

DOI: 10.11779/CJGE201601016

# 参数自适应差分演化算法在面波频散曲线反演中的应用

程 飞<sup>1</sup>, 刘江平<sup>\*1</sup>, 毛 茂<sup>2</sup>, 王 京<sup>1</sup>, 宋先海<sup>1</sup>

(1. 中国地质大学(武汉) 地球内部多尺度成像湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430074;

2. 中交第二航务工程勘察设计院有限公司, 湖北 武汉 430071)

**摘要:** 针对传统差分演化算法在反演瑞雷波频散曲线中存在交叉概率和缩放因子选取不当导致反演结果不准确等问题, 在传统差分演化算法的基础上, 把控制参数直接编码到个体中, 即采用参数自适应差分演化算法对高频瑞雷波频散曲线进行反演来获得近地表的横波速度结构。合成和实际数据的反演实验结果表明: 参数自适应差分演化算法继承了传统差分演化算法简单、高效的特点同时, 还可在频散曲线的反演中自动地选取合适的参数值并正确地进行反演迭代, 无需再通过试验获得交叉概率和缩放因子两个控制参数; 频散曲线反演中目标函数的收敛性好, 改进算法在迭代的过程中能够快速收敛到全局最优; 模型参数的概率分布高, 即在大的空间搜索范围内, 参数自适应差分演化算法仍然能够准确地搜索到真值范围并找到全局极小值, 保证了反演的结果可靠度, 使其能有效地应用于瑞雷波频散曲线的反演和解释。

**关键词:** 瑞雷波; 频散曲线反演; 差分演化; 参数自适应

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)01-0147-08

作者简介: 程 飞(1987-), 男, 山西和顺人, 博士, 主要从事近地表地球物理勘探方面的研究工作。E-mail: chengfly03@126.com。

## Self-adapting control parameters-based differential evolution algorithm for inversion of Rayleigh wave dispersion curves

CHENG Fei<sup>1</sup>, LIU Jiang-ping<sup>1</sup>, MAO Mao<sup>2</sup>, WANG Jing<sup>1</sup>, SONG Xian-hai<sup>1</sup>

(1. Hubei Subsurface Multi-scale Imaging Key Laboratory, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan 430074, China; 2. CCCC  
Second Harbor Consultants Co., Ltd., Wuhan 430071, China)

**Abstract:** The differential evolution algorithm has been widely used in geophysical inversion including inversion of Rayleigh wave dispersion curves. At present the traditional differential evolution algorithm is sensitive to the control parameters set in the process of inversion of Rayleigh wave dispersion curves, and improper selection of the parameters will make the inversion results untrue. Based on the traditional differential evolution algorithm applied in the inversion of Rayleigh wave dispersion curves, the two control parameters, namely crossover probability and zoom factor, are directly coded to individuals, and the differential evolution algorithm with self-adapting control parameters in the inversion of high-frequency Rayleigh wave dispersion curves is adopted to obtain near-surface shear-wave velocity profiles. The results from both synthetic and actual field data demonstrate that: (1) The proposed algorithm not only inherits the simple and efficient features of standard differential evolution algorithm, but also can automatically pick proper parameter values for correct inversion iteration in the inversion of dispersion curves, without relying on the crossover control parameter and amplification factor of the difference vector. (2) The objective function in the proposed algorithm is proved to be able to rapidly converge to the global optimization solution. (3) The wide probability distribution of model parameters, which means the proposed algorithm can define the scope of true-value and find the global minimum even in an extensive search space and guarantee the reliability of inversion results. The proposed algorithm can be applied effectively in the inversion of Rayleigh wave dispersion curves.

**Key word:** Rayleigh wave; inversion of dispersion curve; differential evolution; adaptive parameter control

## 0 引言

瑞雷波是一种由纵波和横波的干涉波形成、沿着自由表面传播的波<sup>[1]</sup>。瑞雷波由于其具有衰减慢、信噪比高、抗干扰能力强的特点, 及其在层状介质中的

频散等特性, 已经在多个领域获得应用。如通过瑞雷

基金项目: 国家自然科学基金项目(41174113)

收稿日期: 2015-01-05

波来获取近地表的横波 (S 波) 速度结构<sup>[2]</sup>, 刻画基岩面<sup>[3]</sup>, 岩溶探测<sup>[4]</sup>, 路基压实度<sup>[5]</sup>及路基的无损检测<sup>[6]</sup>, 获取近地表地层的品质因子<sup>[7]</sup>, 评估浅层土壤的液化特性<sup>[8]</sup>等。获得瑞雷波频散曲线后, 频散曲线的反演对获取横波速度剖面就非常重要。全局最优化算法由于不依赖初始模型以及不需要求取方向导数等优点, 已经被广泛应用于瑞雷波的频散曲线反演中来: 如 Yamanaka 等采用遗传算法来反演频散曲线来获得地下结构<sup>[9]</sup>; Beaty 等利用模拟退火算法反演多模式的瑞雷波频散曲线<sup>[10]</sup>; Shirazi 等通过人工神经网络法反演频散曲线以获得路面结构<sup>[11]</sup>; Song 等先后将模式识别算法<sup>[12]</sup>、粒子群算法<sup>[13]</sup>应用到了频散曲线的反演中。付代光等基于贝叶斯理论改进了粒子群算法, 对软弱夹层多模式瑞雷波频散曲线进行了相关的研究工作<sup>[14]</sup>。

