

DOI: 10.11779/CJGE2015S2035

考慮溫度 UH 模型的有限元應用

冯 兴¹, 姚仰平², 李汝宁³, 万 征⁴

(1. 中国民航大学机场学院, 天津 300300; 2. 北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100191; 3. 中国北方发动机研究所, 天津 300000;
4. 建研地基基础工程有限责任公司, 北京 100013)

摘要: 由姚仰平等提出的考慮溫度 UH 模型能够描述溫度效应对正常固結土以及超固結土应力应变特性的影响规律, 并且参数简单, 易于工程应用。首先基于考慮溫度 UH 模型, 将模型的非对称弹塑性矩阵改进为对称的弹塑性矩阵, 并重新推导了该模型的热应变增量表达式; 然后应用半隐式回映的应力更新算法, 编制了模型的有限元程序, 实现了模型在有限元中的应用; 并应用所编制的考慮溫度 UH 模型的有限元程序对三轴试验进行了有限元模拟, 分析了不同溫度条件下的土的应力应变规律, 通过有限元计算结果和单元预测结果的比较, 说明了有限元程序的正确性, 为进一步对溫度影响下岩土工程问题的分析打下基础。

关键词: UH 模型; 溫度; 有限元; 三轴试验; 应力应变

中图分类号: TU 447 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)S2-0181-05

作者简介: 冯 兴(1980-), 女, 河北石家庄人, 博士, 主要从事岩土工程数值计算研究。E-mail: fxing_sjz@foxmail.com。

Application of UH model considering temperature to finite element method

FENG Xing¹, YAO Yang-ping², LI Ru-ning³, WAN Zheng⁴

(1. School of Airport, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China; 2. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 3. North China Institute of Engine, Tianjin 300000, China; 4. Jian Yan Foundation Engineering Co., Ltd., Beijing 100013, China)

Abstract: The UH model considering temperature proposed by Yao Yangping et al. can describe the influence law of temperature on the stress and strain characteristics of normal consolidated soil and over-consolidated soil. The parameters of this model are simple, which make the model be applied to the engineering easily. Firstly, based on the UH model considering temperature, the asymmetric elastic-plastic matrix of this model is transformed into a symmetric matrix, and the expression for the thermal strain increment of this model is deduced again. Then the semi-implicit return mapping method is adopted to update the stress, and the finite element program of this model is compiled. Thus the application of UH model considering temperature to finite element method is realized. The finite element simulation of the triaxial tests is carried out using the finite element program of the UH model considering temperature. The stress-strain laws of soil under different temperatures are analyzed. The comparison between finite element and unit predicted results indicates that the finite element program of the UH model considering temperature is correct. It lays a foundation for the further analysis of geotechnique engineering problems under the influence of temperature.

Key words: UH model; temperature; finite element; triaxial test; stress-strain

0 引言

溫度对土的力学特性有着较大的影响, 近年来, 对其进行的研究越来越受到众多学者的重视, 它被广泛用于核废料处理、地热附近黏性土层承载力问题、地热资源开发与地热结构设计等领域^[1]。傅少君等^[2]根据饱和土体热固结问题中温度、渗流及应力之间的复杂耦合关系, 系统地探讨了二维有限单元方法的求解过程, 并在FORTRAN语言环境下研制了相应的计算机分析程序。Campanella等^[3]给出了一个考慮溫度效

应的黏性土变形响应的基本概念模型。Hueckel等^[4]讨论了饱和黏性土的热力学特性, 发展了一个考慮溫度效应对正常固結土以及超固結土应力应变特性的影响规律, 并重新推导了该模型的热应变增量表达式; 然后应用半隐式回映的应力更新算法, 编制了模型的有限元程序, 实现了模型在有限元中的应用; 并应用所编制的UH 模型的有限元程序对三轴试验进行了有限元模拟, 分析了不同溫度条件下的土的应力应变规律, 通过有限元计算结果和单元预测结果的比较, 说明了有限元程序的正确性, 为进一步对溫度影响下岩土工程问题的分析打下基础。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51179003, 11072016, 112272031); 中央高校基本科研基金 C 类项目(3122014C014); 中国民航大学科研启动基金资助项目(2013QD12X)

