

DOI: 10.11779/CJGE201511024

# 砂质海床中锚板基础水平振动动力特性研究

贺 瑞<sup>1</sup>, 王立忠<sup>\*2</sup>

(1. 河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310058)

**摘 要:** 基于埋置在耦合海水-海床半空间中刚性、无重量圆盘基础的水平振动动力阻抗<sup>[1]</sup>, 简单讨论了海洋工程中常用的承受竖向拉力的、有自重的锚板基础在水平波浪荷载下的振动情况。给出了计算深埋锚板基础在发生共振时的共振频率和放大系数的简化计算公式。最后通过采用实际的海床砂土参数及锚板参数, 得出了只要锚板的厚径比满足一定的要求, 深埋锚板基础一般不会发生共振的结论。对于真实的深埋锚板基础, 这个厚径比要求一般是较容易满足的。此外, 锚板水平位移对低频海洋波浪水平荷载的频率变化并不敏感, 最大水平位移发生在频率为 0 即静载情况下。本文结论对于理解海洋工程中锚板基础在水平波浪荷载作用下的振动特性有所帮助。

**关键词:** 海水-海床半空间; 深埋锚板基础; 水平振动

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)11-2107-04

**作者简介:** 贺 瑞(1987-), 男, 四川巴中人, 博士, 讲师, 主要从事海底基础与土的动力相互作用研究。E-mail: herui0827@163.com。

## Horizontal vibration of a deeply buried plate anchor in sandy seabed

HE Rui<sup>1</sup>, WANG Li-zhong<sup>2</sup>

(1. College of Harbor, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** Based on the dynamic impedance of a massless rigid disc buried in a coupled seawater-seabed half-space (He and Wang, 2013), the horizontal vibration of a widely used deeply buried plate anchor is studied, which is subjected to a constant vertical pull force and with self-weight, under harmonic horizontal wave loads. Simplified formulas to calculate the resonance frequency and magnification factor are given. By using parameters of a real seabed and plate anchors, it is found that the resonance of the deeply buried plate anchor can be avoided if the thickness to radius ratio of the anchor satisfies some requests. For real plate anchors, it is very easy to satisfy the requests. Besides, the horizontal displacement of the deeply buried plate anchor seems to be independent of the frequencies of the wave loads, and the largest horizontal displacement occurs when the wave load frequency is 0. The results of this study will be helpful for understanding the horizontal vibration characters of the widely used deep sea plate anchors.

**Key words:** coupled seawater-seabed half-space; deeply buried plate anchor; horizontal vibration

## 0 引 言

在土木工程中, 研究土与结构的动力相互作用对基础及锚的设计至关重要。在土-结相互作用的问题中, 受水平荷载的刚性圆盘基础与弹性半空间的相互作用问题引起了广泛的兴趣, 因为它是地表结构受水平风荷载、波浪荷载以及地震作用的简化物理抽象, 至今, 已有大量文献对此问题作了研究报道。Luco 等<sup>[2]</sup>考虑了刚性圆盘基础在弹性半空间上的水平振动问题; Veletsos 等<sup>[3]</sup>考虑了放置在弹性半空间上的刚性圆盘基础同时受到水平荷载和翻转力矩作用的问题; Veletsos 等<sup>[4]</sup>研究了放置在黏弹性半空间表面的刚性圆盘基础受到水平荷载或者竖向荷载或者力矩作用的

问题; Luco<sup>[5-6]</sup>研究了多层弹性或黏弹性半空间表面的刚性圆盘基础的竖向、水平及摇摆振动问题。Jin 等<sup>[7]</sup>研究了刚性圆盘基础在多孔弹性半空间表面水平振动的问题。Andersen 等<sup>[8]</sup>用 Green 函数方法求解了多层弹性半空间表面基础的阻抗, 并分析了低频时风机基础的振动问题。Eskandari-Ghadi 等<sup>[9]</sup>研究了横观各向同性多层弹性土上刚性圆盘的垂直振动问题。然而,