近年来, 随着演化算法的不断发展, 新的演化算法也不断应用到瑞雷波频散曲线的反演中来, 差分演化算法就是其中的一种。差分演化算法由 Storn 等<sup>[15-16]</sup>首次提出, 由于其结构简单、效率高、鲁棒性好等优点, 已经被广泛应用与数学、物理、计算机、工程、地学等各个不同的领域。

在瑞雷波勘探方面, Cheng 等<sup>[17]</sup>和 Song 等<sup>[18]</sup>在 2014 年将传统的差分演化算法应用到了高频瑞雷波的反演中, 并取得了一定的成果。不过传统的差分演化算法在反演瑞雷波频散曲线时也存在一定的不足, 即传统的差分演化算法在频散曲线反演中, 对两个控制参数交叉概率  $CR$  和缩放因子  $F$  是很敏感的, 不同的参数值决定了反演的效率和反演的结果, 而传统的差分演化算法在选择参数时, 大多是根据经验或采用试错法来获取, 选取不当可能会导致算法不收敛或早熟。

鉴于此, 本文在传统差演化算法的基础上, 引入 Brest 等<sup>[19]</sup>提出的参数自适应控制算法, 即采用参数自适应差分演化算法对瑞雷波的频散曲线进行反演, 并获取横波速度结构。为了验证参数自适应差分演化算法在瑞雷波频散曲线反演中的可行性与有效性, 对 3 个典型地质模型的理论频散曲线进行反演, 并分析了算法的抗噪能力, 最后采用实际的瑞雷波记录对参数自适应差分演化算法进行实用性检验。理论和实际的结果表明, 参数自适应差分演化算法能够自动选取合适的参数值并能正确地进行反演迭代, 可有效地对瑞雷波频散曲线进行反演与解释, 避免了控制参数选取中的人为因素, 提高了算法的适用性和稳定性。

## 1 差分演化算法的基本原理

差分演化算法<sup>[15-16]</sup>作为群体全局最优化演化算法的一种, 具有与其他演化算法相似的流程, 包括群体的初始化和群体的演化。在初始化的时候, 随机生成

一个初始的种群, 然后通过变异、杂交和选择算子对种群进行逐代的演化, 直到满足算法的终止条件后停止。差分演化算法中包含个体的编码与初始化、差分变异算子和选择算子等。

### 1.1 编码与初始化

经典差分演化算法采用实数编码, 这使得算法更适合于求解实数优化问题。算法首先在问题的可行解空间内, 随机生成初始化种群。假设所求解的问题自变量有  $D$  维, 则群体中的第  $i$  个个体可以表示为

$$X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(D)\} \quad (1)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, NP$  是当前的个体,  $NP$  为种群的规模;  $j = 1, 2, \dots, D$ ,  $D$  是求解问题的维度。初始种群在自变量定义的范围内随机均匀初始化, 即

$$x_i(j) = \text{rand}_j(l(j), u(j)) \quad (2)$$

其中,  $l$  和  $u$  分别为自变量范围的最小值和最大值,  $\text{rand}_j$  表示一个位于  $l$  和  $u$  之间的满足均匀分布的随机数。值得说明的是, 对于不同的解向量, 它的每一维元素值都是独立生成的。

### 1.2 差分变异算子

差分演化算法中最重要的算子是差分变异算子, 该算法也正因此算子而得名。差分演化算法中的变异操作不同于一般的遗传算法, 它的变异操作的基本原理是将一个差分向量加到一个基向量上去, 如下所示:

$$V_i = X_{\text{best}} + F(X_{r_2} - X_{r_3}) \quad (3)$$

式中,  $X_{\text{best}}$  为当前群体的最优个体,  $r_2 \neq r_3 \neq i$  为群体中随机选择的 2 个个体;  $V_i$  是变异向量;  $X_{r_2} - X_{r_3}$  是差分向量;  $F$  为缩放因子, 用于对差分向量进行缩放, 从而可以控制搜索步长。式(3)所示的算子较为常用, 本文的计算均采用该算子进行, 除了该算子外, 还有 9 个变异算子, 本文暂不讨论。

### 1.3 杂交算子

差分演化算法采用离散杂交算子, 其中包括二项式杂交和指数杂交。杂交算子把通过变异算子产生的变异向量  $V_i$  与父个体向量  $X_i$  进行离散杂交得到试验向量  $U_i$ 。二项式杂交向量可以表示为

$$U_i(j) = \begin{cases} V_i(j) & \text{if } (\text{rand}_j \leq CR \text{ or } j = j_{\text{rand}}) \\ X_i(j) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $CR$  表示交叉概率, 范围为  $[0, 1]$  需提前给定,  $\text{rand}_j$  为  $[0.0, 1.0]$  之间的一个随机整数  $j = 1, 2, \dots, D$ ,  $j_{\text{rand}}$  是  $[1, D]$  之间的一个随机整数, 保证试验向量中至少有一维是来自于变异向量, 从而避免与父个体向量相同。在差分演化算法中各个变异算子均可以与指数杂交算子相结合。

### 1.4 选择算子

差分演化算法通过变异算子和杂交算子产生子

代群体之后, 采用一对一竞标赛选择算子将子个体与相应的父个体进行比较, 较优者保存到下一代群体中。

对于最小优化问题其选择算子可以描述为

$$X_i = \begin{cases} U_i & \text{if } (f(U_i) \leq f(X_i)) \\ X_i & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (5)$$

式中,  $f(x_{i,G})$ 是个体  $X_i$ 的适应值。由于差分演化算法是采用一对一竞标赛选择, 因此该算法是一种保存精英个体的稳态演化算法。一旦新的群体形成之后, 差分演化算法继续通过变异、杂交和选择算子对群体不断进行演化, 直到达到终止条件后退出。