收稿日期: 2015-03-26

不仅能够描述三维应力状态下超固结土的硬化、软化、剪胀等应力应变特性, 同时仅增加了一个参数就能够使模型反映温度变化以及高温对土应力应变特性的影响。

如果将姚仰平等提出的考虑温度 UH 模型应用于有限元中, 就能够借助于有限元强大的非线性求解平台, 并利用考虑温度 UH 模型在分析温度影响下的土的弹塑性应力应变特性方面的优越性, 对温度影响下的岩土工程问题进行合理的分析, 因此本文是在考虑温度 UH 模型的基础上, 将模型非对称的弹塑性模型改进为对称的弹塑性模型, 重新推导了考虑温度 UH 模型的热应变增量; 基于 Newton-Raphson 算法和半隐式回映的应力更新算法, 编制了考虑温度 UH 模型的有限元程序, 实现了考虑温度 UH 模型在有限元中的应用; 并通过不同温度下三轴试验的有限元模拟与单元预测结果的比较, 验证了所编制的有限元程序的正确性, 说明了不同温度下土的应力应变特性的变化规律。

1 考虑温度 UH 模型简介

考虑温度的 UH 模型所涉及的温度变化为土在非冻结状态下能够达到的常见温度, 当温度在 20℃~90℃ 变化时, 模型能够较为合理地描述超固结土的基本力学特性。

1.1 考虑温度 UH 模型的屈服函数

在变换应力空间中, 考虑温度 UH 模型的当前屈服面和塑性势面可以表示为

$$\tilde{f} = \tilde{g} = \ln \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_{x0}} + \ln \left(1 + \frac{\tilde{q}^2}{M_T^2 \tilde{p}^2} \right) - \ln \left(1 - \gamma \ln \frac{T}{T_0} \right) - \frac{1}{c_p} \tilde{H} = 0 \quad (1)$$

其中, \tilde{p} 为变换应力空间当前应力点上的平均主应力; \tilde{q} 为该点上的广义剪应力; \tilde{p}_{x0} 为 T_0 温度下变换应力空间初始状态的平均主应力; $c_p = (\lambda - \kappa)/(1 + e_0)$, λ 为等向压缩线的斜率, κ 为等向回弹线的斜率, e_0 为初始孔隙比; T 为当前温度; T_0 为初始温度; γ 为材料参数; M_T 为温度 T 下的特征状态应力比。

硬化参数 \tilde{H} 可表示为

$$\tilde{H} = \int d\tilde{H} = \int \frac{\tilde{M}_{tt}^4 - \tilde{\eta}^4}{M_T^4 - \tilde{\eta}^4} d\epsilon_v^p = \int \frac{1}{\tilde{\Omega}} d\epsilon_v^p \quad (2)$$

式(2)中,

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \frac{M_T^4 - \tilde{\eta}^4}{\tilde{M}_{tt}^4 - \tilde{\eta}^4}, \\ \tilde{M}_{tt} &= 6 \left[\sqrt{\tilde{R}_T \left(1 + \frac{\chi_T}{\tilde{R}_T} \right)} - \frac{\chi_T}{\tilde{R}_T} \right], \\ M_T &= 6 \left[\sqrt{\xi_T \left(1 + \frac{\chi_0}{\xi_T} \right)} - \frac{\chi_0}{\xi_T} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中,

$$\left. \begin{aligned} \tilde{R}_T &= \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_{x0} \xi_T} \left(1 + \frac{\tilde{\eta}^2}{M_T^2} \right) \exp \left(-\frac{\epsilon_v^p}{c_p} \right), \\ \chi_0 &= \frac{M_0^2}{12(3 - M_0)}, \\ \xi_T &= 1 - \gamma \ln \frac{T}{T_0}, \\ \chi_T &= \frac{M_T^2}{12(3 - M_T)}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, M_T 为温度 T 下的潜在强度; \tilde{R}_T 为温度 T 下的超固结参数; M_0 为初始温度 T_0 下的临界状态应力比; \tilde{p}_{x0} 为前期固结压力。

1.2 考虑温度 UH 模型的弹塑性矩阵

在变换应力空间, 考虑温度 UH 模型的弹塑性矩阵为

$$D_{ijkl} = D_{ijkl}^e - D_{ijmn}^e \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{st}} D_{stkl}^e / X, \quad (5)$$

