

DOI: 10.11779/CJGE201511004

软土循环扭剪应力应变响应的弹塑性分析

王建华^{1, 2}, 程星磊^{1, 2}

(1. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072; 2. 天津大学岩土工程研究所, 天津 300072)

摘 要: 为了分析笔者提出的增量弹塑性模型对描述一般应力状态土单元循环应力应变响应的适用性, 进行了软土不排水循环三轴压缩试验与无初始轴向偏应力的循环扭剪试验, 得到了两种应力状态土单元的循环应力应变响应。进而依据循环三轴压缩试验结果确定模型参数, 再利用模型预测软黏土循环扭剪试验土单元的应力应变响应, 并与试验结果进行对比分析。结果表明, 预测出的无轴向静偏应力作用的循环扭剪土单元环向剪应力应变滞回曲线与试验结果相比偏小, 但是总变化趋势与试验结果较为一致; 预测出的循环扭剪土单元环向累积剪应变随循环次数的变化与试验结果基本一致。研究工作表明, 该增量弹塑性模型能够较好描述不同应力状态土单元的不排水循环应力应变响应, 特别是循环累积应变响应。

关键词: 软黏土; 弹塑性模型; 动本构关系; 循环扭剪试验; 循环累积应变

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)11-1965-06

作者简介: 王建华(1955-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土地震工程与海洋岩土工程研究。E-mail: tdwjh@eyou.com。

Elastoplastic analysis of cyclic torsion stress-strain responses of soft clays

WANG Jian-hua^{1, 2}, CHENG Xing-lei^{1, 2}

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety of Tianjin University; 2. Geotechnical Engineering Institute of Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The undrained cyclic triaxial compression tests and the undrained cyclic torsional tests without static axial deviatoric stress of soft clay are conducted to analyze whether the elasto-plastic model developed by the authors can describe the stress-strain response of soil elements with general stress state. The stress-strain responses associated with two stress states are obtained from tests. Model parameters are determined from cyclic triaxial compression test results. The stress-strain responses of soil elements associated with cyclic torsional tests are predicted by the model, and the predictions and test results are compared. Comparisons show that the predicted torsional shear stress-strain loops of soil elements without static axial deviatoric stress are less than test ones, but the predicted and test variations are consistent. The predicted variations of cyclic torsional accumulative shear strains with the number of cycles are consistent with test results. Researches show that the incremental elasto-plastic model can describe undrained stress-strain responses, especially the cyclic cumulative strain response of soil elements with the general stress state.

Key words: soft clay; elasto-plastic model; cyclic constitutive relationship; cyclic torsional shear test; cyclic cumulative strain

0 引 言

依据非等向硬化模量场增量弹塑性理论, 建立描述循环荷载作用下土体应力应变响应的本构关系, 一直为国内外学者所关注。已有的研究中, 有按总应力形式, 在偏应力空间中构造硬化模量演化规则, 建立偏应力偏应变之间关系的本构模型^[1-5]; 也有按有效应力形式, 在有效应力空间中构造硬化模量演化规则, 建立应力应变关系的本构模型^[6-12]。无论是总应力还是有效应力形式的本构模型, 只有阐明它能够描述循环荷载作用下一般应力状态土单元的应力应变响应,

才能用于边值问题的数值分析。

笔者曾建立了一个描述软土不排水循环应力应变响应总应力形式的增量弹塑性模型, 给出了依据循环三轴压缩试验结果确定参数的方法, 通过预测循环三轴拉伸应力应变响应并与试验结果比较, 初步分析了该模型对描述不同应力状态土单元循环应力应变响应的适用性^[13]。为进一步分析该模型对描述一般应力状

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51179120); 博士点基金项目 (20130032110045)

