

DOI: 10.11779/CJGE2015S1019

# 基于 UH 模型的土体变形局部化分析

胡 晶, 姚仰平\*, 罗 汀

(北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 应变局部化现象广泛地存在于超固结土和砂土的室内及现场试验中。当土体发生破坏时, 土体变形往往集中在狭窄的带状区域, 并且破坏面上的强度并非同时发挥。超固结度、围压、摩擦角、温度及加载应变率等因素的改变均可以使土体强度提高, 但上述部分因素在提高土体强度的同时却可能对土体的稳定性产生不利影响, 导致土体更易发生局部化破坏。因而基于 UH 模型(统一硬化模型), 采用平面应变下的分叉理论解对土体局部化问题进行分叉分析, 探究了超固结度、围压、临界状态应力比、温度及加载应变率对分叉应变影响, 并对所得结果进行分析讨论。此外, 通过有限差分方法在平面应变条件下对局部化现象进行数值模拟, 上述影响因素的分析结果与理论解相一致。

**关键词:** 局部化; UH 模型; 硬化; 分叉

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)S1-0094-05

作者简介: 胡 晶(1989-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程方面的研究。E-mail: jinghu@buaa.edu.cn。

## Localization of soil deformation depending on UH model

HU Jing, YAO Yang-ping, LUO Ting

(School of Transportation Science and Engineering Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The phenomenon of strain localization widely exists in both laboratory or field tests on over-consolidated clay or sand. The deformation of soils when failure occurs, often localizes in a narrow zone, and the strength of the failure plane cannot be reached at the same time. The overconsolidation ratio, mean pressure, friction angle, temperature and strain rate are the main factors to increase the strength of soils. However, some factors may bring negative influence on soil stability while increasing the strength of soils. Thus, based on the UH model (unified hardening model), the theoretical solution is used to analyze the phenomenon of bifurcation under plain strain. The impacts of the over-consolidation ratio, mean pressure, critical state ratio, temperature and stain rate on bifurcation strain are systematically studied and further discussed. Same conclusions are drawn in the numerical simulations of stain localization by using the finite differential method under the same condition of plain strain.

**Key words:** localization; UH model; hardening; bifurcation

## 0 引言

土体破坏时变形往往集中在狭窄的带状区域, 变形局部化导致材料强度降低, 材料的软化又促进应变局部化的发展, 土体的破坏是应变局部化形成和发展的全过程。目前常采用分叉理论对局部化变形的起点进行预测<sup>[1-4]</sup>。一些学者分析了材料初始状态、三维应力状态、应力路径、超固结度等因素对分叉解的影响<sup>[5-8]</sup>。另有一些学者致力于应变局部化的数值模拟研究<sup>[9-13]</sup>, 解决应变局部化模拟中涉及的大变形及非连续变形的问题。

土体强度受超固结度、围压、摩擦角、温度及加载应变率等因素影响, 各因素引起土体硬化的机理不同, 可能在提高土体强度的同时导致土更容易发生局部化变形, 从而降低土体的稳定性。

局部化现象广泛存在于超固结土和密砂中, 姚仰平等提出的 UH 模型<sup>[14-15]</sup> (unified hardening model, 统一硬化模型) 参数物理意义明确, 能够合理反映超固结土的剪胀、软化等特性, 在分析局部化问题时有一定优势。姚仰平等在 UH 模型基础上考虑温度影响<sup>[16]</sup>和时间效应<sup>[17]</sup>对超固结土应力应变关系的影响, 并采用变换应力方法<sup>[18-19]</sup>考虑土体的三维受力和变形, 可以用于复杂受力条件下的分叉分析。本文结合 UH 模型, 分析不同因素对分叉解的影响, 并与有限差分的数值计算结果进行对比。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目 (“973”计划)

(2014CB047001); 国家自然科学基金项目 (11272031); 北京市自然

科学基金项目 (8132042)