其中,

$$X = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}} + \frac{1}{\tilde{\Omega}} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\sigma}_{mm}}. \quad (6)$$

式(5)表示的弹塑性矩阵是非对称的, 为了提高有限元分析的收敛性, 采用非对称弹塑性矩阵对称化方法^[7], 将考虑温度 UH 模型的弹塑性矩阵对称化表示为

$$D_{ep} = D_e - D_e \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \right)^T D_e / X', \quad (7)$$

塑性因子 A 表示为

$$A = \frac{r(\partial f / \partial \sigma)^T D_e d\epsilon}{rX} = \frac{(\partial f / \partial \tilde{\sigma})^T D_e d\epsilon}{X'}, \quad (8)$$

其中,

$$X' = rX = \frac{(\partial f / \partial \tilde{\sigma})^T D_e d\epsilon}{(\partial f / \partial \sigma)^T D_e d\epsilon} X. \quad (9)$$

1.3 考虑温度 UH 模型的热应变增量

热塑性应变增量可以表示为

$$d\epsilon_{ij}^p = \tilde{\Lambda} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}}, \quad (10)$$

其中,

$$\tilde{\Lambda} = \frac{(\partial \tilde{f} / \partial \sigma_{ij}) D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl} + (\partial \tilde{f} / \partial T) dT}{X}. \quad (11)$$

2 考虑温度 UH 模型的有限元实现

2.1 热应力问题的有限元法

利用有限元方法分析结构的热应力时, 应先分析各单元的温度变化, 形成热载荷, 与外载荷一起求解

节点位移。按单元温升计算热应变, 在总应变中减去热应变, 计算应力。结构的温度场和位移场应同时加以计算, 可以采用相同的单元和网格划分。

按照以下步骤计算热应力:

(1) 应用式 (12) 求得位移增量:

$$[K]\{\Delta\delta\} = \{\Delta Q\}_T \quad (12)$$

式中 $\{\Delta\delta\}$ 为位移增量; $[K]$ 为结构总刚度矩阵; $\{\Delta Q\}_T$ 为结构总的热载荷, 当结构存在其他外载荷时, 则将外载荷与热载荷叠加。

(2) 由位移增量 $\{\Delta\delta\}$ 可以求得总应变增量 $\{\Delta\varepsilon\}$ 。

(3) 按单元温升, 求得单元热应变增量

$$\{\Delta\varepsilon\}_T = [\alpha'\Delta T \quad \alpha'\Delta T \quad \alpha'\Delta T \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (13)$$

其中, α' 为热膨胀系数。

(4) 求得应力增量

$$\{\Delta\sigma\} = [D](\{\Delta\varepsilon\} - \{\Delta\varepsilon\}_T) \quad (14)$$

2.2 考虑温度 UH 模型的热应变增量

由于在考虑温度 UH 模型中, 假定温度的变化对土的弹性规律没影响, 所以应变增量为

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} \quad (15)$$

在式 (15) 的两边同乘以 D , 得

$$D\{d\varepsilon\} = D\{d\varepsilon^e\} + D\{d\varepsilon^p\} \quad (16)$$

将式 (10) 代入式 (16), 得

$$D\{d\varepsilon\} = \{d\sigma\} + D\tilde{\Lambda}\left\{\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\tilde{\sigma}}\right\} \quad (17)$$

由式 (17) 得

$$\{d\sigma\} = D\{d\varepsilon\} - D\tilde{\Lambda}\left\{\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\tilde{\sigma}}\right\} \quad (18)$$

比较式 (18) 和式 (14), 可知考虑温度 UH 模型的热应变增量为

$$d\varepsilon_{ij}^T = d\varepsilon_{ij}^p = \tilde{\Lambda}\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\tilde{\sigma}_{ij}} \quad (19)$$

由式 (19) 可知, 在考虑温度 UH 模型中, 温度变化所产生的热应变增量等于热塑性应变增量。

将式 (11) 代入式 (19) 得热应变增量公式为

$$d\varepsilon_{ij}^T = d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\tilde{\sigma}_{ij}} \frac{\partial\tilde{f}}{\partial T}}{\frac{1}{\Omega} \frac{\partial\tilde{f}}{\partial\tilde{\sigma}_{mm}}} dT \quad (20)$$