收稿日期: 2014-09-06

态土单元循环应力应变响应的能力, 本文将依据软黏土不排水循环三轴压缩试验结果确定模型参数, 进而分析该模型对描述软土不排水循环扭剪试验应力应变响应的适用性。

1 模型简介

非等向硬化模量场增量弹塑性模型主要包含: 描述土破坏的边界面方程, 硬化模量演化关系与增量弹塑性应力应变关系。

研究表明, 不固结不排水条件下, 软黏土破坏只取决于偏应力, 其强度与静水压力无关^[14], 因此用 Mises 屈服函数表示边界面方程:

$$F = \frac{3}{2} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} - A_0^2 = 0 \quad (1)$$

式中, \bar{s}_{ij} 为边界面上的偏应力, A_0 为边界面半径。

对于循环三轴与循环扭剪试验应力状态, 若采用柱坐标表示边界面方程, 且 z 方向代表土样轴向, 则边界面方程 (1) 转化为

$$F = (\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_r)^2 + 3\bar{\tau}_{z\theta}^2 - A_0^2 = 0 \quad (2)$$

式中, $\bar{\sigma}_z$ 为轴向应力, $\bar{\sigma}_r$ 为径向应力, $\bar{\tau}_{z\theta}$ 为环向剪应力。

若扭剪土样的轴向偏应力等于零, 即 $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_r$, 此时的边界面方程为

$$F = 3\bar{\tau}_{z\theta}^2 - A_0^2 = 0 \quad (3)$$

对于三轴试验应力状态, $\tau_{z\theta} = 0$, 此时的边界面方程为

$$F = (\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_r)^2 - A_0^2 = 0 \quad (4)$$

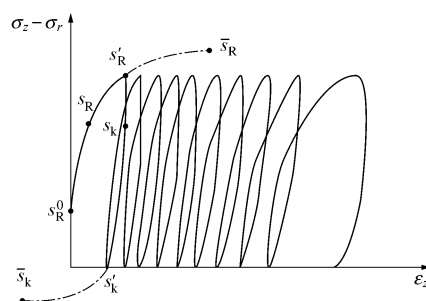
图 1 (a) 是循环三轴试验得到的典型应力应变曲线。图中的 s_R^0 为初始加载点, s_R' 为应力反向点, s_R 为加载过程中的当前应力点, s_k 为应力反向后的当前应力点。图中结果表明, 初始加载时的应力应变曲线模量最大, 用最大弹塑性模量 H_{\max} 表示这一性态; 当偏应力 $(\sigma_z - \sigma_r)$ 到达边界面时, 土单元破坏, 用弹塑性模量为零表示这一性态。按径向映射规则确定加卸载过程中的弹塑性模量^[6,11]。

图 1 (b) 是初始加载过程中确定弹塑性模量的径向映射规则图解。图中的 \bar{s}_R 为通过初始加载点和当前应力点 s_R 的射线与边界面的交点, 定义此点为像应力点。规定初始加载点为映射中心点, δ , δ_0 分别为当前应力点和初始加载点到像应力点的距离。当应力从初始加载点向应力反向点变化时, 应力应变曲线逐渐变缓, 弹塑性模量由最大逐渐减少到应力反向点处的某一定值。这里采用式 (5) 确定当前应力点的弹塑性模量 H 。

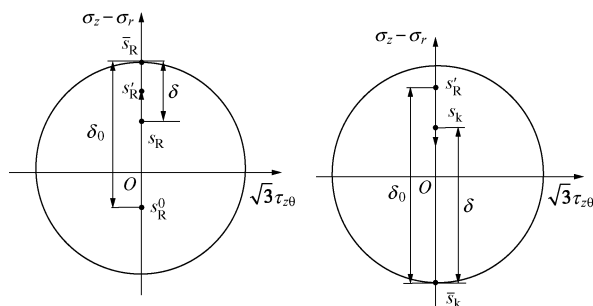
$$H = \left(\frac{\delta}{\delta_0} \right)^\mu H_{\max} \quad (5)$$