## 2 自适应差分演化反演频散曲线原理

针对控制参数交叉概率  $CR$  和缩放因子  $F$  这两个参数过于敏感的问题, Brest 等<sup>[19]</sup>在解决最优化问题时提出了一种参数自适应差分演化算法, 该算法把控制参数  $CR$  和  $F$  直接编码到个体中, 通过自适应控制机制对它们进行控制, 这样  $CR$  和  $F$  就能随着演化自适应改变。具体的原理如下:

如计算的群体中第  $i$  个个体  $X_i$  可以表示为  $X_i = \langle \mathbf{x}_i, CR_i, F_i \rangle^T$ , 其中  $\mathbf{x}_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,j}, \dots, x_{i,D}]^T$  为第  $i$  个个体  $X_i$  的  $D$  维自变量向量,  $i=1, \dots, NP$ ,  $j=1, \dots, D$ ,  $NP$  为种群大小。对于每个个体的交叉概率  $CR$  和缩放因子  $F$  这两个控制参数, 参数自适应算法采用如下规则进行更新:

$$F_i = \begin{cases} F_i + \text{rand}_1 \cdot F_u & \text{if } (\text{rand}_2 < \tau_1) \\ F_i & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (6)$$

$$CR_i = \begin{cases} \text{rand}_3 & \text{if } (\text{rand}_4 < \tau_2) \\ CR_i & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (7)$$

式中,  $\text{rand}_j (j=1, 2, 3, 4)$ 是在 $[0,1]$ 之间的均匀随机数; 根据 Brest 等<sup>[19]</sup>的研究结果, 取  $F_i=0.1$ ,  $F_u=0.9$ , 则  $F$  为 $[0.1, 1.0]$ 之间的随机数, 此外设  $\tau_1=0.1$  和  $\tau_2=0.1$ , 是调节参数  $CR_i$  和  $F_i$  的概率参数。

由于对控制参数利用了启发式准则, 每个个体的控制参数会根据实际的演化过程, 获取有效的信息, 并在变异和杂交操作之间进行更新, 从而影响随后的重组(变异与杂交)和选择操作, 获得最优化的解。

在瑞雷波勘探的实际应用中, 基阶波是能量最强、最易观测到也是最广泛的, 所以本文采用基阶模式的瑞雷波频散曲线来反演表层的结构。此外 Xia 等<sup>[2]</sup>的研究工作表明, 与瑞雷波频散曲线特征变化关系最密切的是地层的横波速度, 其次是地层厚度、纵波速度和地层密度。因此为减少反演时的计算量及其它的影响, 本文在反演地下结构时只反演横波速度和厚度, 纵波速度(泊松比)、密度这些参数假定是已知的。

实际情况下, 往往没有先验信息来估算表层的横

波速度和厚度值, 为了与实际的情况更为贴近, 反演时每个个体内的初始模型在一个给定的速度和厚度范围内随机生成, 无需再给定初始模型, 即

$$\begin{cases} V_{s0} = V_R^{\min} + \text{rand}(0,1)(V_R^{\max} - V_R^{\min}), \\ H_0 = H_R^{\min} + \text{rand}(0,1)(H_R^{\max} - H_R^{\min}) \end{cases}. \quad (8)$$

频散曲线反演的过程是一个求解目标函数最小值的优化问题。反演的目标函数由实测的与理论计算的相速度之均方差 (RMS)给出, 即

$$F = \|V_R^{\text{obs}} - V_R^{\text{theo}}\| / \sqrt{m}, \quad (9)$$

式中,  $V_R^{\text{obs}}$  为一个  $m \times 1$  维的实测瑞雷波相速度向量;  $V_R^{\text{theo}}$  为一个  $m \times 1$  维的理论计算的瑞雷波相速度向量,  $m$  为频点数,  $\|\cdot\|$  为向量的  $L_2$  范数; 频散曲线的正演模拟采用的是快速 Schwab-Knopoff 算法<sup>[20]</sup>。反演的终止条件为达到一定的迭代次数或者是最小目标函数值(拟合差)达到一个先前给定的值。

在种群规模的选择上, 为保证在演化过程中有足够的差分变异向量, 研究中种群的大小取  $20*D$ , 其中  $D$  为求解问题的维数。此外由于采用了参数自适应差分演化算法, 因此交叉概率  $CR$  和变异概率  $F$  不再需要进行测试和预先给定, 在反演的过程中分别在 $[0, 1]$ 和 $[0.1, 1]$ 中随机选取并自行地进行匹配和更新。

## 3 理论模型反演

选择适当的控制参数对传统差分演化反演瑞雷波曲线是个困难的工作, 因为控制参数的设置需要对应不同的问题。Cheng 等<sup>[17]</sup>和 Song 等<sup>[18]</sup>均证明了传统差分演化算法在瑞雷波频散曲线反演中的有效性, 只是在反演中需人为地选择控制参数  $CR$  和  $F$ 。本文采用参数自适应差分演化算法对瑞雷波频散曲线进行反演, 可简化此过程, 不再需要人为地去选择和调整这些能决定反演结果的参数, 而是会根据实际的演化过程, 获取有效的信息, 并在变异和杂交操作间进行更新。

