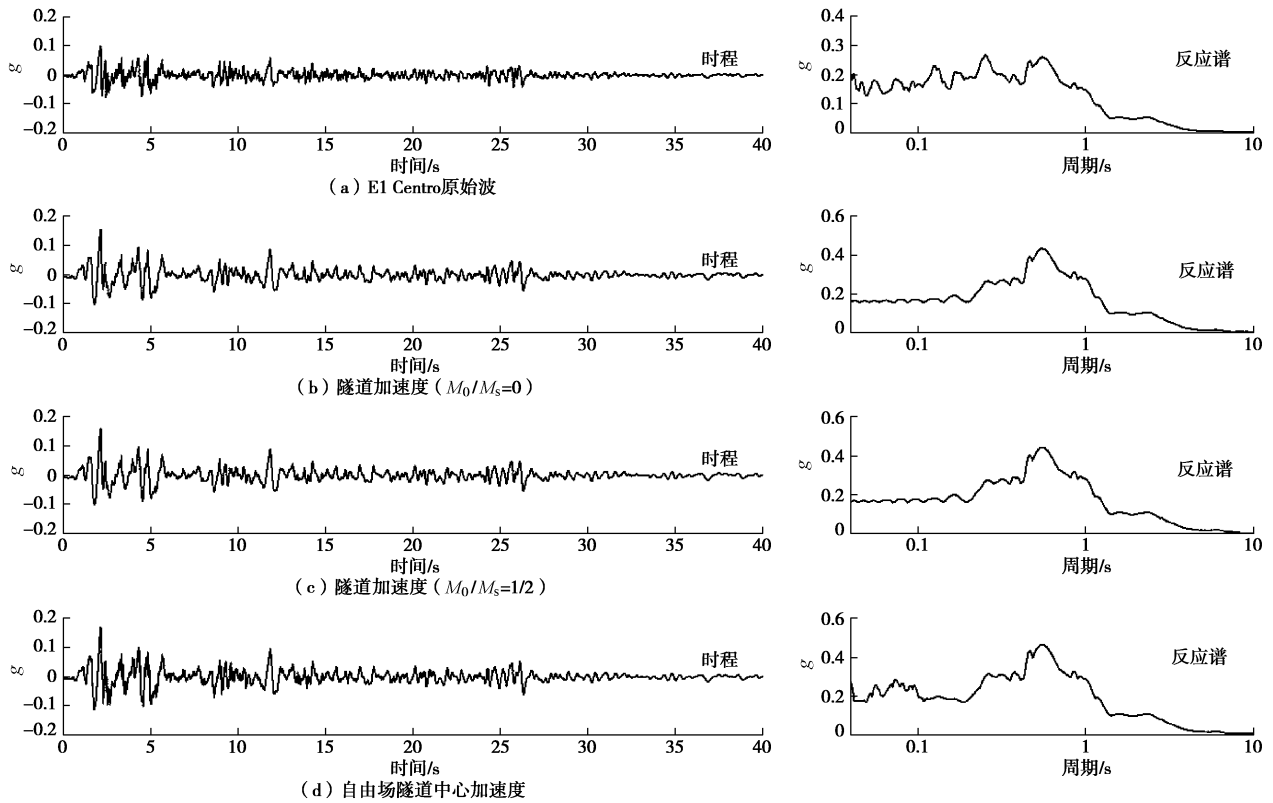
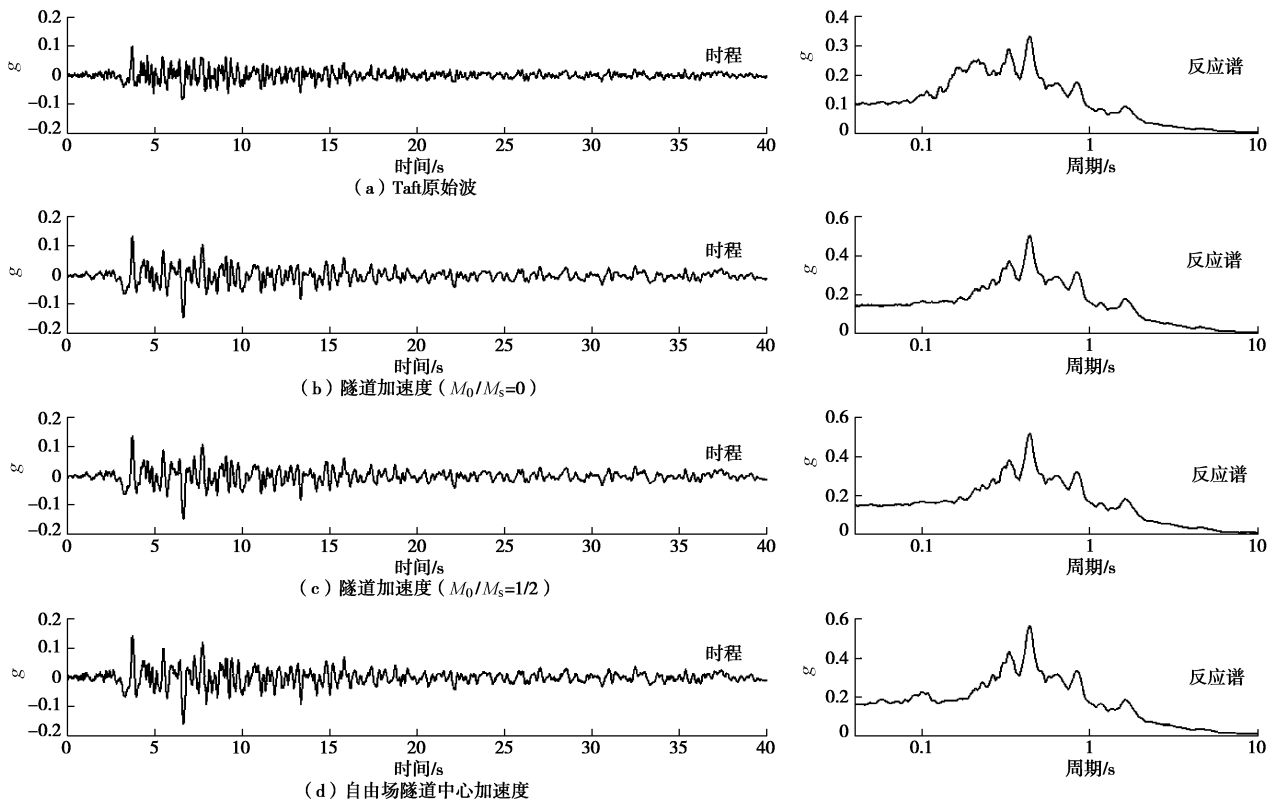


