

DOI: 10.11779/CJGE201601005

# 基于弹塑性土体本构模型的滑坡运动过程 SPH 模拟

胡 嫚<sup>1, 2</sup>, 谢謨文<sup>2</sup>, 王立伟<sup>3</sup>

(1. 西南大学工程技术学院, 重庆 400715; 2. 北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083;

3. 燕山大学建筑工程和力学学院, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 滑坡的仿真模拟是分析滑坡运动过程并预测滑坡影响范围的重要手段之一。采用了基于岩土体弹塑性本构模型的光滑粒子流体动力学 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) 方法, 模拟滑坡失稳后岩土材料的特性。该模型以经典弹塑性理论为基础, 包含了线弹性变形和德鲁克-普拉格 (Drucker-Prager, DP) 屈服准则下非关联流动法则的塑性变形, 由于考虑了岩土材料的塑性特征, 该方法能够更加精确和真实地模拟滑坡运动过程。同时, 结合地理信息系统 (geographic information system, GIS) 的数据管理与建模, 进一步将该 SPH 模型应用到滑坡模拟的实例中。基于 GIS 平台, 完成了能够自动生成计算模拟所需的滑坡粒子数据的 C# 程序。该程序同时生成了高精度的滑坡体实粒子和复杂、不规则的边界虚粒子。实现了一系列模型建模与模拟计算, 并验证了该方法的精度, 还将此模型与方法应用在汶川地震中引发的大光包滑坡实例中, 模拟结果与现场收集数据十分符合。

**关键词:** 滑坡; 模拟; 光滑粒子流体动力学 (SPH); GIS; 弹塑性土体

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)-01-0058-10

作者简介: 胡 嫚(1988-), 女, 讲师, 主要从事岩土工程数值模拟等方面的研究。E-mail: humanyyes@126.com。

## SPH simulations of post-failure flow of landslides using elastic-plastic soil constitutive model

HU Man<sup>1, 2</sup>, XIE Mo-wen<sup>2</sup>, WANG Li-wei<sup>3</sup>

(1. College of Engineering and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China; 2. School of Civil and Environmental

Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 3. College of Civil Engineering and Mechanics,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Modeling of post-failure flow of landslides is one of the important approaches that can be used to simulate landslide flow development and predict the landslide hazard zone. A Smoothed particle hydrodynamics (SPH) model based on the constitution of elastic-plastic constitutive mechanics for soil is developed for simulating the behavior of a class of geo-materials. The SPH soil model considers the plastic behavior of the materials, and hence it is very important for more accurate and realistic simulations of geo-materials of soil type. The implemented material laws in the SPH soil code include classical elastic-plasticity with a linear elastic part, and different applicable yield surfaces with non-associated flow rules. In order to apply the SPH method to actual landslide modeling, the geographic information system (GIS) is utilized to generate site-specific models. Thus a C# code is developed to generate the particles of a given landslide site, which produces realistic particle mass and actual complicated boundaries for the SPH soil model. With GIS enabled, complex topography and irregular boundary can be accurately and easily generated. To improve the accuracy of such a complicated landslide simulation, a modified approach is proposed to implement the complex topography representation of landslide mass and the effective treatments of the irregular and complicated boundaries generated from the GIS. The SPH soil code is applied to the well-known Daguangbao landslide triggered by Wenchuan Earthquake in 2008. The topographies after failure are compared with those obtained from field collected data, and good agreement is found.

**Key words:** landslide; simulation; smoothed particle hydrodynamics; geographic information system; elastic-plastic constitutive soil

## 0 引言

滑坡灾害作为世界三大地质灾害之一, 对山区人

民的生命及财产安全构成严重的威胁。为了减少此类

收稿日期: 2014-12-03

灾害造成的损失, 针对滑坡灾害的预测、模拟、分析与评价已成为防灾减灾工作中十分重要的部分。在过去几十年中, 许多学者采用了固体力学的分析方法解决此类岩土工程问题, 如极限平衡方法和有限元方法 (Finite element method, FEM) [1-2], 断裂力学方法 [3-4] 等。对滑坡稳定性分析、应力应变分析等内容展开, 并且取得了较好的结果。在 FEM 中, 由于其基于网格的特性, 当滑坡失稳后产生较大变形, 并引起计算中有限元网格畸变扭曲, 常常导致数值解不精确甚至计算终止。因此基于网格的数值方法, 如 FEM, 不适用于模拟滑坡体的大变形运动及失稳破坏后滑动距离的预测研究, 特别是一些大变形的流动型滑坡。为了克服滑坡模拟中固体力学分析方法的不足, 部分学者提出了适用于大变形分析的无网格方法或粒子方法, 并逐渐发展起来。无网格法则将整个求解区域离散为独立的节点, 对网格没有依赖性, 在大变形工程问题中得到了大量的应用, 诸如离散单元法 (discrete element method, DEM) [5], 非连续变形分析方法 (discontinuous deformation analysis method, DDA) [6], 无网格伽辽金法 (element free Galerkin method, EFG) [7], 细胞自动机法 (cellular automata method, CA) [8] 以及光滑粒子流体动力学方法 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) [9] 等。其中, DEM 是一种较为常用基于离散介质力学的模拟滑坡运动特性与预测滑动距离的数值方法, 是一种较为广泛应用的数值计算方法。离散单元法通过建立固体粒子体系的参数化模型, 进行粒子行为模拟和分析, 主要应用在力学的研究、岩土工程和地质工程等工程研究中。DEM 适合处理大变形的问题, 如滑坡的运动过程, 但是 DEM 计算十分耗时, 参与计算的粒子数量通常会受到计算能力的限制, 且计算中参数的取值不易确定。此外, 上述方法的适用性亦存在一定的缺陷, 原因在于这些方法中一些非物理参数不易确定, 难以直接描述岩土体的应力 - 应变关系, 限制了其在滑坡大变形运动研究方向的应用。在无网格方法中, 光滑粒子流体动力学方法 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) 是发展最早、最典型和成熟的方法之一。SPH 是一种纯拉格朗日方法, 在处理自由表面流动, 移动界面和大变形问题方面被广泛认为优于传统的数值方法 [9]。

在 SPH 方法中, 连续的物质通过相互作用的粒子来描述, 由于粒子之间不存在网格关系, 避免了大变形时网格扭曲而造成的精度破坏等问题, 并且也能较为方便地处理不同介质的交界面。经过几十年的不断地改进完善和扩展, SPH 方法的计算精度得到了不断提高, 并被应用在模拟岩土材料的复杂力学行为问题中。在岩土材料的研究领域中, 很多学者已经进行了

许多初步的研究与应用, 且得到一些较好的成果。近期的研究包括滑坡模拟 [10-13]、渗透破坏和侵蚀 [14]、土体失稳后的流动 [15] 等。其中, Bui 等提出了一种考虑土体弹塑性本构关系的 SPH 模型, 由于考虑了土体的塑性变形, 能够更加精确地模拟土体失稳后的力学行为。然而, 该模型还未应用在任何滑坡实例中, 此外, 应用该 SPH 模型模拟真实的山体滑坡时, 随之产生许多问题, 如复杂的地形地貌的粒子, 不规则的边界条件等。

