

DOI: 10.11779/CJGE201509025

# 正则抛物线准则及岩石初始损伤的估计

李冰洋, 尤明庆\*

(河南理工大学能源科学与工程学院, 河南 焦作 454003)

**摘要:** 岩石内存在裂隙等缺陷引起试样强度的离散。随着围压增加, 裂隙的摩擦承载与黏结力差异减小, 即初始损伤对高围压下强度影响较小。正则抛物线准则可以准确描述砂岩等颗粒性岩石在高围压下的强度, 拟合参数视为岩石的理想单轴压缩强度, 其与试验值的差异表征试样初始损伤度。该参数可以为岩石损伤力学分析提供基础。

**关键词:** 损伤力学; 正则抛物线准则; 初始损伤; 理想强度; 裂隙

中图分类号: TU45 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)09-1740-05

作者简介: 李冰洋(1989-), 男, 硕士研究生, 主要从事岩石力学方面的学习研究工作。E-mail: youmq@hpu.edu.cn。

## Normal parabolic criterion and estimation of initial damage of rock

LI Bing-yang, YOU Ming-qing

(School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China)

**Abstract:** The fissures in rock induce scattering strengths of specimens. However, the supporting capacity of the fissures from friction will increase up to the cohesion as the confining pressure increases. Therefore, the influence of the initial damage in rock should be less on the strengths under high confining pressures. Those strengths of granular rocks like sandstone can be fitted using the normal parabolic criterion. The parameter in the criterion is the ideal uniaxial compressive strength, and its difference with the practical test data shows the initial damage in rock. It is applicable as a key parameter in the rock damage mechanics.

**Key words:** damage mechanics; normal parabolic criterion; initial damage; ideal strength; fissure

## 0 引言

岩石内部存在许多微裂纹和微孔隙, 具有初始损伤, 其对岩石力学性质的影响显著。邱士利<sup>[1]</sup>指出大理岩卸荷路径下初始损伤作用要高于卸荷路径。Cai 等<sup>[2]</sup>用岩石受载的应力水平与对应条件下峰值强度的比率来表征初始损伤程度, 以反映岩石内部损伤形成条件、演化过程和成因机制。然而研究岩体本构模型时仍多将初始损伤假设为零。

裂隙的摩擦承载能力与其方向及应力状态相关。常规三轴压缩试验表明, 低围压下试样强度离散较大, 而高围压下离散较小, 即岩石初始损伤对强度的影响随围压增加而减小; 可设想高围压下强度来自于无损伤的理想试样, 进而以正则抛物线准则拟合得到理想单轴压缩强度, 估计初始损伤。本文对 15 种岩石的试验结果进行相关分析, 以确定所述方法的适用性。

## 1 单参数正则抛物线准则

基于两参数的 Fairhurst 准则, 尤明庆提出单参数的正则抛物线准则(NP 准则)<sup>[3-5]</sup>:

$$\sigma_s = (\sqrt{\sigma_3} + \sqrt{\sigma_c})^2 , \quad (1)$$

式中, 单轴压缩强度  $\sigma_c$  为拟合参数, 与试验值  $\sigma_0$  并不相同。其剪应力形式是

$$\tau_s^2 = \sigma_c \sigma . \quad (2)$$

该准则对砂岩、大理岩以及白云岩、粗面岩强度特性的描述, 优于单参数的 Griffith 准则、Singh 准则以及两参数的 Coulomb 准则, 与两参数的 Hoek-Brown 准则相当或略优; 但不能描述花岗岩和石灰岩的强度特性<sup>[3-5]</sup>。表 1 是文献[6~14]的试验数据——单轴压缩强度  $\sigma_0$ , 最高围压  $\sigma_3^*$  及拟合参数  $\sigma_c$ ; 图 1 给出前 12 种岩石以  $\sigma_c$  归一的试验数据及正则抛物线准则。

从图 1 可以看出, 正则抛物线准则可以单一参数近似描述多种岩石的强度特征, 高围压时此强度准则估计的强度略有偏低, 而低围压下多是给出过高估计。当然, 其拟合参数  $\sigma_c$  多是高于实际单轴压缩强度, 砂

