

DOI: 10.11779/CJGE201511006

可液化地基中单桩基础的三维数值分析方法及应用

王 睿^{1, 2}, 张建民^{1, 2}

(1. 清华大学岩土工程研究所, 北京 100084; 2. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 在砂土液化大变形物理机制的基础上, 建立了三维的砂土液化大变形统一本构模型, 该本构模型能够实现对不同状态砂土单调和循环加载以及液化前后力学行为的统一描述。利用这一本构模型, 在 OpenSees 有限元平台上发展了针对可液化地基中桩基础震动的三维弹塑性有限元动力时程分析方法。在有限元分析中, 土体采用 $u-p$ 格式流体固体耦合立方体单元模拟, 桩基础采用立方体实体单元模拟。利用本文建立的本构模型和相应分析方法, 对水平可液化地基中单桩基础, 以及发生侧向流动的倾斜地基中单桩基础的离心机振动台试验进行了三维有限元数值模拟。模拟结果验证了数值方法在模拟地基和桩基础震动响应方面的有效性。

关键词: 液化地基; 本构模型; 单桩基础; 离心机振动台试验; 有限元数值模拟

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)11-1979-07

作者简介: 王 睿(1987-), 男, 博士, 主要从事岩土工程抗震方面研究。E-mail: wangrui_05@mail.tsinghua.edu.cn。

Three-dimensional elastic-plastic analysis method for piles in liquefiable ground

WANG Rui^{1, 2}, ZHANG Jian-min^{1, 2}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Based on the physics of large post-liquefaction deformation of sand, a three-dimensional unified plastic model for the large post-liquefaction deformation of sand is developed. The constitutive model is able to achieve unified description of the behaviour of sand at different states under monotonic and cyclic loadings during both pre- and post-liquefaction regimes. Using the model, a three-dimensional dynamic finite element analysis method for piles in liquefiable ground is established. In the finite element analysis, the soil is modelled through $u-p$ form coupled brick elements and the pile through brick elements. Centrifuge shaking table tests on a single pile in level liquefiable and lateral spreading grounds are simulated using the proposed finite element analysis method. The results exhibits the effectiveness of the proposed constitutive model and simulation methods in reproducing the dynamic response of both the ground and piles.

Key words: liquefiable ground; constitutive model; single pile; centrifuge shaking table test; finite element simulation

0 引 言

桩基础是工程建设领域中被广泛采用的一种基础结构型式,也是可液化土地基中的一种最常用的基础形式。然而从 20 世纪 60 年代起的大量震害调查表明^[1-2],可液化地基中建筑桩基础震害甚为突出。

在可液化地基中桩基础震动评价方法方面,对于桩土相互作用分析,拟静力和动力的 $p-y$ 非线性温克尔地基梁模型相对简单实用,已得到了广泛应用。针对液化砂土 Rollins 等^[3]及 Boulanger 等^[4]建立了各自的静力或动力 $p-y$ 模型,但是这些研究具有很强的经验性,互相之间差异显著^[5]。为了对可液化地基中桩基础的震动规律进行更为科学而合理的描述,需要发展可液化地基中桩基础震动的整体动力时程分析方法, Finn 等^[6]和 Cheng 等^[7]在这方面做了有益的探索^[6-7],

分别采用不同本构模型对可液化地基中的桩基础进行了三维有限元计算。

由于桩基础的动力响应受地基土体力学行为的控制,在可液化地基中对其评价有赖于对饱和砂土本构关系的正确描述。张建民等^[8]在揭示砂土液化大变形的物理机制的基础上,建立了二维砂土液化大变形本构模型。

本文基于砂土液化大变形机理,建立了三维砂土液化大变形统一本构模型。利用该模型在 OpenSees 有限元平台上发展了可液化地基中桩基础震动的三维弹塑性有限元动力时程分析方法。采用所建立的本构

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51038007, 51079074)

收稿日期: 2014-09-08

模型和分析方法,对两组离心机振动台试验进行了三维有限元数值模拟,验证了方法在模拟水平和侧向流动地基中土体和桩基础震动响应方面的有效性。

1 三维砂土液化大变形统一本构模型

可液化地基中桩基础的震动是一个复杂的三维非线性问题,对该工况下桩-土-上部结构系统的数值模拟首先要求建立能够有效评价砂土震动液化特性的三维本构模型,为此建立了三维砂土液化大变形统一本构模型。下面介绍该模型的主要特点,模型的完整表达形式可以参考 Wang 等^[9]关于该模型的详细介绍。