此外, 构建复杂滑坡地形模型的 SPH 粒子模型难以建立, 构建包含地层、断层、地下水等信息的滑坡模型更加困难。近年来, 地理信息系统 (GIS) 逐渐展现出其在自然灾害分析, 绘图和空间数据管理等方面的优势。从技术层面上, 基于 GIS 构建的滑坡模型更具体、便捷, 灵活通用。

本文将基于弹塑性土体本构模型的 SPH 方法应用在了滑坡运动的模拟中, 采用弹塑性土的本构关系的 SPH 模型模拟非黏性土体流动, 甚至是黏性土滑坡失稳后的行为, 并将 GIS 引入到构建滑坡模型技术中。此外, 本文完成了基于 GIS 生成滑坡模型的粒子的程序开发, 方便了计算模拟的进行。最后, 将数值模拟结果与实验结果或现场数据进行了对比, 两者较好地吻合, 验证了此方法的可行性。该基于 GIS 的滑坡 SPH 模型的应用使得复杂的滑坡的模拟更加容易实现, 并且该方法考虑了岩土材料的塑性行为, 更加精确可靠。

## 1 土的本构模型

根据固体力学的原理, 对于弹塑性材料全应变由弹性应变与塑性应变两部分组成:

$$\sigma^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + s^{\alpha\beta}, \quad (1)$$

式中,  $\sigma^{\alpha\beta}$  为全应力张量,  $s^{\alpha\beta}$  为剪应力张量,  $p$  为静水压力。在 SPH 方法中, 静水压力  $p$  通常由一个密度变化方程求得, 即状态方程 (equation of state)。在固体力学中, 由本构模型可知应力通常是材料应变和应变速率的函数。本文中, 静水压力  $p$  不从状态方程中求得, 而是根据其标准定义, 直接从本构方程中求得,

$$p = -\frac{1}{3}I_1 = -\frac{1}{3}(\sigma^{xx} + \sigma^{yy} + \sigma^{zz}), \quad (2)$$

式中, 压应力为负。

对于理想弹塑性材料, 应变率张量  $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$  为

$$\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} \right), \quad (3)$$

式中,  $v$  为速度,  $x$  为坐标。 $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$  由弹性应变率张量  $\dot{\epsilon}_e^{\alpha\beta}$  和分塑性应变率  $\dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta}$  两部分组成:

$$\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} = \dot{\epsilon}_e^{\alpha\beta} + \dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta}. \quad (4)$$

根据虎克定律, 弹性项可为

$$\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} = \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + K\dot{\sigma}^{\gamma\gamma}\delta^{\alpha\beta}, \quad (5)$$

式中,  $\dot{s}^{\alpha\beta}$  为偏剪切应力率张量,  $G$  为剪切模量  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ , 与杨氏模量  $E$  相关,  $K$  为弹性体积模量,  $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ ,  $\nu$  为泊松比。

$$\dot{s}^{\alpha\beta} = \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\dot{\sigma}^{\gamma\gamma}\delta^{\alpha\beta}, \quad (6)$$

塑性应变率张量  $\dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta}$  可通过塑性流动法则计算:

$$\dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}}, \quad (7)$$

式中,  $\lambda$  为塑性应变率算子,  $g$  为塑性屈服函数。故总应变率张量现在可以表示成应力率张量的形式:

$$\dot{\sigma}^{\alpha\beta} = \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + K\dot{\sigma}^{\gamma\gamma}\delta^{\alpha\beta} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}}. \quad (8)$$

为了确定土的塑性流动状态, 本文采用了德鲁克-普拉格 (Drucker-Prager, DP) 屈服准则。该屈服条件可通过下式表示为

$$f(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} + \alpha_\phi I_1 - k_c = 0, \quad (9)$$

式中,  $I_1$  和  $J_2$  是应力张量的第一和第二不变量, 表示为  $I_1 = \sigma^{xx} + \sigma^{yy} + \sigma^{zz}$  和  $J_2 = \frac{1}{2}s^{\alpha\beta}s^{\alpha\beta}$ 。其中,  $\alpha_\phi$  和  $k_c$  是德鲁克-普拉格的常量, 两者可以与莫尔库仑材料参数黏聚力  $c$  与内摩擦角  $\varphi$  相互转换求得。在平面应变状态下, 德鲁克-普拉格的常量定义为

$$\alpha_\phi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{9+12\tan^2 \varphi}} \text{ 和 } k_c = \frac{3c}{\sqrt{9+12\tan^2 \varphi}}.$$

对于非关联流动法则, 塑性屈服函数表示为

$$g = \sqrt{J_2} + 3I_1 - \sin \psi, \quad (10)$$

式中,  $\psi$  为剪胀角, 此处为零。在非关联流动法则中, 剪胀角为零表明该材料是塑性不可压缩的。塑性应变算子  $\lambda$  的变化率通过求解得到

$$\lambda = \frac{3\alpha_\phi K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} + (G/\sqrt{J_2}) s^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta}}{27\alpha_\phi K \sin \psi + G}. \quad (11)$$

经过各种变换后, 最终德鲁克-普拉格理想弹塑性岩石材料模型在非关联流动法则下的应力-应变关系可表示为<sup>[15]</sup>

$$\dot{\sigma}^{\alpha\beta} = 2G\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma}\delta^{\alpha\beta} - \lambda \left( 9K \sin \psi \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right). \quad (12)$$

由于本文考虑大变形问题, 需计算材料的差分应变速率, 饶曼速率 (Jaumann rate) 通过下式计算为

$$\hat{\sigma}^{\alpha\beta} = \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \dot{\omega}^{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta} - \sigma^{\alpha\beta}(\dot{\omega}^{\alpha\beta})^T, \quad (13)$$

式中,  $\dot{\omega}^{\alpha\beta}$  为自旋速率张量,

$$\dot{\omega}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial \mathbf{x}_\beta} - \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial \mathbf{x}_\alpha} \right). \quad (14)$$

最后, 各种变换后的应力-应变关系为<sup>[15]</sup>

$$\dot{\sigma}^{\alpha\beta} = \dot{\omega}^{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta} + \sigma^{\alpha\beta}(\dot{\omega}^{\alpha\beta})^T + 2G\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma}\delta^{\alpha\beta} - \lambda \left( 9K \sin \psi \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right). \quad (15)$$

## 2 SPH 方法基础

在 SPH 方法中, 系统的状态用一系列的粒子来描述, 这些粒子包含着独自的材料性质, 而且按照守恒方程的规律运动<sup>[9]</sup>。SPH 方程的构造方法包含有两个关键步骤: ①光滑函数 (smoothed approximation) 近似逼近, 即宏观变量的函数用积分形式表示; ②质点的近似逼近 (particle approximation), 即使用影响半径内临近质点的运动特征求和平均近似代替参考质点运动信息的方法。

若使用光滑函数  $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$  表示核函数, 则函数  $f(\mathbf{x})$  的积分表示式可写为下列核近似:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}, \quad (16)$$