为讨论参数自适应差分算法在瑞雷波频散曲线反演中的有效性和稳定性, 设计 3 个典型的、在实际浅层工程勘察中经常遇到的理论地质模型, 如表 1 所示, 模型 A 是一个横波速度递增的四层地质模型; 表 2 所示的模型 B 是一个含有低速夹层的四层地质模型, 比如实际中较为常见的路面结构; 模型 C (表 3) 所示的是一个含有高速夹层的四层地质模型。计算中频带范围采用工程勘察上常用的 1~100 Hz, 频点数为 201 个。为了评价算法的搜索能力, 反演时采用较大的搜索范围, 即反演中模型的横波速度搜索范围为 100~800 m/s。这基本上覆盖了浅层地表地层的横波速度, 厚度的搜索范围均偏离真实值 $\pm 50\%$ , 即反演

表 1 正向速度递增模型参数和搜索范围 (模型 A)

Table 1 Model parameters of velocities increasing with depth and search space

层序号	横波速度 $V_s/(m\cdot s^{-1})$	纵波速度 $V_p/(m\cdot s^{-1})$	密度 $\rho/(kg\cdot m^{-3})$	层厚 $H/m$	搜索范围	
					横波速度 $V_s/(m\cdot s^{-1})$	层厚 $H/m$
1	200.00	663.00	1900.00	4.00	100.00~800.00	2.00~6.00
2	300.00	995.00	1900.00	2.00	100.00~800.00	1.00~3.00
3	400.00	1327.00	1900.00	6.00	100.00~800.00	3.00~9.00
半空间	500.00	1658.00	1900.00	$\infty$	100.00~800.00	$\infty$

表 2 低速夹层模型参数和搜索范围 (模型 B)

Table 2 Model parameters with a soft layer trapped between two stiff layers and search space

层序号	横波速度 $V_s/(m\cdot s^{-1})$	纵波速度 $V_p/(m\cdot s^{-1})$	密度 $\rho/(kg\cdot m^{-3})$	层厚 $H/m$	搜索范围	
					横波速度 $V_s/(m\cdot s^{-1})$	层厚 $H/m$
1	200.00	663.00	1900.00	2.00	100.00~800.00	1.00~3.00
2	160.00	530.00	1900.00	4.00	100.00~800.00	2.00~6.00
3	300.00	1102.00	1900.00	6.00	100.00~800.00	3.00~9.00
半空间	400.00	1470.00	1900.00	$\infty$	100.00~800.00	$\infty$

表 3 高速夹层模型参数和搜索范围 (模型 C)

Table 3 Model parameters with a stiff layer sandwiched between two soft layers and search space

层序号	横波速度 $V_s/(m\cdot s^{-1})$	纵波速度 $V_p/(m\cdot s^{-1})$	密度 $\rho/(kg\cdot m^{-3})$	层厚 $H/m$	搜索范围	
					横波速度 $V_s/(m\cdot s^{-1})$	层厚 $H/m$
1	150.00	498.00	1900.00	2.00	100.00~800.00	1.00~3.00
2	250.00	829.00	1900.00	4.00	100.00~800.00	2.00~6.00
3	200.00	841.00	1900.00	6.00	100.00~800.00	3.00~9.00
半空间	400.00	1470.00	1900.00	$\infty$	100.00~800.00	$\infty$

时不需要提供过于严格的横波先验信息。

### 3.1 不含噪声的理论模型反演分析

首先, 采用参数自适应差分演化算法对无噪声的理论数据进行频散曲线反演, 模型 A、模型 B、和模型 C 的反演的结果分别如图 1 (a)、图 1 (b) 和图 1 (c) 所示。对图 1 所示的反演结果分析可以发现, 在没有横波速度和厚度的先验信息情况下 (初始模型在给定范围内随机生成), 采用参数自适应差分演化算法反演后获得的模型的频散曲线 (图 1 中的实线) 能够和理论观测值 (图 1 中实心点) 相吻合。两者之间的平均相对误差均很小, 模型 A、模型 B 和模型 C 这 3 个模型中 7 个参数的最大相对误差分别为 0.03%, 0.01% 和 0.02%, 如表 4~6 所示。表明采用参数自适应差分演化算法获得的频散曲线和真实模型的频散曲线能够很好地拟合, 反演的参数值与真实相吻合, 即各个模型的真实值均被精确地反演和重建, 说明参数自适应差分演化算法可以很好地对理论瑞雷波频散曲线进行反演。

### 3.2 含噪声的理论模型反演分析

实际应用中采集的数据不可避免地会含有各种因素造成的随机误差, 数据噪声会导致反演算法的不稳定, 同时也会影响评价函数, 还有可能导致算法找到的解不是真正解。因此, 进一步检验参数自适应差分演化算在瑞雷波频散曲线的抗噪声能力是很有必要的。为此, 在前面设计的 3 个模型中分别加入 10% 的高斯白噪声作为随机扰动, 然后分别进行反演。

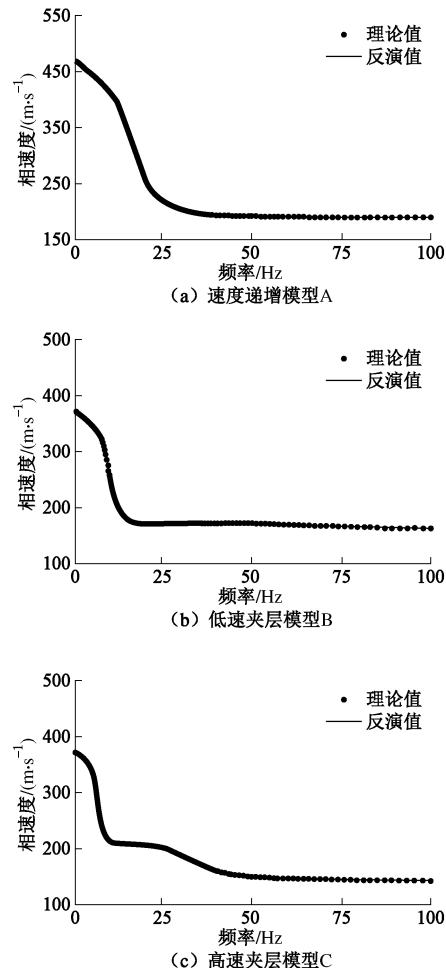


图 1 不含噪声理论模型反演结果图

Fig. 1 Inversion results of Model A, Model B and Model C with noise free synthetic data