1.1 液化大变形描述

为了解释液化大变形现象,张建民^[10]基于排水循环扭剪试验现象,将砂土的体应变分解为有效球应力变化引起的体应变 ε_{vc} 和剪切引起的体应变 ε_{vd} 。剪切引起的体变 ε_{vd} 又被进一步分解为可逆性剪切体应变与不可逆性剪切体应变两个分量,分别为 $\varepsilon_{vd,ir}$ 和 $\varepsilon_{vd,rel}$ 。在非液化状态有效球应力变化引起的体应变 ε_{vc} 与有效球应力具有唯一对应关系。

模型对于液化大变形的描述,采用张建民和王刚的定义方式^[8],当 ε_{vc} 超过临界值时,弹性体变关系不再满足,体应变受式(1)中的体积相容性条件约束,砂土进入液化状态:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{vc} + \varepsilon_{vd} = \varepsilon_{vc} + \varepsilon_{vd,ir} + \varepsilon_{vd,rel} \quad (1)$$

处于液化状态的砂土若要离开液化状态需要产生足够大的剪应变满足剪胀关系,由此产生液化大变形:

$$\varepsilon_{vd} = \varepsilon_v^p = \int D d|\varepsilon_q^p| \quad (2)$$

式中, ε_v^p 为塑性体应变, D 为剪胀速率, ε_q^p 为塑性剪应变。

1.2 临界状态与状态变量

为了使通过同一套参数统一模拟不同密度和围压状态砂土成为可能,本模型引入砂土临界状态,采用 Been 等^[11]提出的状态变量使本模型与砂土当前状态相关:

$$\Psi = e - e_c \quad (3)$$

式中, e 为当前孔隙比, e_c 为当前围压下的临界孔隙比。在临界状态, $e=e_c$ 且 $q/p_c=M$, 其中 M 为临界状态剪应力比。本模型中临界孔隙比 e_c 与有效球应力关系采用 Li 等^[12]基于试验提出的指数公式:

$$e_c = e_0 - \lambda_c (p_c / p_{at})^\xi \quad (4)$$

式中, e_0 为 $p_c = 0$ 时的孔隙比, λ_c 和 ξ 为模型参数。通过在塑性和剪胀关系中合理地引入状态变量的影响,模型能够统一地模拟不同相对密度和围压下砂土。

1.3 剪胀关系

剪胀速率的精细描述是本模型的一个重要部分。

根据张建民^[10]对剪切引起的体应变的划分,本模型将剪胀速率分解为可逆性剪胀速率 D_{re} 和不可逆性剪胀速率 D_{ir} 两部分:

$$D = \frac{\dot{\varepsilon}_v^p}{|\dot{\varepsilon}_q^p|} = D_{re} + D_{ir} = \frac{\dot{\varepsilon}_{vd,rel}^p}{|\dot{\varepsilon}_q^p|} + \frac{\dot{\varepsilon}_{vd,ir}^p}{|\dot{\varepsilon}_q^p|} \quad (5)$$

试验观察表明,可逆性剪切体应变总是呈现为剪胀,并随着加载和反向加载产生与释放。本模型中,可逆性剪胀的产生与释放 ($D_{re,gen}$ 和 $D_{re,rel}$) 分别采用不同的关系式进行定义。其中,可逆性剪胀产生速率与 Rowe 剪胀方程^[13]同构。可逆性剪胀在应力反转后释放,其释放率定义为

$$D_{re,rel} = (d_{re,2}\chi)^2 / p \quad (6)$$

式中, $d_{re,2}$ 为可逆性剪胀释放速率参数。 $\chi = \min(-d_{ir}\varepsilon_{vd,rel} / \varepsilon_{vd,ir}^p, 1)$ 为一个控制可逆性剪胀释放过程的函数,其中 d_{ir} 为一个不可逆性剪胀参数, $\varepsilon_{vd,ir}^p$ 为前次加载反向时的不可逆性剪切体应变 $\varepsilon_{vd,ir}$ 。这一函数 χ 保证了 $D_{re,rel}$ 在 $\varepsilon_{vd,rel}$ 完全释放时达到 0,并抑制了可逆性剪切体应变的过快释放,从而避免了对加载反向后剪缩速率的高估。在第一次加载反向前, χ 保持为 0 且 $D_{re,rel}$ 也为 0。

根据试验现象,不可逆性剪胀 $\varepsilon_{vd,ir}$ 永远在剪缩一侧,且速率符合两个递减率,即整体随不可逆性剪胀累积递减和每一循环周次内随剪应变幅值增加递减。为满足这两个递减率,将不可逆性剪胀速率定义为

$$D_{ir} = \frac{\dot{\varepsilon}_{vd,ir}^p}{|\dot{\varepsilon}_q^p|} = d_{ir} d_{ir1} (d_{ir2} + d_{ir3}) \quad (7)$$