收稿日期: 2015-03-26

\*通讯作者

## 1 分叉理论分析

### 1.1 分叉理论简介

平面应变条件下分叉控制方程为<sup>[2]</sup>

$$\begin{vmatrix} \dot{\xi}_{11} & \dot{\xi}_{13} \\ \dot{\xi}_{31} & \dot{\xi}_{33} \end{vmatrix} = A \tan^4 \theta + B \tan^2 \theta + C = 0, \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = C_{1313}^{\text{ep}} C_{1111}^{\text{ep}} \\ B = C_{1111}^{\text{ep}} C_{3333}^{\text{ep}} - C_{1133}^{\text{ep}} C_{3311}^{\text{ep}} - C_{1133}^{\text{ep}} C_{1313}^{\text{ep}} - C_{3311}^{\text{ep}} C_{1313}^{\text{ep}} \\ C = C_{1313}^{\text{ep}} C_{3333}^{\text{ep}} \\ \tan \theta = n_1 / n_3 \end{array} \right., \quad (2)$$

$C_{ijk}^{\text{ep}}$  为弹塑性刚度矩阵张量,  $n_i$  为方向向量, 若材料发生分叉, 式 (1) 有实数解, 则,

$$B^2 - 4AC \geq 0, \text{ 且 } B/A \leq 0. \quad (3)$$

### 1.2 超固结土的 UH 模型

超固结土 UH 模型当前屈服面为

$$\ln \frac{p}{p_0} + \ln \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) - \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^p = 0. \quad (4)$$

式中  $p$  为平均正应力;  $p_0$  为初始平均正应力;  $\eta$  为应力比;  $M$  为临界状态应力比;  $e_0$  为初始孔隙比;  $\lambda$  为正常压缩线斜率;  $\kappa$  为回弹线斜率;  $\varepsilon_v^p$  为塑性体积应变;  $M_f$  为潜在破坏应力比,

$$M_f = 6 \left[ \sqrt{\frac{\chi}{R} \left( 1 + \frac{\chi}{R} \right)} - \frac{\chi}{R} \right], \quad (5)$$

$$\chi = \frac{M^2}{12(3-M)}, \quad (6)$$

$$R = \frac{p}{p_{x0}} \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \exp \left( - \frac{\varepsilon_v^p (1+e_0)}{\lambda-\kappa} \right), \quad (7)$$

式中,  $\bar{p}_{x0}$  为前期平均正应力。

### 1.3 平面应变条件下分叉理论分析

预测采用饱和藤森黏土, 土性参数如表 1。

表 1 饱和藤森黏土材料参数

Table 1 Parameters of saturated Fujinomori clay

$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$M$	$e_0$	$p_0 / \text{kPa}$
0.09	0.02	0.3	1.36	0.768	196

理论分析模拟平面应变试验条件, 初期试样等向固结, 变形稳定后, 固定某一水平方向的位移, 另一水平方向保持压力恒定, 于竖直方向加载。基于分叉理论编写相应的程序, 对各因素对分叉影响进行探讨。

## 2 分叉有限差分数值模拟

### 2.1 模型

差分计算模型如图 1, 正方形单元边长 0.0025 m。土体尺寸为 0.05 m × 0.005 m × 0.1 m; 上下压力板尺寸均为 0.07 m × 0.005 m × 0.015 m; 土体本构采用 UH

模型<sup>[20]</sup>, 参数见表 1; 压力板采用弹性模型, 压力板及接触面参数见表 2。加载应变速率为  $10^{-5}/\text{s}$ , 通过边界摩擦效应产生剪切带。加载及边界条件与上文理论分析一致。

表 2 压力板及接触面力学参数

Table 2 Mechanical parameters of pressure plates and interface

体积模量/GPa	剪切模量/GPa	法向刚度/MPa	切向刚度/MPa	黏聚力/Pa	摩擦角/(°)
2	1	100	100	1000	20

### 2.2 模拟结果

剪切应变速率随着时间变化的云图见图 1。土体开始变形在土体内分布基本均匀, 随着不断加载, 应变首先在中部和载荷板下 4 个角点附近集中, 见图 1(a)。随后变形逐步发展初步显示出 X 形图案, 见图 1(b)。此后变形进一步集中, X 形图案联通并越来越明显, 见图 1(c)。最后变形主要集中在 X 形的区域内, 带外变形基本不再发展, 剪切带最终形成, 见图 1(d)。