收稿日期: 2014-12-26

\*通讯作者

岩尤其如此。

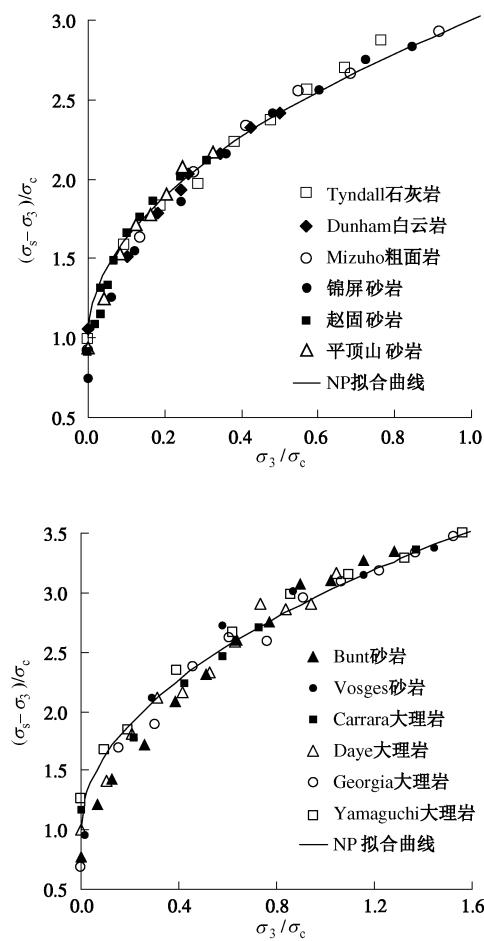


图 1 正则抛物线准则和岩石强度

Fig. 1 Normal parabolic criterion and rock strength

## 2 岩石试样的初始损伤

表 1 中拟合参数是基于绝对偏差和

$$\delta = \sum abs[\sigma_s - (\sqrt{\sigma_3} + \sqrt{\sigma_c})^2] \quad (3)$$

最小确定的, 而不是通常的最小二乘法; 因而图 1 中的试验数据通常等量地分布在曲线的两侧。若拟合公式不能正确描述岩石的强度特性, 如线性的 Coulomb 准则, 那么拟合结果会随着试验的围压范围而变化, 乃至随着低围压试验的数量而变化。这是确认强度准则可靠性的途径之一。

对于赵固砂岩, 使用围压 10 MPa 和 20 MPa 数据得到的拟合参数都是 146.8 MPa, 与使用全部数据的 145.2 MPa 差别不大。对表 1 中岩石的实际计算表明, 不采用围压 15 MPa 以下数据, 以正则抛物线准则重新拟合的参数相同或略有增大。

图 2 给出赵固砂岩全部强度和拟合曲线。6 个单轴压缩强度 119.7~141.9 MPa, 平均 132.4 MPa, 最大值略小于  $\sigma_c = 146.8$  MPa。试样具有离散性, 相同围压下的强度并不相同; 而以低围压如 20 MPa 内的强度

线性回归 Coulomb 准则, 所得黏结力和内摩擦角并非真实的物理参数。

表 1 岩石强度参数及正则抛物线准则的拟合结果

Table 1 Strength of 15 rocks and fitting solutions using normal parabolic criterion

岩石	$\sigma_3^*$ /MPa	$\sigma_0$ /MPa	$\sigma_c$ /MPa	$\sigma_M$ /MPa	$\omega$ /%
T 石灰岩 <sup>[6]</sup>	40	52	52.3	55	5.5
D 白云岩 <sup>[7]</sup>	125	262	247.9	262	0
M 粗面岩 <sup>[7]</sup>	100	100	112.7	113.8	12
锦屏砂岩 <sup>[8]</sup>	70	61.6	83.0	83.7	26
赵固砂岩	45	132.4	145.2	147	9.8
平顶山砂岩	40	115.1	122.4	129	11
B 砂岩 <sup>[9]</sup>	100	60	78.1	83	28
V 砂岩 <sup>[10]</sup>	60	33.5	34.6	34.6	3.1
C 大理岩 <sup>[11]</sup>	162	137	117.7		
D 大理岩 <sup>[12]</sup>	100	96.2	95.7		
G 大理岩 <sup>[13]</sup>	69	30.6	45.1	45.3	32
Y 大理岩 <sup>[7]</sup>	200	81	64.0		
DD 砂岩 <sup>[14]</sup>	52.8	80.1	100.5	113	29
P 砂岩 <sup>[14]</sup>	51.5	197	192.1		
南阳大理岩	40	84.1	112.1		

