

DOI: 10.11779/CJGE201511012

# 砂土循环累积变形规律与显式计算模型研究

王 磊<sup>1, 2</sup>, 朱 斌<sup>1, 2</sup>, 来向华<sup>3</sup>

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310058;  
3. 国家海洋局第二海洋研究所, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 海洋基础在上部结构风和波浪等长期循环荷载的作用下产生累积变形, 易影响海上风电机组等构筑物的正常服役性能, 其本质是基础周边土体的循环累积变形问题。针对该问题, 开展了一系列饱和砂土在排水条件下的循环剪切三轴试验, 研究了动应力比、初始密实度、初始平均应力和初始静应力比等土性和应力参数对循环累积变形的影响, 发现随动应力比、初始平均应力和初始静应力比的增大及初始密实度的减小, 饱和砂土的轴向循环累积应变增大。从试验数据分析来看砂土轴向循环累积应变和循环次数之间近似存在双对数线性关系。将砂土轴向循环累积应变与第一次循环轴向应变归一化能消除上述土性和应力参数的影响, 进而分析了第一次循环轴向应变与土性和应力参数之间的关系, 通过引入与密实度相关的砂土抗剪强度计算表达式, 建立了饱和砂土在排水条件下的循环累积变形显式计算模型, 适合海洋基础长期循环累积变形分析。

**关键词:** 砂土; 三轴试验; 排水条件; 循环累积变形; 模型

中图分类号: TU441 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)11-2024-06

**作者简介:** 王 磊(1988-), 男, 硕士, 主要从事砂性土纤维加筋和动力特性及其本构模型等方面的研究工作。E-mail: 21112090@zju.edu.cn。

## Cyclic accumulative deformation of sand and its explicit model

WANG Lei<sup>1, 2</sup>, ZHU Bin<sup>1, 2</sup>, LAI Xiang-hua<sup>3</sup>

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and GeoenvIRONMENTAL Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. The Second Institute of Oceanography, SOA, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** The foundation of offshore wind turbines subjected to cyclic loads derived from wind and waves tends to produce cyclic accumulative deformation, which affects the turbines' normal operation. Its essence is the accumulative deformation of soils around the foundation. A series of cyclic triaxial compression tests on saturated sands under drained conditions are carried out to study the influence of soil and stress parameters, such as dynamic stress ratio, initial density, initial mean stress and initial static stress ratio, on the accumulative deformation of sands. It is found that when the dynamic stress, initial mean stress and initial static stress ratio increase and initial density decrease, the cyclic accumulative deformation of sands becomes severer. A double logarithmic linear relationship between the axial accumulative strain and the number of cycles is obtained from the analysis of cyclic triaxial tests. The influence of soil and stress parameters is eliminated by normalizing the axial accumulative strain with the first cyclic axial strain, and relationships between the first cyclic axial strain and soil and stress parameters are analyzed after that. By introducing a density-related strength formula for sand, an explicit model for cyclic accumulative deformation of sand under drained conditions is established, which is suitable for analyzing the cyclic accumulative deformation of foundation of offshore wind turbines.

**Key words:** sand; triaxial test; drained condition; cyclic accumulative deformation; model

## 0 引言

海洋环境恶劣, 海洋基础经常承受上部结构风、波浪、水流等荷载, 这些荷载长期反复作用, 容易造成基础较大的循环累积变形, 从而影响到海上风电机组等变形敏感构筑物的正常运行。单元体试验是解释

土体在长期往复荷载作用下变形机理的最佳途径<sup>[1-5]</sup>, 这些研究表明土体的长期循环累积变形主要受初始固结应力条件、密实度、动应力水平、土体颗粒级配等

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51179169)

收稿日期: 2014-09-06

因素的影响。根据单元体试验得出的土体循环累积变形特性,许多学者建立了土体循环累积变形计算模型,主要可以分为隐式计算模型<sup>[6-8]</sup>和显式计算模型<sup>[9-12]</sup>两大类。隐式计算模型是以弹塑性理论为核心建立的,可以准确模拟每一个循环加载过程,但是计算时间过长,不适用于计算实际工程中上百万次的循环加载。显式计算模型是基于室内试验或现场实测数据建立的经验拟合公式,该类模型仅关注循环作用过程中的累积变形特性,比较有针对性,且简单实用。