$d_{ir1} = \exp(n^d \Psi - \alpha \varepsilon_{vd,ir})$ 为不可逆剪胀随不可逆体应变递减项, α 是控制不可逆剪胀率递减率的参数; $d_{ir2} = \{[\gamma_{dr} < 1 - \exp(n^d \Psi)] / [\gamma_{dr} < 1 - \exp(n^d \Psi)] + \gamma_{mono}\}^2$ 为不可逆剪胀随单次加载剪应变的递减项, γ_{mono} 为自上次加载反向后产生的剪应变, γ_{dr} 为参考剪应变,通过引入 $d_{ir3} = \langle M_d - \eta \rangle \exp(\chi)$, 初始加载过程中和加载反向后的剪缩速率可以得到有效的反映。

1.4 三维映射规则

为了对模型进行三维化,首先需要在三维应力空间中定义模型的 3 个状态面:历史最大剪应力比面,即边界面,临界状态面和可逆性剪胀面(图 1)。各面的形状函数 $g(\theta)$ 参照张建民^[14]建议的函数。

模型映射规则规定偏应变流动方向 m 与偏应力空间中的加载方向一致:

$$m = n = \bar{r} / \sqrt{\bar{r} : \bar{r}} \quad (8)$$

式中, \bar{r} 为当前应力点在历史最大剪应力比面上的投影(图 1),确定该投影的映射规则参考 Wang 等^[15]的定义。如图 1 所示,当前应力比在历史最大剪应力比面上的投影 \bar{r} 是前次应力反转点 α_{in} 到当前应力比

\mathbf{r} 连线延长线与历史最大剪应力比面的交点。模型中当 $\dot{\mathbf{r}} : \mathbf{n} < 0$ 时, 定义应力反转, 并更新应力反转点。

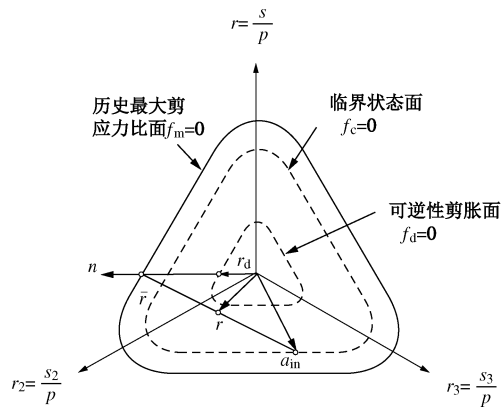


图 1 模型三维映射规则及各状态面

Fig. 1 Mapping rule and state surfaces

相应的, 当前应力在可逆性剪胀面上的投影 \mathbf{r}_d 定义为 $\bar{\mathbf{r}}$ 和可逆性剪胀面的交点。在三维应力空间中, 模型的塑性模量和剪胀速率也需要进行三维化。

2 可液化地基中桩基础三维分析方法

利用所建立的本构模型, 在 OpenSees 有限元平台^[16]上, 发展了可液化地基中桩基础震动的三维弹塑性有限元动力时程分析方法。

2.1 地基土体模拟

计算中土体采用 8 节点 $u-p$ 格式流体与固体耦合立方体单元模拟, 该单元的节点具有 4 个自由度, 除了有节点位移自由度外, 还包括一个孔压自由度。 $u-p$ 格式动力流固耦合方程忽略了空隙流体与固体之间的加速度差, Zienkiewicz 等^[17]指出该简化方法在渗透系数 k 小于 10^{-3} m/s 时对全频域震动有效, 在 k 小于 10^{-1} m/s 以内能够合理地模拟周期小于 0.5 s 震动引起的响应, 这一范围能够满足一般砂土的要求。

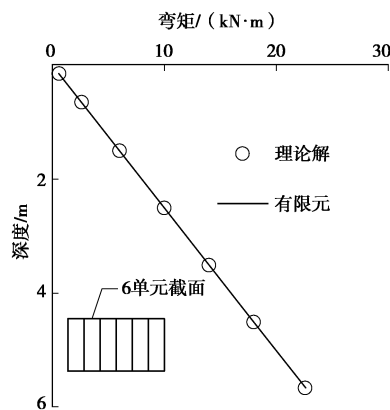


图 2 20 节点立方体单元计算桩基础弯矩方法的验证

Fig. 2 Pile Moment calculation using 20-node brick elements

砂土采用本文所建立的本构模型进行模拟。对于不同相对密度的同种砂土, 模型能够采用同一套参数模拟, 便于模拟各层密度不同的成层地基。

2.2 桩基础模拟

Sanchez 等^[18]指出采用有限元实体单元对桩基础受力和变形的计算精度较高^[18], 因此对于实心桩基础可采用 20 节点六面体实体单元模拟, 截面在弯曲方向由若干个 (本文试验模拟中采用 6 个) 单元组成。为了验证这种桩基础模拟方式在计算弯矩方面的有效性, 图 2 给出了端部受剪固支梁弯矩的有限元解与理论解的对比, 两种方法计算结果的高度一致表明该方法能够正确地反映桩基础的弯矩。

