

DOI: 10.11779/CJGE2015S1041

掺砾成都黏土的本构模型及其在FLAC^{3D}中的实现

罗会武¹, 韩磊¹, 刘恩龙^{1*}, 陈生水², 傅中志²

(1. 四川大学水力学与山区河流开发保护国家重点实验室、水利水电学院, 四川 成都 610065; 2. 南京水利科学研究所, 江苏 南京 210029)

摘要: 分析掺砾石成都黏土的三轴试验结果得到如下结论: 试样表现为应变硬化特性, 但偏应力增速较快, 且在轴向应变达到较小值时偏应力就达到了稳定值, 而体变随轴向应变的增加而平缓的增加。可见, 试样在轴向应变较小时发生轻微的剪胀而减缓体变的增加速率; 当达到塑性流动时, 试件发生明显的剪缩而引起体变的增加。修正剑桥模型描述此类特性有所欠缺。以修正剑桥模型在FLAC^{3D}中的实现过程为基础, 将魏汝龙模型写入FLAC^{3D}中来模拟软硬程度不同的土并引入了黏聚力 c , 考虑了塑性体应变硬化及剪应变引起的体变, 模拟结果表明修改的模型能较好的反映此类土的特性。将试验值对比模拟值, 发现随着砾石含量的增加, 试样变硬, 保水性变差。

关键词: 成都黏土; 修正剑桥模型; 魏汝龙模型; 硬化理论; FLAC^{3D}

中图分类号: TU44

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)S1-0218-07

作者简介: 罗会武(1988-), 男, 硕士研究生, 主要从事岩土工程方面的科研工作。E-mail: luohuiwu2009@126.com。

Constitutive model for Chengdu clay with some graves and its implementation in FLAC^{3D}

LUO Hui-wu¹, HAN Lei¹, LIU En-long¹, CHEN Sheng-shui², FU Zhong-zhi²

(1. State Key Laboratory of Hydraulics and Mountain River Engineering, College of Water Resource & Hydropower, Sichuan University,

Chengdu 610065, China; 2. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China)

Abstract: The results of the triaxial shear tests on Chengdu clay with some gravels show that: (i) The samples behave as strain-hardening type while the deviator stress increases rapidly and reaches steady state in the small axial strain level. (ii) The volumetric strain increases slowly and does not achieve stability when the axial strain increases at the same speed. So the samples behave slightly dilatancy with the increasing speed of the volumetric strain within small axial strain. They behave apparent contraction with the increasing volumetric strain when plastic flow occurs. As the capability of the modified Cam-clay model is insufficient to describe such features well, Wei Rulong model considering the cohesion c is incorporated into FLAC^{3D} to stimulate the hardening properties of soils, which considers the influence of the plastic volumetric strain hardening and the volumetric strain caused by the shearing strain based on the performance of modified Cam-clay model embedded in the FLAC^{3D}. The simulated results show that the proposed model can reflect the results of the triaxial shear tests well. By comparing the test data with the calculated results, it is indicated that the strength of the samples increases, and its water retentivity becomes weaker with the increase of the contents of gravels.

Key words: Chengdu clay; modified Cam-clay model; Wei Rulong model; hardening theory; FLAC^{3D}

0 引言

“5.12”汶川地震是中国建国以来破坏性最强的地震, 地震造成边坡土体颗粒松动, 事实表明大量土体滑坡都是在震后发生的。根据中国西南地区地震滑坡的现场情况来看, 大量的破坏面都是较粗粒和较细粒组成的滑带土^[1-2]。所谓滑带土其实就是指经过滑动过程中的一系列研磨、剪切、挤压和搓揉后而破坏形成的一层由土和碎石构成的混合土体, 这层土体介于滑动体和不动土体之间, 厚度可以是几个毫米, 也可

以到几米^[3]。可以认为震后存在滑坡可能性的土体也含有这种混合土体。研究这种土的力学性质对滑坡产生的机理有着重要的意义。

许多学者对粗细粒混合土的力学性质进行了相关研究。Hardin^[4], Pestana 等^[5]根据影响混合土的强度特性的因素, 如初始孔隙率、相对密度、矿物构成、

基金项目: 国家自然科学基金项目(91215301)