式中 δ 为当前应力点到像应力点的距离; δ_0 为映射中心点到像应力点的距离; H_{\max} 为最大弹塑性模量; μ 为描述累积应变变化的参数。

图 1 (c) 是应力反向后确定弹塑性模量的径向映射规则图解。规定应力反向点 s_R' 为应力反向后的映射中心。规定应力反向后的弹塑性模量等于初始加载时的弹塑性模量, 此时仍由式 (5) 确定当前应力点的弹塑性模量 H 。对于再次加载、卸载, 规定每次应力反向点为应力反向后的映射中心, 且按径向映射规则、由式 (5) 确定当前应力点的弹塑性模量 H 。



(a) 应力应变曲线



(b) 初始加载映射规则

(c) 卸载映射规则

图 1 应力应变曲线与加卸载映射规则

Fig. 1 Stress-strain curves and mapping rules for loading and unloading

采用相适应的流动规则并结合广义虎克定律确定增量弹塑性应力应变关系。规定当前应力点的塑性应变增量方向与边界面上像应力点的外法线方向一致。据此得塑性偏应变增量表达式:

$$de_{ij}^p = \frac{3}{2H'} \frac{\bar{s}_{ij}}{A_0^2} \bar{s}_{kl} ds_{kl} \quad (6)$$

式中, de_{ij}^p 为增量塑性偏应变, H' 为塑性硬化模量, ds_{kl} 为增量偏应力。

又由广义虎克定律得弹塑性增量偏应变与偏应力之间关系式:

$$de_{ij} = \frac{1}{2G} ds_{ij} + \frac{3}{2H'} \frac{\bar{s}_{ij}}{A_0^2} \bar{s}_{kl} ds_{kl} \quad (7)$$

式中, de_{ij} 为增量弹塑性偏应变, G 为弹性剪切模量。

对于三轴应力状态, 有

$$d\varepsilon_z = \frac{2}{3H} d(\sigma_z - \sigma_r) \quad (8)$$

对于无轴向偏应力的扭剪试验应力状态, 有

$$d\gamma_{z\theta} = \left(\frac{1}{G} + \frac{2}{H'} \right) d\tau_{z\theta} = \frac{2}{H} d\tau_{z\theta} \quad (9)$$

式中, $d\varepsilon_z$ 为轴向偏应变增量, H 为弹塑性模量,

$$\text{且 } \frac{1}{H} = \frac{1}{2G} + \frac{1}{H'}.$$

假设初始加载时只有弹性变形, 此时塑性模量为无穷大, 则有

$$H_{\max} = 2G \quad (10)$$

综上, 模型包含 3 个待定参数: 边界半径 A_0 、弹性剪切模量 G 、描述应变累积变化的参数 μ 。以下将通过软土的不排水循环应力三轴试验确定模型参数。

2 模型参数

采用重塑软黏土进行试验, 试验土样的物性指标如下: 重度为 17.6 kN/m^3 , 含水率为 37.5% , 塑限为 19.8% , 液限为 40.8% , 塑性指数为 21.0% 。

试验仪器为 HX-100 电气伺服控制静、动三轴仪, 在应力控制下进行不固结不排水三轴试验。试验土样初始尺寸高 8.0 cm , 直径 3.91 cm 。试验时给土样施加的围压为 100 kPa 。试验步骤如下:

(1) 将试验土样安置在三轴压力室内, 给土样施加 100 kPa 的围压。

(2) 给土样施加轴向静偏应力。用八面体静剪应力比 $(\tau_s)_a/(\tau_s)_f$ 表示其大小 ($(\tau_s)_a$ 与 $(\tau_s)_f$ 分别为给土样施加的八面体静剪应力与静三轴试验得到的土样破坏时八面体剪应力)。试验中取 $(\tau_s)_a/(\tau_s)_f = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ 。

(3) 当静偏应力作用下的土样轴向变形稳定后, 沿轴向施加 0.1 Hz 正弦等幅循环应力。用八面体循环剪应力比 $(\tau_s)_{cy}/(\tau_s)_f$ 表示循环应力的大小。当土样轴向静应变与循环累积应变之和大于 15% 时停止试验。