2.3 可液化地基中桩基础的模拟步骤

在可液化地基中桩基础的数值模拟中采用分步的方式建模并完成计算 (图 3)。首先建立完整的地基模型, 此时尚未加入桩基础, 由于塑性模型各量与应力相关, 最初在数值上无法求解, 因此需要完成一个弹性重力计算步, 使得孔压充分消散, 得到地基初始应力场。之后更新材料至塑性, 完成塑性重力计算步, 得到没有桩基础的地基初始状态。

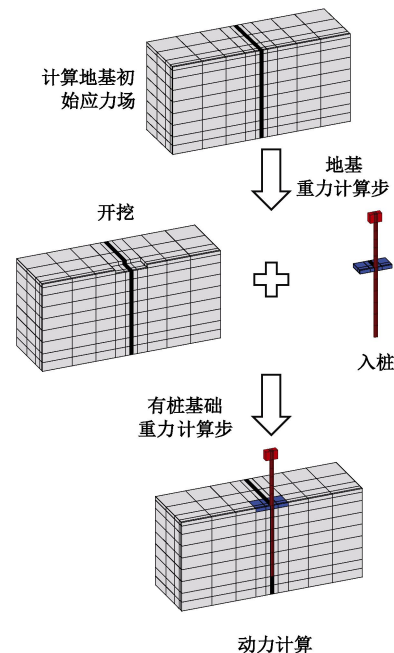


图 3 可液化地基中桩基础三维数值模拟步骤

Fig. 3 Staged simulation of pile in liquefiable ground

为了在地基中嵌入桩, 采用 OpenSees 中的 Remove 命令去除桩基础所在位置的土体单元并以桩单元取代, 并根据需要添加上部结构, 进而更新土体材料模型再进行一个塑性重力计算步, 再次使地基完成固结, 得到有桩基础地基的实际初始应力场。在两次重力计算步中, 约束计算模型底部 3 个位移自由度, 计算模型侧面边界条件为: 约束节点的水平位移, 计

算模型顶部为排水边界，即将此处的孔压取为 0。
最终在此基础上开展动力计算。动力计算中模型在振动方向两侧面边界上的对应节点通过 OpenSees 中的 EqualDOF 命令设置捆绑约束，使得每层对应边界节点位移保持一致；垂直振动方向的两个侧面边界约束法向位移。孔压边界条件与重力计算步保持一致。采用这种边界条件，可形成对无限地基的模拟。

3 离心机振动台试验的数值模拟

利用所建立的本构模型和三维数值分析方法，对一系列离心机振动台试验进行了模拟。

3.1 离心机振动台试验

在清华大学 50g-t 土工离心机振动台上开展了可液化地基中单桩基础的离心机振动台试验。该离心机配套的水平单向激振的电液伺服控制振动台最大振动加速度为 20g，可在 50g 离心加速度下起振，最大负载 100 kg，输入频率为 10~250 Hz^[19]。

开展了 3 组离心模型试验（表 1），对水平和倾斜地基中有承台单桩基础试验的震动响应进行了再现。

表 1 可液化地基中单桩基础离心机振动台试验

Table 1 Centrifuge shaking table tests on a single pile in liquefiable ground

序号	地基形式	结构/t	承台	地震波
1	水平	10.8	3.3 m×3.3 m×0.3 m	Parkfield
2	倾斜 0.75°			

试验均在 30g 离心加速度下开展。由于固结和动力时间比尺不一致，采用羟丙甲基纤维素配制黏滞性为水 30 倍且其他性质不变的黏滞性液体制备饱和地基，统一了固结和动力时间比尺。下文中涉及到的相关尺寸等参数统一采用原型比尺表述。

典型试验布置如图 4 所示，对于倾斜地基则将模型箱整体倾斜相应角度后竖直入桩。试验中使用叠环式模型箱模拟水平无限地基，叠环模型箱换算至原型内部宽 9 m，长 15 m，高 9 m，每层叠环高 0.6 m。

使用的孔压传感器为 Druck PDCR81 型微型孔压传感器，量程为 300 kPa；加速度传感器为 Dytran 3035B 和 3035BG 型号，量程为 50g；应变采用电阻应变计采集，在桩身两侧布设 7 对应变片。