收稿日期: 2015-03-26

*通讯作者

结构和应力条件, 曾经提出过一些相关模型。Skempton^[6]认为混合土细粒含量低于 25%, 土样更接近于砂土而非黏土, 而其细粒含量超过 50%, 土样的残余强度几乎完全由细粒间的滑动摩擦来决定。Abedi 等^[7]通过对含不同比重砾石的细粒进行室内静力三轴试验, 采用控制不同的围压条件和不同干密度的方法, 得到细粒含量的增加会导致不稳定性的升高的结论, 而且, 当细粒含量达到 20% 时, 这种升高的趋势开始趋于缓慢。对于正常固结重塑土本构^[8], 第一个具体的帽盖模型是 Roscoe 提出的弹头形模型, 然后发展了修正剑桥模型, 魏汝龙则建立了第一个椭圆形帽盖模型, 沈珠江也提出过水滴形屈服面模型来描述较硬土的应力应变关系, Baladi 提出了弹性模型随应力状态和塑性体应变而变的高级帽盖模型。

当前对重塑土本构的研究比较成熟。在实际运用中对于应变硬化且表现为剪缩的土样一般采用修正剑桥模型描述其应力-应变关系。但是, 研究三轴试验的试验结果发现修正剑桥模型对于此类土的应力-应变特性的描述有所欠缺。本文尝试修改魏汝龙模型来对此类土的应力-应变关系进行描述, 在 FLAC^{3D} 中得到实现, 并与实验结果进行对比。

1 试验部分

本文分析所用数据来自韩磊等^[9]的试验结果。试验用砾石粒径范围 5~20 mm, 成都黏土破碎至 0.45 mm 以下。试验采用应变控制式三轴仪, 试样尺寸为 $\phi \times H = 101 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ 。试验采用的围压分别为 50, 100, 200 kPa。固结时间为 14 h, 固结排水试验 (CD) 的剪切速率为 0.073 mm/min。为叙述方便本文只截取含砾量为 0% 和 60% 的试验结果。图 1 表示含砾量为 0% 和 60% 时的体变与轴线应变的关系曲线和偏应力与轴线应变的关系曲线, 图 2 表示偏应力与平均有效应力的关系曲线, 图 3 表示在等向压缩试验中正常固结线与回弹曲线。

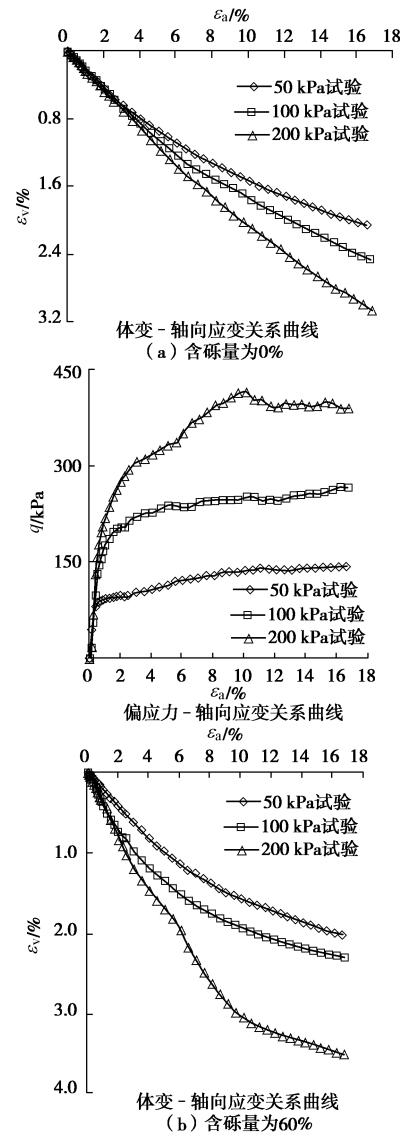
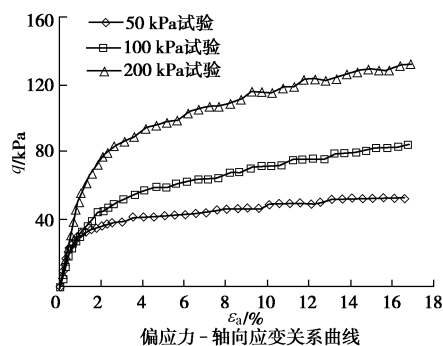
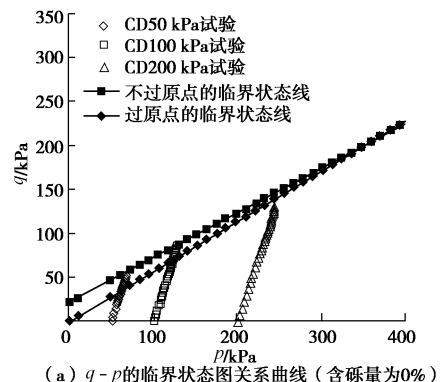