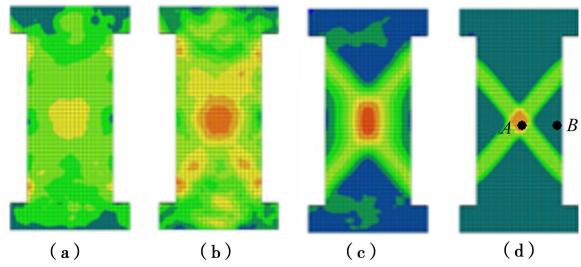


图 1 剪切应变率发展云图

Fig. 1 Development of shear strain rate contours

### 2.3 监测点选取

为了确定数值模拟结果中发生分叉时的应变, 取模型中心点 A 和相同高度的边界点 B 作为剪切带内和带外的监测点 (如图 1(d)), 可得到带内与带外的孔隙比  $e$  随轴向应变  $\varepsilon_1$  变化的曲线, 根据带内外变形产生差异的起点判断出土体分叉的发生。

## 3 分叉影响因素分析

### 3.1 超固结度对分叉应变的影响

当前围压 196 kPa, 超固结度 OCR 分别为 2, 4, 8, 12 时, 理论及数值模拟结果如图 2。理论分析与数值模拟均表明: 超固结度越大, 分叉点应变也越小, 即土体更容易产生局部化变形。超固结度越大, 土体峰值强度越高, 达到峰值强度的应变提前, 而分叉发生于土体软化之前 (如图 2(a))。超固结度越大, 带外剪胀变形越大, 而带内外孔隙比差值也越大, 即剪切带越明显 (如图 2(b)), 这与试验观测到的现象一致。

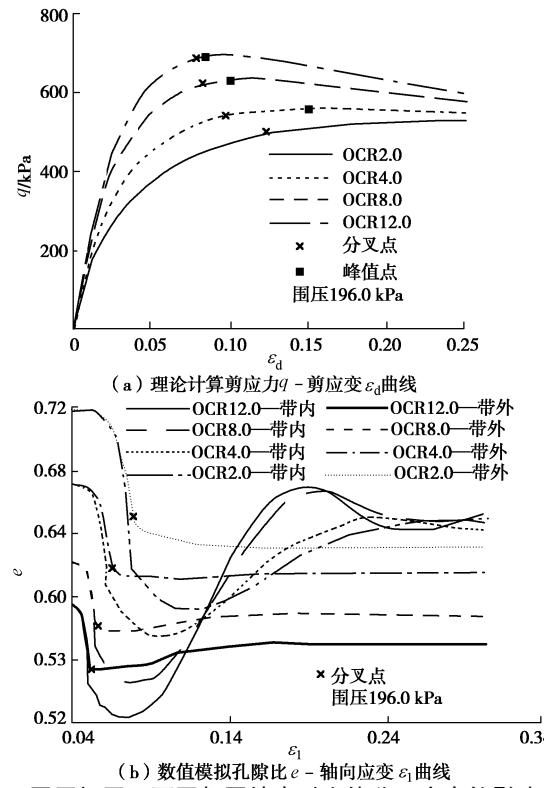


图2 围压相同, 不同超固结度对土体分叉应变的影响

Fig. 2 Influnce of overconsolidation ratio on bifurcation strain of soil under same mean pressure

而当前期固结压力固定( $8 \times 196 \text{ kPa}$ ), 分别卸载至 $196$ ,  $2 \times 196$ ,  $4 \times 196 \text{ kPa}$ , 土体超固结度分别为 $8.0$ ,  $4.0$ ,  $2.0$ , 理论分析结果如图3, 结论同样表明超固结度越大, 分叉点应变也越小。

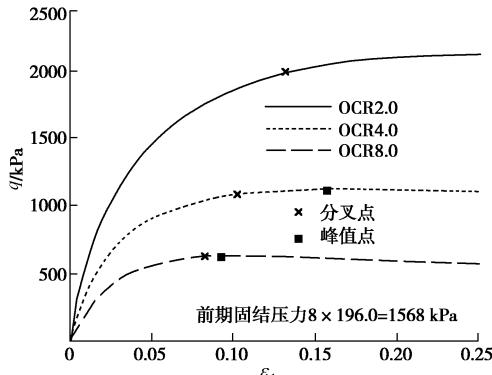


图3 前期固结压力相同, 不同超固结对土体分叉应变的影响

Fig. 3 Influnce of overconsolidation ratio on bifurcation strain of soil at same preconsolidation pressure

通常, 超固结度的提高并不能提升土体的临界强度, 但却可以大大提高土体的峰值强度, 土体在加载过程中会处于超负荷状态, 而这样的超荷也使土体处于不稳定的受力变形状态, 使土体的剪胀、软化等现象异常明显, 这种不稳定状态使分叉应变有所提前。土体的超固结就好比金属的冷作硬化, 虽然一定程度上提高了强度, 却大大降低了材料的变形能力, 材料更容易发生失稳破坏。