本文针对砂土中的循环累积变形问题,开展了一系列饱和砂土的单向循环三轴压缩试验,研究了初始固结应力状态、动应力水平和初始密实度对循环累积变形的影响。由于实际工程中波浪荷载频率较低且砂土的渗透系数较大,难以产生孔压累积问题,所以所有试验均在排水条件下进行。最后根据试验结果,建立了饱和砂循环累积变形显式计算模型。

## 1 饱和砂土静力和循环三轴试验

### 1.1 饱和砂土静力固结排水三轴试验

试验选用砂土为福建标准砂,其基本物理指标为 $d_{50}=0.17$  mm,不均匀系数 $C_u$ 为1.57,颗粒相对密度为2.622,最大孔隙比0.952,最小孔隙比0.607。根据《建筑地基基础设计规范》(GB 50007—2011)可知所用福建标准砂为细砂,土颗粒均匀,级配不良。

静力固结排水三轴试验共有9组,包括3种相对密实度( $D_r=0.4, 0.6, 0.8$ ),每种密实度对应有3种围压( $\sigma_3=50, 100, 200$  kPa)。试验利用国家海洋局第二海洋研究所的GCTS静动力三轴试验系统进行,试样高度为140 mm,直径为70 mm,采用干砂落雨法制样。

图1为静力三轴固结排水剪切试验应力应变曲线,从图中可以看出,砂土的密实度越大,在剪切过程中的剪胀越厉害。图2,3分别为试验得出的福建标准砂残余强度包络线和峰值强度包络线。根据Bolton<sup>[13]</sup>的研究可知,砂土的残余强度受密实度影响较小,而砂土的峰值强度和剪胀性则与平均有效应力、土的相对密实度和临界状态强度密切相关,其表达式如下:

$$\varphi_p = \varphi_c + 3I_R \quad (1)$$

式中  $\varphi_p$  为峰值内摩擦角;  $\varphi_c$  为残余内摩擦角;  $I_R$  为相对剪胀指标,其表达式为

$$I_R = D_r(10 - \ln p) - 1 \quad (2)$$

式中,  $D_r$  为土的相对密实度,  $p$  为破坏时所对应的平均有效应力。从图2,3可以看出试验结果基本符合Bolton的砂土强度理论。

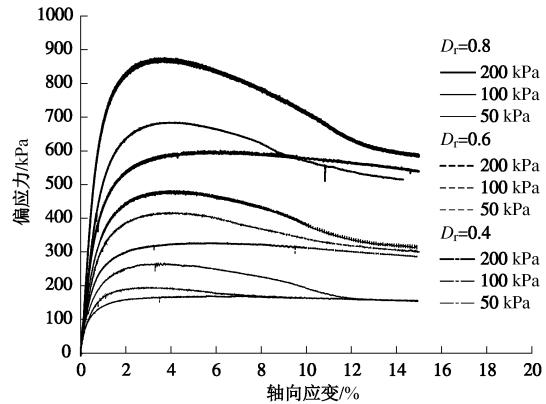


图1 静力三轴试验应力应变曲线

Fig. 1 Stress-strain curves of triaxial compression tests

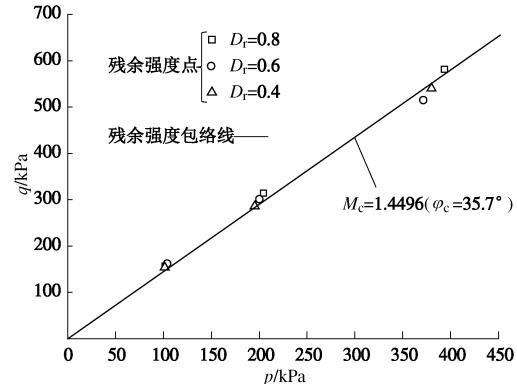


图2 砂土的残余强度包络线

Fig. 2 Residual strength curves of sands

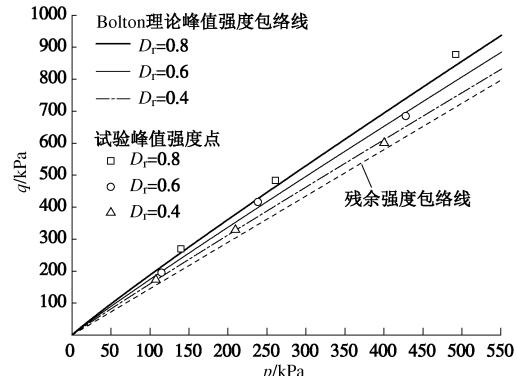


图3 砂土的峰值强度包络线

Fig. 3 Peak strength curves of sands

### 1.2 饱和砂土排水条件下循环三轴剪切试验

#### (1) 试验安排

图4所示为试验中的初始静应力状态点及循环加载应力路径,其中压应力为正,偏应力 $q=\sigma_1-\sigma_3$ ,平均应力 $p=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$ 。试验内容主要包括4个系列的试验,每个系列的试验对应研究了一种影响因素,分别为循环动应力比 $\eta_d$ 、初始密实度 $D_r$ 、初始平均应力 $p_s$ 以及初始静应力比 $\eta_s$ ,其中循环动应力比 $\eta_d=q_d/p_s$ ,初始静应力比 $\eta_s=q_s/p_s$ ,而下标s表示固结后的静应力状态,下标d表示循环动荷载。试验共有16组,所有试验循环加载次数为5000次,加载频率0.2 Hz,加载波形为规则的正弦波。16组试验的安排如表1所示。

表1 循环三轴试验安排

Table 1 Arrangement of cyclic compression tests

| 试验编号  | $\eta_d$ | $D_r$ | $p_s/\text{kPa}$ | $\eta_s$ |
|-------|----------|-------|------------------|----------|
| CC-1  | 0.2      | 0.6   | 100              | 0.75     |
| CC-2  | 0.3      | 0.6   | 100              | 0.75     |
| CC-3  | 0.4      | 0.6   | 50               | 0        |
| CC-4  | 0.4      | 0.6   | 100              | 0        |
| CC-5  | 0.4      | 0.6   | 200              | 0        |
| CC-6  | 0.4      | 0.6   | 50               | 0.50     |
| CC-7  | 0.4      | 0.6   | 100              | 0.50     |
| CC-8  | 0.4      | 0.6   | 200              | 0.50     |
| CC-9  | 0.4      | 0.6   | 50               | 0.75     |
| CC-10 | 0.4      | 0.6   | 100              | 0.75     |
| CC-11 | 0.4      | 0.6   | 200              | 0.75     |
| CC-12 | 0.4      | 0.6   | 100              | 0.90     |
| CC-13 | 0.4      | 0.4   | 100              | 0.75     |
| CC-14 | 0.4      | 0.5   | 100              | 0.75     |
| CC-15 | 0.4      | 0.7   | 100              | 0.75     |
| CC-16 | 0.4      | 0.8   | 100              | 0.75     |

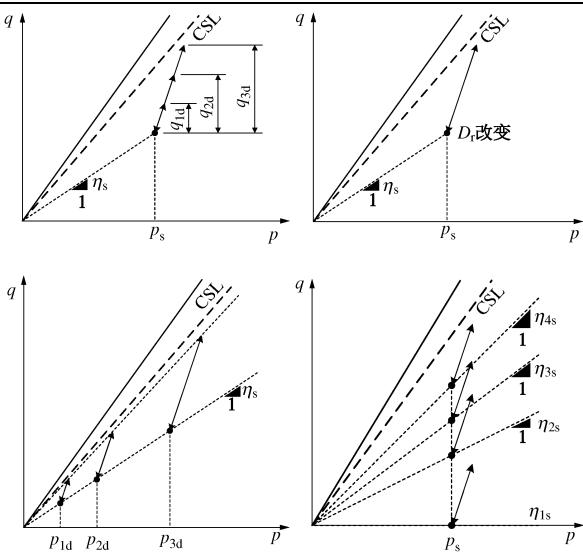


图4 循环三轴试验应力路径

Fig. 4 Stress paths of cyclic compression tests

## (2) 轴向压缩循环累积变形特性

图5~8分别为试验得出的不同动应力比、不同初始密实度、不同初始平均应力和不同初始静应力比条件下的饱和砂土轴向循环累积应变，从图中可以看出动应力比、初始密实度、初始平均应力和初始静应力比对砂土的排水循环压缩累积变形均有影响。随着动应力比的增大，初始密实度的减小，以及初始平均应力和初始静应力比的增大，砂土的排水循环压缩累积变形也增大。

饱和砂土循环累积变形的规律，可以从试验中循环荷载应力峰值点与强度包络线间的距离的远近进行分析。图9分析了4个系列试验的应力路径中循环荷载峰值点到强度包络线间的距离，发现当动应力比增大，初始密实度的减小，以及初始平均应力和初始静应力比增大时，循环荷载峰值点到强度包络线间的距离越近，这一点与前文轴向累积应变的规律相同。所以循环荷载峰值点到强度包络线间距离的远近可以反映饱和砂土循环累积变形的大小。

