

DOI: 10.11779/CJGE201510001

# 遮帘式板桩码头的工作机理

蔡正银<sup>1</sup>, 侯伟<sup>1, 2</sup>, 关云飞<sup>1</sup>

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘要:** 板桩码头结构深水化过程中遇到的主要问题是如何克服作用于前墙上的随开挖深度剧增的土压力。遮帘式板桩结构的设计思路是在传统的板桩码头前墙陆侧增加一排遮帘桩, 利用其遮帘效应来分担一部分作用于前墙上的土压力, 从而达到建设大型深水板桩码头的条件。通过前期开发的基于 ABAQUS 有限元平台的土和结构相互作用分析软件, 采用“南水双屈服面弹塑性本构模型”来模拟地基土的应力应变关系, 通过基于接触力学的本构模型来模拟土和码头结构的相互作用, 研究了遮帘桩的工作机理和遮帘效应, 探讨了遮帘式板桩码头前墙两侧的土压力分布规律, 以及码头结构的变形和弯矩分布规律。通过与单锚板桩码头结构的比较, 验证了遮帘式板桩码头对于板桩码头深水化的作用。  
**关键词:** 板桩码头; 遮帘桩; 数值模拟; 土压力

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)10-1745-06

**作者简介:** 蔡正银 (1965-), 男, 江苏海安人, 教授级高级工程师, 博士生导师, 从事岩土基本理论和试验研究工作。E-mail: zycail@nhri.cn。

## Mechanism of sheet-pile wharf with barrier piles

CAI Zheng-yin<sup>1</sup>, HOU Wei<sup>1, 2</sup>, GUAN Yun-fei<sup>1</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The main problem for deep-water sheet-pile wharf is how to deal with the earth pressures acting on the front wall, which dramatically increase with the excavation depth. The design idea of the barrier-pile structure is as follows: a row of barrier piles are constructed in front of the traditional sheet-pile wharf, and part of the earth pressures acting on the front wall are shared owing to their barrier effects so as to reach the condition for building large deep-water sheet-pile wharf. Using the developed analysis software for soil-structure interaction based on ABAQUS, the NHRI double-yield face elastoplastic constitutive model is employed to simulate stress-strain relation of soils. The constitutive model based on contact mechanics is used to simulate soil-wharf interaction. The mechanism and effect of barrier piles are studied, the distribution rules of earth pressures at the two sides of the front wall of the sheet-pile wharf with barrier piles are discussed as well as its deformation and distribution of bending moment. By comparing with the sheet-pile wharf with single anchorage, the deep-water sheet-pile wharf with barrier piles is validated.

**Key words:** sheet-pile wharf; barrier pile; numerical simulation; earth pressure

## 0 引言

板桩码头是码头三大结构型式之一。据不完全统计, 中国建国 60 多年来, 建设的板桩码头有 300 多个泊位, 其中 200 多个泊位是中小型码头, 占 85% 以上。板桩码头长期无法深水化, 主要是由板桩结构自身的受力状况所决定。深水板桩码头, 由于前沿水深的加大, 前墙将承担更大的土压力, 从而使得前墙的内力和码头的拉杆力变大, 板桩断面难以满足深水码头急剧增大的内力的要求, 并严重影响结构的变形与稳定性。

解决以上问题的根本途径是设法减少作用于码

头前墙上的土压力, 有两个可行办法: 一是“遮帘”的办法, 即在码头前墙背后设一排遮帘桩, 由其承担一部分土压力, 以减小前墙的受力与变形; 另一个是“卸荷”的办法, 利用卸荷承台将由于港池开挖和码头表面堆载引起的土压力通过承台下面的桩基础传递到深部土体中, 同样达到减小前墙土压力作用的目的。

遮帘式板桩码头是中国自主开发的新型板桩码头结构型式, 如图 1 所示。它是在传统板桩码头结构的

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (“863” 计划) 课题项目 (2012AA112510)