进一步比较图2(a)和图3的结果, 当超固结度一致时, 当前围压越大, 土体强度越高, 分叉应变也会有所增加。这是由于围压的约束使土处于较为稳定的受力状态, 围压的升高使土体的强度与变形能力均有所提高, 提高了土体的稳定性。

### 3.2 临界状态应力比对分叉应变的影响

临界状态应力比 $M$ 值越大, 摩擦角越大。在其它条件完全相同的情况下, 仅提高临界状态应力比, 理论和数值分析得到图4。

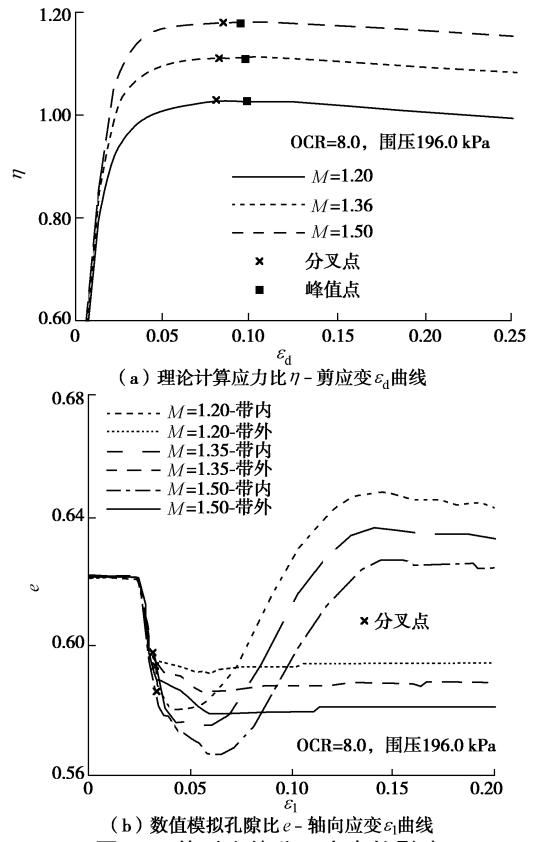


图4  $M$ 值对土体分叉应变的影响

Fig. 4 Influnce of  $M$  on bifurcation strain of soil

$M$ 值的提高会使土体强度提高, 理论解与数值模拟结果均表明,  $M$ 值越高, 分叉点应变越大, 土体越稳定。 $M$ 值的增大使土体的剪胀效应降低(如图4(b)), 剪切带内外土体变形的差别减小, 即变形局部化现象减弱, 这使土体发生局部化破坏的机率减小。

此外,  $M$ 值越大,  $\varphi$ 值越大, 破坏面与水平方向夹角越大, 这也说明了土体的整体稳定性较好, 这一点可以从边坡稳定性中看出,  $\varphi$ 值越大, 边坡稳定性越好。虽然提升 $M$ 值与超固结度的增加均使土体刚度增大, 但两者对土体稳定性的影响存在差别。

### 3.3 温度对分叉应变的影响

近年来, 温度问题在岩土工程中受到越来越多的关注。对于部分土, 温度的升高常导致热固结并引起土体强度的升高, 即热硬化<sup>[21]</sup>。姚仰平等基于UH模型提出了考虑温度影响的本构模型<sup>[16]</sup>, 相比剑桥模

型, 仅增加了一个与温度相关的参数  $\gamma$ , 可以反映热固结、热破坏等现象。本文预测  $\gamma = 0.15$ , 其余参数与表 1 一致。图 5 为恒温加载的理论及数值模拟结果。

对于升温硬化的土, 温度升高, 土体强度提高, 峰值点及分叉点应变均增大, 即土体更不易于发生局部化变形。温度的升高通常会引起土的超固结度的降低<sup>[22]</sup>及临界状态应力比的升高, 而经过上文分析, 超固结度的降低和临界应力比的升高均会引起土体分叉应变的增加。因而当温度升高引起土体的热硬化时, 土的稳定性也会相应提高。