图 1 体变-轴向应变和偏应力-轴向应变关系曲线 (含砾量为 0% 和 60%)

Fig. 1 Curves of volumetric strain-axial strain and deviatoric stress-axial strain (gravel content of 0% and 60%)

初步观察试验结果图 1~3 可见: 试件表现为应变硬化性, 体变一直为剪缩没有发生剪胀, 破坏时的平均有效应力 p 和偏应力 q 基本在一条直线上。在等向压缩试验中可以观察到卸载曲线的斜率比较稳定, 而正常固结线的斜率可以粗略用一条直线表示。



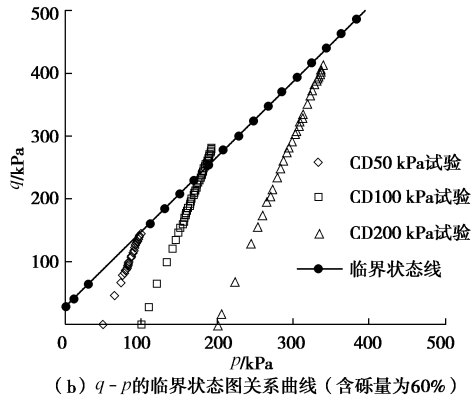


图2 临界状态(含砾量为0%和60%)

Fig. 2 Critical state (gravel content of 0% and 60%)

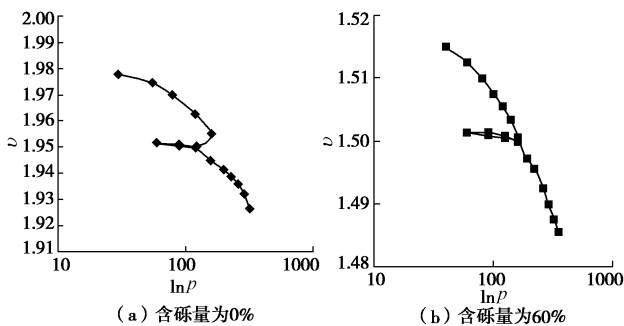


图3 在等向压缩试验中正常固结线与回弹曲线

Fig. 3 Normal consolidation line and unloading-reloading (swelling) lines for isotropic compression tests

2 FLAC^{3D} 中修正剑桥模型的描述与模拟结果

修正剑桥模型由英国剑桥大学 Roscoe 等人提出, 主要适合饱和和重塑正常固结黏土。在 FLAC^{3D} 中主要运用的理论^[10-12]如下。当知道塑性体应变时, 可由式

(1)、(2) 计算得到弹性体应变即可以得到完整的体应变, 同时也得到了平均有效应力的增长模式。所以下文将重点关注塑性体应变的增长。

2.1 塑性体应变的增长模式

对回弹曲线求导可知试样的弹性体积变化, 然后比上试样的比体积可知试样的弹性体积变化率如式

(1)。对正常固结线求导并比上试样的比体积可知试样的体积变化率, 两者的差值可得到试样的塑性体积变化率如下式所示:

$$\Delta \varepsilon_p^e = k \frac{\Delta p_c}{vp_c}, \quad (1)$$

$$\Delta \varepsilon_p^p = (\lambda - k) \frac{\Delta p_c}{vp_c}, \quad (2)$$

式中, p_c 表示屈服平均应力, v 表示比体积, λ 表示在 $v - \ln(p')$ 正常固结线斜率的绝对值, k 表示在

$v - \ln(p')$ 平面卸载曲线斜率的绝对值。

对于修正剑桥模型其屈服函数的表达式为

$$f(q, p) = q^2 + M^2 p(p - p_c). \quad (3)$$

采用相适应的流动准则, 塑性势函数 g 为

$$g = q^2 + M^2 p(p - p_c). \quad (4)$$

塑性应变增量与势函数的关系为

$$\Delta \varepsilon_p^p = \lambda^v \frac{\partial g}{\partial p}, \quad (5)$$

$$\Delta \varepsilon_q^p = \lambda^v \frac{\partial g}{\partial q}, \quad (6)$$

其中, λ^v 表示塑性乘子。

对塑性势函数求导可知:

$$c_a = \frac{\partial g}{\partial p} = M^2 (2p - p_c), \quad (7)$$

$$c_b = \frac{\partial g}{\partial q} = 2q. \quad (8)$$

应力的增长满足下式

$$p^N = p^I - K \Delta \varepsilon_p^p, \quad (9)$$

$$q^N = q^I - 3G \Delta \varepsilon_q^p. \quad (10)$$

其中 N 表示新的应力状态, I 表示旧的应力状态加上弹性增量。

将方程 (9)、(10) 带入到屈服函数 (3) 可得下式

$$a(\lambda^v)^2 + b\lambda^v + c = 0, \quad (11)$$

其中式 (11) 的参数见式 (12) ~ (14)

$$a = (MKc_a)^2 + (3Gc_b)^2, \quad (12)$$

$$b = -[Kc_a c_a^I + 3Gc_b c_b^I], \quad (13)$$

$$c = f(q^I, p^I). \quad (14)$$

求方程的解可得到塑性乘子 λ^v , 则可得到塑性体应变。

2.2 用修正剑桥模型模拟试验

本文尝试使用修正剑桥模型模拟试验, 以含砾量为 0% 的成都黏土为对象进行分析。

(1) 试验参数的选取

FLAC^{3D} 中需要两组材料参数, 一组是弹性变形参数, 另一组是强度参数。其值由试验来确定。模拟试验时假定试验的初始比容 v_λ 为定值, 试验的体变对正常固结线的要求较高, 而等压固结试验的离散度较大, 本文对不同围压的试样做了对应的拟合其值见表 1。

(2) 模拟过程

采用的单元试样为 0.1 m × 0.1 m × 0.2 m。边界条件: 在四周施加垂直向内的围压, 并约束底部位移, 在加载过程中, 在试样的顶部每个循环步施加的位移为 0.85×10^{-5} m, 共循环 4000 步, 使轴向应变达到 17%。

表 1 数值模拟时所选取的参数(含砾量为 0%)
Table 1 Parameters in the numerical simulation(content of gravels 0%)

不同围压/kPa	修正剑桥模型参数					修改后剑桥模型所取不同的参数				
	M	λ	k	ν_λ	p'_{c0}/kPa	p_1/kPa	c/kPa	γ	M	
50	0.57	0.023	0.002	1.97	50	50	21.62	0.4	0.508	
100	0.57	0.03	0.002	1.97	100	100	21.62	0.4	0.508	
200	0.57	0.045	0.002	1.97	200	200	21.62	0.4	0.508	

(3) 试验模拟结果

将模拟结果与试验结果对比, 见图 4。观察图 4 可知, 修正剑桥模型对偏应力的模拟较好, 对体应变的模拟有所欠缺。其主要原因是修正剑桥模型没有考虑试样的剪胀。观察 $q - \varepsilon_a$ 图可知可以看出在试件表现出类似于较硬土的性质^[8], 即偏应力 q 增速较快在轴向应变达到较小值时偏应力 q 就达到了稳定。而体变与较软土的体变类似^[8], 即体变随轴向应变的增加而平缓的增加。可见试样在轴向应变较小时发生轻微的剪胀而减缓体变的增加速率, 当达到塑性流动时, 试件发生明显的剪缩而继续引起体变的增加。