图4 地表动力响应放大谱 ( $M_0/M_s=0.5$ )

Fig. 4 Spectral amplifications of ground surface ( $M_0/M_s=0.5$ )

图5 El Centro 波入射时的加速度时程与反应谱 ( $D=10$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 5 Time histories and response spectra of acceleration for incident El Centro waves ( $D=10$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)图6 Taft 波入射时的加速度时程与反应谱 ( $D=10$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 6 Time histories and response spectra of acceleration for incident Taft waves ( $D=10$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)

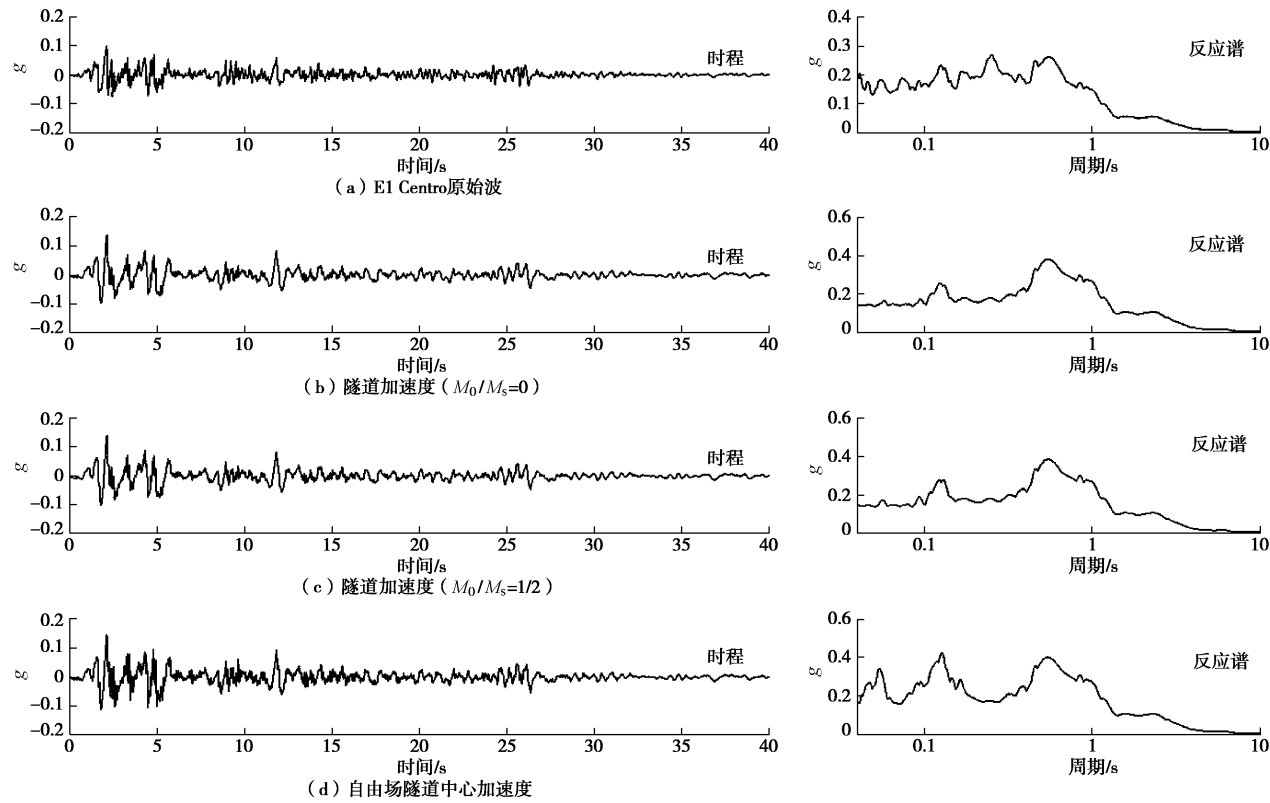


图 7 El Centro 波入射时的加速度时程与反应谱 ( $D=15\text{ m}$ ,  $\beta=250\text{ m/s}$ ,  $a=5\text{ m}$ )

Fig. 7 Time histories and response spectra of acceleration for incident El Centro waves ( $D=15\text{ m}$ ,  $\beta=250\text{ m/s}$ ,  $a=5\text{ m}$ )