桩基础和承台采用铝合金材料，上部结构由钢制作，质量为 10.8 t。试验中所用砂土为福建平潭标准砂，土粒相对密度为 2.65， D_{50} 为 0.23 mm，最大最小孔隙比分别为 0.879 和 0.555。试验中地基分为两层，其中桩端所在的 2.5 m 深的持力层为相对密度 80% 的密砂，表层 5 m 相对密度 50%。表层砂土渗透系数 k

为 1.5×10^{-4} m/s，底层为 6.0×10^{-5} m/s。

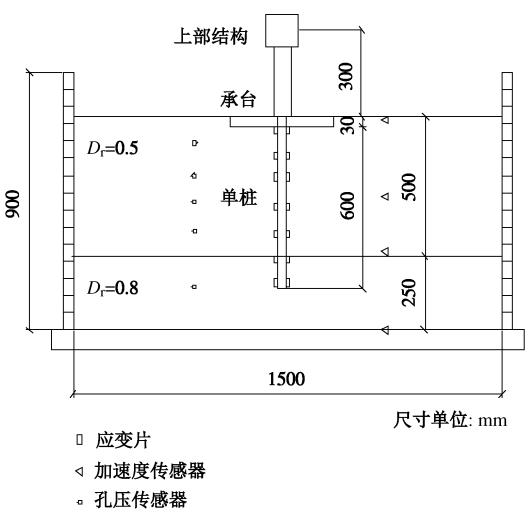


图 4 离心模型试验典型布置

Fig. 4 Centrifuge test setup

3.2 三维有限元模拟

在对所开展的离心模型试验的模拟中，地基土体采用三维砂土液化大变形统一本构模型进行模拟，其中部分模型参数采用 Yang 等针对福建标准砂的试验确定^[20]，可逆性与不可逆性剪胀参数则需要根据试验孔压积累结果确定^[9]，具体参数如表 2 所示。两层不同相对密度砂土采用相同的模型参数。

表 2 模拟中的福建标准砂材料参数

Table 2 Material parameters used in simulations for Fujian sand

参数	G_0	κ	h	M	$d_{re,1}$	$d_{re,2}$	d_{ir}
取值	200	0.006	1.7	1.3	0.45	30	0.6
参数	α	γ_{dr}	n^p	n^d	λ_c	e_0	ξ
取值	40	0.05	1.1	8.0	0.023	0.837	0.7

根据试验需求（表 1），针对水平地基和倾斜地基工况分别建立有限元模型。由于模型和荷载具有对称性，为了提高运算效率，采用整体模型的一半进行计算（图 3）。

水平地基试验中在地表、5 m 深度和基底测得了水平加速度，图 5 为试验和计算得到的这 3 个位置的水平加速度时程。基底输入加速度峰值为 -5 m/s^2 ，在 7 s 时出现。数值模拟基本再现了试验中加速度的时程特点，尤其是地表由于液化在后期出现的加速度衰减现象。对于倾斜地基中工况，地基加速度和孔压响应与水平地基中情况类似，有限元计算仍能有效地进行模拟，不再重复给出。

试验中记录了表层砂土内 1.2, 2.4, 3.3 m 深度的孔隙水压力，图 6 为这 3 个位置的超静孔压测量和计算时程。有限元计算能够比较好地模拟地基中超静孔压的产生与累积超静孔压在 2.5 s 左右地震初段累积

较快, 超静孔压比迅速达到 0.6 以上, 从加速度时程来看该时段震动较强。之后 2.5~5.0 s 时间内加速度幅值较小且频率较高, 孔压积累较慢。在 5~7 s 时, 加速度频率较低并达到峰值, 超静孔压累计速度再次加快。从 7 s 左右起, 地基逐渐达到初始液化状态。在 10 s 主震结束时, 顶部中密土层均已达到初始液化状态。