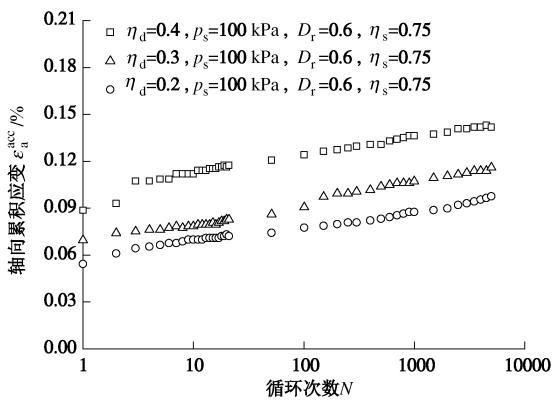


图5 不同动应力比条件下的轴向循环累积变形

Fig. 5 Axial cyclic accumulative deformations under different dynamic stress ratios

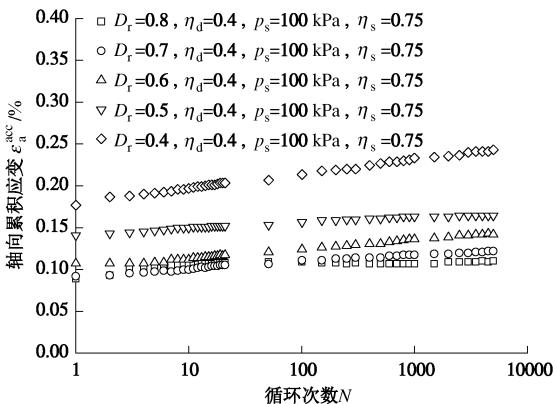
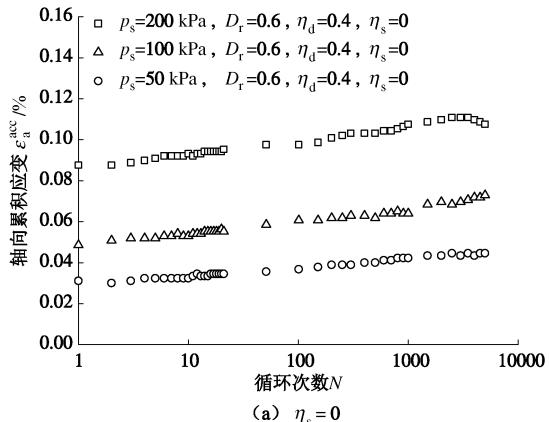
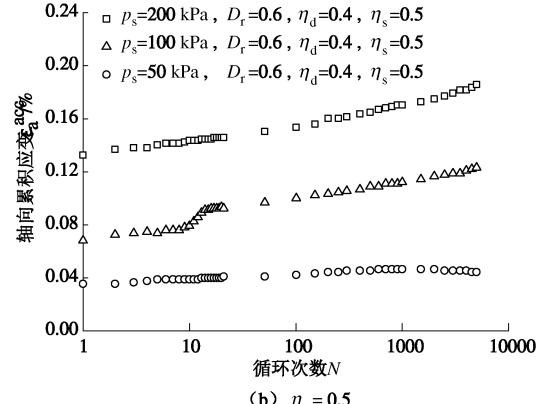


图6 不同初始密实度条件下的轴向循环累积变形

Fig. 6 Axial cyclic accumulative deformations under different initial relative densities

(a)  $\eta_s = 0$ (b)  $\eta_s = 0.5$

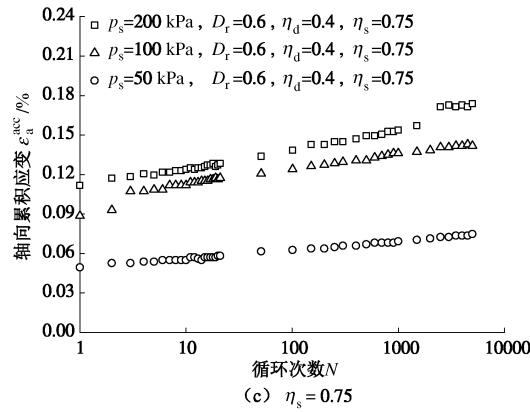


图 7 不同初始应力比条件下的轴向循环累积变形

Fig. 7 Axial cyclic accumulative deformations under different initial static stress ratios