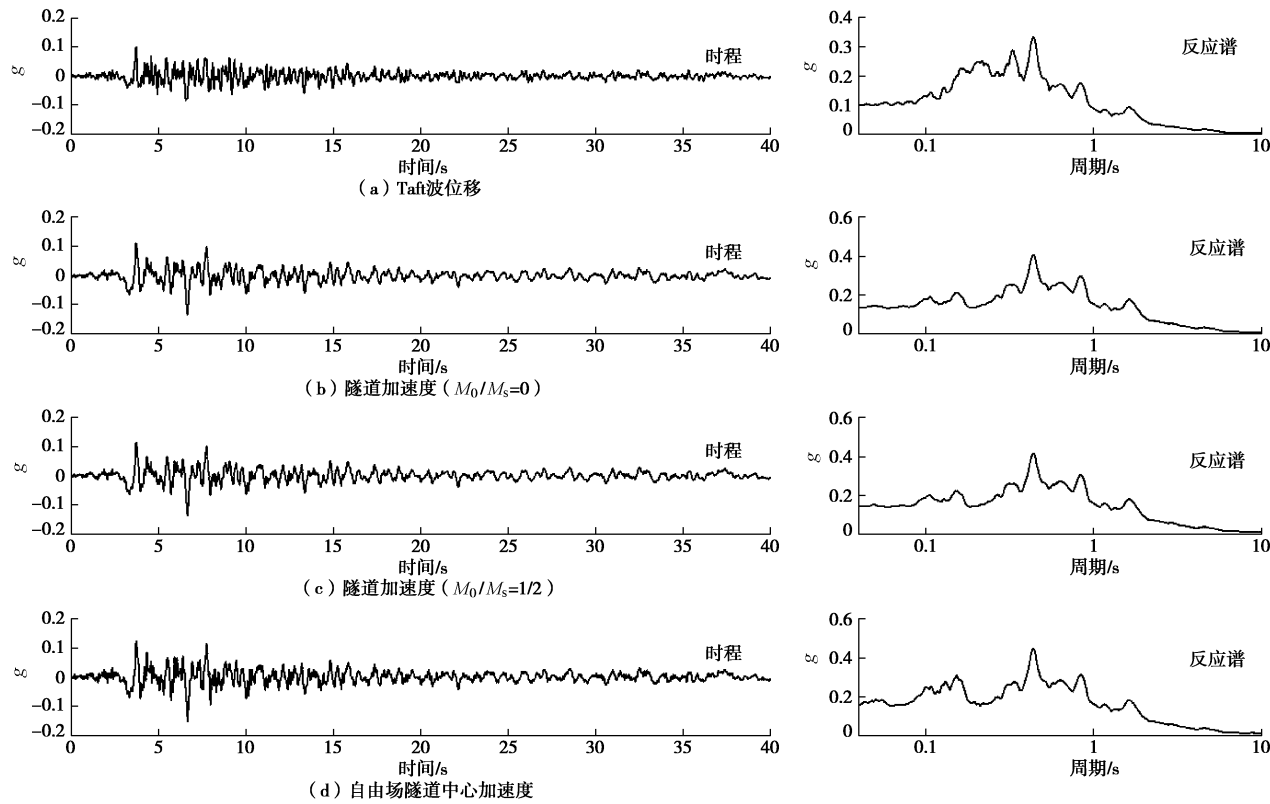
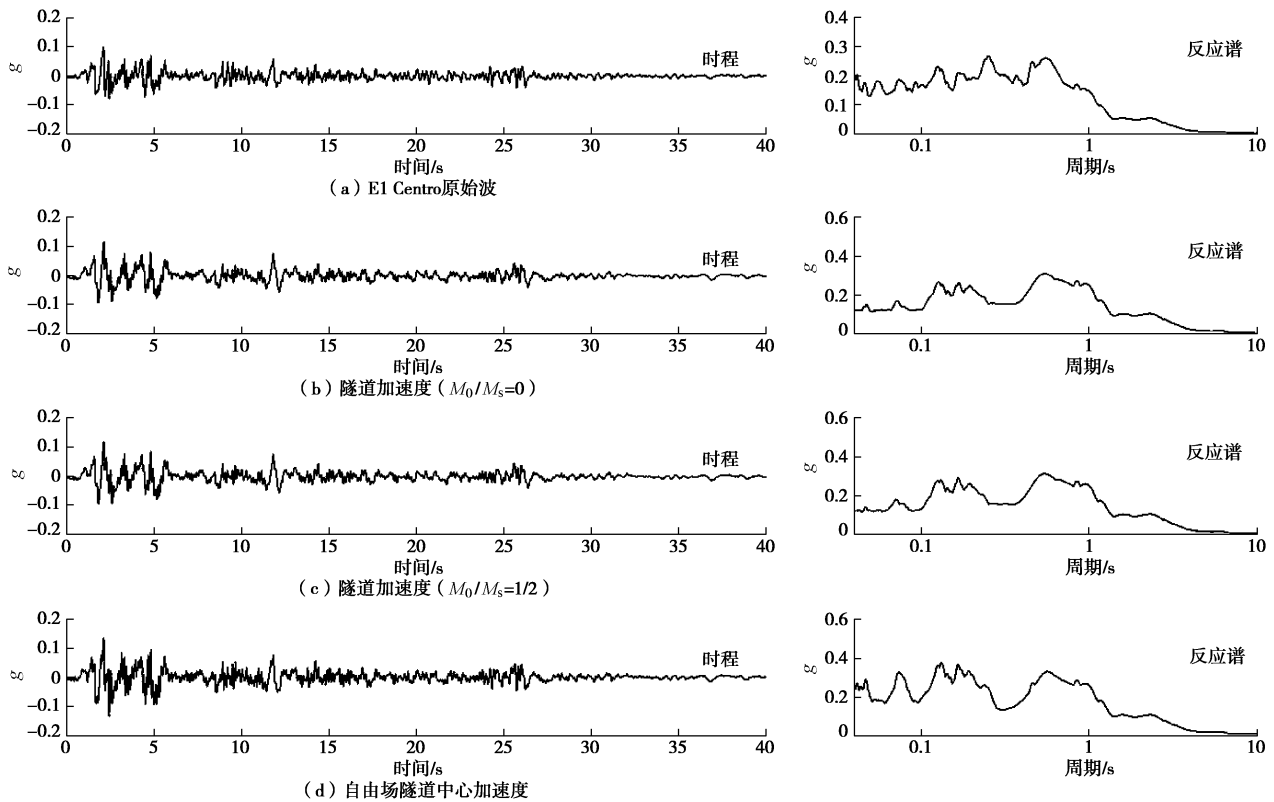