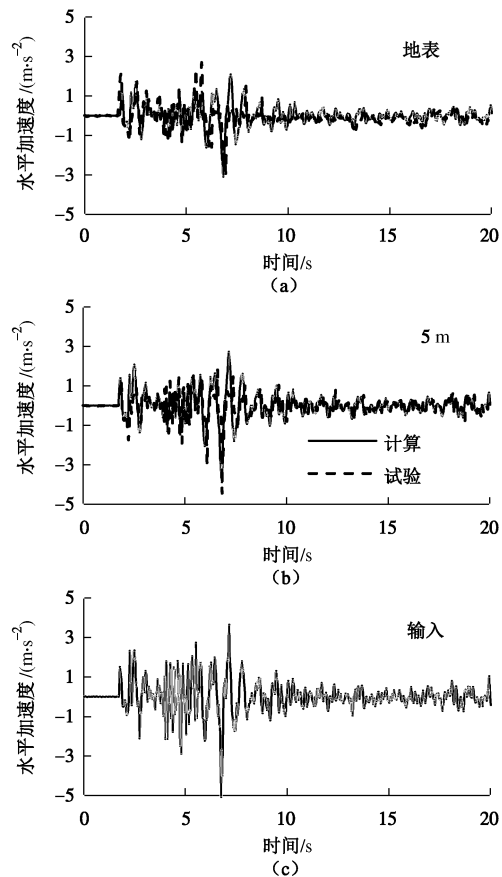


图 5 水平地基中加速度时程

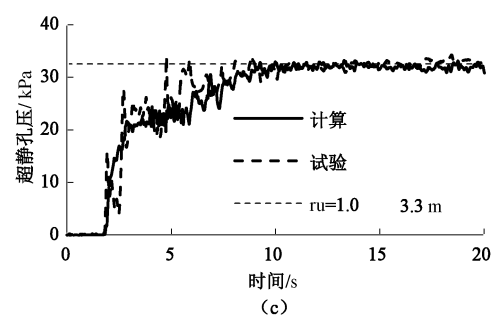
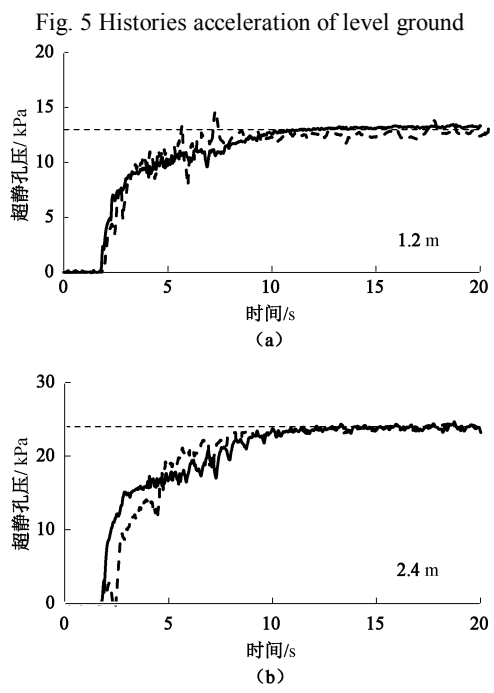


图 6 水平地基中超静孔压时程

Fig. 6 Excess pore pressure history in level ground

对于可液化地基中单桩基础震动规律分析的一个最重要的内容是桩基础的受力。试验中在桩身共布设了 7 对应变片对应变进行测量, 这里给出其中 0.45, 2.25, 5.85 m 三个位置的弯矩时程测量和计算时程(图 7), 其余 4 个位置的弯矩时程介于这 3 个位置之间, 由于空间有限不再列出。

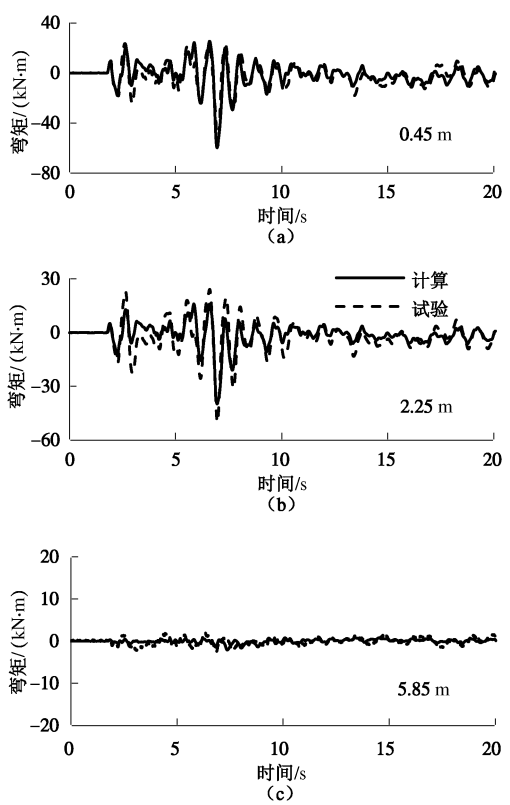


图 7 水平地基中单桩弯矩时程

Fig. 7 Histories of pile moment of a single pile in level ground

图 8 给出了桩身峰值弯矩分布。对比试验中水平地基单桩基础弯矩时程和峰值分布可以看出, 计算方法有效地模拟了桩基础动力响应。

对于水平地基中单桩基础, 桩顶处弯矩最大, 峰值弯矩达到 -60 kN·m, 桩底弯矩几乎为零, 说明土体在桩端对桩几乎没有转动约束。弯矩峰值出现时表层地基接近初始液化, 此时加速度亦接近于峰值, 在该