**基金项目:** 国家杰出青年科学基金项目 (51325901); 国家自然科学基金面上项目 (51279176); 江苏省自然科学基金项目 (BK20150804); 中央高校基本科研业务费项目 (2015B00514)

**收稿日期:** 2014-09-08

**\*通讯作者**

上面提到的这些研究都只是研究了圆盘基础放置在半空间表面的情况,故仅适合于明置的表面基础。埋置在半空间内的圆盘基础的振动可以作为现在海洋土木工程中广泛应用的锚板基础的物理抽象,Pak 等<sup>[10]</sup>研究了埋置在弹性半空间内的刚性、无重量圆盘基础受水平静荷载的情况,He 等<sup>[1]</sup>研究了有海水覆盖的多孔弹性海床内刚性、无重量圆盘基础的水平振动问题,并给出了动力阻抗值,这样的解对于设计海洋土木工程中受水平风荷载、波浪荷载等作用的锚板基础将是有益的。但据作者所知,目前还没有文献研究过实际环境中的锚板,即承受竖向拉力的、有自重的锚板基础在水平动力荷载作用下的动力响应问题。本文将基于 He 等<sup>[1]</sup>得到的刚性、无重量圆盘基础的水平动力阻抗对该动力问题进行研究。

## 1 问题描述

考虑一个深海中埋置于饱和砂土中的锚板的水平振动问题(见图 1),锚板半径为  $a$ ,厚度为  $h$ ,  $h \ll a$ ,且埋置深度大于等于  $5a$ (此条件一般可以满足,Randolph 等<sup>[11]</sup>指出对于竖向承力锚,它的埋深大约为锚板长度的 7~10 倍),锚板上部锚固着浮于海水上的浮式平台,假设锚板承受着向上的拉力恒定值为  $F_1$ ,现由于海上周期性波浪荷载作用于海上浮体,由锚链传到锚板上的水平周期荷载为  $F_h e^{-i\omega t}$ ,现考虑锚板在这样的受力状况下的动力响应及是否会发生共振等问题。

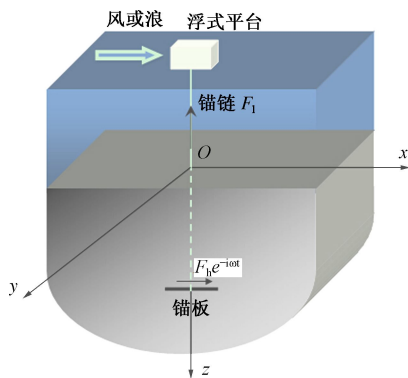


图 1 深埋锚板基础水平振动示意图

Fig. 1 Horizontal vibration of a deeply buried plate anchor

## 2 基本理论

饱和砂土用 Biot 多孔介质理论<sup>[12]</sup>进行描述,常用参数有海床土的剪切模量  $\mu^s$ 、海床土的密度  $\rho$ 、海床土的排水泊松比  $\nu$  以及海床土的抵抗阻尼:

$$b = \eta \phi^2 / \kappa \quad (1)$$

式中  $b$  为饱和砂土中由于水和土相对运动产生的阻尼; $\eta$  为土中水的动力黏度系数 ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ),其值可取

$\eta = 1.0 \times 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $\phi$  为砂土的孔隙率,砂土取值一般在 0.2~0.5 之间; $\kappa$  为多孔介质的渗透性 ( $\text{m}^2$ ,  $\kappa = k\eta / \rho_f g$ ,  $k$  为土力学中的渗透系数 ( $\text{m/s}$ ),  $\rho_f$  为饱和砂土中水的密度,  $g$  为重力加速度,对于砂,  $\kappa$  约在  $10^{-10} \sim 10^{-13} \text{m}^2$  的数量级。在下面的分析中,为简便计,将锚板基础的半径  $a$ ,海床土的剪切模量  $\mu^s$  以及海床土的密度  $\rho$  分别作为参考长度,参考剪切模量以及参考密度,对部分物理量进行了无量纲化,无量纲化后的参数用原参数上面加一短横线来表示:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\omega} &= \omega a / \sqrt{\frac{\mu^s}{\rho}} \\ \bar{b} &= \frac{ba}{\sqrt{\rho \mu^s}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