式中,  $f(\mathbf{x})$  为任意空间变量  $\mathbf{x}$  的函数,  $\Omega$  为  $\mathbf{x}$  的积分区间, 光滑函数又被称为插值核函数 (interpolation kernel function)。函数的导数积分表示式可以写为

$$\nabla \cdot f(\mathbf{x}) = \int_S f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \cdot \bar{n} dS - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}'. \quad (17)$$

SPH 光滑函数的选择将直接影响计算结果的精度, 效率和算法的稳定性。本文采用了目前广泛应用的三次样条函数作为光滑函数。

$$W_{ij} = \alpha_d \begin{cases} \frac{2}{3} - q^2 + \frac{1}{2}q^3 & (0 \leq q < 1) \\ \frac{1}{6}(2-q)^3 & (1 \leq q < 2) \\ 0 & (q \geq 2) \end{cases}. \quad (18)$$

与 SPH 核近似法相关的连续积分表示式, 可转换为支持域内所有粒子叠加求和的离散化形式, 如图 1 所示。

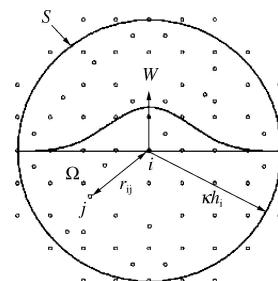


图 1 粒子  $i$  的支持域<sup>[9]</sup>

Fig. 1 Support domain of particle  $i$ <sup>[9]</sup>

经过转换, 式(16)、(17)可以改写为<sup>[9]</sup>

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) \cdot W_{ij} , \quad (19)$$

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}_i) \rangle = - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} . \quad (20)$$

式中,  $W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$  和  $\nabla_i W_{ij} = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}}$ 。

由于粒子的分配与光滑长度的变化主要依赖于密度, 故在 SPH 中密度近似尤为重要。通常密度近似方法有两种: ①对密度直接应用 SPH 近似, 称为密度求和法; ②连续性密度法。前者更能体现 SPH 近似法的本质, 但容易发生边缘效应, 后者则不需要遵循质量守恒定律, 更适用于具有强间断问题的模拟(如爆炸、高速冲击等)<sup>[9]</sup>。本文的研究采用了连续性密度法, 密度近似方程的表达式为

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j (\mathbf{v}_i^\beta - \mathbf{v}_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} , \quad (21)$$

式中,  $m$ ,  $v$  和  $x$  分别表示粒子的质量, 速度和位置坐标。与连续性密度法的推导类似, 动量方程的粒子近似方法可表示为

$$\frac{D\mathbf{v}_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \mathbf{g} , \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{g}$  为外力作用(此处为重力)。根据式(15)、(22), 故理想弹塑性岩土材料在考虑非关联流动法则下的应力-应变关系粒子近似形式可表示为<sup>[15]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{D\sigma_i^{\alpha\beta}}{Dt} &= \dot{\omega}_i^{\alpha\beta} \sigma_i^{\alpha\beta} + \sigma_i^{\alpha\beta} (\dot{\omega}_i^{\alpha\beta})^\text{T} + 2G\dot{e}_i^{\alpha\beta} + \\ &K\dot{\epsilon}_i^{\gamma\gamma}\delta_i^{\alpha\beta} - \dot{\lambda}_i \left( 3\alpha_\phi K\delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_i^{\alpha\beta} \right) , \end{aligned} \quad (23)$$

式中, 前两项为 Jaunman 应力速率的作用项, 第三和第四项是弹性作用相关项, 最后项是塑性作用相关项。若使用粒子形式表示, 式(23)中应变速率张量  $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$  和旋率张量  $\dot{\omega}^{\alpha\beta}$  的定义可表示为

$$\dot{\epsilon}_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_j^\alpha - \mathbf{v}_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_j^\beta - \mathbf{v}_i^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\alpha} \right] , \quad (24)$$

$$\dot{\omega}_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_j^\alpha - \mathbf{v}_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_j^\beta - \mathbf{v}_i^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\alpha} \right] . \quad (25)$$

### 3 数值模拟中关键问题处理

#### 3.1 应力调整

由于理想弹性-塑性本构模型的特点, 在计算过程中材料发生塑性变形或处于受拉状态时, 数值计算可

能会产生误差, 需要进行适当的应力调整以满足计算要求。Chen 和 Mizuno 提出了将过大或过小应力拉回到弹性域的方法<sup>[16]</sup>, 方法的核心思想是: 第一种情况, 如果材料粒子(particle)的受力状态为伸拉状态, 所谓的张力裂纹即会发生, 则采用返回映射算法通过调整静水压力来解除张拉开裂。当材料粒子在第  $n$  步的计算中应力状态达到伸拉状态时, 它满足以下条件:

$$-\alpha_\phi I_1^n + k_c < 0 . \quad (26)$$

此时静水压力应根据下面的公式进行调整, 以新值代替<sup>[15]</sup>:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{xx} = \boldsymbol{\sigma}_n^{xx} - \left( I_1^n - \frac{k_c}{\alpha_\phi} \right) / 3 ,$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{yy} = \boldsymbol{\sigma}_n^{yy} - \left( I_1^n - \frac{k_c}{\alpha_\phi} \right) / 3 ,$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{zz} = \boldsymbol{\sigma}_n^{zz} - \left( I_1^n - \frac{k_c}{\alpha_\phi} \right) / 3 ,$$

或

$$\tilde{p}_n = p_n + \left( I_1^n - \frac{k_c}{\alpha_\phi} \right) / 3 . \quad (27)$$

在静水压力调整过程中, 粒子的剪切应力保持不变。该方法的处理不仅能消除计算塑性数值误差, 而且能够解决非黏性土的 SPH 计算中出现的伸拉不稳定性问题<sup>[15]</sup>。

第二种情况, 塑性变形发生时, 计算误差可能会导致材料粒子的应力状态处于超出塑性屈服面状态。即是说, 在塑性加载时粒子的应力状态必须始终保持在塑性屈服面, 故需要采用返回映射算法通过调整剪切应力使得应力状态停留在屈服面。当材料粒子在第  $n$  时间步的计算中应力状态超过屈服表面, 它满足以下条件:

$$-\alpha_\phi I_1^n + k_c < \sqrt{J_2^n} . \quad (28)$$

此处引入比例系数  $r$  表示剪应力调整的幅度。对于德鲁克-普拉格屈服准则, 时间步  $n$  时该比例系数表示为

$$r^n = \frac{-\alpha_\phi I_1^n + k_c}{\sqrt{J_2^n}} . \quad (29)$$

剪应力分量由比例系数  $r^n$  根据下式关系调整<sup>[15]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{xx} &= \tilde{s}_n^{xx} + I_1^n / 3 = r^n s_n^{xx} + I_1^n / 3 , \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{yy} &= \tilde{s}_n^{yy} + I_1^n / 3 = r^n s_n^{yy} + I_1^n / 3 , \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{zz} &= \tilde{s}_n^{zz} + I_1^n / 3 = r^n s_n^{zz} + I_1^n / 3 , \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{xy} &= \tilde{s}_n^{xy} = r^n s_n^{xy} , \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{xz} &= \tilde{s}_n^{xz} = r^n s_n^{xz} , \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n^{yz} &= \tilde{s}_n^{yz} = r^n s_n^{yz} . \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

