

DOI: 10.11779/CJGE201603021

一种模拟土体流动的连续体数值方法

张 雪¹, 盛岱超^{1, 2}

(1. 澳大利亚岩土科学与工程国家研究中心(纽卡斯尔大学), 澳大利亚 纽卡斯尔 2308; 2. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要: 介绍了一种先进的能够处理土体流动问题的连续体数值模拟方法——粒子有限元法(PFEM)。这一方法不仅继承了传统有限元法扎实的数学理论基础(即每一个增量步分析均为经典拉格朗日有限元分析过程), 同时还能绕开在大变形情况下由于固定网格拓扑结构带来的计算困难。详细阐述了粒子有限元法的基本思想以及如何基于已有的有限元法程序发展粒子有限元法, 并揭示了粒子有限元法中的几个关键性技术。为验证粒子有限元法的准确性并展示其先进性, 采用粒子有限元法模拟了准静态和动态颗粒柱的坍塌问题以及边坡稳定性问题。模拟结果表明: 粒子有限元法特别适合于模拟包含岩土材料流固转换行为的大变形工程问题。

关键词: 粒子有限元法; 任意大变形; 自由表面演化; 颗粒柱坍塌; 山体滑坡

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)03-0562-08

作者简介: 张 雪(1985-), 男, 博士后, 主要从事岩土工程领域大变形问题的数值模拟研究。E-mail: xue.zhang@uon.edu.au。

Continuum approach for modelling soil flow in geotechnical engineering

ZHANG Xue¹, SHENG Dai-chao^{1, 2}

(1. ARC Centre of Excellence for Geotechnical Science and Engineering, The University of Newcastle, Callaghan 2308, Australia;

2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: A novel continuum approach called particle finite element method (PFEM) which is capable of modelling soil flow in geotechnical engineering is introduced. This approach inherits the solid mathematical foundation of the traditional finite element method in the sense that each incremental analysis is conducted via the classical Lagrangian finite element procedure and also circumvents the computational difficulties resulting from the meshes with fixed geometric topology in the case of large deformations. This paper details the fundamental idea of the PFEM as well as how to develop the PFEM based on an existing finite element program with some key technologies being discovered. To verify its correctness and exhibit its advantages, the PFEM is utilized to simulate the quasi-static and dynamic collapse of granular columns and slope stability problems. It is shown that the PFEM is particularly suitable for the simulation of engineering problems involving solid-fluid transitional behaviour of geomaterials.

Key words: particle finite element method; arbitrarily large deformation; free-surface evolution; collapse of granular column; landslide

0 引言

随着电子计算机性能的不断提高, 数值模拟日益成为实际工程问题分析的一种重要手段。在岩土工程领域, 传统的基于拉格朗日描述的有限元法在数值分析中占据着主导地位。这是由于在拉格朗日有限元分析中, 计算网格被固定在物体上随物体一起运动和变形, 即在整个分析过程中网格点与材料点始终保持重合且不存在相对运动; 这一处理不仅极大地简化了控制方程的求解, 而且在分析过程中能准确的跟踪材料点的运动。然而, 当处理大变形问题时, 这一网格处理方式也给有限元分析带来了困难, 因为极大的材料

变形会引起计算网格的严重扭曲, 从而导致数值计算的失效; 不仅如此, 由于其所采用网格的拓扑结构的固定不变性, 这类有限元法也无法捕获由于极大材料变形引起的严重的自由表面演化过程, 比如山体滑坡过程中老的自由表面的湮灭和新的自由表面的出现。因此, 传统的拉格朗日有限元法分析过程一般止步于土体开始破坏或者土体贯穿破坏形成前。然而土体的流动或者破坏仅仅只是表征土体变形过程中的一个特

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)课题
(2014CB047001)

收稿日期: 2014-12-16

定状态, 在许多的岩土工程问题中, 笔者还对土体流动本身或者土体破坏过程感兴趣。比如在边坡稳定性分析中, 不仅需要对边坡何时失稳作出准确判断, 而且还需要预测出土体滑动的整个过程从而对边坡失稳可能导致的破坏区域进行正确评估, 对海底滑坡尤其与此。

用离散方法如离散元法等可以在一定程度上模拟散粒材料的流体特征, 但用离散元法来模拟边坡问题是不太实际的——所含土颗粒太多。在连续体法中, 一个处理网格扭曲的有效途径是任意拉格朗日欧拉有限元法 (ALE)^[1-4]。其基本思想是解耦材料点运动与拉格朗日网格节点运动之间的关联, 也就是说网格节点按照所设计的路径移动, 而不是随着材料点一起运动。这一处理方法在一定程度上缓解了由材料变形带来的网格扭曲问题, 然而, 由于 ALE 方法中网格的拓扑结构仍然是固定不变的, 当出现极大材料变形时, 设计出一套有效可行的网格节点运动路径也存在一定的困难。另外, 值得指出的是, 任意拉格朗日欧拉法也无法捕获材料新旧自由表面的演化过程。