本节中,笔者将考虑一个普遍的埋置刚性、有质量的圆盘基础的水平振动问题。根据牛顿第二定律,圆盘基础的控制方程为

$$F_h e^{-i\omega t} - K_h u e^{-i\omega t} = m \partial^2 u e^{-i\omega t} / \partial t^2 \quad (3)$$

式中,  $m$  为圆盘基础质量,  $u$  为基础的水平位移幅值。当考虑基础做无量纲圆频率为  $\bar{\omega}$  的简谐振动时,锚板基础的水平刚度可以写为

$$K_h = K_h^0 (\bar{k}_h - i \bar{\omega} \bar{c}_h) \quad (4)$$

其中,

$$K_h^0 = \frac{8\mu^s a}{2-\nu} \quad (5)$$

为放置在理想弹性半空间表面的圆盘基础在水平静荷载作用下的刚度<sup>[13]</sup>。

联立式 (3)、(4) 有

$$u = \frac{F_h}{K_h^0} \frac{1}{(\bar{k}_h - \bar{m} \bar{\omega}^2) - i \bar{c}_h \bar{\omega}} \quad (6)$$

式中,  $\bar{m} = \frac{(2-\nu)m}{8\rho a^3}$  为基础的质量比<sup>[13]</sup>,  $\bar{\omega}$  为无量纲频率,且注意到  $\bar{k}_h$  和  $\bar{c}_h$  是频率相关的。

由式 (6) 可发现圆盘基础的水平位移幅值  $u_{\max}$  可以记为

$$u_{\max} = F_h M / K_h^0 \quad (7)$$

其中,

$$M = \frac{1}{\sqrt{(\bar{k}_h - \bar{m} \bar{\omega}^2)^2 + (\bar{c}_h \bar{\omega})^2}} \quad (8)$$

$M$  为动力振动的放大系数。利用式 (8) 及 He 等<sup>[1]</sup>得到的  $\bar{k}_h$  和  $\bar{c}_h$  就可以得到关于任意给定  $\bar{m}$  的准确的  $M - \bar{\omega}$  曲线。

对于式 (8) 中的  $M$ , 令  $dM/d\bar{\omega} = 0$ , 得到

$$\left[ 2\bar{m}(\bar{k}_h - \bar{m} \bar{\omega}^2) - \bar{c}_h^2 \right] \bar{\omega} + (\bar{m} \bar{\omega}^2 - \bar{k}_h) \cdot d\bar{k}_h / d\bar{\omega} - \bar{c}_h^2 \bar{\omega}^2 \cdot d\bar{c}_h / d\bar{\omega} = 0 \quad (9)$$

某些情况下,  $\bar{k}_h$  和  $\bar{c}_h$  都可以看成是频率无关的, 因此, 可以得到

$$M_{\max} = \frac{2\bar{m}}{\bar{c}_h \sqrt{4\bar{m}\bar{k}_h - \bar{c}_h^2}} \quad (10)$$

在频率

$$\bar{\omega}_0 = \sqrt{\frac{\bar{k}_h}{\bar{m}} - \frac{\bar{c}_h^2}{2\bar{m}^2}} \quad (11)$$