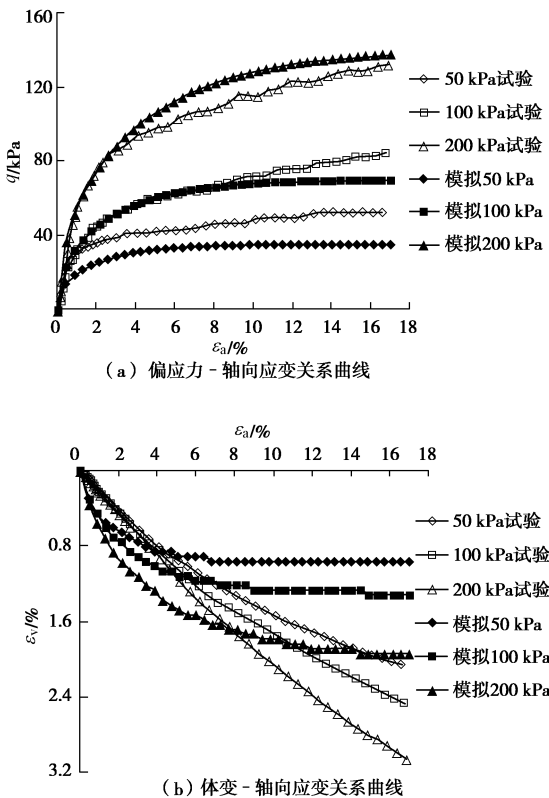


图 4 偏应力 - 轴向应变和体变 - 轴向应变试验关系曲线与模拟关系曲线对比(含砾量为 0%)
Fig. 4 Comparison between the experimental and simulative curves of volumetric strain-axial strain and deviatoric stress-axial strain (content of gravels 0%)

3 对修正剑桥模型的修改

对于观察到的现象做了 3 个方面的改进即对硬化

理论的修改、对屈服函数的修改和对体变的修改。其中对硬化理论和体变的改进是为了更好的反映体变的特性, 对屈服函数的修改是为了反映软硬程度不同的土的力学性质, 具体过程见下文。

3.1 对硬化理论的修改

沈珠江^[8,13]对 3 种硬化理论进行了比较。他将硬化理论分为等值面理论、对偶应力理论和等价应力理论。等值面理论假定屈服面 f 为某一硬化参数 h 的等值面。对偶应力理论先在边界面上找到与现有应力 $\{\sigma\}$ 相对应的对偶应力 $\{\bar{\sigma}\}$ 并令 δ 为 $\{\sigma\}$ 和 $\{\bar{\sigma}\}$ 两点之间的距离, 则硬化模量假定为 δ 的函数, 对于等向硬化模型采用破坏面代替边界面。其表达式可以写为

$$H = H_0 \frac{\delta}{\delta_0}, \tag{15}$$

等价应力理论认为屈服面仅仅是用于判断加荷或卸荷, 不一定把他与某一硬化参数等值面联系起来, 而塑性系数或硬化模量可以通过其他途径确定。

在 FLAC^{3D} 中其采用增量形式来计算新的屈服面正是采用等值面理论, 而硬化参数 h 用塑性体应变表示即 $h = \Delta \varepsilon_p$ 。采用等值面理论时其塑性系数的表达式为

$$A' = \frac{\lambda - k}{p \left(1 - \left(\frac{p}{qM} \right)^2 \right)}. \tag{16}$$

采用对偶应力理论时其塑性系数的表达式为

$$A' = \frac{\lambda - k}{p \left(1 - \frac{p}{qM} \right)}. \tag{17}$$

当采用等价应力理论时其塑性系数的表达式为

$$A' = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E_{ur}} \right) / \left(\frac{3M^2}{M^2 - \left(\frac{p}{q} \right)^2 + 6 \frac{p}{q}} \right)^2. \tag{18}$$

塑性乘子的表达式为

$$\lambda^v = A \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \{ \Delta \sigma \}. \tag{19}$$

对于等价应力理论引入了新的试验参数 E_t 和 E_{ur} , 本文暂不考虑。通过上式可知当采用对偶应力理论时只需将等值面理论的塑性乘子作相应的改变其表达式为

$$\lambda_{\text{偶}}^v = \lambda_{\text{等值面}}^v \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{qM}\right)} \quad (20)$$

3.2 对屈服函数的修改

修正剑桥模型有较大的适用性,但对于较硬和较软土的模拟稍有欠缺。本文采用魏汝龙模型^[14]。观察试验应力路径发现试样有一定的黏聚力,将魏汝龙模型稍作修改,得到屈服函数为

$$f(q, p) = q^2 + \left(\frac{M\gamma + c}{1 - \gamma}\right)^2 (p - \gamma p_0)^2 - (M\gamma + c)^2 p_0^2 \quad (21)$$