收稿日期: 2014-09-10

前墙后侧设一排遮帘桩,利用遮帘桩的挡土作用及拱效应减小前墙承受的土压力,从而满足建设大型深水泊位的条件。由于设置了遮帘桩,作用于码头前墙上的土压力更加复杂,遮帘桩的遮帘效应有多大,遮帘桩的尺寸、与前墙的间距如何选择,遮帘桩的刚度如何与前墙匹配,这些都是遮帘式板桩码头设计中急需解决的关键技术问题。

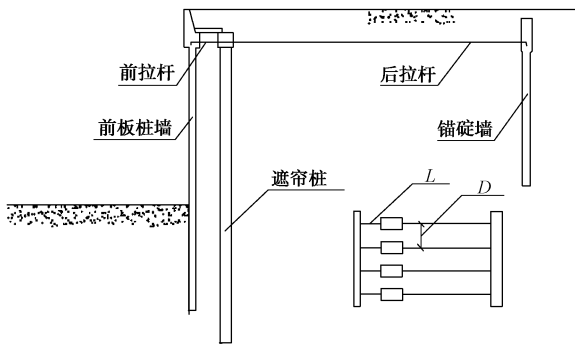


图 1 遮帘式板桩码头结构

Fig. 1 Sheet-pile wharf with barrier piles

对于遮帘式板桩码头结构的设计,目前主要是依靠离心模型试验来获得一些设计参数,并通过现场监测来验证设计和试验结果,同时对设计方案进行优化。刘永绣等<sup>[1]</sup>通过离心模型试验,研究了港池开挖过程中遮帘桩两侧的土压力变化规律,证明了遮帘桩的遮帘作用。蔡正银等<sup>[2]</sup>通过离心模型试验,研究了纯砂地基中遮帘式板桩码头结构上的土压力分布规律,探讨了桩间距对土压力的影响。李景林等<sup>[3]</sup>针对国内第一个 10 万吨级板桩码头的多种设计方案,通过离心模型试验进行方案比选,提出了最优的方案。焦志斌等<sup>[4]</sup>通过现场观测,研究了京唐港#32 泊位 10 万吨级遮帘式板桩码头的结构变形、土压力分布规律、拉杆拉力等。

对于遮帘式板桩码头结构的工作机理,许多学者通过数值分析进行了研究。李元音等<sup>[5]</sup>针对遮帘式板桩码头结构进行了空间有限元分析,探讨了码头结构的受力与变形情况。由于计算时假定土压力的分布与锚碇点的位移为已知,存在一定的缺陷。彭益达等<sup>[6]</sup>、刘文平等<sup>[7]</sup>、黄伟等<sup>[8]</sup>、王元战等<sup>[9]</sup>都对遮帘式板桩码头进行过有限元分析,得到了许多重要的结论。但是,这些分析中对于地基土的模拟都是采用弹性模型或理想弹塑性模型,难以正确地反映土体的变形规律。而对于板桩码头,主要考虑的荷载是作用于结构上的侧向土压力,土压力是随着结构与土体的变形而不断变化。因此,只有正确地模拟地基土的变形,才能正确地反映土压力的变化规律。

本文通过前期开发的基于 ABAQUS 有限元平台的土和结构相互作用分析软件<sup>[10]</sup>,采用“南水双屈服面弹塑性本构模型”来模拟地基土的应力应变关系,

研究了遮帘式板桩码头的工作机理,探讨了作用于码头结构上的土压力分布,以及在土压力作用下码头结构的受力与变形情况,从而揭示了码头结构与地基土的相互作用规律。通过与单锚板桩码头比较,验证了遮帘式板桩码头的优越性。

1 遮帘式板桩码头方案

为了研究遮帘式板桩码头的受力与变形特性,以京唐港#32 泊位 10 万吨级板桩码头结构为背景,并对码头结构和地基土层进行了概化,模拟的码头剖面如图 1 所示。前墙厚 1.0 m,墙高 32.7 m。遮帘桩长 33.5 m,断面尺寸为 2 m×1 m,桩顶至码头面距离为 2.7 m,遮帘桩沿码头岸线方向等间距布置,桩心距为 2.75 m。锚碇墙厚 1.2 m,墙高 19 m,墙顶至码头面距离为 1.2 m。前墙、遮帘桩和锚碇墙均为钢筋混凝土地下连续墙结构,前墙与遮帘桩之间间距为 3 m,遮帘桩与锚碇墙之间间距 35 m。前墙和遮帘桩之间、遮帘桩和锚碇墙之间用φ95 的钢拉杆链接,拉杆距地面 3.7 m。模拟的码头前沿港池水面距码头面 5.73 m,水深 15.47 m。