时发生共振。

应用  $\bar{\omega}_0 > 0$  的条件, 可以得到

$$\bar{m} \leq \frac{\bar{c}_h^2}{2\bar{k}_h} \quad (12)$$

时没有共振发生, 最大位移发生在静荷载作用时。

从式 (10)、(11) 可知, 一旦算出质量比  $\bar{m}$ , 就可以利用 He 等<sup>[1]</sup>得到的  $\bar{k}_h$  和  $\bar{c}_h$  来计算  $M_{\max}$  和  $\bar{\omega}_0$ 。由式 (12) 可知如何设计基础以让其不产生共振。这些对于设计动力基础都是极其有用的。

### 3 锚板基础

对于海洋工程中现在广泛应用的锚板基础, 研究其在水平动力荷载作用下的动力响应及如何避免其产生共振对于设计板锚是有重要意义的。因此, 本节应用前面的结论, 简要讨论锚板的振动情况。

作为例子, 采用这样的海床参数 ( $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\bar{b} = 0.1 \sim 100$  及  $\nu = 0.3$ ), 从 He 等<sup>[1]</sup>可以知道, 对于此海床中的深埋锚板基础的  $\bar{k}_h$  和  $\bar{c}_h$ , 当锚板表面与土体之间无相对滑移、共同变形时可以看作是与频率无关的, 即  $\bar{k}_h \cong 2.0$  和  $\bar{c}_h \cong 1.2$  在任意频率时都成立。通过简单的计算, 可以得到, 对于深埋锚板基础, 在共振频率

$$\omega_0 (\bar{c} \geq 5) = \sqrt{\frac{2.0}{\bar{m}} - \frac{0.72}{\bar{m}^2}} \quad (13)$$

时有

$$M_{\max} (\bar{c} \geq 5) = \frac{0.59\bar{m}}{\sqrt{\bar{m} - 0.18}}, \quad (14)$$

且当

$$\bar{m} \leq 0.36 \quad (15)$$

时, 深埋基础 (埋深  $\bar{c} \geq 5$ ) 不会发生共振。

对于深海中用锚链系泊的板锚, 锚链拉力在竖直方向的分量恒定为  $F_l$ , 则作用在锚板上竖直向上的力为

$$F_v = F_l - m_b g, \quad (16)$$

式中,  $m_b = \pi a^2 h \rho_b$  为锚板质量,  $\rho_b$  为板锚材料的密度, 对于钢材制造的锚板, 可以取  $\rho_b = 7900 \text{ kg/m}^3$ 。假设锚板表面和土的静摩擦系数为  $\mu_f$ , 则只要满足作用在锚板表面的水平动力幅值  $F_h$  小于锚板的静摩擦

力, 即

$$F_h < 2\mu_f F_v, \quad (17)$$

则可保证锚板和土之间在水平力作用下没有发生滑移, 则可应用前面基于弹性动力学理论得出的公式 (13) ~ (15) 计算锚板的动力响应。锚板的质量比为

$$\bar{m} = \frac{2-\nu}{8} \frac{m_b}{\rho a^3}. \quad (18)$$

将海床参数代入式 (18) 有

$$\bar{m} = 2.93\bar{h}, \quad (19)$$

式中,  $\bar{h} = h/a$ 。将式 (19) 代入式 (13) ~ (15), 得到

$$M_{\max} (\bar{c} \geq 5) = \frac{\bar{h}}{\sqrt{\bar{h} - 0.06}} \quad (20)$$

在频率

$$\bar{\omega}_0 (\bar{c} \geq 5) = \sqrt{\frac{0.68}{\bar{h}} - \frac{0.08}{\bar{h}^2}} \quad (21)$$

时发生共振。

应用  $\omega_0 > 0$  的条件, 可以得到

$$\bar{h} \leq 0.12 \quad (22)$$

时, 深埋的锚板基础不会发生共振。也就是说, 对于深埋的锚板基础, 只要适当地选择锚板的无量纲厚度  $\bar{h}$ , 就可以避免其产生共振破坏。如一块半径  $a = 2 \text{ m}$  的锚板, 只要其板厚小于  $24 \text{ cm}$ , 就不会发生共振, 这个条件一般是容易满足的。此时, 锚板最大水平位移发生在静力荷载作用时。