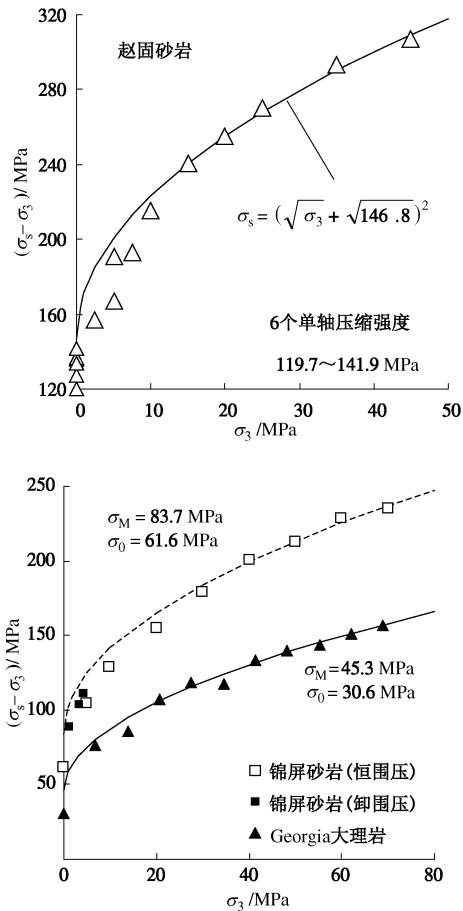


图 2 正则抛物线拟合曲线和理想强度

Fig. 2 Fitting solutions using normal parabolic criterion and ideal strengths for three rocks

锦屏砂岩和 Georgia 大理岩的试验数据以及拟合曲线也在图 2 给出。锦屏砂岩的实际单轴压缩强度

61.6 MPa 明显偏低而与卸围压强度等不能协调, 可能来自宏观缺陷试样; 围压 30 MPa 时强度与正则抛物线准则的差异逐步减小, 表明微裂隙因摩擦承载能力提高而与黏结完好岩石的承载差异减小, 其对试样强度的影响逐步消失。Georgia 大理岩也有 3 个缺陷试样而强度显著偏低。

试样内只要存在微裂隙, 单轴压缩强度就会偏低。如果裂隙角度较陡, 试样可能出现沿轴向的劈裂破坏, 而围压下多是剪切破坏。围压提高, 试样内部裂隙对强度的影响减弱, 因而高围压下强度可以认为来自于没有缺陷的试样。另一方面, 利用正则抛物线准则拟合高围压下强度而得到的参数  $\sigma_M$ , 可以看成岩石单轴压缩强度的上限, 表示了岩石的某种内在特征——没有缺陷的理想强度。表 1 给出部分岩石的理想强度  $\sigma_M$  及据此定义岩石的初始损伤度

$$\omega = (\sigma_M - \sigma_0) / \sigma_M , \quad (4)$$

这可以为相关损伤力学分析<sup>[15-16]</sup>提供基础数据。

### 3 讨 论

岩石的强度特性复杂, 当然不是单一参数的正则抛物线准则所能完全描述。

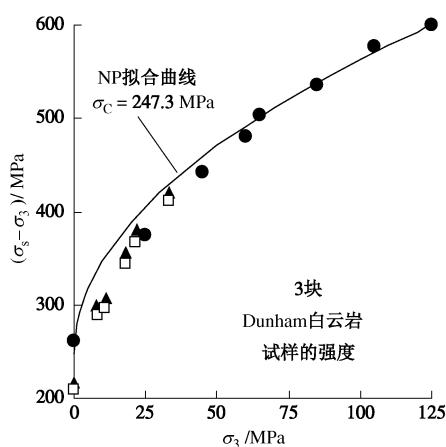


图 3 试样强度与围压的关系及离散性

Fig. 3 Effect of confining pressure on strength and scattering of strengths from different rock blocks

图 3 是 3 块 Dunham 白云岩试样的强度<sup>[7]</sup>, 对其中一组以正则抛物线准则拟合, 拟合参数  $\sigma_C=247.3$  MPa 低于实际单轴强度  $\sigma_0=262$  MPa, 似乎不能确定试样的初始损伤。不过, 另两组岩石尽管单轴强度较低, 分别为 217 MPa (6 个强度 210~226 MPa 的平均) 和 209 MPa (多个强度平均), 但三轴强度相当。因而认为没有缺陷试样的理想强度就是单轴压缩强度的最大值是合理的。

图 4 给出 Bunt 砂岩的强度和正则抛物线准则的拟合曲线。不考虑 20 MPa 以下的 3 个数据重新拟合,  $\sigma_C$  仅从 78.06 MPa 增加到 78.09 MPa。与图 2 中 3 种岩石的强度不同, Bunt 砂岩在高围压时强度在拟合曲线的上方, 不能认为  $\sigma_C=78.1$  MPa 就是岩石的理想强度而确定其初始损伤。

从图 4 可以看到, Bunt 砂岩的单轴压缩强度与锦屏砂岩相当, 且低围压下强度与其完全协调, 只是在围压 40 MPa 和 60 MPa 产生突变, 最终与锦屏砂岩的强度协调。据此可认为 Bunt 砂岩内部裂隙具有两个主要倾向, 而其理想强度  $\sigma_M$  应该与锦屏砂岩相当, 即 83 MPa 左右。