地震荷载作用下弯矩峰值为负(以顺时针为正)。由于地基水平,震后地基几乎不存在残余变形,因此也没有残余弯矩。

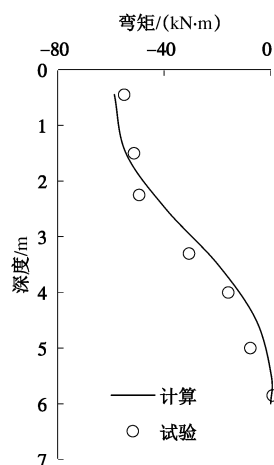


图 8 水平地基中单桩桩身峰值弯矩分布

Fig. 8 Distribution of peak moment of a single pile in level ground

图 9~11 分别给出了倾斜地基中桩基础 3 个不同位置的弯矩时程和桩顶峰值与残余弯矩分布,在倾斜地基中本文所建立的计算方法也可以正确地反映桩基础的动力响应。

在倾斜地基中,桩基础的动力响应与水平地基中类似,桩顶弯矩最大,动峰值为 $-45 \text{ kN}\cdot\text{m}$,仍在表层

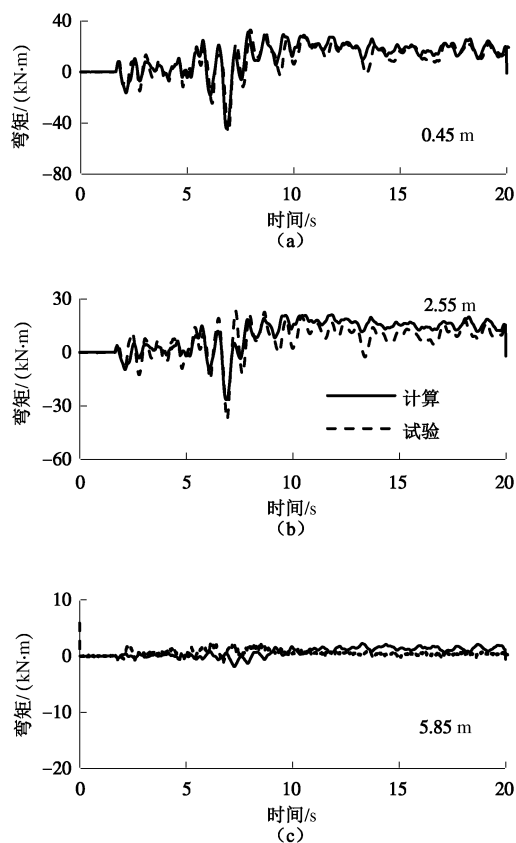


图 9 倾斜地基中单桩弯矩时程

Fig. 9 Histories of pile moment of a single pile in sloping ground

土体达到初始液化附近时出现。该试验中,输入加速度峰值略小于水平地基试验,为 -3.8 m/s^2 ,因此动力弯矩峰值也略小于水平地基试验结果。不同于水平地基工况,在初始静剪应力作用下土体的侧向流动导致了桩基础在震后出现了显著的残余弯矩,达到 $20 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。在该倾角作用下,残余弯矩方向与峰值弯矩相反。

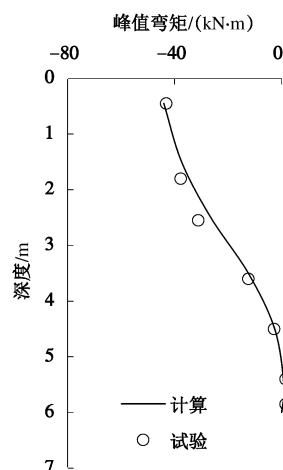


图 10 倾斜地基中单桩桩身动力峰值弯矩分布

Fig. 10 Distribution of dynamic peak moment of a single pile sloping ground

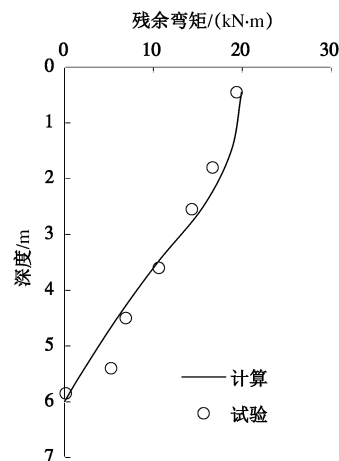


图 11 倾斜地基中单桩桩身残余弯矩分布

Fig. 11 Distribution of residual moment of a single pile sloping ground

4 结 论

本文建立了三维砂土液化大变形统一本构模型,并基于本构模型发展了可液化地基中桩基础三维弹塑性有限元动力时程分析方法。有限元数值分析方法中,土体采用流固耦合的 $u-p$ 格式立方体单元和所建立的本构模型模拟,为了能够有效地反映桩基础的弯曲,采用 20 节点立方体单元模拟桩基础。模拟过程需要分