为了确定边界参数 A_0 , 还进行了无静偏应力的不排水三轴试验, 以便获得考虑加荷速率效应时的单调应力应变曲线, 见图 2 中的实线。图 2 中的标记是土样受不同静偏应力作用时, 再受正弦循环应力作用 $1/4$ 周时的应力应变曲线。图中结果表明, 按无静偏应力作用且考虑加荷速率效应的单调应力应变曲线确定边界参数 A_0 是恰当的。

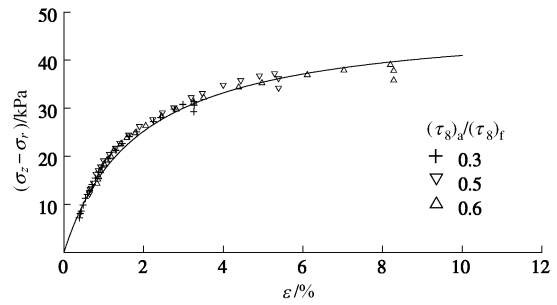


图 2 初始应力应变曲线

Fig. 2 Initial stress-strain curves

利用双曲线关系, 通过拟合图 2 中的应力应变曲线, 确定初始加载时的切线弹性模量及破坏时的强度, 进而依据式 (4) 确定边界半径 $A_0 = 41.0 \text{ kPa}$ 。又将泊松比取 0.5 , 按初始切线弹性模量确定剪切弹性模量 G , 最终得 $H_{\max} = 1745.2 \text{ kPa}$ 。

按文献[13]中的方法, 将 μ 表示为八面体累积剪应变增量 $d\gamma_{8,p}$ 的函数,

$$\mu = \mu_0 d\gamma_{8,p} \quad (11)$$

式中, μ_0 为描述累积偏应变大小的系数。

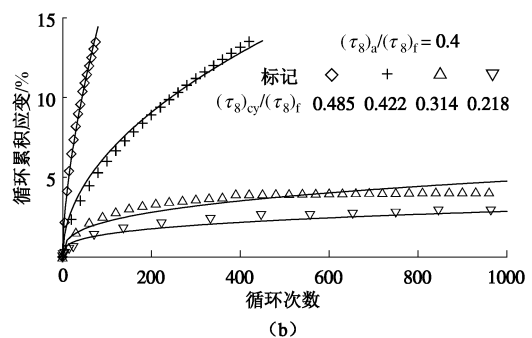
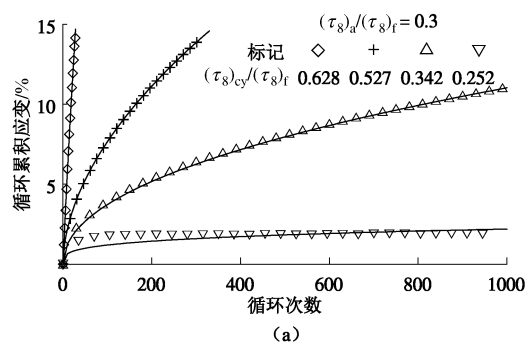
图 3 给出了循环三轴试验得出的土样八面体循环累积剪应变随应力循环次数的变化关系。用式 (12) 拟合图 3 中的试验数据, 结果见图中实线, 表 1 给出了通过拟合曲线确定的参数。

$$\gamma_{8,p} = cN^d \quad (12)$$

$$d\gamma_{8,p} = cdN^{d-1} \quad (13)$$

式中, c, d 为待定系数; N 为循环次数。

对于任意给定的 $(\tau_s)_a/(\tau_s)_f$ 与 $(\tau_s)_{cy}/(\tau_s)_f$, 可以依据表 1 中的数据, 通过双线性插值确定系数 c 和 d 。按式 (13) 计算八面体累积剪应变增量。