本文介绍了一种能够适用于模拟任意材料大变形问题的连续体数值模拟方法——粒子有限元法 (particle finite element method, 简称 PFEM)^[5-6]。这一方法不仅能够有效地避免由于材料大变形所带来的计算困难 (比如网格扭曲和自由表面演化), 而且其实现过程也比较容易, 研究者可以基于已有的传统拉格朗日有限单元程序 (甚至商业数值分析软件, 如 Abaqus) 很方便地开发粒子有限元法。首先, 本文阐述了粒子有限元法的基本思想及其计算流程; 其次, 针对粒子有限元法中的几个关键问题做了详细阐述, 并讨论了粒子有限元法的优点与不足; 最后, 通过数值算例显示了粒子有限元法在岩土工程数值模拟中的可行性和先进性。

1 基本思想和计算流程

粒子有限元法最早发展于流体动力学领域^[5]。近期, Carbonell 等^[7]和 Zhang 等^[6, 8-10]将其应用于岩土工程领域并解决了一系列大变形问题。粒子有限元法的基本思想是: 每一个数值分析步均采用传统的增量型拉格朗日有限元法, 在一个分析步结束后, 将传统拉格朗日有限元网格节点看成是自由的粒子点, 基于自由粒子点的位置重新识别计算域并划分有限元网格, 然后进入下一个分析步。图 1 给出了粒子有限元法的计算流程图, 其标准的分析过程如下:

- (1) 建立初始的有限元分析模型。
- (2) 提交标准的增量有限元求解器求解。

(3) 单步分析结束后提取结果信息, 如网格节点位置、位移、速度、加速度等; 网格积分点处应力、应变、材料性质等。

(4) 基于更新的网格节点位置重新识别计算域, 并对所识别的计算域划分有限元网格。

(5) 将材料状态变量 (如速度、加速度、应力、应变等) 从老的有限元网格映射到新的有限元网格。

(6) 集成新的模型信息 (如新网格几何拓扑信息,

以及新网格节点和积分点处材料状态变量等), 返回至
(2) 提交至有限元求解器进行下一步数值分析。

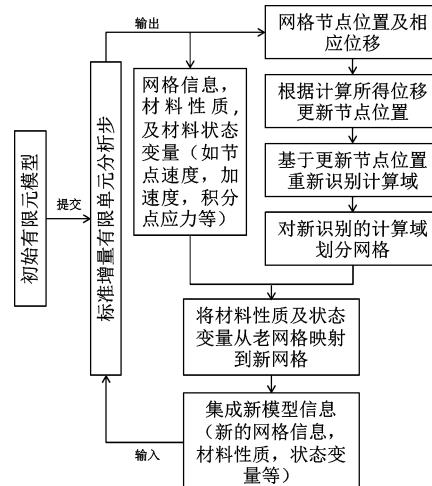


图 1 PFEM 流程图

Fig. 1 Flow chart of PFEM

2 几个关键问题

本节针对以上粒子有限元法计算流程中的几个关键步骤做了进一步的阐述说明。

2.1 边界识别和网格划分

基于给定的粒子点集合识别计算域是粒子有限元法中的一个重要步骤, 本文采用 Edelsbrunner 等^[11]提出的广泛应用于计算机图形分析学中的 α -shape 法来识别计算域。针对二维情况, α -shape 法的基本法则如下: 考虑二维空间中一系列具有特征间隔 h 的点集合, 如果能够找到一个半径大于 αh 的空心圆使得某些点均位于圆上 (其中 α 是给定的参量, 其值一般介于 1.3 到 1.6 之间), 那么这些点就认为是边界点 (如图 2, 位于灰色空心圆上的点为识别的边界点, 其他点则认为是材料内部点)。此法则很容易推广至三维情况, 固在这里不再赘述。

在计算图形学中已提出一系列算法用以实现 α -shape 边界识别, 这里笔者推荐采用由 Cremonesi 等^[12]提出的一种简单易行的算法。此算法的实现只需两个步骤 (如图 3): 第一步, 基于给定点集合的位置执行 Delaunay 三角剖分从而获得一个凸域; 第二步,

检查每个三角形外接圆的半径大小 r , 如果 $r < \alpha h$ 则保留该三角形, 反之则删除。经过以上两步操作则可获得新的计算域及其边界。因为采用 Delaunay 三角剖分法生成的三角形的外接圆均为空心圆 (即不会有任何粒子点位于圆内), 所以以上算法与 α -shape 法则是等价的。