加噪声后的频散曲线如图 2 (a)、图 2 (b) 和图 2 (c) 中的实心点所组成的曲线所示, 对加噪声的数据进行反演后, 获得的反演结果曲线如图 2 (a)、图 2 (b) 和图 2 (c) 中的实线所示, 从图中可以看出, 参数自适应差分演化算法在对含噪声的数据反演时仍然具有较强的稳定性。3 个模型的反演曲线(实线)能够很好地拟合理论值的相速度(实心点)曲线。模型 A、模型 B 和模型 C 这 3 个模型中 7 个参数的最大相对误差分别为 1.25%, 2.5% 和 2.25%, 如表 4~6 所示。反演结果是令人满意的, 说明在加入 10% 的噪声后随机噪声后, 参数自适应差分演化算法仍然可以对 3 个典型的地质模型进行反演与重构, 具有较好的抗噪声能力, 从而可以正确地对瑞雷波频散曲线进行解释。

### 3.3 算法反演结果分析

反演结果的可靠性、收敛性和有效性是评价反演算法的重要指标。为避免反演结果的偶然性, 每个模型在反演时, 均进行 30 次独立计算, 对 30 次独立反演的结果取平均, 作为最终的结果进行讨论。统计的结果如表 4~6 所示。从表中无噪声数据反演结果可以

看出: 3 个无噪声模型的反演结果中反演值和真实值相符, 不管是相对误差还是均方误差, 都趋近于零值, 证明每次的计算结果都是准确可靠的。对于含噪声数据, 3 个模型所有参数的相对误差最大不超过 2.5%, 均方差最大不超过 32.3, 说明每次反演的参数结果值均在真实值附近, 并且很接近真实值。因此可说明了采用参数自适应差分演化算法对瑞雷波频散曲线反演是可靠、准确的。

反演算法的收敛性判断, 需要分析算法在迭代过程中最小目标函数值是否是随着迭代次数逐渐减小, 不失一般性, 取第一次迭代的结果为例来说明。图 3 (a)、图 3 (b) 和图 3 (c) 是 3 个模型不含噪声与含 10% 噪声的最优解的目标函数值随迭代过程的变化曲线图。从不含噪声的变化曲线(实线)表明, 3 个模型的最优解的目标函数值均在整个反演的前 45 次左右迭代过程中迅速下降, 然后逐渐趋近于 0, 表明算法随着迭代次数逐渐收敛, 同时 3 个模型的迭代次数均不超过 200 次。对比图 3 (a)、图 3 (b) 和图 3 (c) 的目标函数值曲线可以看出, 含噪声的目标函数值会

表 4 模型 A 含噪声与不含噪声反演结果统计表

Table 4 Inversion results and statistics of noise free and noise data sets from Model A

参数	真实值	不含噪声			含 10% 噪声		
		反演均值	相对误差/%	标准差	反演均值	相对误差/%	标准差
$V_{s1}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	200.00	200.00	0.00	0.01	199.29	0.36	2.84
$V_{s2}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	300.00	299.90	0.03	1.45	302.80	0.93	21.96
$V_{s3}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	400.00	399.94	0.02	0.49	401.46	0.37	26.24
$V_{s4}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	500.00	500.00	0.00	0.09	498.88	0.28	4.08
$H_1/\text{m}$	4.00	4.00	0.00	0.01	3.95	1.25	0.49
$H_2/\text{m}$	2.00	2.00	0.00	0.03	1.99	0.50	0.46
$H_3/\text{m}$	6.00	6.00	0.00	0.02	5.95	0.83	0.88

表 5 模型 B 含噪声与不含噪声反演结果统计表

Table 5 Inversion results and statistics of noise free and noise data sets from Model B

参数	真实值	不含噪声			含 10% 噪声		
		反演均值	相对误差/%	标准差	反演均值	相对误差/%	标准差
$V_{s1}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	200.00	199.98	0.01	0.10	199.79	0.11	12.43
$V_{s2}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	160.00	160.00	0.00	0.01	158.22	1.11	6.87
$V_{s3}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	300.00	300.02	0.01	0.08	303.69	1.23	32.34
$V_{s4}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	400.00	400.00	0.00	0.00	399.76	0.06	3.11
$H_1/\text{m}$	2.00	2.00	0.00	0.01	2.05	2.50	0.41
$H_2/\text{m}$	4.00	4.00	0.00	0.01	3.92	2.00	0.56
$H_3/\text{m}$	6.00	6.00	0.00	0.01	6.06	1.00	1.14

表 6 模型 C 含噪声与不含噪声反演结果统计表

Table 6 Inversion results and statistics of noise free and noise data sets from Model C