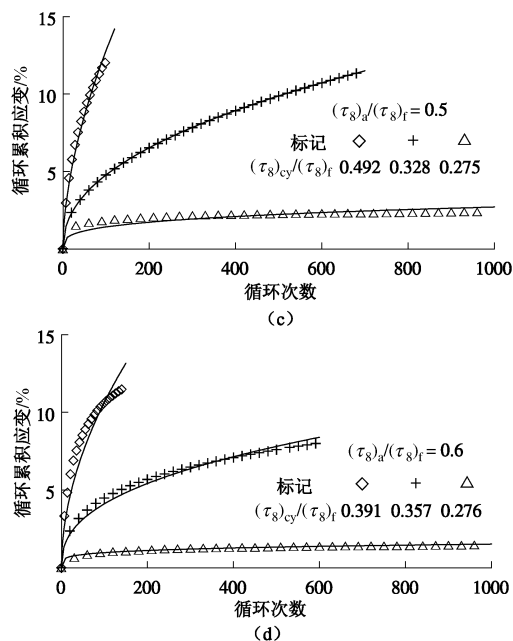


图3 循环累积剪应变随循环次数的变化

Fig. 3 Variation of cyclic cumulative shear strain with number of cycles

利用下述试算方法确定 μ_0 。对于给定的一个增量偏应力，首先假设一个 μ_0 ，然后按式 (11) 确定 μ ，再按式 (5) 确定当前应力点的弹塑性模量，又按式 (8) 计算增量应力对应的增量应变，最终计算出三轴试样轴向循环偏应力应变曲线。对于循环失稳的试验，依据计算结果，确定八面体循环累积剪应变达到 15% 时的循环次数（即循环破坏次数），并与循环三轴试验结果进行比较，若不一致，则调整 μ_0 ，重复上述计算过程直到计算出的破坏次数与试验结果一致；对于循环累积应变没有达到破坏标准的试验，则按试验进行的最大循环次数确定相应的累积应变，再依据计算出的循环应力应变曲线，确定与试验相同循环次数下对应的累积应变，比较计算与试验所得的累积应变，若两者不符，调整 μ_0 ，重复计算直到计算出的累积应变与试验结果一致为止。此时的 μ_0 即为与一定试验应力条件相对应的 μ_0 。按这种试算方法确定的 μ_0 见表 1。

表 1 拟合曲线参数

Table 1 Parameters of fitting curves

$\frac{(\tau_s)_a}{(\tau_s)_f}$	$\frac{(\tau_s)_{cy}}{(\tau_s)_f}$	c	d	μ_0
0.3	0.628	0.761	0.888	2.61
0.3	0.527	0.637	0.540	6.56
0.3	0.342	0.502	0.448	16.10
0.3	0.252	0.354	0.264	28.50
0.4	0.485	0.988	0.612	4.46
0.4	0.422	0.655	0.496	7.78
0.4	0.314	0.487	0.330	13.28
0.4	0.218	0.360	0.300	29.28
0.5	0.492	0.923	0.571	3.75
0.5	0.328	0.595	0.452	9.80
0.5	0.275	0.385	0.282	14.58
0.6	0.391	0.962	0.522	4.42
0.6	0.347	0.658	0.398	6.95
0.6	0.276	0.401	0.193	14.28

依据表 1 中的结果，整理 μ_0 随 $\frac{(\tau_s)_{cy}}{(\tau_s)_f} \left[0.5 + \frac{(\tau_s)_a}{(\tau_s)_f} \right]$ 的变化，结果见图 4，用下式拟合图 4 中的结果：

$$\mu_0 = -1.977 + 102.18 \times 0.0019 \frac{(\tau_s)_{cy}}{(\tau_s)_f} \left[0.5 + \frac{(\tau_s)_a}{(\tau_s)_f} \right] \quad (14)$$