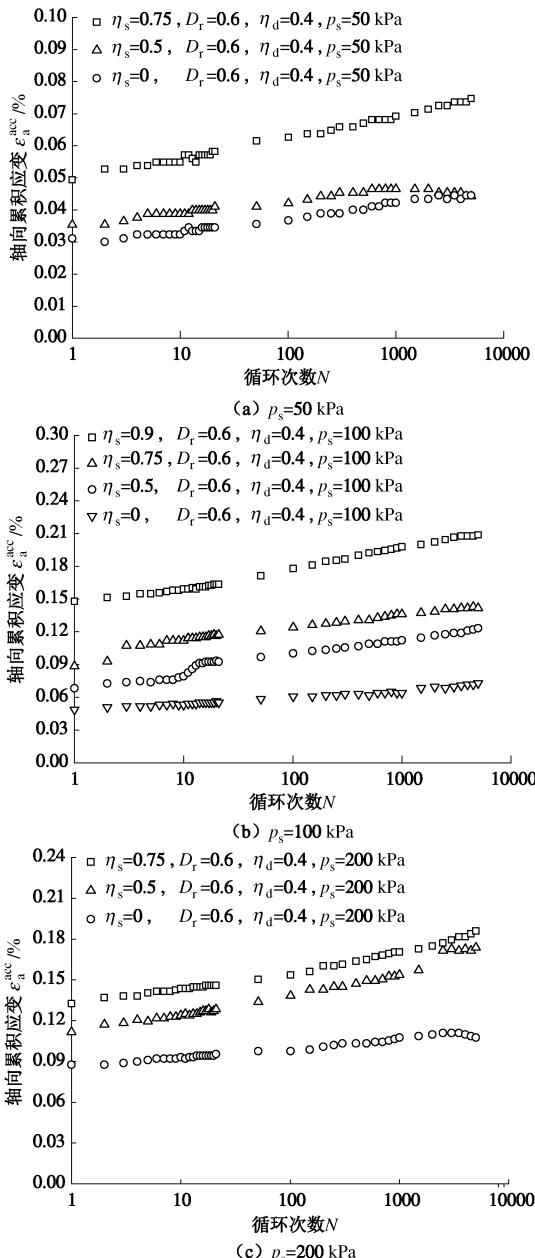


图 8 不同初始平均应力条件下的轴向循环累积变形

Fig. 8 Axial cyclic accumulative deformations under different initial mean stresses

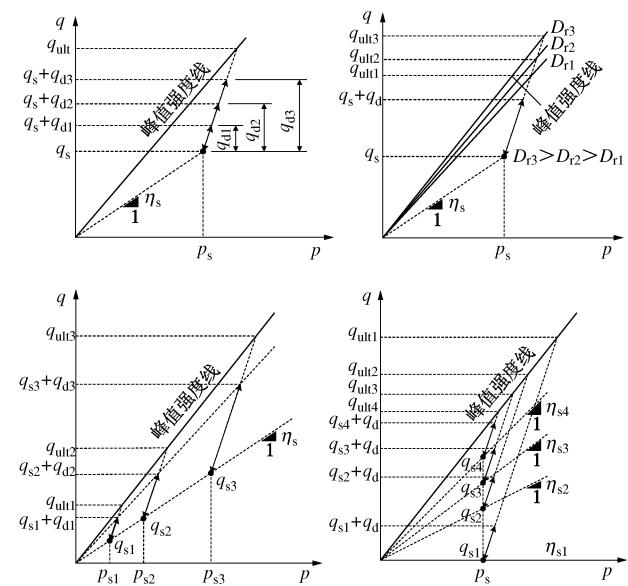


图 9 循环荷载峰值应力点与强度包络线间的距离

Fig. 9 Analysis of distances between peak value of cyclic stress and strength envelope

## 2 饱和砂循环累积变形显式计算模型

将排水条件下饱和砂土循环三轴试验得到的轴向循环累积应变  $\varepsilon_{aN}^{acc}$  用第一次循环轴向应变  $\varepsilon_{a1}^{acc}$  进行归一化后的值  $\varepsilon_{aN}^{acc} / \varepsilon_{a1}^{acc}$  与循环次数  $N$  在双对数坐标系下近似呈线性关系(如图 10 所示), 表达式如下:

$$\lg\left(\frac{\varepsilon_{aN}^{acc}}{\varepsilon_{a1}^{acc}}\right) = b \lg N \quad , \quad (3)$$