2.3 考虑温度 UH 模型的有限元程序流程

考虑温度 UH 模型的有限元程序基于 Newton-Raphson 算法获得非线性问题的解答, 应力更新算法采用半隐式回映算法^[8]。每个增量步中的迭代流程如

图 1 所示。

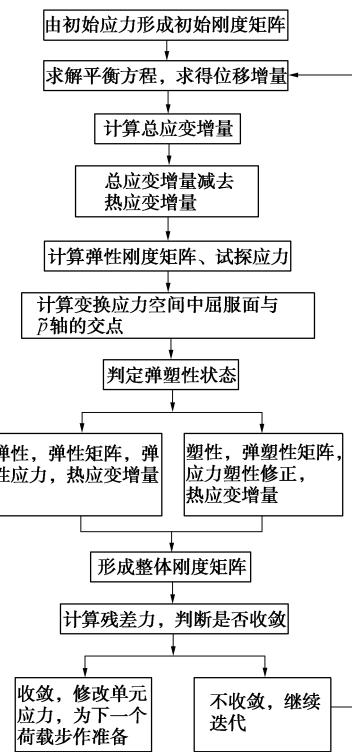


图 1 每个增量步中的迭代流程

Fig. 1 Iterative flow of each incremental step

3 三轴试验有限元分析

单元预测方法原理就是预测一个单元的应力应变关系, 根据所得到的本构方程可得到一般的土体材料的应力应变弹塑性矩阵 $[D]$, 然后利用增量方程组 $d\sigma = [D]d\varepsilon$, 由此可利用上述张量公式计算得到特定理想化应力路径下的应力应变关系曲线。上述方程是描述一个单元体的本构方程, 可通过特定应力路径或者体变约束条件进行边界条件设定, 与土工试验室中特定应力路径例如三轴压缩、伸长、真三轴路径等一一对应。这种方法可用来模拟土工试验室中的各种应力路径下的应力应变关系。参考文献[5]用单元预测的方法将预测结果和试验数据进行了比较, 单元预测结果和试验结果吻合, 因此可以用考虑温度 UH 模型进行有限元计算的结果和单元预测结果进行比较, 来验证所编制的考虑温度 UH 模型有限元程序的正确性。

三轴试验的有限元模型采用三维实体模型, 考虑对称性, 取 1/4 圆柱建立计算模型, 模型尺寸: 半径为 0.05 m, 高为 1 m。边界条件为上表面自由, 两个竖向对称表面和下表面约束法向位移。单元类型采用 1 阶 8 节点的三维实体单元 (C3D8)。有限元网格划分如图 2 所示。

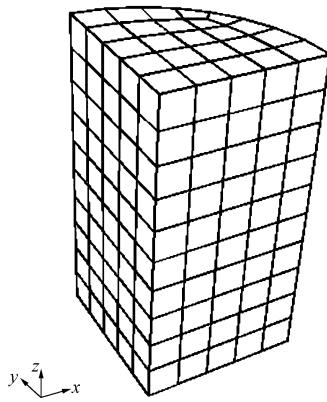


图 2 有限元网格划分

Fig. 2 Meshes for finite element analysis

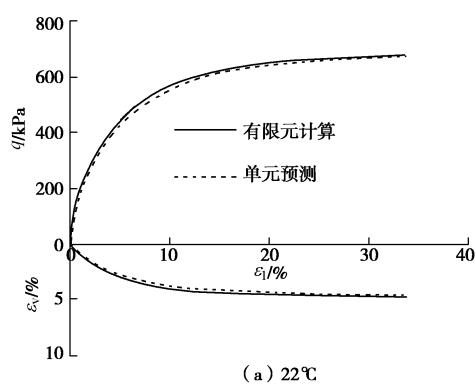
参考文献[5]中的三轴排水试验过程: 温度为 22℃ 时, 将 Kaolin 土样固结至应力 $\bar{p}_{x0}=600$ kPa, 然后回弹至 300 kPa, 得到初始超固结度分别为 1、2 的土样两组, 一组在 22℃ 时进行常规三轴排水加载, 另一组升温至 90℃ 后进行常规三轴排水加载, 材料参数如表 1 所示^[5]。经过对该等温加载下三轴排水试验的有限元模拟, 得到有限元计算结果, 并与文献[5]中的预测结果进行比较, 图 3、4 是不同温度下不同 OCR 的三轴排水有限元计算与单元预测结果对比图, 图 5 是不同温度的三轴排水有限元计算的应力应变曲线对比图, q 为剪应力, ε_v 为体积应变, ε_l 为轴向应变。