当 $\gamma=0$, $c=0$ 是上式退化为修正剑桥模型。当调节的 γ 大小时可以模拟试验的软硬程度。则在 FLAC^{3D} 中对应的参数做如下修改如下:

$$c_a = \frac{\partial g}{\partial p} = \left(\frac{M\gamma + c}{1 - \gamma}\right)^2 [2(p - \gamma p_0)] \quad (22)$$

$$c_b = \frac{\partial g}{\partial q} = 2q \quad (23)$$

$$a = \left(\frac{M\gamma + c}{1 - \gamma} K c_a\right)^2 + (3G c_b)^2 \quad (24)$$

$$b = -(K c_a c_a^1 + 3G c_b c_b^1) \quad (25)$$

$$c = f(q^1, p^1) \quad (26)$$

3.3 对体变的修改

本文做出如下假设:当偏应力达到稳定时,忽略体变对偏应力的影响。将剪应力引起的体变分为剪胀和剪缩两部分如下:

$$\Delta \varepsilon_{\text{vq}} = \Delta \varepsilon_{\text{vq}}^{\text{胀}} + \Delta \varepsilon_{\text{vq}}^{\text{缩}} \quad (27)$$

对于剪胀部分本文粗略认为是对塑性体应变的缩减,并随平均有效应力的增加而减弱假定满足表达为

$$\Delta \varepsilon_{\text{vq}}^{\text{胀}} = -C_1 \frac{\sigma_0}{p} \Delta \varepsilon_{\text{p}}^{\text{p}} \quad (28)$$

式中, C_1 为拟合参数可取 0.7, σ_0 表示围压。

对于剪缩部分,分析可知应该与试样塑性剪应变和平均有效应力相关,且平均有效应力对于剪缩的增长为有利因素。当发生塑性流动时试样的体变满足下式

$$\Delta \varepsilon_{\text{vqs}} = 1 - (1 - \Delta \varepsilon_{\text{q}}^{\text{p}})(1 + \nu_s \Delta \varepsilon_{\text{q}}^{\text{p}})(1 + \nu_s \Delta \varepsilon_{\text{q}}^{\text{p}}) \quad (29)$$

忽略高阶无穷小则有

$$\Delta \varepsilon_{\text{vqs}} = (1 - 2\nu_s) \Delta \varepsilon_{\text{q}}^{\text{p}} \quad (30)$$

在理论上认为发生塑性流动时此时的泊松比 ν_s 为 0.5, 即 $\Delta \varepsilon_{\text{vqs}} = 0$ 表示不发生体缩。本文认为塑性流动时的泊松比 ν_s 为 0.47。则对于剪缩部分假定满足下式

$$\Delta \varepsilon_{\text{vq}}^{\text{缩}} = 0.06 \frac{p^2}{q\sigma_0} \Delta \varepsilon_{\text{q}}^{\text{p}} \quad (31)$$

即剪应力引起的体变为式 (32)

$$\Delta \varepsilon_{\text{vq}} = 0.06 \frac{p^2}{q\sigma_0} \Delta \varepsilon_{\text{q}}^{\text{p}} - C_1 \frac{\sigma_0}{p} \Delta \varepsilon_{\text{p}}^{\text{p}} \quad (32)$$

4 运用修改后的剑桥模型

将修改后的模型在 vs2010 中形成 WRLDrightCam.dll^[15], 然后在 FLAC^{3D} 中运行此文件, 在运行过程中所有计算过程与大部分参数和修正剑桥模型参数相同, 具体数据见表 1。其中破坏线斜率 M 与截距 c 由拟合得到, γ 为屈服面的形状参数, 通过调试得到。将模拟结果与试验结果整理成图 5。本文也对含砾量为 60% 的成都黏土进行了模拟, 其材料参数见表 2。将试验结果与模拟结果整理成图 6。

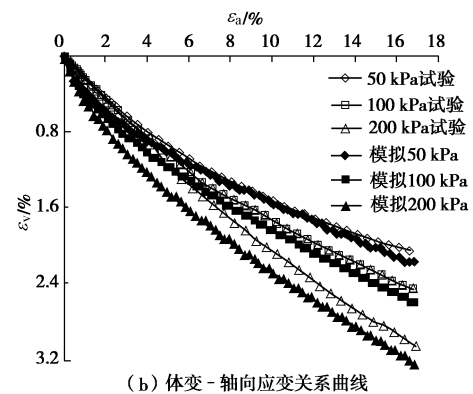
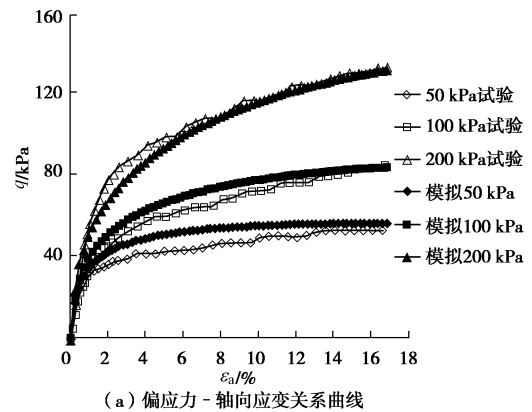