在剪应力分量调整过程中，静水应力分量保持不变。

### 3.2 边界条件

边界条件处理是SPH计算中的一个重要挑战，很大程度地影响了SPH计算的准确性。Monaghan等<sup>[17]</sup>，Libersky等<sup>[18]</sup>相继提出了不同的方法。这些研究中，目前SPH文献中最常用的方法仍然是基于虚粒子的边界处理方法。Morris等在虚粒子边界条件研究的基础上，提出了速度无滑移边界条件<sup>[19]</sup>，边界粒子的速度通过从实际粒子和边界粒子与边界距离的比值计算得到，如图2所示。

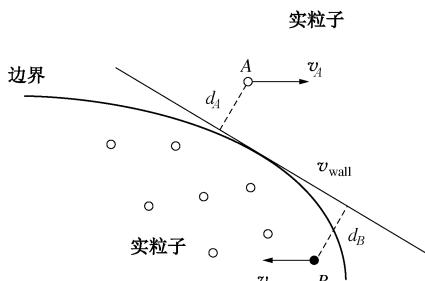


图 2 速度无滑移边界条件算法示意图

Fig. 2 Illustration no-slip boundary algorithm by Morris et al (1997)

真实的边界与粒子之间的相对速度由下式计算<sup>[19]</sup>:

$$\mathbf{v}_{AB} = \mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B = \beta(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_{wall}) , \quad (31)$$

$$\mathbf{v}_A = (1 - \beta)\mathbf{v}_B + \beta\mathbf{v}_{wall} , \quad (32)$$

式中，

$$\beta = \min\left(\beta_{max}, 1.0 + \frac{dB}{dA}\right) . \quad (33)$$

$\beta_{max}$  的意义在于：当实粒子太靠近固体边界时排除人工速度的极大值。根据Morris等的研究，模拟低雷诺数的平面剪切流时，取  $\beta_{max} = 1.5$  能获得较好的结果。本文对于给定的实粒子  $i$ ，如果边界粒子  $j$  是  $i$  的相邻粒子，那么将粒子  $i$  的应力张量赋值给该粒子<sup>[15]</sup>：

$$\sigma_j^{\alpha\beta} = \sigma_i^{\alpha\beta} . \quad (34)$$

该边界粒子的赋值方法不仅节省了计算时间，而且模拟结果较为理想。

本文中用的是结合速度无滑移边界条件的一种耦合边界的处理方法。该方法用到了两种类型的虚粒子来构建边界，排斥力粒子和影子粒子。如图3所示，当

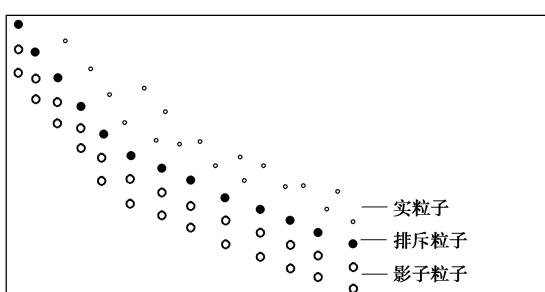


图 3 文中耦合边界条件算法示意图

Fig. 3 The coupled boundary condition

实粒子靠近边界时，排斥粒子产生一个适当的排斥力，图中它们分布在边界的右侧。影子粒子分布在边界的外侧。该边界处理算法由两部分组成：一部分是排斥力的计算，另一部分是速度无滑移边界条件。该方法更多的细节可以参考 Liu 等的研究<sup>[20]</sup>。

### 3.3 人工黏性

大多数SPH计算通常会采用人工黏性的方法，目的是让SPH能够更加稳定。SPH发展至今，部分学者提出了多种形式的人工黏度计算方法。迄今在SPH文献中最常用和最广泛使用的一类是Monaghan人工黏性  $\Pi_{ij}$ <sup>[21]</sup>。该方法不仅提供了以动能转换成热能必要的损耗，而且当粒子相互接近时能防止非物理性渗透<sup>[22-23]</sup>。将人工黏性引入到本文研究中，因此方程 (22) 可以写成下式：

$$\frac{D\mathbf{v}_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \mathbf{g} . \quad (35)$$

Monaghan型人工黏性方法具体表示为<sup>[21]</sup>

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_\Pi \bar{c}_{ij} \varphi_{ij} + \beta_\Pi \varphi_{ij}^2}{\rho_{ij}} & (\mathbf{x}_{ij} \cdot \mathbf{v}_{ij} < 0) \\ 0 & (\mathbf{x}_{ij} \cdot \mathbf{v}_{ij} \geq 0) \end{cases} , \quad (36)$$

式中，  $\varphi_{ij} = \frac{h\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2 + 0.01h^2}$ ，  $\bar{c}_{ij} = (c_i + c_j)/\rho_{ij}$ ，  $\rho_{ij} = (\rho_i + \rho_j)/2$ ，  $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$ ，  $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ 。上述等式中，  $\alpha_\Pi$  和  $\beta_\Pi$  是常数；  $m$  是粒子质量；  $\mathbf{g}$  是重力作用；  $v$  和  $x$  分别表示粒子的速度和位置坐标；  $c$  是岩土材料中的声速。0.01h<sup>2</sup>项是为了防止当两个粒子相互接近时发生的数值发散。在大多数情况下，Monaghan建议  $\alpha_\Pi$  和  $\beta_\Pi$  取值接近1。在Bui的研究中， $\alpha_\Pi$  和  $\beta_\Pi$  取0.1，取声速  $c_i = 600$  m/s得到了较为理想的结果。

### 3.4 拉伸失稳和人工应力

SPH方法在模拟固体材料的力学行为时有一类问题是伸拉不稳定问题。目前文献中最成功的方法是人工应力法，其核心理念是将一类短程排斥力引入到一对相邻粒子之间，以防止当它们靠得太近时产生张力。根据Monaghan的理论<sup>[23]</sup>，将人工应力方法应用到本文的研究，故表达式 (35) 可以被改写为

$$\frac{D\mathbf{v}_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} + f_{ij}^n (R_i^{\alpha\beta} + R_j^{\alpha\beta}) \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \mathbf{g} , \quad (37)$$

式中，  $n$  是指数因子，

$$f_{ij} = \frac{W_{ij}}{W(\Delta d, h)} . \quad (38)$$

其中，  $\Delta d$  是两个相邻粒子之间的初始距离。在本文

中, 假定  $h$  总是保持不变, 故  $W(\Delta d, h)$  是恒定的。对于三次样条函数, 当  $h=1.2\Delta d$  时,  $W(0, h)/W(\Delta d, h)$  的值为4。将指数因子  $n$  取为4, 随着  $r$  从  $\Delta d$  减小到零, 排斥力以大约11的因子增加,  $f_{ij}^n$  在域  $h \leq r \leq 2h$  迅速减小, 这确保了只有最近邻的区域才会显著地受到人工应力的作用。对于二维问题与平面直角坐标  $(x, y)$ , 人工应力张量  $R^{\alpha\beta}$  的分量由以下变换关系来求得<sup>[23]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} R_i^{xx} &= R_i'^{xx} \cos^2 \theta_i + R_i'^{yy} \sin^2 \theta_i, \\ R_i^{yy} &= R_i'^{xx} \sin^2 \theta_i + R_i'^{yy} \cos^2 \theta_i, \\ R_i^{xy} &= \sin \theta_i \cos \theta_i (R_i'^{xx} - R_i'^{yy}), \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