参数	真实值	不含噪声			含 10% 噪声		
		反演均值	相对误差/%	标准差	反演均值	相对误差/%	标准差
$V_{s1}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	150.00	150.00	0.00	0.01	149.49	0.30	2.60
$V_{s2}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	250.00	250.01	0.01	0.06	252.08	0.83	12.50
$V_{s3}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	200.00	200.03	0.02	0.08	196.70	1.65	13.02
$V_{s4}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	400.00	400.00	0.00	0.00	398.47	0.38	4.81
$H_1/\text{m}$	2.00	2.00	0.00	0.00	1.99	0.50	0.18
$H_2/\text{m}$	4.00	4.00	0.00	0.01	4.09	2.25	1.06
$H_3/\text{m}$	6.00	6.00	0.00	0.01	5.93	1.17	1.33

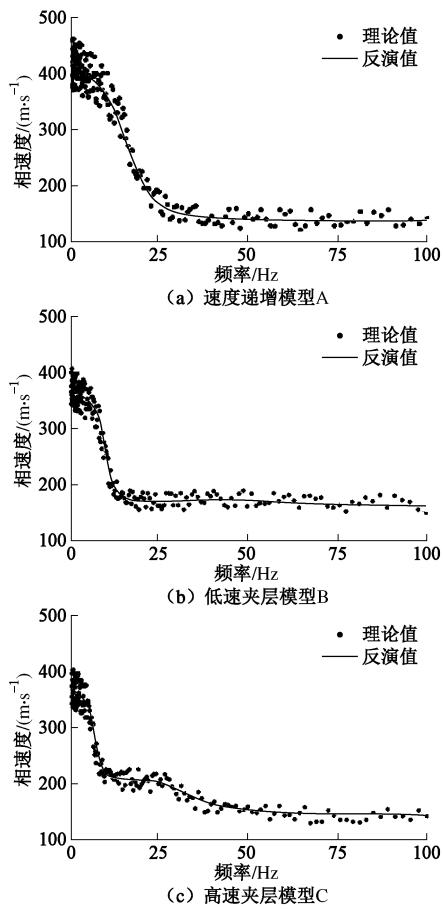


图 2 含 10% 噪声理论模型反演结果图

Fig. 2 Inversion results of Model A, Model B and Model C with contaminated synthetic data (10% noise)

明显高于不含噪声的目标函数值, 这与实际的情况相符。与不含噪声的变化趋势相同, 3 个含 10% 噪声的模型的最优解的目标函数值(虚线)在迭代前期同样是迅速下降, 然后渐渐地收敛到一个较为稳定的值。可见在无噪声和有噪声的情况下, 参数自适应差分演化反演瑞雷波算法都具有较好的收敛性。

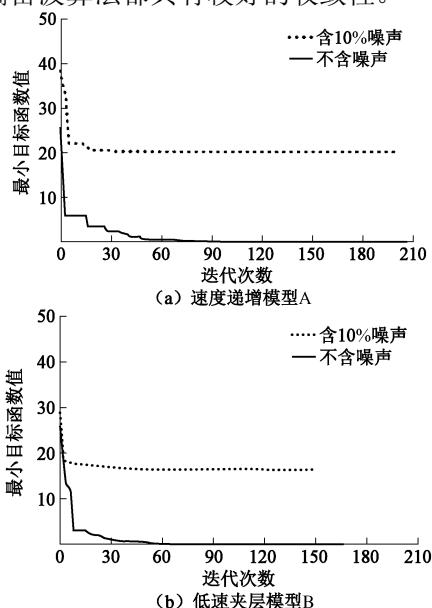


图 3 不含噪声和含 10% 噪声下模型 A 目标函数值变化曲线

Fig. 3 Fitting behaviors of iteration using noise free and noise synthetic data with 10% from Model A

由于频散曲线的反演是一个病态的、非线性的、多极值的问题, 不同的模型参数也可以获得相似的拟合值, 因此, 还需要分析反演过程中模型参数的概率分布情况, 因为模型参数的概率分布可以直接提供模型参数搜索过程的信息, 可以验证反演结果的有效性。由于篇幅限制, 不再逐个讨论, 仅选取无噪声的模型 A 来进行说明。图 4 (a)、图 4 (b)、图 4 (c) 和图 4 (d) 是该模型在 30 次反演过程中的模型参数概率分布直方图。图 4 (a) 对应模型参数  $V_{s1}$ , 可以很明显地看出在真实值 200 m/s 及  $\pm 5$  m/s 范围内的概率接近 95%; 图 4 (b)、图 4 (c) 和图 4 (d) 分别对应其它 3 个反演参数  $V_{s2}$ ,  $V_{s3}$  和  $V_{s4}$ , 它们在各自的真实值附近的概率分别为 63%, 70% 和 96%; 图 4 (e)、图 4 (f) 和图 4 (g) 分别对应厚度的 3 个反演参数  $H_1$ 、 $H_2$  和  $H_3$ , 它们在各自的真实值附近的概率分别为 60%, 52% 和 51%。可见模型参数在真实值附近的概率都在 50% 以上, 说明在反演迭代过程中, 算法在搜索区间内快速找到真值的大概范围, 并在该范围内进一步搜索; 这种高的分布概率也进一步说明了参数自适应差分演化算法是一种有效的后验概率优化方法。综上分析, 可进一步显示出参数自适应差分演化算法是一种可靠、准确、收敛、有效的反演算法, 能够有效地应用于瑞雷波频散曲线的反演和解释中。