为了与单锚板桩结构相比较,设计了单锚板桩方案,码头结构除了少了遮帘桩外,别的条件都一样。

为了更好地获得码头结构的受力与变形特性,模拟的地基土层只有一层均质细砂层,其基本物理力学指标如表 1 所示。

表 1 地基土主要物理力学指标

Table 1 Physical and mechanical parameters of soil

土层名称	重度	含水率	孔隙比	三轴指标		压缩模量
	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$w/\%$	$e$	$c/\text{kPa}$	$\varphi/(^{\circ})$	$E_s/\text{MPa}$
细砂	19.7	21.9	0.63	0.0	31.0	39.4

为了掌握地基土的变形特性,进行了细砂的三轴排水剪切试验,表 2 是根据试验结果整理的细砂的南水模型参数。

表 2 地基土南水模型参数

Table 2 NHRI model parameters of soil

土层	$c$	$\varphi$	$R_f$	$K$	$K_{ur}$	$n$	$c_d$	$n_d$	$r_d$
细砂	0	32.0	0.92	476	952	0.38	0.012	0.5	0.91

2 三维有限元数值分析模型的建立

2.1 模拟范围与边界的确定

考虑到沿码头纵向结构的对称性,并考虑边界效应,确定数值模拟的范围为:深度 60 m,长度 80 m,宽度(纵向) 5.5 m。经过扩大模拟范围的数值分析验证,选择的模拟范围是基本合理。这样,模拟的前墙、锚碇墙和地基土层的宽度都为 5.5 m,沿宽度(纵向)方向设置两根拉杆,拉杆间距为 2.75 m,每根拉杆距前后侧表面的距离都是 1.375 m。

## 2.2 地基土层的模拟

地基模型为长方体, 高度为 60 m, 长度为 80 m, 宽度为 5.5 m, 如图 2 所示。模拟的地基为水平地基, 模拟过程中不考虑土层的空间变化, 针对细砂土, 采用空间实体单元 (C3D10M) 模拟, 土体的应力应变关系采用南水双屈服面弹塑性本构模型模拟, 其模型参数如表 2 所示。

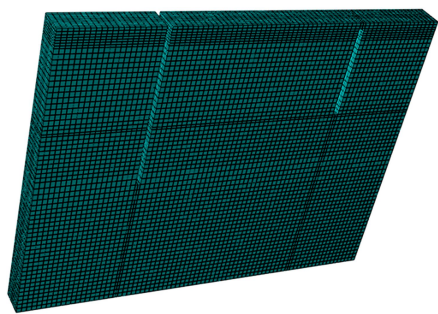


图 2 地基模型图

Fig. 2 Model of soil foundation

## 2.3 板桩码头结构的模拟

模拟的板桩码头结构如图 3 所示。前墙和锚碇墙都为地下连续墙结构, 采用钢筋混凝土材料, 数值模拟时采用实体单元模拟 (C3D10M), 本构模型采用 ABAQUS 有限元平台自带的线弹性模型。钢筋混凝土的模量取为 26 GPa, 泊松比为 0.167。

前墙与锚碇墙之间采用拉杆连接。拉杆采用桁架单元来模拟 (T3D2), 以方便获取拉杆的轴力及变形, 并真实输入实际拉杆横截面积, 计算中不考虑拉杆自重及与土体之间的摩擦力。拉杆材料本构模型也采用线弹性模型, 钢材的模量取为 206 GPa, 泊松比为 0.3。