式中, 角度  $\theta_i$  定义为

$$\theta_i = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\sigma_i^{xy}}{\sigma_i^{xx} - \sigma_i^{yy}} \right)。 \quad (40)$$

需要注意的是  $\sigma_i^{xx}$ ,  $\sigma_i^{yy}$  和  $\sigma_i^{xy}$  是应力张量在原始坐标系下的分量。  $R_i'^{xx}$  的表达式为<sup>[23]</sup>

$$R_i'^{xx} = \begin{cases} -\epsilon \frac{\sigma_i'^{xx}}{\rho_i^2} & (\sigma_i'^{xx} > 0) \\ 0 & (\text{其它}) \end{cases}, \quad (41)$$

式中,  $\epsilon$  为0和1之间取值的参数。  $R_i'^{yy}$  也是通过类似的表达式计算。旋转坐标系后的对角分量  $\sigma_i'^{xx}$  和  $\sigma_i'^{yy}$  的应力张量可以通过下式关系来计算:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i'^{xx} &= \cos^2 \theta_i \sigma_i^{xx} + 2 \sin \theta_i \cos \theta_i \sigma_i^{xy} + \sin^2 \theta_i \sigma_i^{yy}, \\ \sigma_i'^{yy} &= \sin^2 \theta_i \sigma_i^{xx} - 2 \sin \theta_i \cos \theta_i \sigma_i^{xy} + \cos^2 \theta_i \sigma_i^{yy}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

### 3.5 时间积分

与其他显式的流体动力学方法一样, 可以应用标准的计算方法对离散化的SPH方程进行积分, 如二阶精度的跳蛙法 (leap-frog, LF), 预测校正法 (predictor-corrector) 和龙格-库塔法 (Runge-Kutta, RK) 等<sup>[9]</sup>。在这些方案中, LF算法非常实用且应用广泛, 其所需的存储要求低, 每一次计算中只需进行一次优化估值。为了求解上述离散化的SPH方程, 本文在SPH计算程序中采用了LF算法。场变量和粒子的位置通过下式更新:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{n+1/2} &= \rho_{n-1/2} + \left( \frac{D\rho}{Dt} \right)_n \Delta t, \\ v_{n+1/2} &= v_{n-1/2} + \left( \frac{Dv}{Dt} \right)_n \Delta t, \\ \sigma_{n+1/2}^{\alpha\beta} &= \sigma_{n-1/2}^{\alpha\beta} + \left( \frac{D\sigma^{\alpha\beta}}{Dt} \right)_n \Delta t, \\ x_{n+1} &= x_n + v_{n+1/2} \Delta t. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

在每一个时间步的开始, 每个粒子的密度, 速度和应力张量, 应在半步预测重合的位置为保持计算一致。在每个时间步结束后, 每个粒子的应力张量必须检查张力裂缝和屈服准则。为了在计算过程中保持数

值稳定性, 时间步长必须满足一些要求, 其中包括 Courant-Friedrichs-Lowy (CFL) 条件, 即

$$\Delta t \leq C_{\text{cour}} \left( \frac{h_i}{c} \right), \quad (44)$$

式中,  $c$  为材料的声速, 柯朗系数  $C_{\text{cour}}$  取0.2。本文研究中, 岩土材料的最大物理声速取  $c=600$  m/s, 所以, 与标准的SPH方法相比, 本文中所取的时间步长相当小, 目的是减小由文中使用小变形理论计算所导致的误差。

### 3.6 SPH 程序

基于上述SPH数值模拟中关键问题的处理方法, 弹塑性本构模型的SPH控制方程可以写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{D\rho_i}{Dt} &= \sum_{j=1}^N m_j (\mathbf{v}_i^\beta - \mathbf{v}_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta}, \\ \frac{D\mathbf{v}_i^\alpha}{Dt} &= \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} + f_{ij}^n (R_i^{\alpha\beta} + R_j^{\alpha\beta}) \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \mathbf{g}, \\ \frac{D\mathbf{x}_i^\alpha}{Dt} &= \mathbf{v}_i^\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

依据上述方程, SPH程序的流程如图4所示。

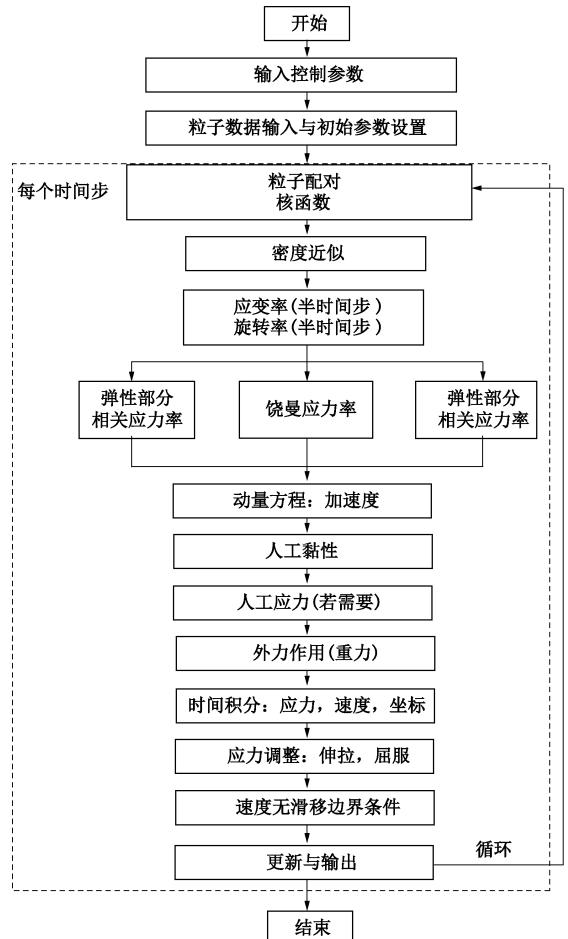


图4 SPH计算程序流程图

Fig. 4 Flow chart of SPH program

在计算应力张量变化率的过程中, 具体的操作是

如下：

(1) 根据弹性本构模型的应力-应变关系方程，得到在 $\left(n+\frac{1}{2}\right)$ 时间步试探应力值 $\sigma_i^{\alpha\beta}$ 。换句话说，假设岩土材料的应力状态是在弹性区域计算试探应力值 $\sigma_i^{\alpha\beta}$ 。

(2) 将试探应力值 $\sigma_i^{\alpha\beta}$ 代入塑性屈服准则中，检验该应力值是否使材料达到塑性屈服状态。在本文的研究与算例中，采用了德鲁克-普拉格塑性屈服准则。如果塑性屈服条件满足，则表明岩土材料正在经历塑性变形，应使用在塑性加载下应力张量速率计算式(30)计算当前应力张量。

(3) 如果试探应力值 $\sigma_i^{\alpha\beta}$ 代入塑性屈服准则中塑性屈服条件不成立，则意味着应力状态仍处于弹性域，应力张量变化率可根据弹性本构模型计算，即式(15)中的前4项。