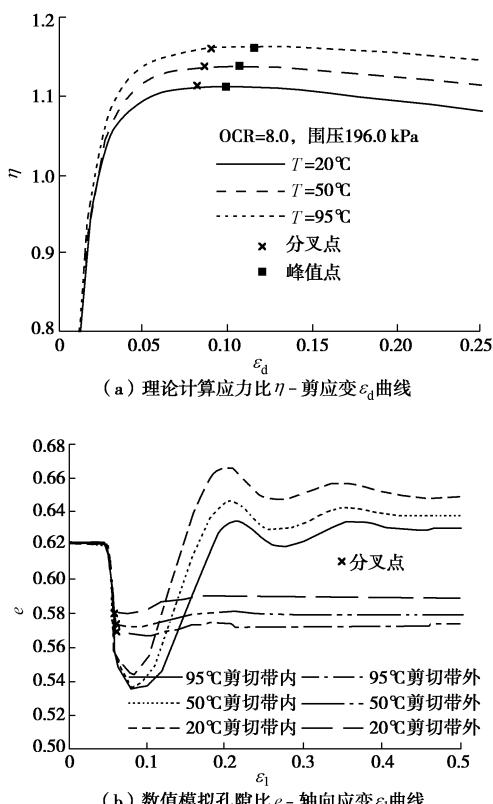


图 5 温度对土体分叉应变的影响

Fig. 5 Influnce of temperature on bifurcation strain of soil

### 3.4 应变率对分叉应变的影响

应变率提高, 土体的强度往往有所增加。在工程和室内试验中, 通常加载速率越快越易导致土体失稳。本文结合黏弹塑性本构模型对该经验结论进行分析。

姚仰平等在 UH 模型的基础上引入时间效应的影响<sup>[17]</sup>, 推导了时间效应与超固结参数的关系, 提出了考虑时间效应的 UH 模型, 相比剑桥模型, 仅增加了土体的次固结系数  $\beta$  一个参数, 可以反映土体的蠕变及应变率效应, 本文预测  $\beta = 0.004$ , 其余参数与表 1 一致。模拟条件改为, 在平面应变下进行不排水试验, 即垂直方向加载, 固定某一水平方向位移, 另一水平方向施加围压 (196.0 kPa), 试验过程中保持试样体积不变, 理论分析结果如图 6。

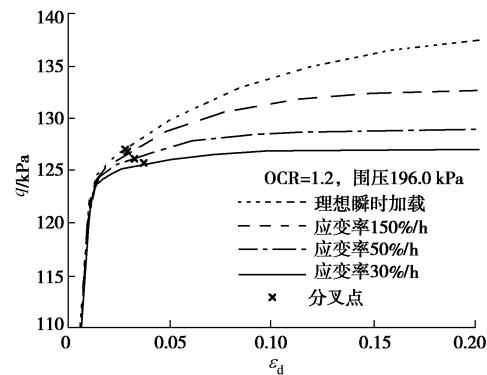


图 6 应变率对土体分叉应变的影响

Fig. 6 Infulunce of strain rate on bifurcation strain of soil

由分析结果可以看出, 应变率越高, 土体强度越高, 分叉应变提前。即加载速率越快, 土体越容易出现失稳, 这为应变率对失稳的影响提供了理论依据。

## 4 结论与建议

本文基于 UH 模型, 从理论和数值两个方面探讨影响土体强度的各因素对土体局部化变形的影响, 得到以下结论:

(1) 超固结度的提高使土体峰值强度提高, 分叉应变提前, 土体更容易产生局部化变形而破坏; 超固结度一定, 围压提高, 土体强度提高, 分叉应变增加, 土体稳定性增强。

(2) 临界状态应力比的提高使分叉应变推迟, 土体稳定性提高。临界状态应力比的提高意味着土体摩擦角的提高, 摩擦角越大, 通常土体的稳定性越好。

(3) 对于热硬化的土, 温度的升高使分叉应变增大; 而采用较慢的加载速率, 对土的稳定性较为有益。

## 参考文献:

- HILL R. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1958, 6(3): 236 – 249.
- RUDNICKI J W, RICE J R. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1975, 23(6): 371 – 394.
- OTTOSEN N S, RUNESSON K. Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-plasticity[J]. International Journal of Solids and Structures, 1991, 27(4): 401 – 421.
- 钱建固, 黄茂松. 土体变形分叉的非共轴理论[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(6): 777 – 781. (QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. Non-coaxiality for deformation bifurcation in soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(6): 777 – 781. (in Chinese))