#### 4 实测数据反演

参数自适应差分演化算法在理论瑞雷波频散曲线反演中是可行和有效的, 为了说明算法的实际应用效果, 将采用参数自适应差分演化算法对实际的瑞雷波数据来进行频散曲线反演。实际的瑞雷波数据在采集时采用 24 道 2.5 Hz 的垂直分量检波器, 道间距为 1 m, 最小偏移距为 5 m。震源采用锤击震源, 对采集的记录使用 F-K 方法提取频散曲线, 获得的频散曲线如图 5 (a) 中的实心点所示。

与理论频散曲线的反演策略相似, 反演时只反演横波速度和厚度。根据提取频散曲线的拐点, 可以将

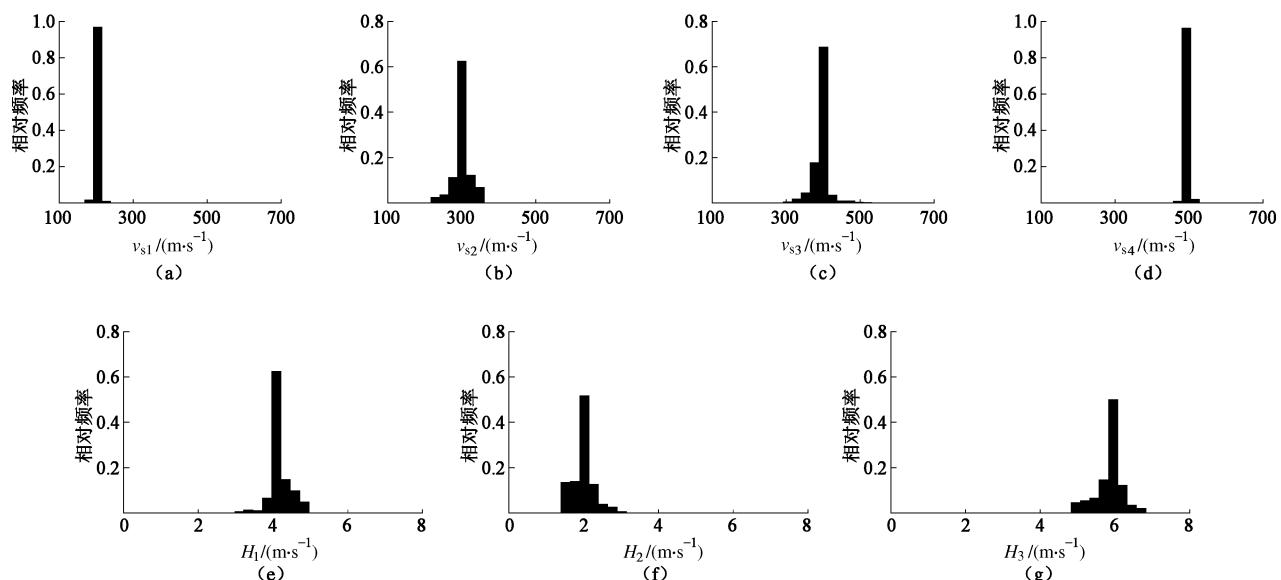


图 4 模型 A (不含噪声) 反演参数频率直方图

Fig. 4 Histograms of model parameters inverted using a noise-free data set from Model A

地层分为可以将地层分为 4 个层位。反演中每层的速度搜索范围均设置为 100~900 m/s, 这一范围基本覆盖实际的地层的速度范围, 如图 5 (c) 中的虚线所示; 厚度范围为 3~8 m/s, 初始模型则在这一范围内随机生成。反演后的频散曲线如图 5 (b) 中的实线所示, 可以发现二者的拟合效果较好。反演后获得的 4 个层位的横波速度值分别 229, 395, 678, 875 m/s, 如图 5 (c) 实线所示, 厚度为 3.8, 5.1, 6.6 m 和无穷大, 结果符合实际的地质情况。从频散曲线的拟合程度上来看, 由于数据采集的限制, 有效低频只有 16 Hz, 低频的缺失使得频散曲线在低频部分的拟合存在一定的误差, 不过该频率已经达到了研究区的勘探深度, 在一定程度上不影响对结果的解释。

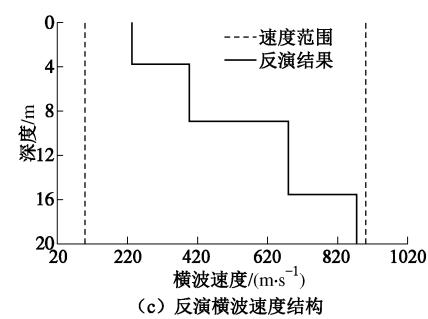


图 5 实际数据反演结果图

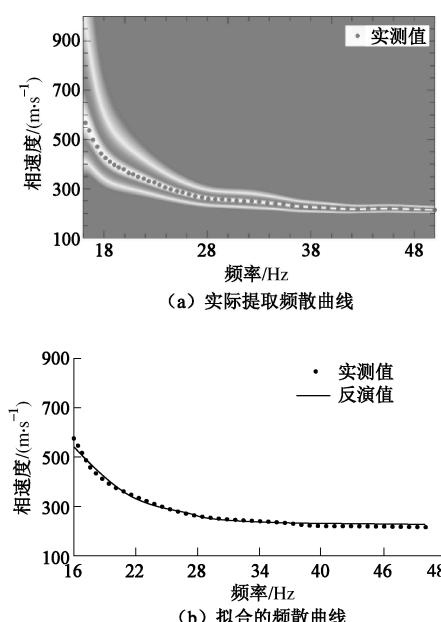
Fig. 5 Inversion results of a real-world example