## 4 基于GIS的SPH模型

近年来，由于其强大的空间数据管理与分析能力，GIS（地理信息系统）逐渐发展成为在诸多地理数据相关领域中一个不可或缺的工具。借助于该工具，许多与滑坡相关的对象，如地层，断层，地下水，滑动面和地面能够很容易地在GIS中表述呈现。基于GIS的滑坡模型的建立通常是通过建立一组数据层而表示，这些数据层是栅格或矢量数据。GIS包括点，线和多边形3个不同的几何数据类型。栅格数据每一数据层代表一定的信息。对于一个基于GIS的实际滑坡模型，在GIS空间数据管理和分析功能的帮助下，所有的输入数据（如仰角，倾斜的斜坡，地下水，地层，滑动表面，材料参数等）可用的每个网格单元的不同数据层表示。基于上述网格形式的数据，通过内部插值均匀插入SPH粒子，如图5所示。

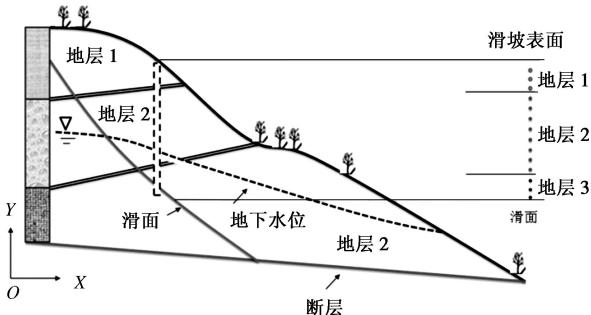


图5 二维的滑坡模型与粒子构建

Fig. 5 2D slope failure and particle generation

作为一种无网格法，SPH不需要网格的计算框架。相关材料和控制方程的近似均用SPH粒子表示。在滑坡模型中，我们将滑坡体粒子离散，并用粒子表现滑坡地形与滑面地形。二维滑坡模型的构建如下：

(1) 在构造SPH粒子之前，首先根据滑坡现场收

集数据确定滑坡破坏前和破坏后的两条地形线，以及滑动面的轨迹线。

(2) 在GIS平台上，沿滑坡破坏前地形线和滑动面轨迹线将若干粒子（点）以一定间隔分布在两条线上，两条线上的粒子并在Z方向上保持对齐。以大包滑坡为例，通过软件ArcMap中的地形编辑工具，将若干矢量点以20 m的间隔沿着破坏前地形线和滑动面轨迹线插入分布。以每一对在Z方向上保持对齐粒子为对象，以相同的间隔在Z方向依次一层层粒子，即完成了滑坡体SPH粒子的生成。

(3) 边界粒子可通过一定间距的滑动面轨迹线上的粒子表示。

本文在上述粒子生成技术的基础上，开发了可自动生成复杂地形山坡SPH粒子的程序。GIS强大的数据管理能力使之成为自然灾害分析领域中最受欢迎的工具之一，因此建立基于GIS的SPH模型，不仅可以利用GIS处理空间数据的能力，而且由于GIS数据使用广泛、容易获得，可使得模型的建立更加迅速、简单和方便。该程序是在Visual Studio中C#语言开发的，设计了人性化的用户界面，方便人机交流，提高了仿真效率。使用时通过输入数据层和土壤岩土材料的特征参数，用于模拟计算的SPH粒子即可生成并写入到输出数据文件。

## 5 结果与分析

### 5.1 方法验证

2007年，Bui进行了一个简易的沙土崩塌失稳试验。为了方便试验的进行与准备，试验用直径1~1.5 mm的铝颗粒代替了真实的沙土颗粒。该“砂土模型”排列在一个长方体区域，长宽高为(200 mm×50 mm×100 mm)。依据剪切盒试验的结果，“砂土模型”的摩擦角约为19.8°，泊松比 $\nu=0.3$ ，平均体积模量 $K \approx 0.7$  MPa。按照该实验的设计，本文在SPH计算模拟中共使用3200个实粒子和400个虚粒子。按照前述的方法与流程，模拟结果如图6所示。

图6展示了铝颗粒在SPH模拟破坏过程中不同时间下表现出的形态。对于非黏性土（试验中以铝颗粒代替），在崩塌破坏过程可看出与粒状材料相似。实验数据和模拟结果的比较如图7，图中显示了SPH仿真结果和实验结果之间吻合良好。模拟结果中的塑性应变累积值如图8所示，反映崩塌破坏过程中的塑性应变发生和堆积的区域。为了研究颗粒的具体运动轨迹，以粒子A为例，其崩塌前后的位移对比如图9所示。除此以外，图10呈现了整个崩塌过程中的粒子A的距离-时间关系曲线( $S-t$ )与速度-时间关系曲线( $v-t$ )，可观察到颗粒A首先经历了加速的阶段，达到峰值速度，然后速度逐渐下降。

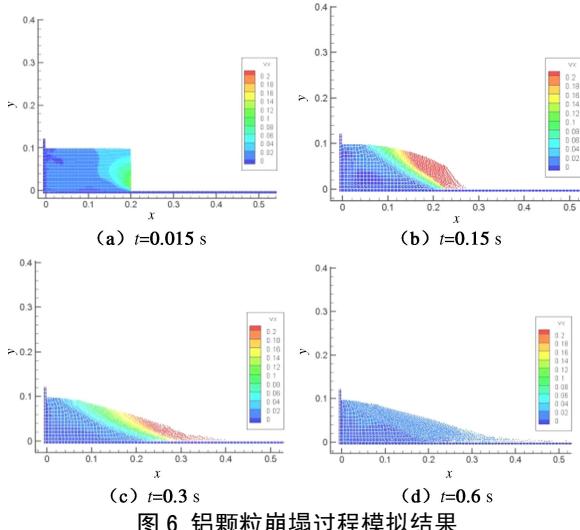


图 6 铝颗粒崩塌过程模拟结果

Fig. 6 Simulated post-failure flow process of aluminum bars by SPH mode

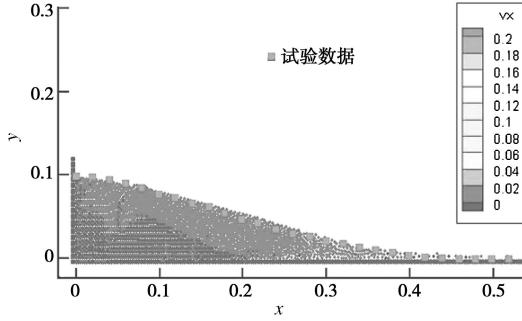


图 7 SPH 仿真结果和实验结果比较

Fig. 7 Comparison of configurations in experiment and simulation

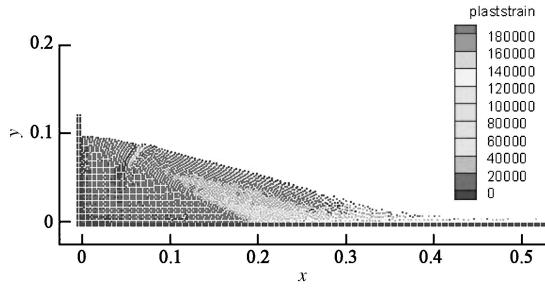


图 8 模拟塑性应变累积值

Fig. 8 Accumulated deviatoric plastic strain from simulation

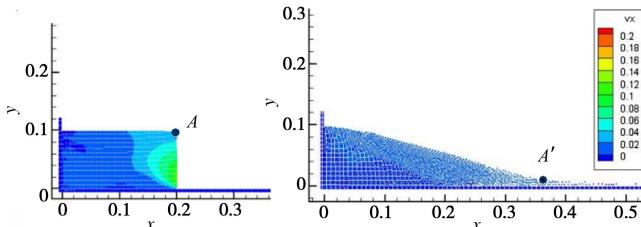


图 9 粒子 A 崩塌前后的位置对比

Fig. 9 Displacement of particle A to A'