- [5] 吕玺琳, 黄茂松, 钱建固. 基于非共轴本构模型的砂土真三轴试验分叉分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(5): 646 - 651. (LÜ Xi-lin, HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Bifurcation analysis in true triaxial tests on sands based on non-coaxial elasto-plasticity model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(5): 646 - 651. (in Chinese))
- [6] 黄茂松, 喻萍, 钱建固. 基于材料状态相关砂土临界状态理论的应变局部化分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(8): 1133-1139. (HUANG Mao-song, HU Ping, QIAN Jian-gu. Strain localization of sand based on a state-dependent critical state model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(8): 1133 - 1139. (in Chinese))
- [7] 甄文战, 孙德安, 陈瑶瑶. 三维应力状态下砂的临界状态本构模型分叉分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2663 - 2668. (ZHEN Wen-zhan, SUN De-an, Chen Yao-yao. Analysis of bifurcation by a critical state model for sands under three-dimensional stress states[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(9): 2663 - 2668. (in Chinese))
- [8] 孙德安, 陈立文. 不同应力路径下超固结黏土分叉分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(9): 1313 - 1319. (SUN De-an, CHEN Li-wen. Bifurcation analysis of over-consolidated clays under different stress paths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(9): 1313 - 1319. (in Chinese))
- [9] 蔡正银, 李相崧. 取决于材料状态的变形局部化现象[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(4): 533 - 538. (CAI Zheng-yin, LI Xiang-song. State-dependent strain loacalization[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(4): 533 - 538. (in Chinese))
- [10] 黄茂松, 钱建固. 平面应变条件下饱和土体分叉后的力学性状 [J]. 工程力学, 2005, 22(1): 48 - 53. (HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Post-bifurcation response of saturated soils under plne strain condition[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(1): 48 - 53. (in Chinese))
- [11] 孙德安, 甄文战. 不同应力路径下剪切带的数值模拟[J]. 岩土力学, 2010, 31(7): 2253 - 2258. (SUN De-an, ZHEN Wen-zhan. Numerical simulations of shear bands along different stress paths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(7): 2253 - 2258. (in Chinese))
- [12] 杜修力, 侯世伟, 路德春, 等. 梯度塑性理论的计算方法与应用[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(6): 1094 - 1101. (DU Xiu-li, HOU Shi-wei, LU De-chun, et al. Application of gradient plastic theory based on FEPG platform[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(6): 1094 - 1101. (in Chinese))
- [13] 喻葭临, 于玉贞, 张丙印, 等. 土坡中剪切带形成过程的数值模拟[J]. 工程力学, 2012, 29(2): 165 - 171. (YU Jia-lin, YU Yu-zhen, ZHANG Bing-yin, et al. Numerical simulation of the evolution of shear band in soil slope[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(2): 165 - 171. (in Chinese))
- [14] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. Géotechnique, 2009, 59(5): 451 - 469.
- [15] 姚仰平, 李自强, 侯伟, 等. 基于改进伏斯列夫线的超固结土本构模型[J]. 水力学报, 2009, 39(11): 1244 - 1250. (YAO Yang-ping, LI Zi-qiang, HOU Wei, et al. Constitutive model of over-consolidated clay based on improved Hvorslev envelope[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 39(11): 1244 - 1250. (in Chinese))
- [16] YAO Y P, YANG Y F, NIU L. UH model considering temperature effects[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(1): 190 - 202.
- [17] YAO Y P, KONG L M, HU J. An elastic-viscous-plastic model for overconsolidated clays[J]. Science China Technological Sciences, 2013, 56(2): 441 - 457.
- [18] YAO Y P, CUI W J, WANG N D. Three-dimensional dissipative stress space considering yield behavior in deviatoric plane[J]. Science China Technological Sciences, 2013, 56(8): 1999 - 2009.
- [19] YAO Y P, WANG N D. Transformed stress method for generalizing soil constitutive models[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 140(3): 614 - 629.
- [20] LUO T, QIN Z, FENG X, et al. A symmetrisation method for non-associated unified hardening model[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 52: 38 - 45.
- [21] ZHANG S, LENG W, ZHANG F, et al. A simple thermo-elastoplastic model for geomaterials[J]. International Journal of Plasticity, 2012, 34: 93 - 113.
- [22] ERIKSSON L G. Temperature effects on consolidation properties of sulphide clays[C]// Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rio de Janeiro, 1989: 2087 - 2090.

(本文责编 黄贤沙)