图 5 偏应力 - 轴向应变和体变 - 轴向应变试验关系曲线与模拟关系曲线对比(含砾量为 0%)

Fig. 5 Comparison between experimental and simulative curves of volumetric strain-axial strain and deviatoric stress-axial strain (content of gravels 0%)

通过观察图 5 和图 6 可知, 修改后的模型对含砾量为 0% 的偏应力 q 和体变 $\Delta \varepsilon_v$ 模拟的较好, 对含砾量为 60% 的偏应力 q 和体变 $\Delta \varepsilon_v$ 吻合的比较满意。同时注意到砾石含量为 0% 时的试样其偏应力 q 增加的速率试验值基本与模拟值相等, 体变模拟值大于试验值。而砾石含量为 60% 的试样试验值得到的偏应力 q 的增加速率大于模拟值, 体变同样是试验值大于模拟值。

可得到如下结论：砾石的含量会使黏土变硬，更容易发生较大体变。

表 2 数值模拟时所选取的参数（含砾量为 60%）

Table 2 Parameters for numerical simulation (gravel content of 60%)							
不同围压/kPa	M	λ	k	ν_λ	p'_{c0} /kPa	c /kPa	γ
50	1.2	0.01	0.0012	1.50	50	28	0.4
100	1.2	0.02	0.0012	1.50	100	28	0.4
200	1.2	0.034	0.0012	1.50	200	28	0.4

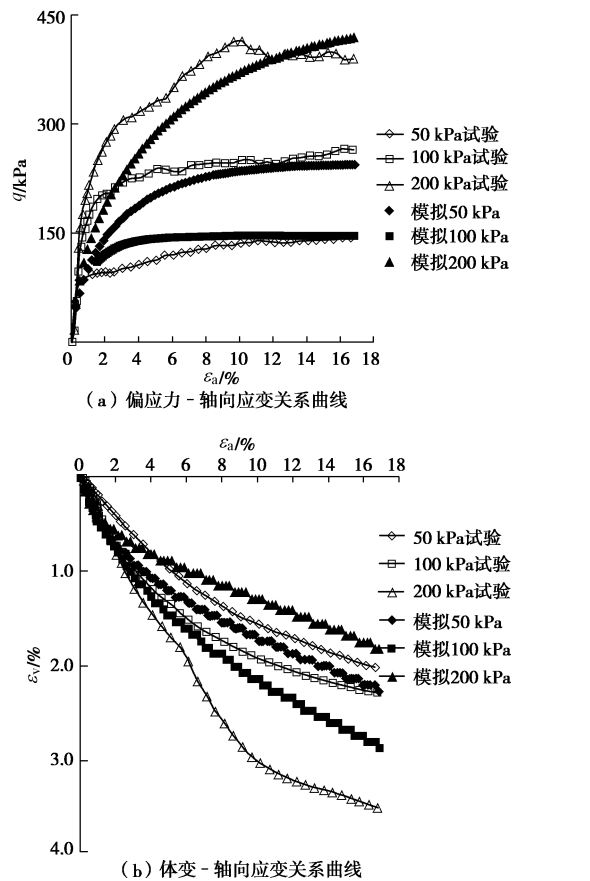


图 6 偏应力 - 轴向应变和体变 - 轴向应变试验关系曲线与模拟关系曲线对比(含砾量为 60%)

Fig. 6 Comparison between experimental and simulative curves of volumetric strain-axial strain and deviatoric stress-axial strain (gravel content of 60%)

5 结 论

(1)观察试验结果和用修正剑桥模型模拟结果可以看到：试样表现出应变硬化性，但偏应力 q 增速较快在轴向应变达到较小值时偏应力 q 就达到了稳定即试件“较硬”，而体变随轴向应变的增加而平缓的增加即试件“较软”。可以认为试样的轴向应变较小，试件发生轻微的剪胀而减缓体变的增加速率，当达到塑性流动时，试件发生明显的剪缩而继续引起体变的增加。