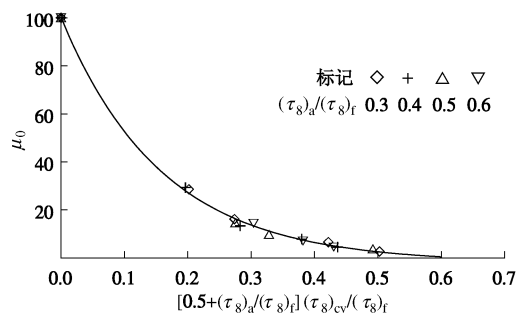


图4 μ_0 随 $\frac{(\tau_s)_{cy}}{(\tau_s)_f} \left[0.5 + \frac{(\tau_s)_a}{(\tau_s)_f} \right]$ 的变化

Fig. 4 Variation of μ_0 with $\frac{(\tau_s)_{cy}}{(\tau_s)_f} \left[0.5 + \frac{(\tau_s)_a}{(\tau_s)_f} \right]$

3 循环扭剪试验结果分析

循环扭剪试验土样与循环三轴试验土样相同，试验仪器为“土工静动液压三轴—扭剪多功能剪切仪”，按应力控制方式，在不固结不排水条件下进行试验。试验土样为空心圆柱，内径 3 cm，外径 7 cm，高 10 cm。试验步骤如下：

(1) 采用切削方法制备空心圆柱样，将其安置于压力室内，联接密封内外壁橡皮膜后，给土样施加各向均等的围压，试验分别取 50 kPa 和 100 kPa。

(2) 给土样施加静扭矩，用八面体静剪应力 τ_{sa} 表示静扭矩产生的静剪应力，并用八面体静剪应力比 $(\tau_s)_a/(\tau_s)_f$ 表示其大小，试验中取 $(\tau_s)_a/(\tau_s)_f = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ 。

(3) 当静扭矩作用下土样变形稳定后，给土样施加 0.1 Hz 的正弦等幅循环扭矩，用八面体循环剪应力比 $(\tau_s)_{cy}/(\tau_s)_f$ 表示循环剪应力大小。对每个 $(\tau_s)_a/(\tau_s)_f$ ，选择不同的 $(\tau_s)_{cy}/(\tau_s)_f$ 进行试验。当土样八面体静剪应变与循环累积剪应变之和大于 15% 时停止试验。

利用上述弹塑性模型，依据第 2 节中确定的模型参数，按照每个循环扭剪试验条件预测土样的环向剪应力应变曲线，图 5 给出了典型预测与试验结果的比较。图 5 结果表明，与试验结果相比，预测的土样环向剪应力应变滞回圈偏小，这与对三轴试验应力应变滞回曲线预测结果一致。

图 6 给出了循环扭剪试验得到的土样环向循环累积剪应变随环向剪应力循环次数 N 的变化，见图中的

标记。进一步,按预测的环向剪应力应变曲线确定环向累积剪应变随剪应力循环次数的变化,结果见图 6 中的实线。图 6 中预测与试验结果比较表明,两者变化基本吻合。因此,利用上述模型、依据循环应力三轴压缩试验确定的模型参数,可以预测循环扭剪试验土样的环向累积剪应变随循环次数的变化关系。