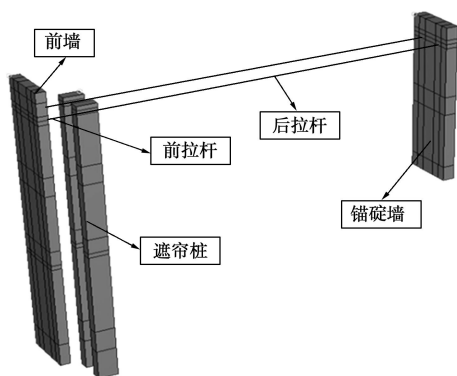


图 3 码头结构模型图

Fig. 3 Model of wharf structure

## 2.4 接触的模拟

前墙和地基土层、锚碇和地基土层的各个面之间都存在接触, 数值模拟时采用基于接触力学思想的接触本构模型。墙、土接触采取有限滑移, 法向为硬接触, 接触压力假定不衰减。拉杆与墙体之间的链接采用绑定链接, 点面接触的方式。

## 2.5 初始应力场的确定

在遮帘式板桩码头施工前, 地基一般为水平成层

地基, 假设已固结完成, 土体处于自重应力下的平衡状态, 地基中的水平应力可以视为静止土压力, 而这个力就是作用于结构上的初始侧向压力。静止土压力由自重应力乘以静止土压力系数, 因此如何确定地基的静止土压力系数非常重要。本数值分析细砂的静止土压力系数取 0.45。

## 2.6 港池开挖过程的模拟

码头结构的受力与变形主要是由于港池的开挖和码头面载的施加, 这两个过程都会引起地基土压力的变化, 从而导致结构的变形。本文只模拟港池的开挖过程, 用单元的“生死”功能来模拟。港池分 4 次开挖, 开挖的深度分别为 5.73, 10, 15 和 21.2 m。

## 3 遮帘式板桩结构的受力与变形

### 3.1 遮帘式结构的变形特性

港池开挖过程中遮帘式板桩码头的前墙和遮帘桩的水平位移如图 4 和 5 所示。从图 4 中可以发现, 随着港池开挖深度的不断增加, 前墙海侧土压力不断消失, 造成前墙两侧受力的不平衡。这样前墙在陆侧的土压力作用下, 不断向海侧位移, 前墙的位移模式表现为“弓”型, 最大水平位移约 3.4 cm, 发生在距地表深度 12 m 处。前墙底部向海侧移动了 1.1 cm, 锚碇点 (距地表深度 3.7 m) 向海侧的位移约为 2.9 cm。

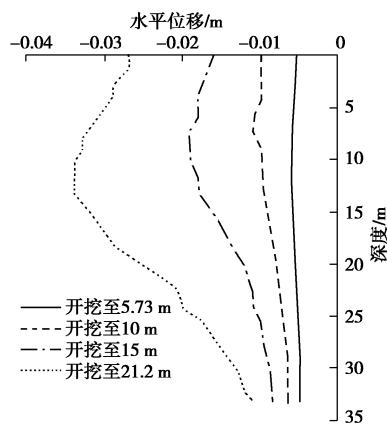


图 4 前墙水平位移

Fig. 4 Lateral displacements of front wall

对比图 4 和图 5 可以发现, 前墙与遮帘桩的变形差别较大。由于遮帘桩的刚度相对前墙大得多, 遮帘桩的变形模式整体表现为“之”字型, 最大位移发生在桩的顶部, 约为 2.82 cm, 桩底的位移最小, 约为 1.0 cm, 遮帘桩锚碇点的位移约为 2.81 cm。必须说明, 前墙和遮帘桩之间是用拉杆连接的, 前墙锚碇点与遮帘桩的位移是不一样的, 其差别即为拉杆的伸长量。

### 3.2 遮帘式结构的土压力变化规律

板桩码头结构的荷载主要表现为作用于结构上的土压力的变化, 产生于港池的开挖和码头面载的施加。码头结构施工完成后, 在港池开挖前作用于码头结构

(前墙、遮帘桩和锚碇墙)上的土压力基本可以考虑为静止土压力。对于纯砂地基,侧向土压力沿深度呈三角型分布。随着港池的开挖,海侧土压力逐渐消失,造成前墙两侧土压力的不平衡,在陆侧土压力的作用下,前墙向海侧发生位移。由于前墙向海侧位移,前墙两侧的土压力随位移的变化而变化,前墙海侧由静止向被动状态发展,而陆侧向主动状态发展,这是典型的土和结构相互作用的问题。