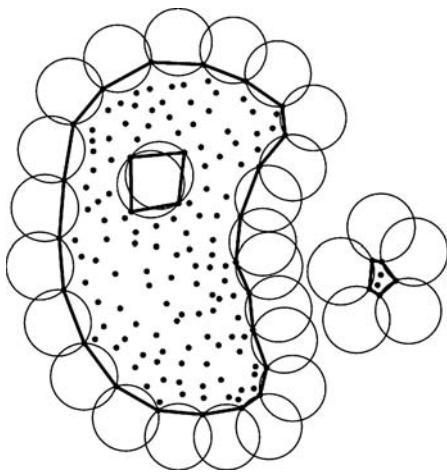


图 2 α -shape 法

Fig. 2 α -shape method

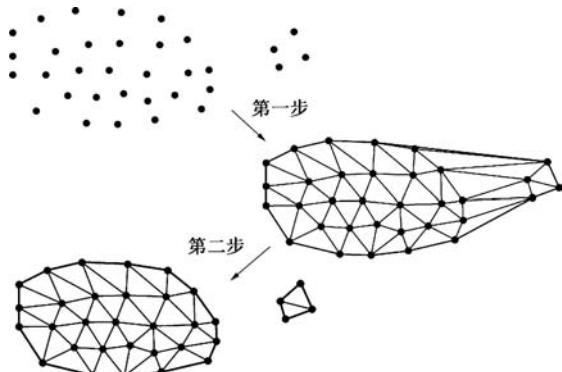


图 3 边界识别

Fig. 3 Boundary identification

值得一提的是, 虽然在识别出计算域的同时以上算法也给出了剖分网格, 但如果材料经历了极大的变形或者出现了较强的应变局部化, 通过此算法直接获得的网格的质量在某些区域 (如应变局部化区域) 并不高。因此为了保证网格质量, 需要定期对识别的计算域重新划分网格。同时为保证计算精度, 本文采用的是三角形混合单元 (位移和应力分别单独插值, 位移为二次分布, 应力为线性分布) 而非线性三角形单元, 在识别计算域的过程中粒子点集合仅包含所有的网格的角节点而不包含三角形的中间节点。在划分三角形网格后再对每条边添加中间节点形成六节点三角形单元。

2.2 变量映射

在对计算域重新剖分网格后, 需要将状态变量从

旧的网格映射到新的网格。状态变量的映射分两类: 一类是从旧的网格节点映射到新的网格节点 (如速度, 加速度等); 另一类是从旧的网格高斯点映射到新的网格高斯点 (如应力, 材料性质等)。对于以上两类映射均可采用同一方法实现, 即首先搜索出包含新的网格节点/高斯点的旧网格的编号, 然后对于第一类情况, 通过新的节点所在的旧的网格的节点建立有限元形函数对状态量进行插值从而获得新网格节点处的状态量; 而对于第二类情况, 则通过新的高斯点所在的旧的网格的高斯点建立有限元形函数对状态量进行插值或外推从而获得新的高斯点处的状态量。

2.3 有限元法求解

粒子有限元法的数值求解采用的是标准的拉格朗日有限元法, 因此研究者可以基于已有的有限元求解器甚至商业的数值分析软件 (如 Abaqus) 开发粒子有限元法。本文有限元方程的求解是基于二阶锥形规划算法。其基本思想是基于 Hellinger–Reissner 混合变分原理将离散后的控制方程塑造成以下的二阶锥形规划问题 (SOCP) 的标准形式:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{b} \\ \text{s. t. } & \left. \begin{array}{l} \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{c} \\ \mathbf{x}_i \in \mathcal{K}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{array} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中包含优化变量的向量 \mathbf{x} 被分解为 n 个分向量, 即 $\mathbf{x}^T = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)^T$, \mathcal{K}_i 为二阶锥或其旋转锥。这一极值问题可通过数学优化引擎进行求解。Krabbenhof 等^[13-14]首先将弹塑性静力问题的有限元格式塑造成 SOCP 格式, 之后 Zhang 等^[6, 8-9]将其扩展至弹塑性动力学并嵌入粒子有限元法。这一有限元求解方式主要有以下 3 个优势: ①不需要对塑性屈服面中的奇异点 (如 Mohr–Coulomb 中的尖端点) 做特殊处理; ②基于 Newton–Raphson 迭代法建立的有限元法获得收敛解的前提条件是上一步待求量的值足够接近当前步待求量的值, 而本文采用的有限元格式无需这一要求, 因此其特别适用于模拟在较短时间内变量发生较大变化的工程问题, 比如山体滑坡等; ③所发展的有限元格式是基于混合变分原理, 即位移、应力等均作为基本未知量进行单独插值, 因此其在处理材料不可压缩问题时具有其独特优势。

3 优点与不足

截至目前, 针对岩土材料的大变形分析已经发展了许多方法, 其中之一是基于微观颗粒的离散单元法 (DEM)^[15-16]。离散单元法将单个颗粒作为一个离散单元进行模拟。颗粒与颗粒之间的相互关系建立于颗粒之间的重叠以及由此导致的接触力的基础之上。

DEM 能够考虑岩土材料微观参量的影响, 同时能够模拟岩土材料的超大变形。但是, 由于其将单个颗粒考虑为一个离散单元, 所以 DEM 模拟的计算效率较低。在模拟实际工程问题时, 所采用的颗粒数往往远小于实际颗粒数。与基于微观颗粒的 DEM 方法相对应, 连续体模拟方法则建立于经典的质量、能量、及动量守恒方程。本文所论述的粒子有限元法就是其中的一种。由于其这一特性, 粒子有限元法的计算效率远高于 DEM, 因此更适用于岩土实际工程的计算模拟。