表 1 考虑温度 UH 模型的材料参数

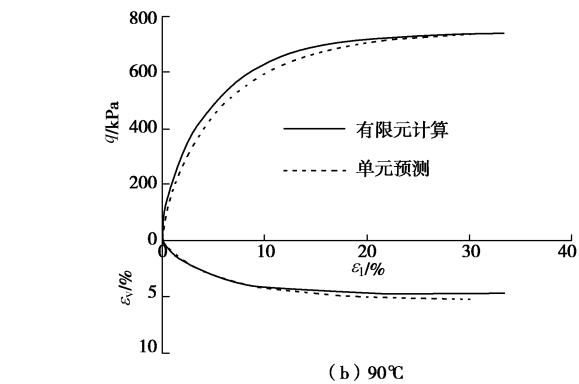
Table 1 Soil parameters in UH model considering temperature

M_0	ν	λ	κ	\bar{p}_{x0} /kPa	γ	e_0
0.82	0.3	0.104	0.021	600	0.1	0.94

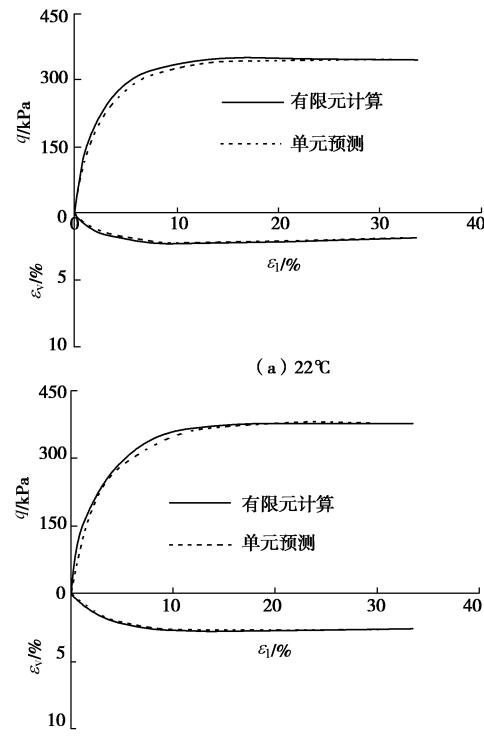
从图 3、4 可知不同温度下不同 OCR 的三轴排水有限元计算结果和单元预测的结果是一致的, 应用考虑温度 UH 模型能够较好地对不同温度下 Kaolin 土的三轴排水应力应变特性进行有限元分析, 并且从图 5 可以看出, 温度高的土的应力峰值比温度低的土的应力峰值高, 温度较高的土的体变比温度较低的土的体变大 (其中, $OCR=1$ 情况下, 两种土的体变区别不大)。



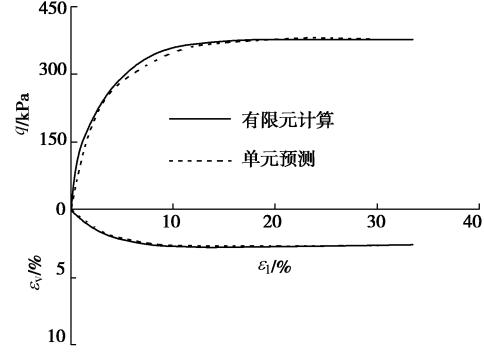
(a) 22℃



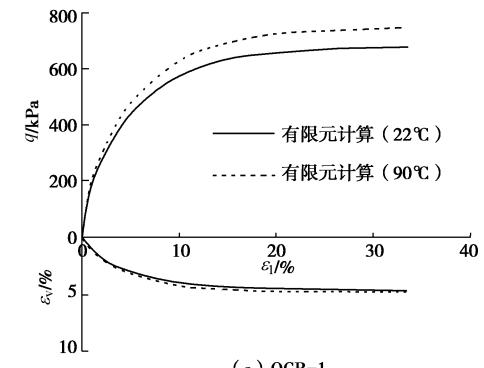
(b) 90℃

图 3 Kaolin 土 ($OCR=1$) 不同温度下的三轴排水有限元计算与单元预测结果对比Fig. 3 Comparison between FEM and unit predicted results of triaxial drained tests on Kaolin soil ($OCR=1$) under different temperatures