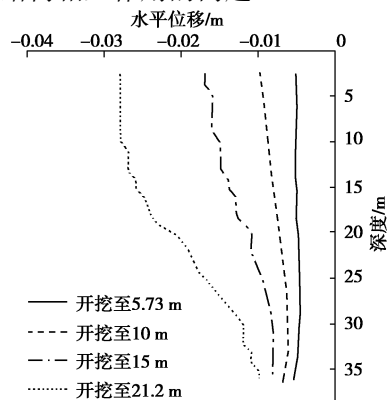


图5 遮帘桩水平位移

Fig. 5 Lateral displacements of barrier piles

图6是计算得到的前墙陆侧土压力随港池开挖过程的变化规律。从图中可以发现,随着开挖深度的增加,前墙陆侧锚碇点以下的土压力均逐渐变小,均向主动状态变化,开挖越深,土压力减小越大,特别是在前墙的中部,这与前墙的位移变化规律相一致。在锚碇点以上,由于前墙位移比遮帘桩的位移小,土体出现受“压”状态,所以该部分结构上的土压力向被动状态发展。从前墙陆侧土压力的整体分布规律来看,呈典型的“R”型分布,这与许多现场观测结果一致。

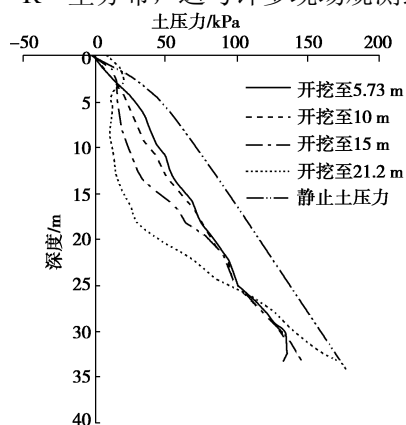


图6 前墙陆侧土压力

Fig. 6 Earth pressures on front wall at landward side

图7是计算得到的前墙海侧开挖面以下土压力随港池开挖过程的变化规律。该部分的土压力极其复杂,其状态总体向被动发展。一方面,由于港池土层的开挖,土体竖向应力逐渐减小,引起作用于墙体上的侧向土压力的减少;另一方面,由于前墙向海侧位移,

海侧土体被压缩,土压力向被动方向发展,这又造成侧向土压力的增加。总之,土压力的变化情况取决于土体的变形情况。开挖完成后,该部分的被动土压力特别大,可以想象此时土层表面发生了局部破坏。

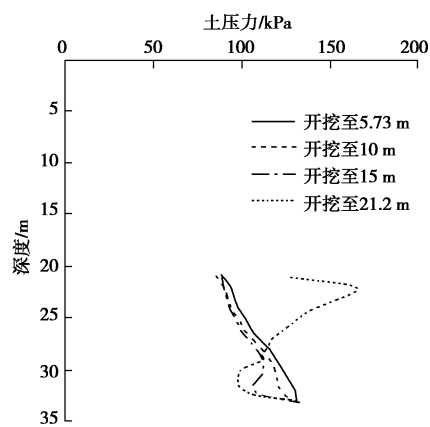


图7 前墙海侧土压力

Fig. 7 Earth pressures on front wall at seaward side

遮帘桩海侧的土压力分布非常复杂,一方面,由于前墙向海侧位移,造成前墙与遮帘桩之间的土体向海侧位移,而该部分土体的位移造成遮帘桩海侧土压力向主动发展,逐渐减小。另一方面,由于前墙和遮帘桩之间采用拉杆连接,前墙向海侧移动也带动遮帘桩向海侧移动,这样遮帘桩海侧的土体有向被动发展的趋势。因此,遮帘桩海侧的土压力的状态取决于其海侧土体的变形规律——是压缩还是伸长。如果是伸长,桩上土压力为主动状态,否则为被动状态。图8是计算得到的遮帘桩海侧的土压力随开挖过程的变化规律。从图中可以发现,遮帘桩海侧土压力和前墙陆侧土压力非常相似,基本上沿深度土压力逐级减小,整体向主动状态发展。在开挖面以上的绝大部分,遮帘桩上的海侧土压力小于前墙相同深度处的土压力,充分体现了遮帘桩的遮帘作用。在深度30 m以下,遮帘桩海侧土压力部分出现被动状态。