无网格法^[17-18]作为另一类连续体数值方法也在一定程度上能够考虑岩土材料的大变形问题。无网格法的核心是插值函数的构造是基于任意分布的粒子点, 而非具有固定拓扑结构的网格。这一特性使得无网格法能够绕开由于网格畸变带来的数值分析困难, 但同时, 这一特性也给无网格法带来了一系列的问题, 如无网格法的形函数不满足 Kronecker delta 函数性质从而难以准确施加位移边界条件。此外, 与传统的 FEM 相比, 无网格法的计算量大, 效率低。关于无网格法的应用与进一步讨论可参看文献[18]。粒子有限元法可以看做是无网格法与有限单元法的一种结合。在模拟过程中, 材料由一系列的粒子点表征(与无网格法相同), 然而粒子有限元法的形函数建立于有限元网格并执行标准的有限元分析步。从而粒子有限元法不仅拥有了无网格法处理任意大变形的能力而且继承了有限元法夯实的数学根基。虽然如此, 粒子有限元法也存在一定的不足。其一, 2.1 节中提到的参数 α 并没有明确的物理意义, 其取值的适当与否对计算域的识别有直接影响。目前根据经验, α 的取值在 1.3 到 1.6 之间较为适当; 其二, 在处理固体力学问题时, 每重新划分一次网格则需进行一次新老网格之间的变量映射(如应力、应变、速度、内变量等)。这类映射对历史相关材料的模拟会产生一定的影响; 其三, 粒子有限元法的可靠性及其效率在一定程度上依赖于强健的网格生成技术。所生成网格的质量对下一步计算域的识别存在一定影响; 此外, 由于在整个模拟过程中需频繁重划分网格, 所以网格生成速率也会影响整体计算效率。对于二维问题, 网格生成消耗的时间在总体分析时间中比重较小, 但这一比重可能在三维分析中有一定程度的增加。虽然如此, 粒子有限元法的整体计算速度仍高于无网格法。此外, 值得一提的是粒子有限元法是针对连续变形问题的模拟所发展的方法, 其对强间断问题的模拟(如断裂力学问题)并无明显优势。

4 数值算例

本节采用粒子有限元法模拟了“准平面应变”颗

粒柱的准静态和动态坍塌问题以及边坡稳定。在本文的数值模拟中, 材料的力学行为均采用完全刚塑性模型来表征, 屈服准则采用 Mohr-Coulomb 准则。材料构型采用文献[9]中介绍的三角形混合等参单元进行空间离散, 位移和应力分别作为独立变量单独进行插值(位移为二次分布, 应力为线性分布)。这一混合单元相较于线性三角形单元具有更高的精度, 且更适用于岩土工程问题的模拟。

4.1 准静态坍塌

颗粒柱坍塌的模型设置见图 4, 颗粒柱的长和高分别为 d 和 h , 左端墙固定, 右端墙可水平移动从而导致颗粒柱的失稳。这一模型试验与众多实际工程问题相关, 如在岩土工程领域, 右端墙缓慢移动导致的颗粒柱坍塌与由于挡土墙移动导致的土体失稳类似, 而右端墙瞬间移除导致的颗粒柱坍塌可看成山体滑坡问题的简单模型试验, 因此近几年这一模型试验在各个学科都引起了广泛关注。为了验证粒子有限元法的正确性并展示其处理大变形问题的能力, 本节模拟了文献[19, 20]中颗粒柱高宽比例较大的准静态坍塌问题(右端墙缓慢移动), 即颗粒柱尺寸为 $d = 2\text{ cm}$, $h = 11\text{ cm}$ 。颗粒材料参数采用文献[19, 20]中给定的值, 即材料体积密度 $\rho = 1490\text{ kg/m}^3$, 内聚力 $c = 0$, 内摩擦角 $\varphi = 28^\circ$, 膨胀角 $\psi = 0^\circ$, 颗粒材料与墙体摩擦系数 $\mu = \tan 25^\circ$, 重力加速度 $g = -9.8\text{ m/s}^2$ 。在数值模拟中, 可移动墙的水平速度设为 0.5 cm/s , 在这一速度下颗粒材料的惯性力影响可忽略不计, 故坍塌过程可以认为是准静态。

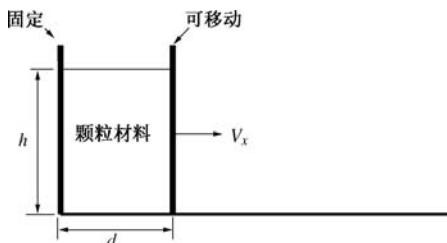


图 4 模型设置示意图

Fig. 4 Model setup

本文首先对这一坍塌问题做了一系列试算。试算结果表明当所采用的网格总数大于 1600 时计算精度能够得到保证, 即进一步增加网格总数并不会对模拟结果产生明显影响。图 5(a) 为离散后的颗粒柱构型(共 1740 个三角形混合等参元, 单元内位移采用二次插值, 应力采用线性插值)。每个增量分析步中, 墙体位移设置为 0.02 cm (即为颗粒柱初始宽度的 1%, 颗粒柱初始高度的 0.18%)。在这一位移条件下, 单个分析步中颗粒柱的变形并不是很大, 因此在模拟过程中每 3 个分析步进行一次边界识别和网格的重划分。每