式中,  $b$  为线性拟合参数。这样即可把初始平均应力、初始静应力比、动应力比和初始密实度大小等土性和应力参数的影响全部包含在第一次轴向循环应变中, 可用下式表示:

$$\varepsilon_{a1}^{acc} = F(p_s, \eta_s, \eta_d, D_r) \quad . \quad (4)$$

借鉴黄茂松等<sup>[12]</sup>提出的饱和软黏土循环累积变形显式计算模型中第一次轴向循环应变的表达式:

$$\varepsilon_{a1}^{acc} = a(D^*)^m \left( \frac{p_s}{p_a} \right)^c \quad , \quad (5)$$

式中,  $p_a=101$  kPa,  $a$ ,  $m$ ,  $c$  均为试验拟合参数,  $D^*$  为相对偏应力水平, 表达式如下:

$$D^* = \frac{D_p - D_s}{D_{max} - D_s} \quad , \quad (6)$$

式中,  $D_p=(q_d+q_s)/q_{ult}$  为峰值偏应力水平,  $D_s=q_s/q_{ult}$  为静偏应力水平,  $D_{max}=1$  为能达到的最大偏应力水平。 $q_{ult}$  为饱和砂土的抗剪强度, 根据 Bolton 的砂土峰值内摩擦角表达式(式(1)和(2))可以得到饱和砂土的抗剪强度表达式为

$$q_{ult} = \frac{6 \sin \varphi_p}{3 - \sin \varphi_p} p = \frac{6 \sin [\varphi_c + 3D_r(10 - \ln p) - 3]}{3 - \sin [\varphi_c + 3D_r(10 - \ln p) - 3]} p \quad , \quad (7)$$

式(5)中的 $c$ 、 $a$ 和 $m$ 三个参数,其中 $c$ 反映了初始平均应力对第一次轴向循环累积应变的影响,由等压、偏压固结条件下的不同初始平均应力、相同动应力比的循环三轴试验的第一次循环轴向应变与初始平均应力通过幂指数函数拟合后取平均值得到(如图11所示)。 $a$ 、 $m$ 值反映了相对偏应力水平对第一次循环轴向应变的影响,由第一次循环轴向应变与初始平均应力的归一化值和相对偏应力水平拟合得到(如图12所示)。

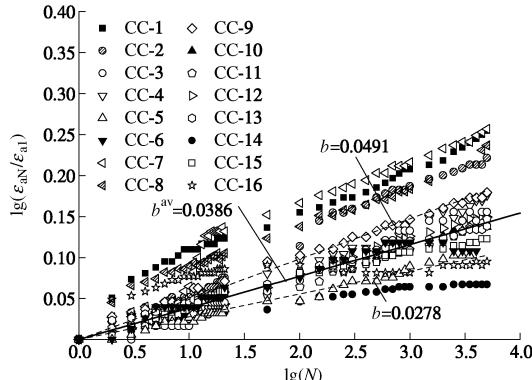


图 10 轴向循环累积应变和循环次数双对数关系

Fig. 10 Double logarithmic relationship between axial cyclic accumulative strain and cyclic number