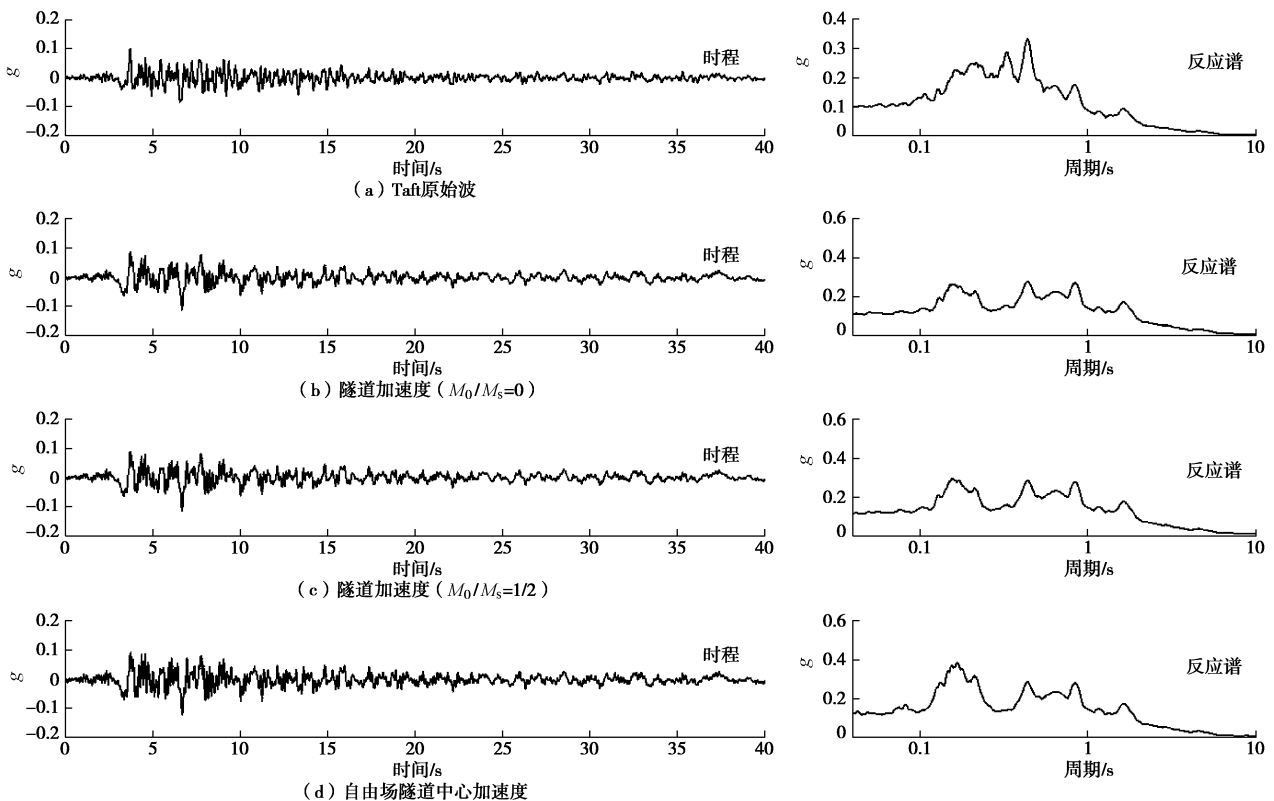