一次的网格重划分均可能导致网格总数的改变，但在每个分析步中网格总数一直保持在 1740 到 1800 之间。

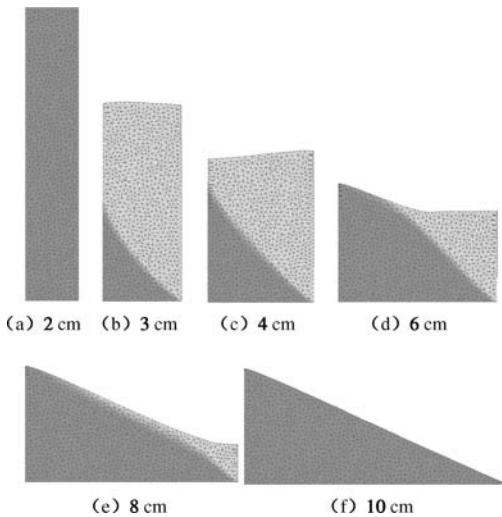


图 5 右端可移动墙体在不同位置处的颗粒材料构型

Fig. 5 Configuration of granular columns with right moving wall at different places

图 5 给出了采用粒子有限元法模拟出的颗粒柱的准静态坍塌过程。浅灰色区域表征在当前分析步中由于墙体移动导致坍塌的颗粒材料，而黑色区域则表征在当前分析步中始终保持静止的颗粒材料，黑灰色区域的分界面可认为是颗粒坍塌的滑移面。如图 5 所示，随着右端墙体的移动，颗粒柱自由表面高度会逐渐下降。当自由表面远离滑移面尖端时，自由表面基本保持水平；但当靠近滑移面尖端时，靠近固定墙端的自由表面下降速度较快，而靠近移动墙端的自由表面下降速度较慢，从而导致了自由表面的变形。随着右端墙体的继续移动，颗粒柱自由表面左端会与滑移面尖端重合。从此刻起，颗粒柱表面右端下降速度快于左端。随着墙体的进一步移动，颗粒柱最后形成一个直角三角形，三角形右端的锐角度数略小于颗粒材料的内摩擦角度数。以上数值模拟结果与文献[19, 20]中观测到的试验结果完全吻合。

图 6 给出了颗粒柱自由表面靠近左端固定墙处和靠近右端移动墙处的材料的位置变化曲线。同时，图 6 给出了文献[19, 20]中的试验观测和离散元(DEM)模拟结果。值得强调的是，DEM 模拟中的单个颗粒的微观材料参数的取值与本文中颗粒材料宏观材料参数的取值是对应的(详见文献[20])，因此文献[20]中的 DEM 模拟结果和本文的 PFEM 模拟结果具有可比性。从图 6 中可看出，PFEM 的模拟结果与 DEM 的模拟结果非常吻合。但是同时也发现，对于靠近固定墙端的颗粒柱自由表面位置，数值模拟结果略低于试验观测结果，而对于靠近移动墙端的颗粒柱自由表面位置，

数值模拟结果略高于试验观测结果。这是由于本文的数值模拟以及图 6 中显示的 DEM 结果均是基于二维平面应变情况，而在试验中颗粒柱两侧的墙体对自由表面的下降产生一定的影响，因此模拟结果与试验结果有一定差距。文献[20]显示，当采用三维 DEM 时，模拟结果与试验结果会更加接近。