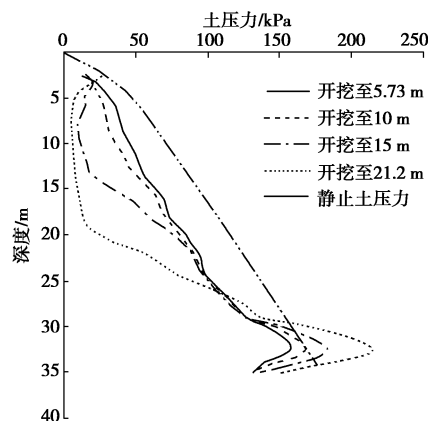


图8 遮帘桩海侧土压力

Fig. 8 Earth pressures on barrier pile at seaward side

图9是计算得到的遮帘桩陆侧的土压力随开挖过程的变化规律。从计算结果来看,总体上遮帘桩陆侧

的土压力比海侧土压力大得多, 随开挖深度的加大也是向主动方向发展, 不断变小。由于遮帘桩的刚度很大, 造成桩身海侧土体的变形比陆侧的变形大, 这是遮帘桩陆侧的土压力比海侧土压力大的原因, 也充分体现了遮帘桩的遮帘作用。

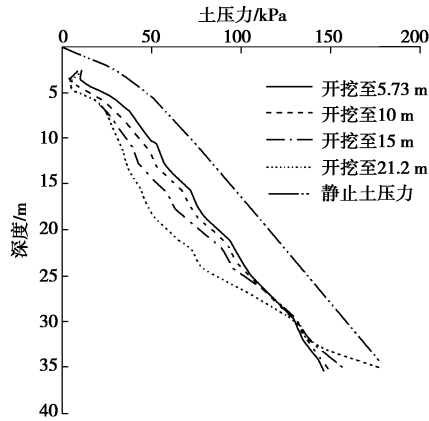


图 9 遮帘桩陆侧土压力

Fig. 9 Earth pressures on barrier pile at landward side

### 3.3 遮帘式结构的弯矩

图 10, 11 是前墙和遮帘桩开挖过程中的弯矩分布。从图中可发现在整个开挖过程中, 前墙和遮帘桩上部出现正弯矩, 而下部出现负弯矩。当开挖完成后, 前墙最大正弯矩处距墙顶深度为 14 m, 其单宽弯矩为 583 kN·m/m。最大负弯矩处距墙顶深度为 25 m, 其单宽弯矩为 -333 kN·m/m。遮帘桩最大正弯矩处距墙顶深度为 13 m, 其单宽弯矩为 467 kN·m/m。最大负弯矩处距墙顶深度为 27 m, 其单宽弯矩为 -287 kN·m/m。

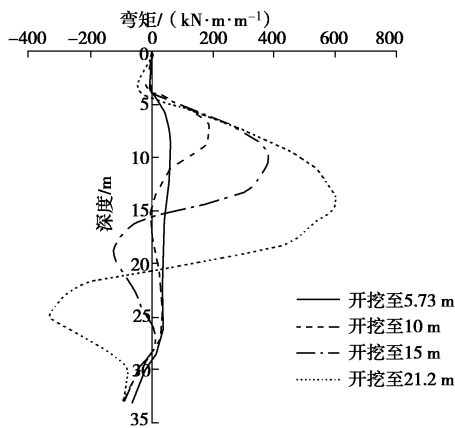


图 10 前墙弯矩分布

Fig. 10 Moment distribution of front wall

## 4 遮帘式与单锚板桩结构的比较

为了与单锚板桩进行比较, 进一步理解遮帘式板桩码头的遮帘效应, 进行了单锚板桩的数值模拟, 单锚板桩的基本条件与遮帘式相同, 除了遮帘桩以外。图 12 是遮帘式板桩码头结构与单锚板桩码头结构港池开挖至 21.2 m 时的位移随深度的变化规律, 可以发现单锚结构的位移比遮帘式结构的位移大得多, 最大