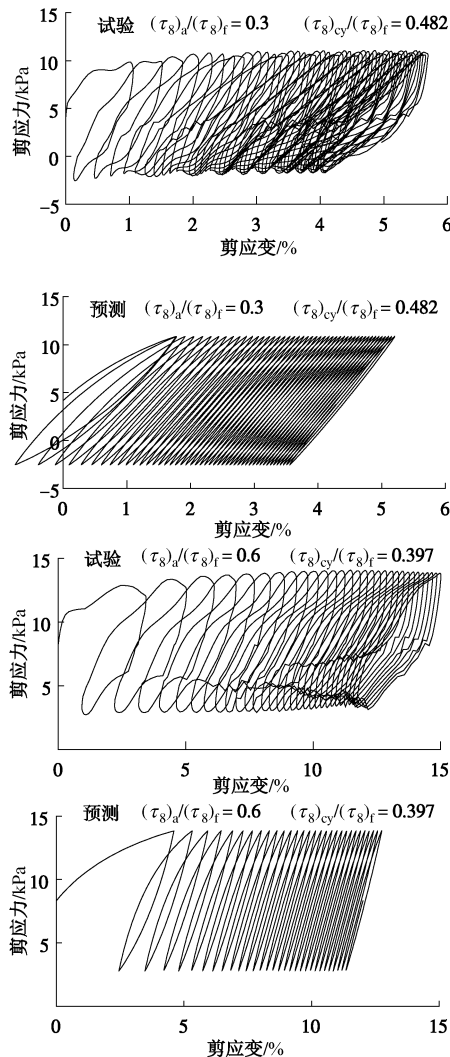


图 5 扭剪应力应变曲线

Fig. 5 Torsional shear stress-strain curves

利用模型,再预测循环扭剪试验土样轴向应力应变曲线,结果表明:由于轴向偏应力为零,所以在环向循环扭矩作用下,轴向偏应变始终为零,这与循环扭剪试验结果一致。

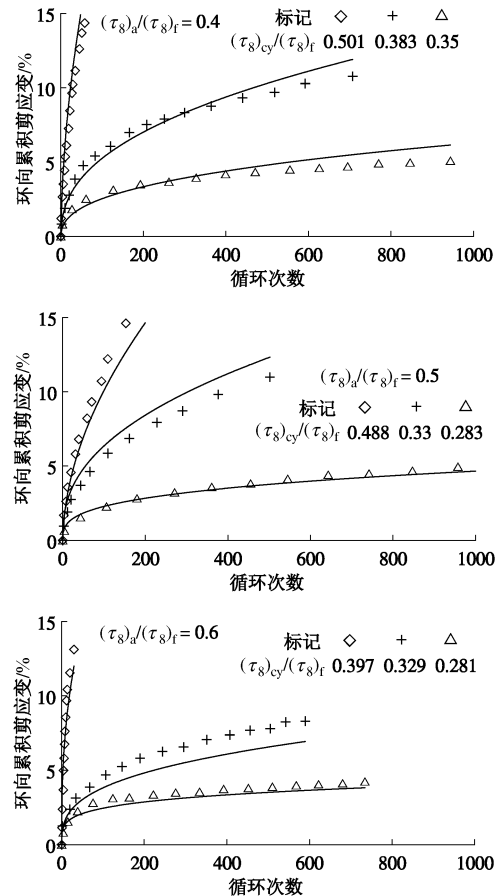
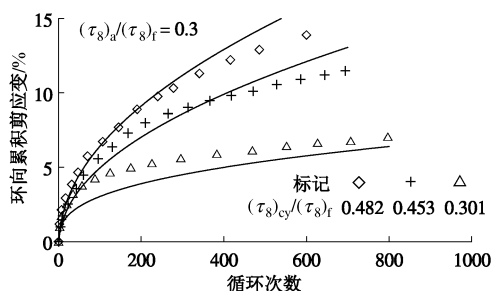


图 6 扭转累积剪应变随循环次数变化

Fig. 6 Variation of cyclic torsional cumulative shear strain with number of cycles

综上,利用循环三轴压缩试验结果确定模型参数,能够预测无初始轴向静偏应力作用的循环扭剪试验土样的环向剪应力应变响应,特别是环向累积剪应变响应,以及轴向应力应变响应。这些工作验证了笔者提出的弹塑性模型对分析一般应力状态土单元不排水循环应力应变响应的可行性。

4 结 论

为了进一步分析作者提出的增量弹塑性模型对描述一般应力状态土单元循环应力应变响应的适用性,本文利用这一模型及由循环三轴压缩试验确定的模型参数,分析了循环扭剪试验土单元的应力应变响应,并与试验结果进行了对比分析,得到以下 3 点结论。