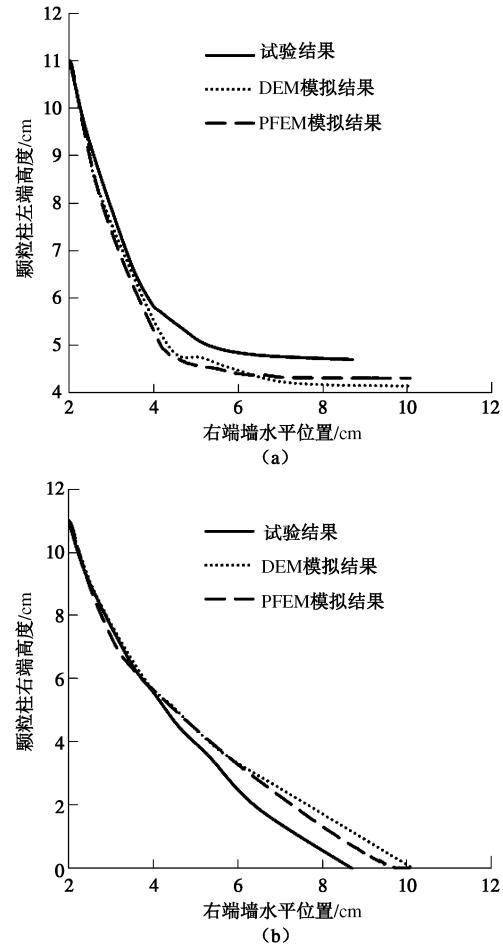


图 6 颗粒柱两端高度

Fig. 6 Heights of two sides of granular columns

4.2 动态坍塌

本节进一步考虑了颗粒柱的动态坍塌过程^[21](即瞬间移除右端可移动墙所导致的颗粒柱坍塌)，并将模拟结果与文献[21]中的试验观测结果进行了对比。在本节的数值模拟中，颗粒柱尺寸及材料参数取值与文献[21]中的给定值相同，即： $d = 20 \text{ cm}$ ， $h = 10 \text{ cm}$ ， $\rho = 1490 \text{ kg/m}^3$ ， $c = 0$ ， $\varphi = 19^\circ$ ， $\psi = 0^\circ$ ， $\mu = \tan \phi$ 。重力加速度 $g = -9.8 \text{ m/s}^2$ 。值得注意的是文献[21]中采用铝棒来模拟颗粒材料的二维坍塌问题。试验中所采用的铝棒的密度为 2650 kg/m^3 ，与本文数值模拟中采用的体积密度 ρ 的值并不相符，但是针对颗粒柱动力坍塌过程的试验研究表明^[22-23]：在颗粒材料的其他参数相同的情况下，颗粒密度并不影响坍塌的过程。因此，虽然模拟中采用的材料的体积密度与试验中的密

度不同,但这并不会影响在坍塌过程方面的模拟结果。

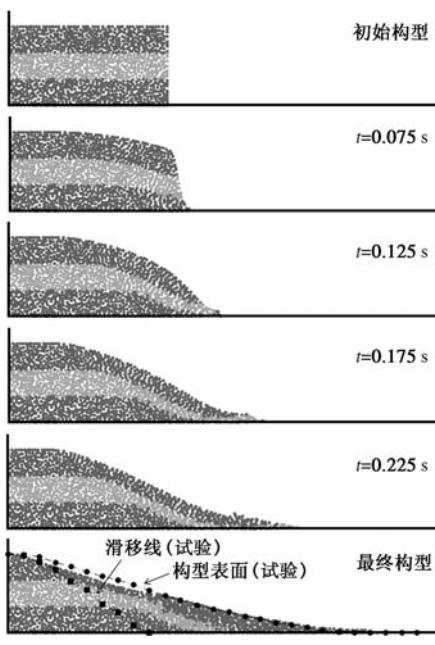


图 7 不同时刻颗粒柱的构型

Fig. 7 Configuration of granular columns at different time

采用粒子有限元法模拟的颗粒柱的动态坍塌过程如图 7 所示。对于动力坍塌的模拟与上节相同均做了试分析, 所使用的网格数足够保证计算精度。由于坍塌速度较快, 故在每一个分析步后均进行了计算域的重新识别和网格的重新划分。图中的粒子为有限元的网格节点 (共 4100 个节点), 粒子被渲染成不同颜色以观察颗粒柱内部的破坏。移除右端墙后, 颗粒柱右端随即开始坍塌, 其上表面部分区域也开始变形, 但是上表面仍然存在一部分未扰动区。随着坍塌的进行, 上表面的未扰动区逐渐减小。从图 7 中可看出, 在整个坍塌过程中, 颗粒柱左下角存在一个区域始终保持静止状态。这个静止区域的表面定义为滑移线。从图 7 中的颗粒柱的最终构型可看出, 数值模拟出的滑移线与试验观测的滑移线十分吻合, 同时颗粒柱最终构型的表面与试验观测结果一致。值得注意的是, 动态坍塌中, 当颗粒材料达到最终稳定状态时, 其最终构型前段的倾斜角度明显小于内摩擦角, 而准静态坍塌中的最终构型的前段倾斜角非常接近内摩擦角。这一区别主要由于在动态坍塌中颗粒柱较大动能使得前端颗粒材料滑行得更远, 从而最终角度更小。

4.3 边坡稳定性问题

为了进一步显示粒子有限元法对于岩土工程问题的分析能力, 本节考虑图 8 所示的边坡稳定性问题^[24] (长度单位: m)。模型左右端水平方向固定, 底部水平及垂直方向均固定。土体材料参数为: $\rho = 2040 \text{ kg/m}^3$, $c = 10 \text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 0^\circ$ 。重力