值相差 1.5 cm。

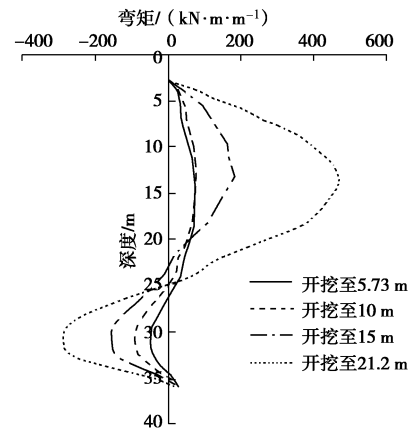


图 11 遮帘桩弯矩分布

Fig. 11 Moment distribution of barrier pile

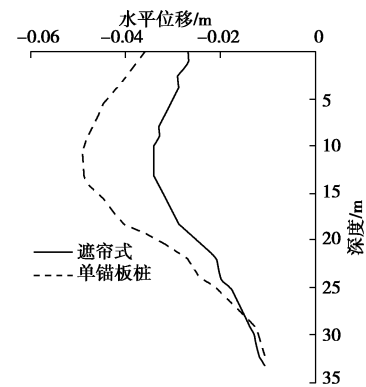


图 12 前墙水平位移

Fig. 12 Lateral displacements of front wall

图 13 是模拟开挖完成后单锚式和遮帘式前墙陆侧土压力随深度的变化规律。从图中可以发现, 在开挖面以上, 对于前墙陆侧的土压力遮帘式比单锚式要小得多, 这主要就是因为遮帘桩的遮帘作用, 分担了一部分土压力, 从而减小了前墙的压力。

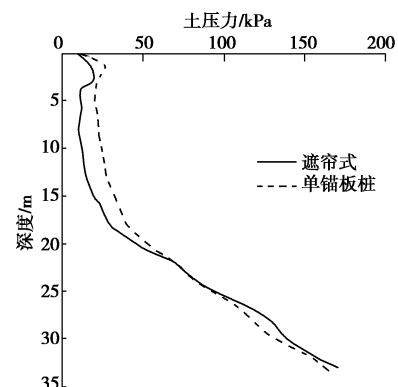


图 13 前墙陆侧土压力

Fig. 13 Earth pressures on front wall at landward side

图 14 是模拟开挖完成后单锚式和遮帘式前墙弯矩随深度的变化规律。从图中可以发现, 不管是正弯矩还是负弯矩, 遮帘式都比单锚式小得多, 再次说明了遮帘式板桩码头的优越性。

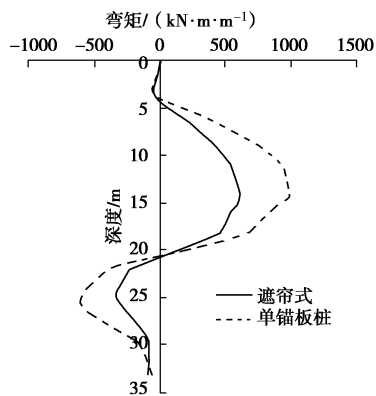


图 14 前墙弯矩分布

Fig. 14 Moment distribution of front wall

## 5 结 论

本文利用有限元数值模拟方法探讨了遮帘式板桩码头的工作机理,研究了码头开挖过程中码头结构上的土压力分布、结构的受力与变形规律,并通过与单锚板桩结构的比较,探讨了遮帘式板桩码头的遮帘效应。主要结论如下:

(1) 开港池开挖过程中,遮帘式板桩码头结构前墙陆侧和遮帘桩上的土压力都呈“R”型分布,其大小与地基土的变形有关,属于典型的土与结构相互作用问题。

(2) 遮帘式板桩码头结构是依靠前板桩墙和遮帘桩来共同分担地基土压力的作用,以减少作用于前板墙上的土压力,从而可以加大码头前沿港池的水深,达到建设深水大港的目的。