(1)利用模型预测出的无轴向静偏应力作用的循环扭剪土单元环向剪应力应变滞回曲线与试验结果相比偏小,但是总变化趋势与试验结果一致。

(2)利用模型预测出的无轴向静偏应力作用的循环扭剪土单元环向累积剪应变随循环次数的变化与试验结果相比,两者趋势一致。

(3)利用模型预测出的无轴向静偏应力作用的循环扭剪土单元轴向应变与试验结果一致。

综上,笔者提出的增量弹塑性模型可以描述不同应力状态土单元的不排水循环应力应变响应。

参考文献:

- [1] PREVOST J H. Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1977, **1**(2): 195 - 216.
- [2] BORJA R I, AMIES A P. Multiaxial cyclic plasticity model for clays[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **120**(6): 1051 - 1070.
- [3] 王建华, 要明伦. 软黏土不排水循环特性的弹塑性模拟[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(3): 11 - 18. (WANG Jian-hua, YAO Ming-lun. Elastoplastic simulation of the cyclic undrained behaviour of soft clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(3): 11 - 18. (in Chinese))
- [4] 熊玉春, 陈久照. 考虑各向异性影响的循环弹塑性模型[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(8): 1165 - 1170. (XIONG Yu-chun, CHEN Jiu-zhao. Cyclic elasto-plastic constitutive model considering anisotropic effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(8): 1165 - 1170. (in Chinese))
- [5] 黄茂松, 刘莹. 基于非线性运动硬化模型的饱和黏土桩基础竖向循环弱化数值分析[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(12): 2170 - 2178. (HUANG Mao-song, LIU Ying. Numerical analysis of axial cyclic degradation of a single pile in saturated soft soil based on nonlinear kinematic hardening constitutive model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(12): 2170 - 2178. (in Chinese))
- [6] DAFALIAS Y F, HEMNANN L R. A boundary surface soil plasticity model[C]// Proceedings of International Symposium on Soils under Cyclic Transient Load. Rotterdam: Balkema Publ, 1980: 335 - 356.
- [7] MROZ Z, NORRIS V A, ZIENKIEWICZ O C. An anisotropic critical state model for soils subject to cyclic loading[J]. Géotechnique, 1981, **31**(4): 451 - 469.
- [8] KRIEG R D. A practical two surface plasticity theory[J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1975, **42**(3): 641 - 646.
- [9] LIANG R, MA F G. Anisotropic plasticity model for undrained cyclic behavior of clays[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1992, **118**(2): 229 - 265.
- [10] LI T, MEISSNER H. Two-surface plasticity model for cyclic undrained behavior of clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2002, **128**(7): 613 - 626.
- [11] 黄茂松, 刘明, 柳艳华. 循环荷载下软黏土的各向异性界面模型[J]. 水利学报, 2009, **40**(2): 188 - 193. (HUANG Mao-song, LIU Ming, LIU Yan-hua. Anisotropic bounding surface model for saturated soft clay under cyclic loading [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, **40**(2): 188 - 193. (in Chinese))
- [12] 胡存, 刘海笑. 适用于饱和黏土循环动力分析的新型界面塑性模型[J]. 水利学报, 2011, **42**(10): 1192 - 1200. (HU Cun, LIU Hai-xiao. A new type of bounding surface plasticity model for cyclic behavior of saturated clay[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, **42**(10): 1192 - 1200. (in Chinese))
- [13] 程星磊, 王建华, 李书兆. 软黏土不排水循环应力应变响应的弹塑性模拟[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(5): 933 - 941. (CHENG Xing-lei, WANG Jian-hua, LI Shu-zhao. Elastoplastic simulation for undrained cyclic stress-strain response of soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(5): 933 - 941. (in Chinese))
- [14] 王建华, 曲延大. 循环应力作用下饱和软黏土的不固结不排水强度与破坏准则[J]. 水利学报, 2011, **42**(6): 672 - 677. (WANG Jian-hua, QU Yan-da. Unconsolidated and undrained strength and failure criterion of soft clay under cyclic stresses[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, **42**(6): 672 - 677. (in Chinese))