## 5 结 论

在本文的研究中, 采用参数自适应差分演化算法对瑞雷波频散曲线进行反演, 反演中设置了较为宽泛的搜索范围以模拟更真实的情况, 在这种没有先验信息的情况下, 分别采用无噪声、含噪声的理论合成数据以及实际数据对参数自适应差分演化算法进行有效性实验, 并分析了算法的收敛效果和模型参数的概率分布。合成和实际频散曲线的反演实验的结果表明:

(1) 参数自适应差分演化算法是一种简单, 高效和稳健的算法, 可以有效地对瑞雷波频散曲线进行反演, 反演的结果准确、可靠。

(2) 参数自适应差分演化算法进行瑞雷波频散曲线的反演时, 控制参数会根据实际的演化过程获取有效的信息, 并自动地确定控制参数  $CR$  和  $F$  的值, 进行变异和杂交, 获得最优化的解; 无需人为设定, 可有效地避免参数选取不当造成的反演早熟, 导致结果失真的现象发生。



(3) 反演过程中目标函数曲线收敛快速、稳定,且算法每次的反演结果都能够得到反演参数的真实值。

(4) 模型参数的概率分布高,即在大的空间搜索范围内,参数自适应差分演化算法仍然能够准确地搜索到真值范围,并在该范围内找到全局极小值,保证了反演的结果可靠度和有效性。

## 参考文献:

- [1] STRUTT J W. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid[J]. Proceedings of the London Mathematical Society. 1885, **17**: 1 - 4.
- [2] XIA J H, MILLER R D, PARK C B. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves[J]. Geophysics, 1999, **64**(3): 691 - 700.
- [3] MILLER R D, XIA J H, PARK C B, et al. Multichannel analysis of surface waves to map bedrock[J]. The Leading Edge, 1999, **18**(12): 1392 - 1396.
- [4] XIA J H, CHEN C, LI P H, et al. Delineation of a collapse feature in a noisy environment using a multichannel surface wave technique[J]. Géotechnique, 2004, **54**(1): 17 - 27.
- [5] 刘江平, 罗银河, 何伟兵. 相邻道瞬态瑞雷面波法与压实度检测[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(11): 1652 - 1659.(LIU Jiang-ping, LUO Yin-he, HE Wei-bing. Method of neighboring trace transient Rayleigh wave and its application in compactness inspection[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(11): 1652 - 1659. (in Chinese))
- [6] 郑立宁, 谢强, 冯治国, 等. 瞬态瑞雷面波法岩溶路基注浆质量检测现场试验研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(12): 1934 - 1937. (ZHENG Li-ning, XIE Qiang, FENG Zhi-guo, et al. Field tests on grouting effect of karst roadbed based on transient Rayleigh wave method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **32**(12): 1934 - 1937. (in Chinese))
- [7] XIA J H, MILLER R D, PARK C B, et al. Determining Q of near-surface materials from Rayleigh waves[J]. Journal of Applied Geophysics, 2002, **51**(2): 121 - 129.
- [8] LIN C, CHANG C, CHANG T. The use of MASW method in the assessment of soil liquefaction potential[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2004, **24**(9): 689 - 698.
- [9] YAMANAKA H, ISHIDA H. Application of genetic algorithms to an inversion of surface-wave dispersion data[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1996, **86**(2): 436 - 444.
- [10] BEATY K S, SCHMITT D R, SACCHI M. Simulated annealing inversion of multimode Rayleigh wave dispersion curves for geological structure[J]. Geophysical Journal International, 2002, **151**(2): 622 - 631.
- [11] SHIRAZI H, ABDALLAH I, NAZARIAN S. Developing artificial neural network models to automate spectral analysis of surface wave method in pavements[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2009, **21**(12): 722 - 729.
- [12] SONG X H, GU H M, ZHANG X Q, et al. Pattern search algorithms for nonlinear inversion of high-frequency Rayleigh-wave dispersion curves[J]. Computers & Geosciences, 2008, **34**(6): 611 - 624.
- [13] SONG X H, TANG L, LV X C, et al. Application of particle swarm optimization to interpret Rayleigh wave dispersion curves[J]. Journal of Applied Geophysics, 2012, **84**: 1 - 13.
- [14] 付代光, 刘江平, 周黎明, 等. 基于贝叶斯理论的软夹层多模式瑞雷波频散曲线反演研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 321 - 329. (FU Dai-guang, LIU Jiang-ping, ZHOU Li-ming, et al. Inversion of multimode Rayleigh-wave dispersion curves of soft interlayer based on Bayesian theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 321 - 329. (in Chinese))
- [15] STORN R, PRICE K. Differential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[R]. Berkeley: International Computer Science Institute Berkeley, 1995.
- [16] STORN R, PRICE K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, **11**(4): 341 - 359.
- [17] CHENG F, LIU J P, YANG W H, et al. Differential evolution algorithm for inversion of rayleigh wave dispersion curves[C]// Proceedings of the 6th International Conference on Environmental and Engineering. Xi'an, 2014: 261 - 266.
- [18] SONG X H, LI L, ZHANG X Q, et al. Differential evolution algorithm for nonlinear inversion of high-frequency Rayleigh wave dispersion curves[J]. Journal of Applied Geophysics, 2014, **109**: 47 - 61.
- [19] BREST J, GREINER S, BOŠKOVIC, B, et al. Self-adapting control parameters in differential evolution: A comparative study on numerical benchmark problems[J]. Evolutionary Computation, IEEE Transactions on, 2006, **10**(6): 646 - 657.
- [20] SCHWAB F, KNOPOFF L. Surface-wave dispersion computations[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1970, **60**(2): 321 - 344.