图 8 Taft 波入射时的加速度时程与反应谱 ( $D=15\text{ m}$ ,  $\beta=250\text{ m/s}$ ,  $a=5\text{ m}$ )

Fig. 8 Time histories and response spectra of acceleration for incident Taft waves ( $D=15\text{ m}$ ,  $\beta=250\text{ m/s}$ ,  $a=5\text{ m}$ )

图9 El Centro 波入射时的加速度时程与反应谱 ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 9 Time histories and response spectra of acceleration for incident El Centro waves ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)图10 Taft 波入射时的加速度时程与反应谱 ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 10 Time histories and response spectra of acceleration for incident Taft waves ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)

单位同为  $1g$ 。均匀半空间剪切波速为  $\beta=250$  m/s。隧道外径为  $a=5$  m, 埋深分别为  $D=10$  m (图 5, 6),  $D=15$  m (图 7, 8),  $D=20$  m (图 9, 10)。计算时首先通过快速傅里叶变换将地震波时程记录分解为  $(2048+1)$

个间隔相等的覆盖  $0\sim 25$  Hz 的不同频率分量, 然后将这些频率分量乘以频域中对应点的放大谱 (图 3), 最后将放大后的频域结果通过傅里叶逆变换得到时域结果。对于埋深  $D=10$  m 的情况, 当 El Centro 波入射时,



隧道 ( $M_0/M_s=0$ ) 加速度的时程峰值为  $0.157g$ , 反应谱峰值和相应周期分别为  $0.437g$  和  $0.545s$ ; 隧道 ( $M_0/M_s=1/2$ ) 加速度的时程峰值为  $0.160g$ , 反应谱峰值和相应周期分别为  $0.445g$  和  $0.542s$ ; 而自由场隧道中心加速度的时程峰值可达  $0.171g$ , 反应谱峰值和相应周期分别为  $0.466g$  和  $0.462s$ ; 当 Taft 波入射时, 隧道 ( $M_0/M_s=0$ ) 加速度的时程峰值为  $0.135g$ , 反应谱峰值和相应周期分别为  $0.508g$  和  $0.442s$ ; 隧道 ( $M_0/M_s=1/2$ ) 加速度的时程峰值为  $0.138g$ , 反应谱峰值和相应周期分别为  $0.521g$  和  $0.440s$ ; 而自由场隧道中心加速度的时程峰值可达  $0.144g$ , 反应谱峰值和相应周期分别为  $0.566g$  和  $0.437s$ 。可以看出隧道质量的影响很小; 隧道动力响应小于相应位置自由场动力响

应, 且前者反应谱峰值的频率较后者有一定程度降低。其它埋深情况也有相同规律。另外可以看出, 相比输入波和自由场加速度响应, 隧道加速度响应的高频分量较少。

图 11~16 是输入垂直入射的 El Centro 波和 Taft 波的位移时程时, 隧道位移和自由场隧道中心点位移的时程曲线,  $y$  轴单位为  $cm$ 。可以看出隧道质量和埋深对其位移响应的影响很小。由于位移频谱的高频分量很少, 隧道位移响应和自由场隧道中心点位移响应十分接近。且二者和输入波的曲线形状相比, 大致相当于在  $y$  轴乘以一个系数, 表明二者和输入波的频谱成分基本相同。