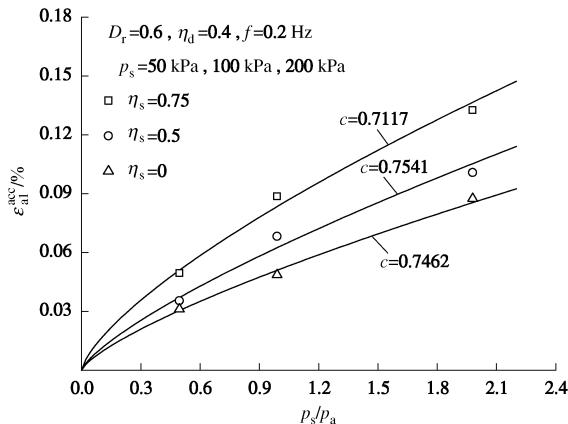


图 11 第一次循环轴向应变与初始平均应力的关系

Fig. 11 Relationship between first cyclic axial strain and initial mean stress

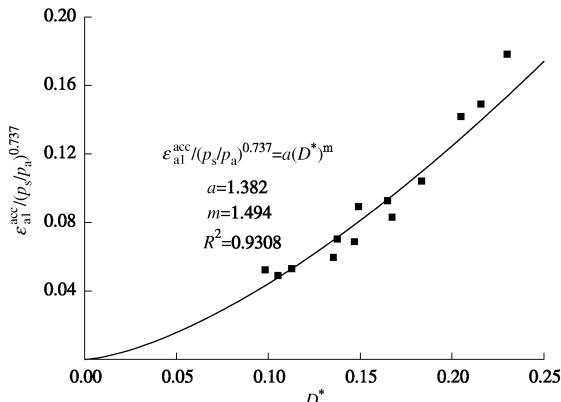


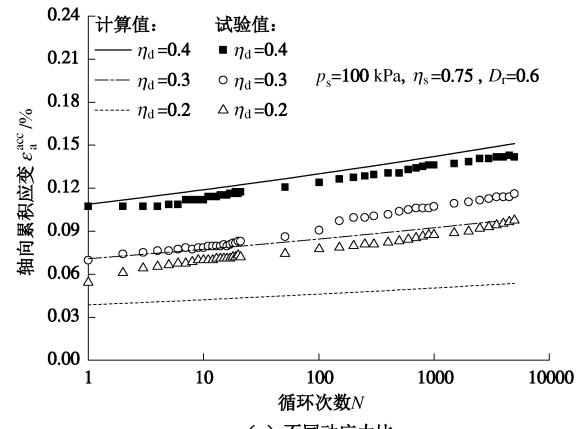
图 12 归一化后第一次循环轴向应变和相对偏应力水平的关系

Fig. 12 Relationship between normalized first cyclic axial strain and relative deviatoric stress level

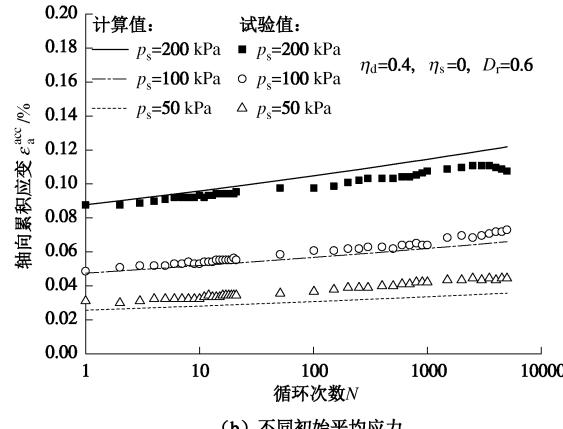
最后得到饱和砂土循环累积变形显式计算模型的表达式为

$$\varepsilon_{aN}^{\text{acc}} = a(D^*)^m \left( \frac{p_s}{p_a} \right)^c N^b , \quad (8)$$

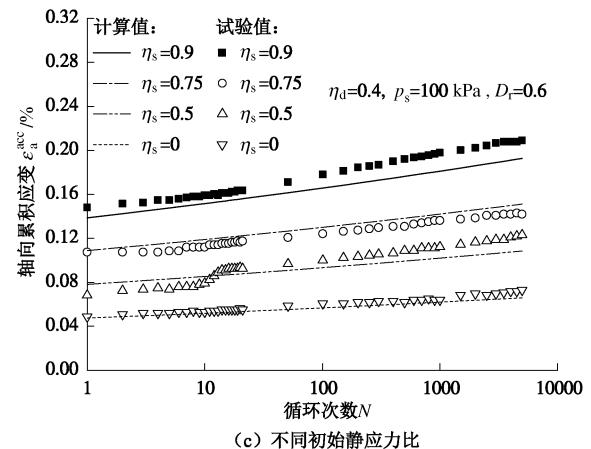
试验得到的饱和砂土循环累积变形计算模型的参数值 $\varphi_c$ 为 $35.7^\circ$ , $a$ 为1.382, $m$ 为1.494, $c$ 为0.737, $b$ 为0.0386,将这些参数值代入到模型中对砂土的轴向循环累积应变进行了计算,并与试验结果进行了对比。图13为模型计算值与试验值对比的结果,图13中离散点为试验值,实线为模型计算值。从图13中可见,模型计算结果与试验结果相近,表明模型可以较好地计算饱和砂土在循环荷载作用下的轴向循环累积应变。