## 5.2 大光包滑坡

2008年汶川地震 ( $M=7.9$ ) 引发了成千上万处山体滑坡，大光包滑坡是大型滑坡中的一个，该滑坡面积达 $7.8 \text{ km}^2$ ，最大宽度 $2.2 \text{ km}$ ，体积达到 $7.5 \times 10^8 \text{ m}^3$

估算量。滑动体冲出了约 $4.5 \text{ km}$ 的，封堵了黄东子山谷，形成了 $600 \text{ m}$ 高堰塞湖<sup>[24]</sup>。

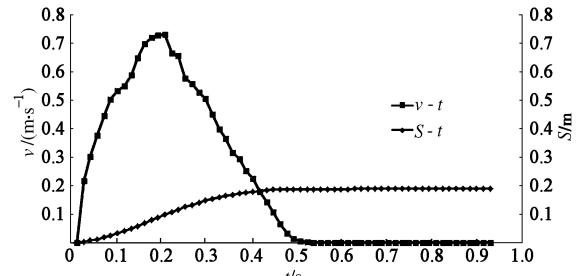
图 10 粒子 A 的距离 - 时间关系曲线 ( $S - t$ ) 与速度 - 时间关系曲线 ( $v - t$ )

Fig. 10 Computed positions and velocities of particle A at different time steps

大光包滑坡灾后见图 11。大光包滑坡地震前后地形对比如图 11 所示。由于缺乏岩土材料在该领域的参数，参考了一些研究此滑坡的报告和文件，确定在模拟的参数。在 GIS 中，通过在第 4 章所述方法生成的二维大光包滑坡模型的 SPH 粒子。在这个模拟中，共有 3015 真正的颗粒填充在滑坡体有 $24 \text{ m}$ 的初始光滑长度和 2992 的边界粒子用于生成固体边界。该模型的土壤性质密度为 $2.5 \text{ g/cm}^3$ ，弹性模量为 $1.86 \text{ GPa}$ ，泊松比为 $0.2$ ，摩擦角为 $10.8^\circ$ ，黏聚力 $c=1.276 \text{ MPa}$ 。此外，仿真进行了人工黏性参数 $\alpha_{II}$ 和 $\beta_{II}$ ，都取为是 $0.1$ 。张力裂缝处理及应力重新调整的过程被应用在这些模拟。

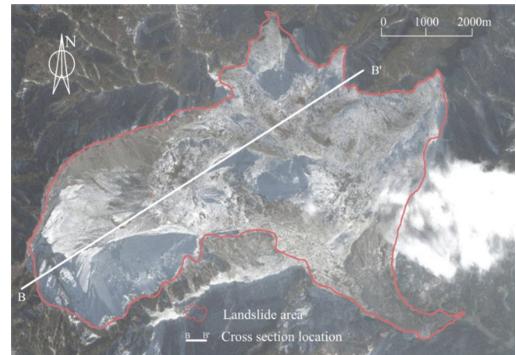
图 11 大光包滑坡灾后卫星照片<sup>[25]</sup>

Fig. 11 Satellite image of Daguangbao landslide in a bird-eye view<sup>[25]</sup>

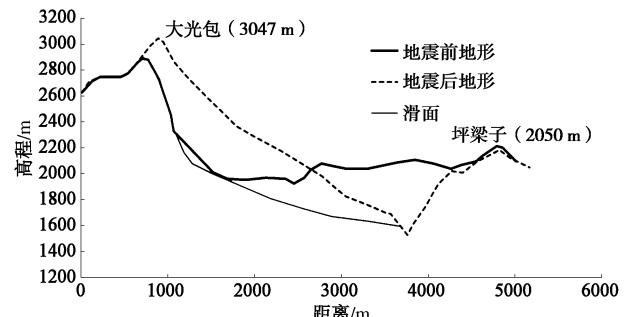
图 12 大光包滑坡地震前后地形对比<sup>[24]</sup>

Fig. 12 Run-out and failure topographies of Daguangbao landslide<sup>[24]</sup>

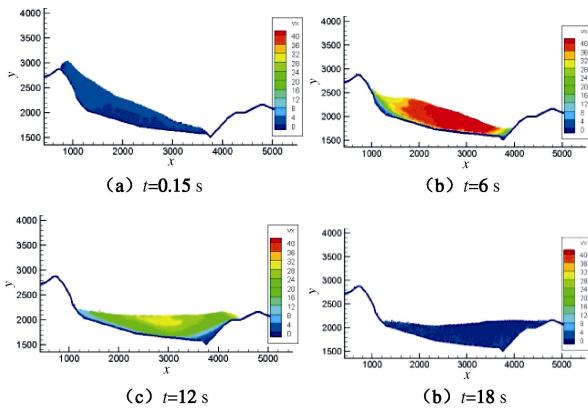


图 13 大光包滑坡模拟过程

Fig. 13 Simulated run-out process of Daguangbao landslide

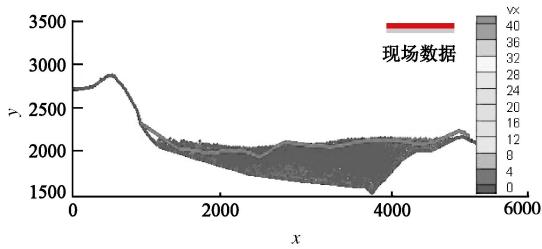


图 14 大光包滑坡模拟结果与现场数据比较

Fig. 14 Comparison of configurations in field data and simulation of Daguangbao landslide

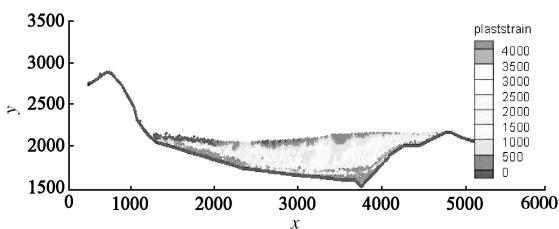


图 15 大光包滑坡模拟塑性应变累积值

Fig. 15 Accumulated deviatoric plastic strain from simulation of Daguangbao landslide

图13显示了大光包滑坡在SPH模拟失稳破坏过程中不同时间下表现出的地形特征。现场数据和模拟结果的比较如图14, 图中显示了SPH仿真结果和实验结果之间基本吻合。然而, 若对现场数据和仿真结果进行细致的比较, 可发现地形特征有所不同, 这样的差异可能是滑坡体中不同的岩石和土壤层信息缺乏引起的。塑性应变累积值如图15所示, 反映崩塌破坏过程中的塑性应变发生和堆积的区域。粒子B在崩塌前后的位移对比如图16所示。