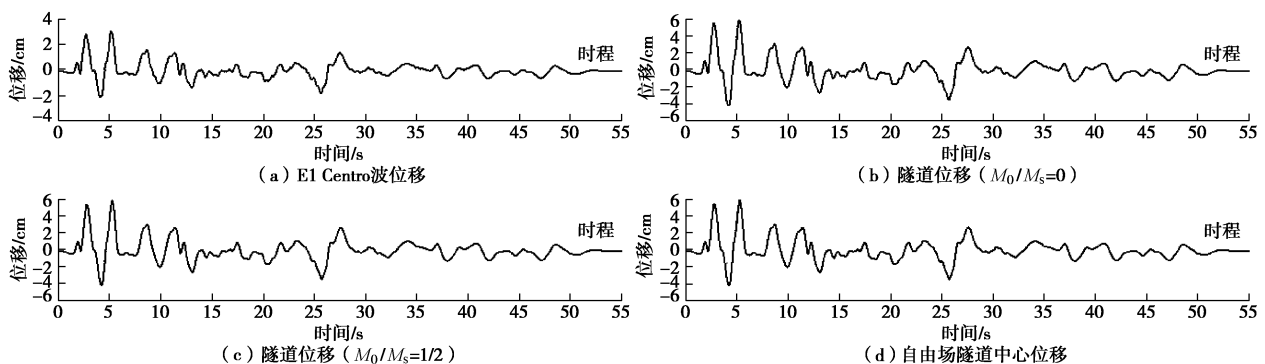


图 11 El Centro 波入射时的位移时程 ( $D=10m$ ,  $\beta=250m/s$ ,  $a=5m$ )

Fig. 11 Time histories of displacement for incident El Centro waves ( $D=10m$ ,  $\beta=250m/s$ ,  $a=5m$ )

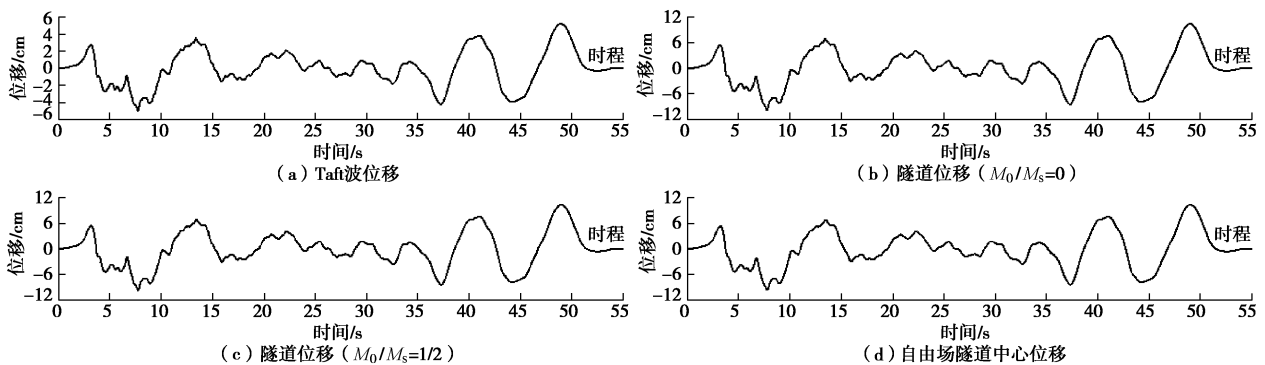


图 12 Taft 波入射时的位移时程 ( $D=10m$ ,  $\beta=250m/s$ ,  $a=5m$ )

Fig. 12 Time histories of displacement for incident Taft waves ( $D=10m$ ,  $\beta=250m/s$ ,  $a=5m$ )