为更直观地对锚板基础受水平动力荷载时的位移情况进行了解, 下面利用假定的参数, 利用本文的模型给出一个算例: 假定本文中海床土的剪切模量为  $\mu^s = 6.5 \text{ MPa}$ , 锚板半径为  $2 \text{ m}$ , 厚度为  $4 \text{ cm}$ , 在水平荷载为  $100 \sin 2\pi f t \text{ kN}$  作用下, 其最大水平位移幅值在  $f = 0$  时, 大小为  $0.8 \text{ mm}$ , 锚板基础在不同频率  $f$  下的水平位移如图 2 所示。

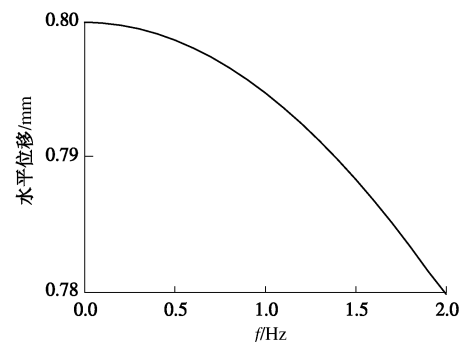


图 2 荷载频率对锚板水平位移幅值的影响

Fig. 2 Influence of frequency on horizontal displacement of plate anchor

由图 2 可以发现, 水平荷载的频率对锚板基础的

水平位移影响也较小。

## 4 结 语

本文分析了深海中承受竖向恒定拉力锚板在水平周期波浪荷载作用下的动力响应。通过理论分析和数值计算,简单地分析了深埋的锚板基础的动力响应,给出了计算锚板产生共振时共振频率和动力放大系数的简化公式,通过采用实际应用中锚板参数进行计算发现,只要锚板的厚径比满足一定的条件,锚板基础就不会产生共振,且此条件一般都能满足。

### 参考文献:

- [1] HE R, WANG L Z. Horizontal vibration of a rigid disk buried in a poroelastic half-space in contact with a fluid half-space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, **44**: 38 - 41.
- [2] LUCO J E, WESTMAN R A. Dynamic response of circular footing[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1971, **97**: 1381 - 1395.
- [3] VELETOS A S, WEI Y T. Lateral and rocking vibrations of footings[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 1971, **97**: 1227 - 1248.
- [4] VELETOS A S, VERBIC B. Vibration of viscoelastic foundations[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1973, **2**: 87 - 102.
- [5] LUCO J E. Impedance functions for a rigid foundation on a layered medium[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 1975, **31**: 204 - 217.
- [6] LUCO J E. Vibrations of a rigid disc on a layered viscoelastic medium[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 1976, **36**: 325 - 340.
- [7] JIN B, LIU H. Horizontal vibrations of a disk on a poroelastic half-space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2000, **19**: 269 - 275.
- [8] ANDERSEN L, CLAUSEN J. Impedance of surface footings on layered ground[J]. *Computer and Structures*, 2008, **86**: 72 - 87.
- [9] ESKANDARI-GHADI M, FALLAHI M, ARDESHIR-BEHRESTAGHI A. Vertical and horizontal vibrations of a rigid disc on a multilayered transversely isotropic half-space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2014, **61/62**: 135 - 139.
- [10] PAK R Y S, SAPHORES J D M. Lateral translation of a rigid disc in a semi-infinite solid[J]. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1992, **45**: 435 - 449.
- [11] RANDOLPH M F, GOURVENEC S M. *Offshore Geotechnical Engineering*[M]. London: Taylor & Francis, 2010.
- [12] BIOT M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturate porous solid. I. Low-frequency range[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1956, **28**: 168 - 178.
- [13] GAZETAS G. Analysis of machine foundations: state of the art[J]. *Soil Dynamic Earthquake Engineering*, 1983, **2**: 2 - 42.