图17呈现了整个崩塌过程中的粒子B的距离 - 时间关系曲线 ( $S-t$ ) 与速度 - 时间关系曲线 ( $v-t$ )。

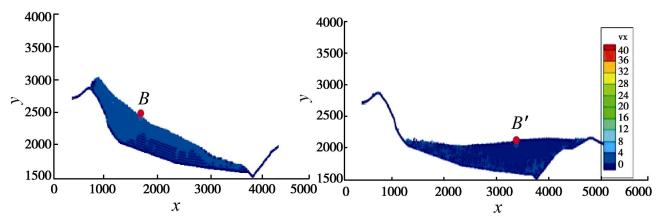


图 16 滑坡体 B 处 (粒子 B) 崩塌前后的位移对比

Fig. 16 Displacement of particle B to B'

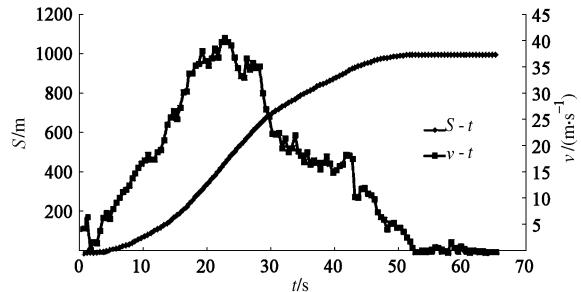
图 17 粒子 B 的距离 - 时间关系曲线 ( $S-t$ ) 与速度 - 时间关系曲线 ( $v-t$ )

Fig. 17 Computed positions and velocities of particle B at different time steps

## 6 结语

针对滑坡运动特性和机制的研究在滑坡调查中是非常重要的, 此类研究有助于减少这一类地质灾害的损失和人员伤亡。基于 SPH 方法, 本文探讨了滑坡体的运动过程和受灾范围的数值分析, 引入了弹塑性土体本构模型模拟滑坡失稳后的过程。借助 GIS 为手段建立了滑坡模型, 并在 GIS 基础上开发了可生成 SPH 粒子的程序。通过上述方法与手段, 模拟了铝粒子崩塌后的过程并验证了方法的可靠性。本文以汶川地震中引发的大光包滑坡为例, 运用了基于弹塑性土体本构模型的 SPH 方法模拟了滑坡失稳破坏后的发展过程和影响范围, 仿真结果与现场数据良好符合, 表明和验证了该 SPH 模型可以有效地模拟滑坡发展过程。

## 参考文献:

- [1] DUNCAN J M. State of the art: limit equilibrium and finite element analysis of slopes[J]. *J Geotech Eng*, 1996, **122**: 577 - 596.
- [2] HAMMOURI N A, MALKAWI A I H, YAMIN M M A. Stability analysis of slopes using the finite element method and limiting equilibrium approach[J]. *Bull EngGeol Environ*, 2008, **67**: 471 - 478.
- [3] SCAVIA C. A method for the study of crack propagation in rock structures[J]. *Géotechnique*, 1995, **45**(3): 447 - 463.

- [4] EBERHARDT E, STEAD D, COGGAN J S. Numerical analysis of initiation and progressive failure in natural rock slopes—the 1991 Randa rockslide[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **41**(1): 69 – 87.
- [5] MISHRA B K, RAJAMANI R K. The discrete element method for the simulation of ball mills[J]. Applied Mathematical Modelling, 1992, **16**(11): 598 – 604.
- [6] SHI G H, GOODMAN R E. Discontinuous deformation analysis[C]// 25th US Symp on Rock Mech. Evanston, 1984.
- [7] BELYTSCHKO T, LU Y Y, GU L. Element - free Galerkin methods[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, **37**(2): 229 – 256.
- [8] CHOPARD B, DROZ M. Cellular automata modeling of physical systems[J]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [9] LIU G R, LIU M B. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method[M]. World Scientific, 2003.
- [10] DOUGALL S, HUNGR O. A model for the analysis of rapid landslide motion across three-dimensional terrain[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(6): 1084 – 1097.
- [11] PASTOR M, HADDAD B, SORBINO G, et al. A depth - integrated, coupled SPH model for flow-like landslides and related phenomena[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, **33**(2): 143 – 172.
- [12] HADDAD B, PASTOR M, PALACIOS D, et al. A SPH depth integrated model for Popocatépetl 2001 lahar (Mexico): Sensitivity analysis and runout simulation[J]. Engineering Geology, 2010, **114**(3): 312 – 329.
- [13] HUANG Y, ZHANG W, XU Q, et al. Run-out analysis of flow-like landslides triggered by the Ms 8.0 2008 Wenchuan earthquake using smoothed particle hydrodynamics[J]. Landslides, 2012, **9**(2): 275 – 283.
- [14] SAKAI H, MAEDA K. Seepage failure and erosion mechanism of granular material with evolution of air bubbles using SPH[C]// Powders and Grains 2009: Proceedings of the 6th International Conference on Micromechanics of Granular Media. Colorado, 2009: 1001 – 1004.
- [15] BUI H H, FUKAGAWA R, SAKO K, et al. Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic–plastic soil constitutive model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2008, **32**(12): 1537 – 1570.
- [16] CHEN W F, MIZUNO E. Nonlinear analysis in soil mechanics[M]// Developments in Geotechnical Engineering, Amsterdam: Elsevier, 1990: 672.
- [17] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH[J]. Journal of Computational Physics, 1994, **110**(2): 399 – 406.
- [18] LIBERSKY L D, PETSCHEK A G, CARNEY T C, et al. High strain lagrangian hydrodynamics: a three- dimensional SPH code for dynamic material response[J]. Journal of Computational Physics, 1993, **109**(1): 67 – 75.
- [19] MORRIS J P, FOX P J, ZHU Y. Modeling low reynolds number incompressible flows using SPH[J]. Journal of Computational Physics, 1997, **136**(1): 214 – 226.
- [20] LIU M B, SHAO J R, CHANG J. On the treatment of solid boundary in smoothed particle hydrodynamics[J]. Science China Technological Sciences, 2012, **55**(1): 244 – 254.
- [21] MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1992, **30**: 543 – 574.
- [22] LATTANZIO J C, MONAGHAN J J, PONGRACIC H, et al. Controlling penetration[J]. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1986, **7**(2): 591 – 598.
- [23] MONAGHAN J J. On the problem of penetration in particle methods[J]. Journal of Computational physics, 1989, **82**(1): 1 – 15.
- [24] HUANG R, PEI X, FAN X, et al. The characteristics and failure mechanism of the largest landslide triggered by the Wenchuan earthquake, May 12, 2008, China[J]. Landslides. 2012, **9**(1): 131 – 142.
- [25] ZHANG Y, CHEN G, ZHENG L, et al. Numerical analysis of the largest landslide induced by the Wenchuan Earthquake, May 12, 2008 Using DDA[C]// Proceedings of the International Symposium on Earthquake-Induced Landslides, Kiryu, Japan, 2012. 617 – 626.