(2)魏汝龙模型能调节椭圆的形状来描述不同硬度的黏土，运用对偶应力硬化理论拓宽模型的适用范围，同时考虑了剪应力引起的体变，这些都扩大了修改后修正剑桥模型的适用范围，同时这些修改都建立在 FLAC^{3D} 提供的平台上，它能很方便的运用于工程实践。

(3)模拟结果表明修改后的修正剑桥模型能较好的模拟成都黏土力学性质，同时观察模拟值与试验值可以得到砾石的含量会使黏土变硬更容易发生较大体变即砾石使黏土的保水性变差。

参考文献:

[1] 袁晓明, 曹振中, 孙 锐, 等. 汶川 8.0 级地震液化特征初步研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(6): 1288 - 1296. (YUAN Xiao-ming, CAO Zhen-zhong, SUN Rui, et al. Preliminary research on liquefaction characteristics of wenchuan 8.0 earthquake[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(6): 1288 - 1296. (in Chinese))

[2] 韩金良, 吴树人, 何淑君, 等. 5.12 汶川 8 级地震次生地质灾害的基本特征及其形成机制浅析[J]. 地质前缘, 2009, **16**(3): 306 - 326. (HAN Jin-liang, WU Shu-ren, HE Shu-jun, et al. Basal characteristics and formation mechanisms of geological hazards triggered bythe May 12 , 2008 Wenchuan earthquake with a moment magnitude of 8.0[J]. Earth Science Frontiers, 2009, **16**(3): 306 - 326. (in Chinese))

[3] 王恭先, 徐峻龄, 刘光代. 滑坡学与滑坡防治技术[M]. 北京: 中华人民共和国铁道出版社, 2007. (WANG Gong-xian, XU Jun-ling, LIU Guang-dai. Landslidlology and landslide control technique[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2007. (in Chinese))

[4] HARDIN. One-D strain in normally consolidated cohesionlesssoils[J]. Geotech Eng Div, ASCE, 1978, **113**(12): 1449 - 1467.

[5] PESTANA J M, WHITTLE A J. Compressiond model for cohesionlesssoils[J]. Géotechnique, 1995, **45**(4): 611 - 631.

[6] SKEMPTON A W. Residual strength of clays in landslides folded strata and the laboratory[J]. Géotechnique, 1985, **35**(1): 3 - 18.

[7] MEHDI A, SHAHABODDIN S, YASROBI. Effects of plastic fines on the instability of sand[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, **30**: 61 - 67.

[8] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009: 51 - 60. (SHEN Zhu-jiang. Theoretical soil

- mechanics[M]. Beijing: China Water Power Press, 2009: 51 - 60. (in Chinese))
- [9] 韩磊, 彭旭, 魏巍, 等. 砾石含量对成都黏土力学特性的影响[J]. 四川建材, 2013, 39(1): 109 - 111. (HAN Lei, PENG Xu, WEI Wei, et al. Influence of content of gravels on the mechanical properties of Chengdu clays[J]. Sichuan Building Materials, 2013, 39(1): 109 - 111. (in Chinese))
- [10] Itasca Consulting Group. Fast Lagrangian analysis of continua in 3 dimensions[M]. MN: Itasca Consulting Group, Minneapolis, 2002.
- [11] 屈智炯, 刘恩龙. 土的塑性力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011. (QU Zhi-jiong, LIU En-long. The plastic mechanics of soil[M]. Beijing: China: Science Press, 2011. (in Chinese))
- [12] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. (QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. The principle and calculation of soil[M]. Beijing: China Water Power Press, 2009: 51 - 60. (in Chinese))
- [13] 沈珠江. 三种硬化理论比较[J]. 岩土力学, 1994(2): 13 - 19. (SHEN Zhu-jiang. Comparison among three kinds of hardening theories[J]. Rock and Soil Mechanics, 1994(2): 13 - 19. (in Chinese))
- [14] 魏汝龙. 正常压密粘土的本构定律[J]. 岩土工程学报, 1981(3): 10 - 18. (WEI Ru-long. Constitutive laws for normally consolidated clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1981(3): 10 - 18. (in Chinese))
- [15] 陈育民, 徐鼎平. FLAC /FLAC^{3D} 基础与工程实例[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2013. (CHEN Yu-min, XU Ding-ping. Fundamentals of FLAC/FLAC^{3D} with engineering example[M]. Beijing: China Water Power Press, 2013. (in Chinese))

(本文责编 黄贤沙)