(a) 不同动应力比



(b) 不同初始平均应力



(c) 不同初始静应力比

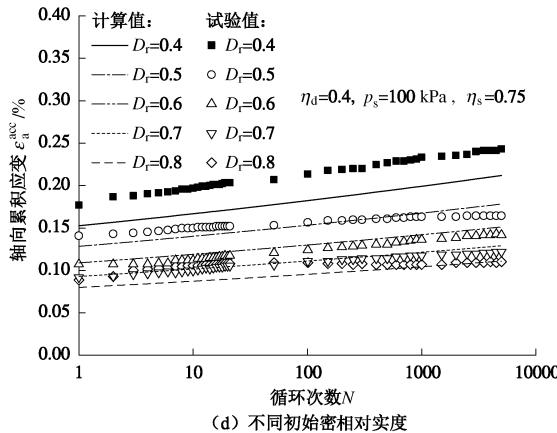


图 13 模型计算值与试验值的对比

Fig. 13 Comparation between values of model calculation and tests

利用循环累积应变表达式(式(8))及循环动应力,可以得到饱和砂土割线模量随着循环次数衰减的规律,将其开发入数值软件中,即可建立近海风机基础长期循环累积变形分析模型,使基础周围土体的模型随循环荷载的作用自动衰减,计算得到基础的循环累积变形。本文试验循环应力峰值在强度包络线以内,因此式(8)适用于低应力条件下的饱和砂土的循环累积变形问题的计算,较高应力条件下(循环应力峰值超过强度包络线时)式(8)的适用性有待进一步验证。

### 3 结 论

本文开展了饱和砂土在排水条件下的单向循环三轴剪切试验,分析了初始固结应力状态、动应力水平和初始密实度对饱和砂土循环累积变形等土性和应力参数对循环累积变形的影响,并在试验结果和黄茂松等<sup>[12]</sup>饱和软黏土循环累积变形显式计算模型的基础上建立了饱和砂土循环累积变形显式计算模型。主要得到以下 3 点结论。

(1) 随着动应力比、初始平均应力和初始静应力比的增大及初始密实度的减小,饱和砂土的循环累积变形增大,而循环荷载峰值点到强度包络线间距离的远近可以反映饱和砂土循环累积变形的规律。

(2) 砂土的轴向循环累积应变和循环次数之间近似存在双对数线性关系;将砂土轴向循环累积应变与第一次循环轴向应变归一化后可以将所有土性和应力参数的影响包含在第一次循环轴向应变中;第一次循环轴向应变与初始平均应力和相对偏应力水平均呈幂指数函数关系。

(3) 通过引入与密实度相关的砂土抗剪强度计算表达式,建立了饱和砂土在排水条件下的循环累积变形显式计算模型,适合海洋基础长期循环累积变形分析。

### 参考文献:

[1] SUIKER A S J. Static and cyclic loading experiments on

non-cohesive granular materials[R]. Delft: TU Delft, 1999.

- [2] MARR W A, CHRISTIAN J T. Permanent displacements due to cyclic wave loading[J]. J Geotech Eng Div, ASCE, 1981, 107(GT8): 1129 - 49.
- [3] WICHTMANN T, NIEMUNIS A, TRIANTAFYLLOIDIS T. Strain accumulation in sand due to cyclic loading: drained triaxial tests[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2005, 25: 967 - 979.
- [4] WICHTMANN T, NIEMUNIS A, TRIANTAFYLLOIDIS T. Validation and calibration of a high-cycle accumulation model based on cyclic triaxial tests on eight sands[J]. Soils and Foundations, 2009, 49(5): 711 - 728.
- [5] 姚兆明, 黄茂松, 张宏博. 长期循环荷载下粉细砂的累积变形特性[J]. 同济大学学报, 2011, 39(2): 204 - 208. (YAO Zhao-ming, HUANG Mao-song, ZHANG Hong-bo. Charater for cumulative deformation of silty sands under long term cyclic loading[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2011, 39(2): 204 - 208. (in Chinese))
- [6] IWAN W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems[J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1967, 34: 612 - 617.
- [7] MROZ Z, NORRIS V A, ZIENKIEWICZ O C. Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformation of soils[J]. Géotechnique, 1979, 29(1): 1 - 34.
- [8] SUIKER ASJ. The mechanical behavior of ballasted railway tracks[D]. Delft: University of Delft, 2002.
- [9] LI D, SELIG E T. Cumulative plastic deformation for fine-grained subgrade soils[J]. J Geotech Eng, 1996, 122(12): 1006 - 1013.
- [10] CHAI J C, MIURA N, et al. Traffic-load-induced permanent deformation of road on soft subsoil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(11): 907 - 916.
- [11] NIEMUNIS A, WICHTMANN T, TRIANTAFYLLOIDIS T. A high-cycle accumulation model for sand[J]. Computers and Geotechnics, 2005, 32: 245 - 263.
- [12] 黄茂松, 姚兆明. 循环荷载下饱和软黏土的累积变形显式模型[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 325 - 331. (HUANG Mao-song, YAO Zhao-ming. Explicit model for cumulative strain of saturated clay subjected to cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(3): 325 - 331. (in Chinese))
- [13] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. Géotechnique, 1986, 36(1): 65 - 78.