(a) 22℃



(b) 90℃

图 4 Kaolin 土 ($OCR=2$) 不同温度下的三轴排水有限元计算与单元预测结果对比Fig. 4 Comparison between FEM and unit predicted results of triaxial drained tests on Kaolin soil ($OCR=2$) under different temperatures(a) $OCR=1$

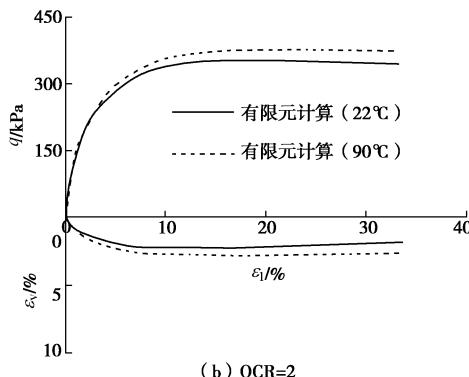


图 5 不同温度下三轴排水有限元计算的应力应变曲线比较
Fig. 5 Comparison between FEM results of triaxial drained tests under different temperatures

4 结 论

基于考虑温度 UH 模型, 对考虑温度 UH 模型进行了有限元实现, 并对不同温度下三轴排水试验进行了有限元模拟。得出以下结论:

- (1) 考虑温度 UH 模型的参数简单易用, 便于模型在有限元中的应用。
- (2) 将考虑温度 UH 模型的非对称弹塑性矩阵改进为对称的弹塑性矩阵, 提高了应用该模型进行有限元分析的收敛性。
- (3) 通过对等温加载下三轴排水试验的有限元模拟和单元预测的比较, 计算结果的一致性说明了所编制的考虑温度 UH 模型有限元程序的正确性, 能够较好地分析不同温度下土的三轴排水应力应变特性。

参考文献:

- [1] 白 冰, 赵成刚. 温度对黏性土介质力学特性的影响. 岩土力学, 2003, 24(4): 533 – 537. (BAI Bing, ZHAO Cheng-gang. Temperature effects on mechanical characteristics of clay soils[J]. Rock and Soil Mechanics,

- 2003, 24(4): 533 – 537. (in Chinese))
- [2] 傅少君, 吴秋军, 黄振科. 考虑温度效应的固结问题有限元分析[J]. 土木工程学报, 2009, 42(1): 95 – 100. (FU Shao-jun, WU Qiu-jun, HUANG Zhen-ke. Finite element analysis of thermal consolidation[J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(1): 95 – 100. (in Chinese))
 - [3] CAMPANELLA R G, MITCHELL J K. Influence of temperature variations on soil behavior[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1968, 94: 709 – 734.
 - [4] HUECKED T, BORSETTO M. Thermoplasticity of saturated soil and shales: Constitutive equations[J]. J Geotech Engng, ASCE, 1990, 116(12): 1765 – 1777.
 - [5] YAO Yang-ping, YANG Yi-fan, NIU Lei. UH model considering temperature effects[J]. Science in China, Ser. E, 2011, 54(1): 190 – 202.
 - [6] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. Géotechnique, 2009, 59(5): 451 – 469.
 - [7] 罗 汀, 秦振华, 姚仰平, 等. UH 模型切线刚度矩阵对称化及其应用[J]. 力学学报, 2011, 43(6): 1186 – 1190. (LUO Ting, QIN Zhen-hua, YAO Yang-ping, et al. Symmetrization and applications of tangent stiffness matrix for UH model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Mechanics, 2011, 43(6): 1186 – 1190. (in Chinese))
 - [8] 姚仰平, 冯 兴, 黄 祥, 等. UH 模型在有限元分析中的应用[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 237 – 245. (YAO Yang-ping, FENG Xing, HUANG Xiang, et al. Application of UH model to finite element analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 237 – 245. (in Chinese))

(本文责编 明经平)