加速度 $g = -9.8 \text{ m/s}^2$ 。构型由 4500 个三角形单元离散。

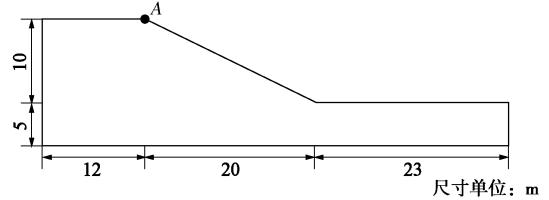


图 8 边坡稳定模型设置示意图

Fig. 8 Model setup for slope stability

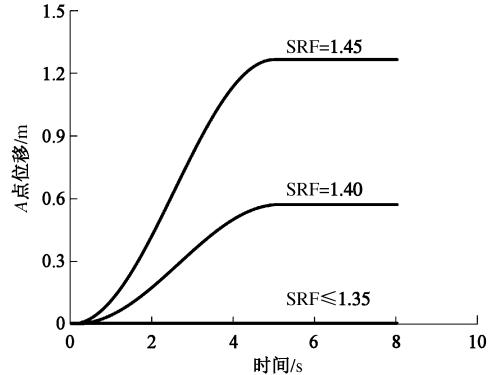


图 9 A 点位移随时间变化图

Fig. 9 Variation of displacement at point A with time

首先, 本节采用强度折减法计算该边坡的安全系数。剪切强度折减系数由 SRF 表示。图 9 给出了在不同 SRF 下 A 点总位移随时间的变化。如图所示, 当 $SRF \leq 1.35$ 时, A 点总位移始终为零; 当 $SRF \geq 1.40$ 时, 土体贯穿破坏形成使得 A 点开始运动。本文所采用的是刚塑性模型, A 点位移大于零则表示材料出现塑性变形。因此该边坡的安全系数为 1.40 (与文献[24]的计算结果一致)。为获得更准确的安全系数, 可进一步减小 SRF 的增量值 (当前 SRF 计算的增量为 0.05)。同时由图 9 中可以看到, $SRF = 1.40$ 时 A 点的位移并非无限制的增大, 而是到达 0.6 m 后则保持不变。这是由于, SRF 等于 1.40 是贯穿破坏形成的临界条件, 土体在经历较小变形后随即再次达到稳定状态。

很多情况下, 岩土材料在达到塑性极限后会出现材料软化现象 (比如内聚力进一步减小), 从而使得边坡并不能很快再次达到平衡, 而是进一步的破坏从而导致较大变形。为了显示粒子有限元法在这一问题模拟上的优势, 这里人为将内聚力减小为 $c = 1 \text{ kPa}$ 而保持其他材料参数不变。在模拟中, 时间步长取为 0.01 秒 (试算分析显示这一时间步长已足够保证计算精度), 每个增量分析步均进行边界重识别和网格重划分。图 10 给出了采用粒子有限元法模拟得到的边坡破坏的全过程。如图所示, 在这一材料参数下边坡经历了较大变形。传统有限元法在这一情况下会遇到极大

的网格扭曲及自由边界演化问题而失效。然而, 粒子有限元法则能很好地模拟整个失稳及再稳定过程。由此可看出, 粒子有限元法不仅能够准确的计算出边坡的安全系数, 当采用合适的本构模型时还能够有效地模拟出其后破坏和再稳定过程。从而给出较完整的灾害评估。

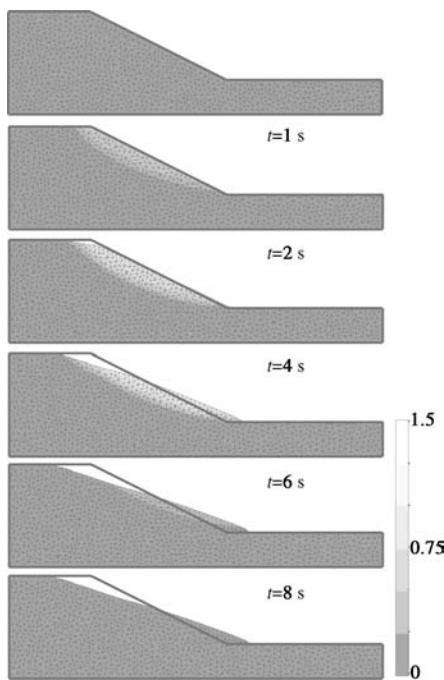


图 10 不同时刻下的边坡构型

Fig. 10 Configuration of slope at different time

5 结语

本文详细阐述了粒子有限元法的基本思想及其实现步骤, 并针对粒子有限元法中的几个关键问题进行了讨论。从上文的讨论中可看出, 粒子有限元法是传统拉格朗日有限元法的一种扩展, 它不仅继承了传统有限元法坚实的数学基础, 同时又拥有处理任意大变形问题的能力。不仅如此, 基于已有的有限元程序甚至商业软件开发粒子有限元法是直接的, 原有的有限元程序的核心部分并不需要做任何修改。

为验证粒子有限元法的正确性并展示其能力, 本文采用粒子有限元法对准静态和动态颗粒柱的坍塌问题以及边坡稳定性问题进行了模拟。模拟结果表明, 粒子有限元法能够处理包含材料任意大变形和自由表面演化的流固转换问题; 同时模拟结果与试验结果的对比验证了粒子有限元法的准确性。

鉴于其处理大变形问题的能力, 粒子有限元法在岩土工程领域具有广阔的应用前景。结合有效的本构模型, 粒子有限元法可将岩土材料的破坏过程和后破坏行为这两个环节统一在一个数值分析过程中, 如针

对边坡稳定性问题, 粒子有限元法不仅能够预测边坡何时失稳, 同时能够模拟失稳后土体的流动状态及其再稳定行为。

参考文献:

- [1] DONEA J, HUERTA A, PONTHOT J P, et al. Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods[M]. New York: John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [2] NAZEM M, SHENG D C, CARTER J P. Stress integration and mesh refinement for large deformation in geomechanics[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, **65**(7): 1002 - 1027.
- [3] 毕庆涛, 肖昭然, 丁树云, 等. 静压桩压入过程的数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(增刊 2): 74 - 77. (BI Qing-tao, XIAO Zhao-ran, DING Shu-yun, et al. Numerical modeling of penetrating of jacked piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(S2): 74 - 77. (in Chinese))
- [4] 王宣平, 李锡夔. 基于 ALE 方法的 3D 充填流动模拟[J]. 计算力学学报, 2009, **26**(6): 823 - 828. (WANG Xuan-ping, LI Xi-kui. Numerical simulation of three dimensional mold filling flow using Arbitrary Lagrangian Eulerian finite element method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2009, **26**(6): 823 - 828. (in Chinese))
- [5] OÑATE E, IDELSOHN S R, DEL PIN F, et al. The particle finite element method - an overview[J]. International Journal of Computational Methods, 2004, **1**(2): 267 - 307.
- [6] ZHANG X, KRABBENHOFT K, PEDROSO D M, et al. Particle finite element analysis of large deformation and granular flow problems[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **54**: 133 - 142.
- [7] CARBONELL J, OÑATE E, SUÁREZ B. Modeling of ground excavation with the particle finite-element method[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, **136**(4): 455 - 463.
- [8] ZHANG X, KRABBENHOFT K, SHENG D. Particle finite element analysis of the granular column collapse problem[J]. Granular Matter, 2014, **16**(4): 609 - 619.
- [9] ZHANG X, KRABBENHOFT K, SHENG D, et al. Numerical simulation of a flow-like landslide using the particle finite element method[J]. Computational Mechanics, 2015, **55**(1): 167 - 177.
- [10] ZHANG X, SHENG D, KOURETZIS G P, et al. Numerical investigation of the cylinder movement in granular matter[J]. Physical Review E, 2015, **91**(2): 022204.
- [11] EDELSBRUNNER H, MUCKE E P. Three-dimensional

- alpha shapes[J]. ACM Transactions on Graphics, 1994, **13**(1): 43 – 72.
- [12] CREMONESI M, FRANGI A, PEREGO U. A Lagrangian finite element approach for the analysis of fluid-structure interaction problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, **84**(5): 610 – 630.
- [13] KRABBENHOFT K, LYAMIN A V. Computational Cam clay plasticity using second-order cone programming[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012(209/210/211/212): 239 – 249.
- [14] KRABBENHOFT K, LYAMIN A V, SLOAN S W. Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, **44**(5): 1533 – 1549.
- [15] 蒋明镜, 肖 俞, 朱方园. 深海能源土宏观力学性质离散元数值模拟分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(1): 157 – 163.
(JIANG M, XIAO Y, ZHU F. Numerical simulation of macro-mechanical properties of deep-sea methane hydrate bearing soils by DEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(1): 157 – 163. (in Chinese))
- [16] 黄晚清, 陆 阳. 散粒体重力堆积的三维离散元模拟[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(12): 2139 – 2143. (HUANG Wan-qing, LU Yang. 3D DEM simulation of random packing of particulates under gravity[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(12): 2139 – 2143. (in Chinese))
- [17] 王志亮, 徐庆华. 无网格法在静载下土体二维固结问题中的应用[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(1): 152 – 154. (WANG Zhi-liang, XU Qing-hua. Application of meshless method in soil 2-D consolidation subjected to static uniform loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(1): 152 – 154. (in Chinese))
- [18] 黄 雨, 郝 亮, 野々山人. SPH 方法在岩土工程中的研究应用进展[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(2): 256 – 262.
(HUANG Yu, HAO Liang, NONOYAMA H. The state of the art of SPH method applied in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(2): 256 – 262. (in Chinese))
- [19] MÉRIAUX C. Two dimensional fall of granular columns controlled by slow horizontal withdrawal of a retaining wall[J]. Physics of Fluids, 2006, **18**(9): 093301.
- [20] OWEN P J, CLEARY P W, MÉRIAUX C. Quasi-static fall of planar granular columns: comparison of 2D and 3D discrete element modelling with laboratory experiments[J]. Geomechanics and Geoengineering: An International Journal, 2009, **4**(1): 55 – 77.
- [21] BUI H H, FUKAGAWA R, SAKO K, et al. Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic–plastic soil constitutive model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2008, **32**(12): 1537 – 1570.
- [22] LAJEUNESSE E, MANGENEY-CASTELNAU A, VILOTTE J P. Spreading of a granular mass on a horizontal plane[J]. Physics of Fluids, 2004, **16**(7): 2371 – 2381.
- [23] LUBE G, HUPPERT H E, SPARKS R S J, et al. Collapses of two-dimensional granular columns[J]. Physical Review E, 2005, **72**(4): 041301.
- [24] GRIFFITHS D V, LANE P. A Slope stability analysis by finite elements[J]. Géotechnique, 1999, **49**: 387 – 403.