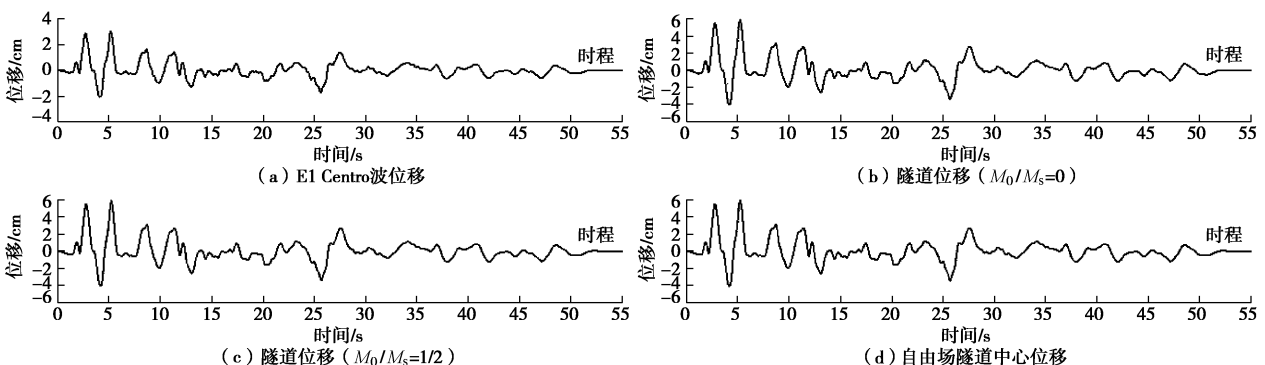
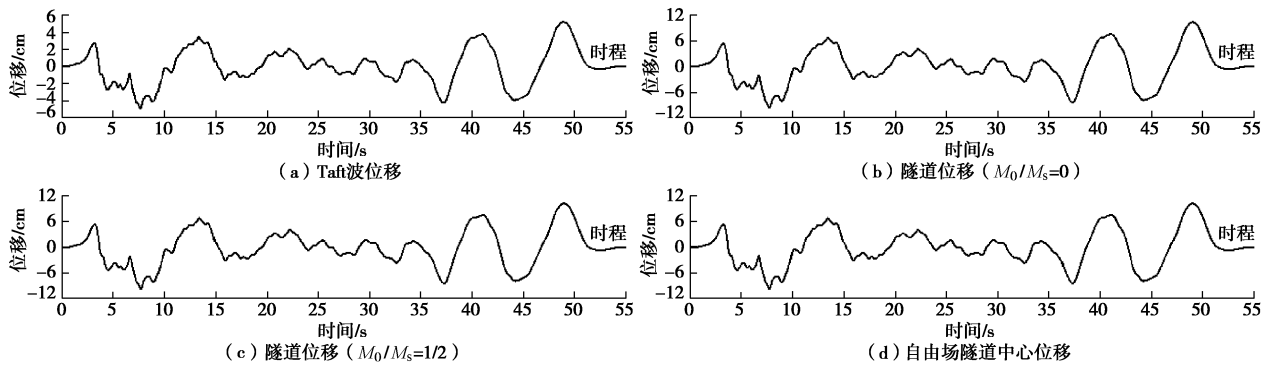
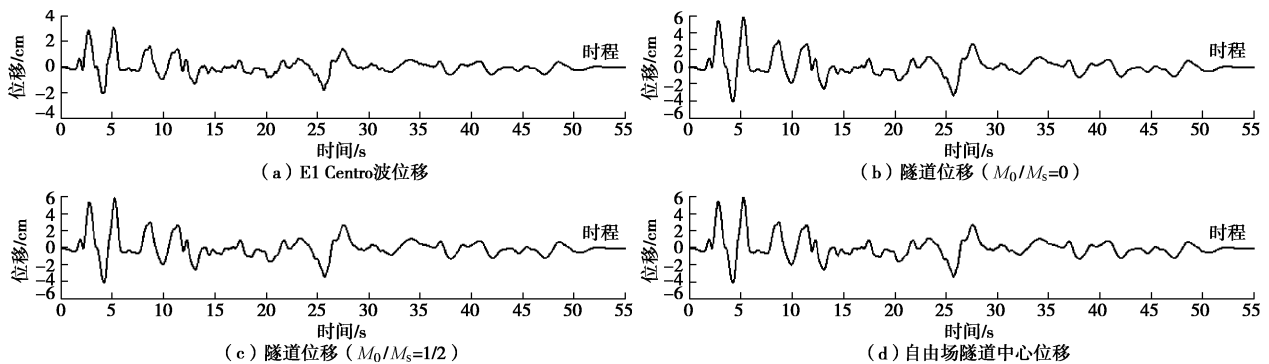
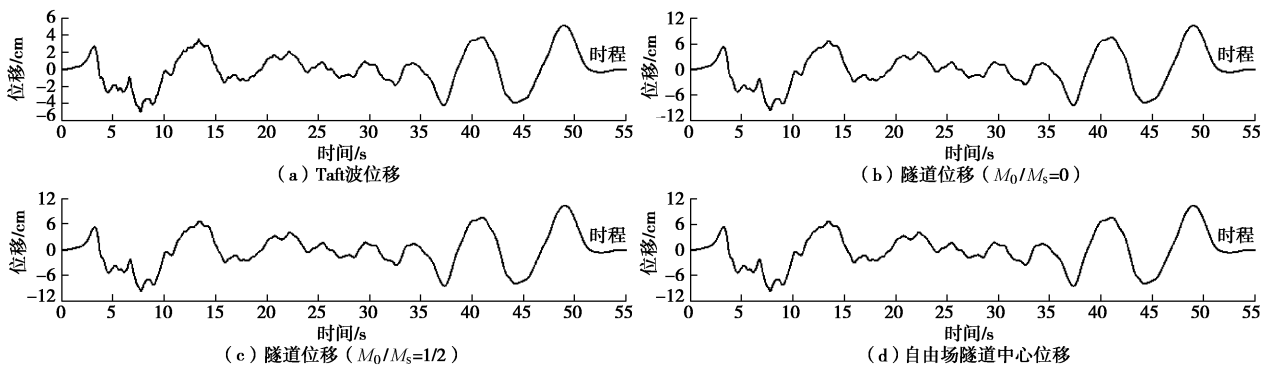