(3) 与单锚板桩码头结构相比,由于遮帘桩的遮帘效应,遮帘式板桩码头前墙的位移、土压力、弯矩都比单锚板桩码头结构要小得多。

## 参考文献:

- [1] 刘永绣, 吴荔丹, 徐光明, 等. 遮帘式板桩码头工作机制[J]. 水利水运工程学报, 2006(2): 8 - 12. (LIU Yong-xiu, WU Li-dan, XU Guang-ming, et al. Working mechanism of sheet pile wharf with barrier piles[J]. Hydro-Science and Engineering, 2006(2): 8 - 12. (in Chinese))
- [2] 蔡正银, 徐光明, 曾有金, 等. 遮帘式板桩码头土压力离心模型试验研究[J]. 港工技术, 2007, 26(6): 51 - 55. (CAI Zheng-yin, XU Guang-ming, ZENG You-jin, et al. Experimental study of centrifugal models to test earth pressure on covered sheet pile wharfs[J]. Port Engineering Technology, 2007, 26(6): 51 - 55. (in Chinese))
- [3] 李景林, 蔡正银, 徐光明, 等. 遮帘式板桩码头结构离心模型试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1182 - 1187. (LI Jing-lin, CAI Zheng-yin, XU Guang-ming, et al.

Centrifuge modelling test on covered sheet-piled structure of wharf[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1182 - 1187. (in Chinese))

- [4] 焦志斌, 蔡正银, 王剑平, 等. 遮帘式板桩码头原型观测技术研究[J]. 港工技术, 2005(增刊): 56 - 59. (JIAO Zhi-bin, CAI Zheng-yin, WANG Jian-ping, et al. Study on prototype observation technique of semi-covered type of sheet pile[J]. Port Engineering Technology, 2005(S0): 56 - 59. (in Chinese))
- [5] 李元音, 刘永绣. 遮帘式板桩码头结构的空有限元法分析[J]. 港工技术, 2005(增刊): 37 - 40. (LI Yuan-yin, LIU Yong-xiu. Spatial finite element method to analyze covered type structure of sheet piles wharf structure[J]. Port Engineering Technology, 2005(S0): 37 - 40. (in Chinese))
- [6] 彭益达, 赵利平. 港池开挖对遮帘式板桩码头结构的影响[J]. 中国水运, 2014, 14(4): 303 - 305. (PENG Yi-da, ZHAO Li-ping. The impact of harbor excavation on the covered sheet-piled wharf[J]. China Water Transport, 2014, 14(4): 303 - 305. (in Chinese))
- [7] 刘文平, 郑颖人, 蔡正银, 等. 遮帘式板桩码头结构有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(4): 573 - 577. (LIU Wen-ping, ZHENG Ying-ren, CAI Zheng-yin, et al. Finite element method for covered sheet pile wharfs[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(4): 573 - 577. (in Chinese))
- [8] 黄伟, 潘泓, 王燕燕. 全遮帘式板桩码头结构遮帘桩合理桩间距确定[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(1): 129 - 134. (HUANG Wei, PAN Hong, WANG Yan-yan. Determination on rational spacing of barrier pile for all-covered type of sheet pile wharf[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012, 8(1): 129 - 134. (in Chinese))
- [9] 王元战, 龚晓龙, 李斌. 遮帘式板桩码头的遮帘效果及其影响因素分析[J]. 水道港口, 2014, 35(1): 81 - 86. (WANG Yuan-zhan, GONG Xiao-long, LI Bin. Analysis on sheltering effect of covered sheet pile wharf and its influencing factors[J]. Journal of Waterway and Harbor, 2014, 35(1): 81 - 86. (in Chinese))
- [10] 司海宝, 蔡正银, 余缙. 遮帘式板桩码头结构与土共同作用 3D 数值分析[J]. 土木工程学报, 2012(5): 182 - 190. (SI Hai-bao, CAI Zheng-yin, YU Jin. 3D numerical modeling of pile-soil interaction for covered sheet-piled wharf[J]. China Civil Engineering Journal, 2012(5): 182 - 190. (in Chinese))