步骤分析,依次进行地基弹性重力步、弹塑性重力步、入桩后弹塑性重力步和最终的弹塑性动力步计算。

利用有限元分析方法,对水平和倾斜可液化地基中单桩基础离心机振动台试验进行了数值模拟,验证了本文所建立的模型和分析方法在再现可液化地基中桩基础动力响应方面的有效性。计算结果显示,有承台单桩基础弯矩峰值在表层地基达到初始液化附近时出现,且桩顶弯矩最大。地基的侧向流动会引起桩基础出现显著的残余弯矩。

参考文献:

- [1] HAMADA M. Large ground deformations and their effects on lifelines: 1964 Niigata earthquake. case studies of liquefaction and lifelines performance during past earthquake[R]. National Centre for Earthquake Engineering Research, 1992.
- [2] TOKIMATSU K. Behaviour and design of pile foundations subjected to earthquakes[C]// Proceedings of the Twelfth Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Singapore, 2003: 1065 - 1096.
- [3] ROLLINS K M, GERBER T M, LANE J D, et al. Lateral resistance of a full-scale pile group in liquefied sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, **131**(1): 115 - 125.
- [4] BOULANGER R W, ZIOTOPOULOU K. Formulation of a sand plasticity plane-strain model for earthquake engineering applications[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, **53**: 254 - 267.
- [5] 王 睿, 张建民, 张 嘎. 液化地基侧向流动引起的桩基础破坏分析[J]. 岩土力学, 2011, **32**(增刊 1): 501 - 506. (WANG Rui, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. Analysis on the failure of piles due to lateral spreading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(S1): 501 - 506. (in Chinese))
- [6] FINN W D L, FUJITA N. Piles in liquefiable soils: seismic analysis and design issues[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, **22**(9/10/11/12): 731 - 742.
- [7] CHENG Z, JEREMIC B. Numerical modeling and simulation of pile in liquefiable soil[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, **29**(11): 1405 - 1416.
- [8] 张建民, 王 刚. 砂土液化后大变形的机理[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(7): 835 - 840. (ZHANG Jian-min, WANG Gang. Mechanism of large post-liquefaction deformation in saturated sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(7): 1405 - 1416. (in Chinese))
- [9] WANG R, ZHANG J M, WANG G. A unified plasticity model for large post-liquefaction shear deformation of sand[J]. Computers and Geotechnics, 2014, **59**: 54 - 66.
- [10] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(1): 12 - 17. (ZHANG Jian-min. Reversible and irreversible dilatancy of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(1): 12 - 17. (in Chinese))
- [11] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Géotechnique, 1985, **35**(2): 99 - 112.
- [12] LI X S, WANG Y. Linear representation of steady-state line for sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(12): 1215 - 1217.
- [13] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[C]// Proceedings of the Royal Society of London, Series a, Mathematical and Physical Sciences. London, 1962: 500 - 527.
- [14] ZHANG J M. Cyclic critical stress state theory of sand with its application to geotechnical problems[D]. Tokyo: Tokyo Institute of Technology, 1997.
- [15] WANG Z L, DAFALIAS Y F, SHEN C K. Bounding surface hypoplasticity model for sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, **116**(5): 983 - 1001.
- [16] MCKENNA F, FENVES G L. OpenSees manual[EB/OL]. PEER Center, 2001. <http://OpenSees.berkeley.edu>.
- [17] ZIENKIEWICZ O C, CHAN A H C, PASTOR M, et al. Computational geomechanics with special reference to earthquake engineering[M]. Chichester: John Wiley & Sons, 1999.
- [18] SANCHEZ M, ROESSET J M. Evaluation of models for laterally loaded piles[J]. Computers and Geotechnics, 2013(48): 316 - 320.
- [19] 张建民, 于玉贞, 濮家骊, 等. 电液伺服控制离心机振动台系统研制[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(6): 843 - 845. (ZHANG Jian-min, YU Yu-zhen, PU Jia-liu, et al. Development of a shaking table in electro-hydraulic servo-control centrifuge[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(6): 843 - 845. (in Chinese))
- [20] YANG J, SZE H Y. Cyclic strength of sand under sustained shear stress[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, **137**: 1275 - 1285.