图 13 El Centro 波入射时的位移时程 ( $D=15m$ ,  $\beta=250m/s$ ,  $a=5m$ )

Fig. 13 Time histories of displacement for incident El Centro waves ( $D=15m$ ,  $\beta=250m/s$ ,  $a=5m$ )

图 14 Taft 波入射时的位移时程 ( $D=15$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 14 Time histories of displacement for incident Taft waves ( $D=15$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)图 15 El Centro 波入射时的位移时程 ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 15 Time histories of displacement for incident El Centro waves ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)图 16 Taft 波入射时的位移时程 ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)Fig. 16 Time histories of displacement for incident Taft waves ( $D=20$  m,  $\beta=250$  m/s,  $a=5$  m)

## 4 结论与建议

本文采用波函数展开法给出了平面 SH 波激励下土-隧道动力相互作用的解析解。通过数值结果和分析,得出如下一些结论。

(1) 隧道动力响应的频谱存在明显的波动现象,当入射角度较小或隧道埋深较大时波动周期较短;当频率为 0 时动力响应幅值最大,之后呈上下波动并减小的趋势。

(2) 入射波角度和频率、以及隧道埋深对隧道动力响应的频谱均有显著影响,而隧道质量的影响较小。

(3) 在土-隧道动力相互作用中,刚体相互作用起主导作用,而惯性相互作用则比较小,与土-基础-地上结构动力相互作用机理有明显差别。

(4) 土-隧道相互作用导致隧道动力响应小于相应自由场的动力响应,且前者反应谱峰值的频率较后者有一定程度降低。

## 参考文献:

- [1] LEE V W, TRIFUNAC M D. Response of tunnels to incident SH-waves[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1979, 105: 643 - 659.

- [2] 梁建文, 纪晓东, LEE V W. 地下圆形衬砌隧道对沿线地震动的影响(I):级数解[J]. 岩土力学, 2005, **26**(4): 520 - 524. (LIANG Jian-wen, JI Xiao-dong, LEE V W. Effects of an underground lined tunnel on ground motion (I): series solution[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(4): 520 - 524. (in Chinese))
- [3] 梁建文, 纪晓东, LEE V W. 地下圆形衬砌隧道对沿线地震动的影响(II):数值结果[J]. 岩土力学, 2005, **26**(5): 687 - 692. (LIANG Jian-wen, JI Xiao-dong, LEE V W. Effects of an underground lined tunnel on ground motion (II): numerical results[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(5): 687 - 692. (in Chinese))
- [4] BALENDRA T, THAMBIRATNAM D P, CHAN G K, et al. Dynamic response of twin circular tunnels due to incident SH-waves[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1984, **12**: 181 - 201.
- [5] HASHEMINEJAD S M, AVAZMOHAMMADI R. Dynamic stress concentrations in lined twin tunnels within fluid-saturated soil[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2008, **134**(7): 542 - 554.
- [6] WONG K C, SHAH A H, DATTA S K. Dynamic stresses and displacements in a buried tunnel[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1985, **111**(2): 218 - 234.
- [7] 房莹光, 孙 均. 在冲击波下非线性岩土与圆柱结构的相互作用[J]. 地震工程与工程震动, 1992, **12**(3): 56 - 64. (FANG Ying-guang, SUN Jun. Interaction between nonlinear soil and cylindrical structure due to shock wave[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1992, **12**(3): 56 - 64. (in Chinese))
- [8] LUCO J E, DE BARROS F C P. Seismic response of a cylindrical shell embedded in a layered viscoelastic half-space. I: Formulation[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, **23**: 553-567.
- [9] DE BARROS FCP, LUCO J E. Seismic response of a cylindrical shell embedded in a layered viscoelastic half-space. II: Validation and numerical results[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, **23**: 569 - 580.
- [10] PARVANOV S L, DINEVA P S, MANOLIS G D, et al. Seismic response of lined tunnels in the half-plane with surface topography[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2014, **12**: 981 - 1005.
- [11] MORSE P M, FESHBACH H. Methods of theoretical physics[M]. New York: McGraw-Hill Book Co Inc, 1953.
- [12] LIANG J, FU J, TODOROVSKA M I, et al. Effects of the site dynamic characteristics on soil-structure interaction (I): Incident SH waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, **44**: 27 - 37.
- [13] LIANG J, FU J, TODOROVSKA M I, et al. Effects of the site dynamic characteristics on soil-structure interaction (II): Incident P and SV waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, **51**: 58 - 76.