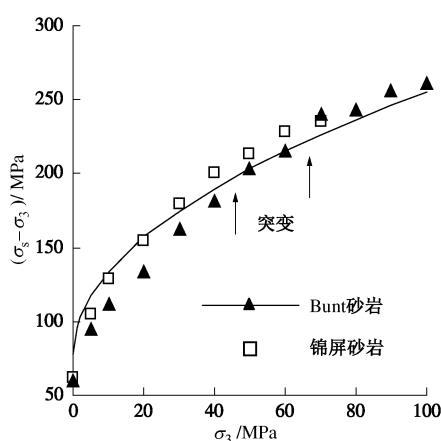


图 4 岩石损伤对试样强度与围压关系的影响

Fig. 4 Effect of rock damage on relation between strength and confining pressure

正则抛物线准则可以大致描述平顶山砂岩的强度特性 (图 5), 但不能确定岩石初始损伤——其拟合参数  $\sigma_C=122.4$  MPa, 尚低于单轴压缩强度的最高值——3 个单轴压缩强度在 102.9~103.6 MPa, 3 个在 122.4~129.4 MPa, 大致可分为高低两组, 因而强度随围压的变化略有波动。确定该砂岩的理想强度需要更高围压的试验结果, 尽管正则抛物线准则对低围压下强度的拟合偏差会增大。

平顶山砂岩在围压 30 MPa 时有 2 个试验值——主应力差为 253.5 和 254.1 MPa; 若以单轴压缩强度的最大值 129.4 MPa 作为正则抛物线准则中参数  $\sigma_C$ , 预计主应力差为 254.0 MPa, 与上述试验值一致。就此认为该砂岩的理想强度  $\sigma_M$  为 129.4 MPa, 而单轴压缩强度的 6 个试验值表示了试样初始损伤的不同, 即试样离散。

图 5 中南阳大理岩具有较好的均质性, 3 个单轴压缩强度在 82.5~86.9 MPa; 正则抛物线准则拟合曲线从围压 20 MPa 的强度穿过, 但不能描述强度随围

压的整体变化特征; 而试验围压较低也不能确定该大理石的理想强度。

正则抛物线准则不能拟合图 6 所示的两组砂岩的强度。Darley Dale 砂岩孔隙较高, 强度较低; 预计正则抛物线准则描述围压 40 MPa 以上的强度, 而理想强度  $\sigma_M=113$  MPa (图中实线)。

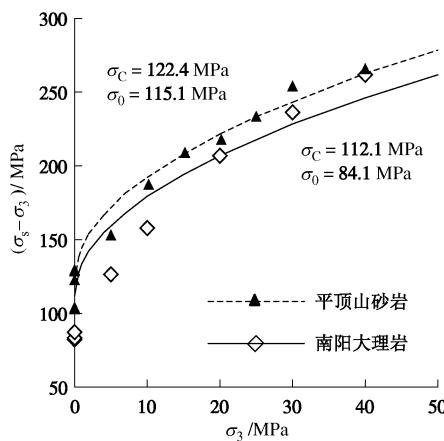


图 5 正则抛物线准则对两种岩石强度拟合的评价

Fig. 5 Evaluation of fitting using normal parabolic criterion for two rocks

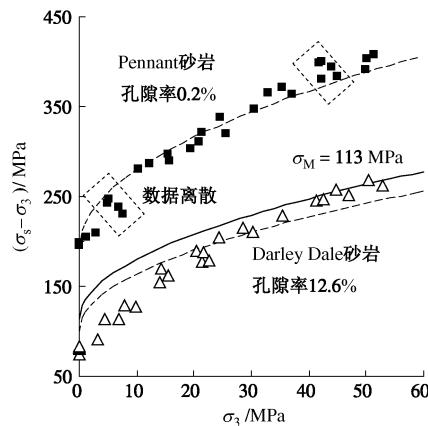


图 6 正则抛物线准则不能拟合岩石的离散强度

Fig. 6 Failure of normal parabolic criterion to describe scattering strengths

Pennant 砂岩孔隙较低而强度较高, 但仍然具有离散: 图 6 方框中围压增加而强度降低。就其 200 MPa 的单轴压缩强度而言, 试验围压 50 MPa 似乎偏低, 不足以显示其强度特征的全貌。

砂岩颗粒坚硬, 试样强度主要取决于黏结特征; 而大理石是晶粒构造, 晶粒可以变形使原始裂隙闭合乃至消失, 也可以破裂产生新的裂隙——高围压下强度增加缓慢乃至主应力差趋于常数, 如 Yamaguchi 大理岩。初始损伤对大理石强度与围压关系的影响复杂, 难以据其确定。

## 4 结语

正则抛物线准则能以单一参数描述砂岩等颗粒性岩石的强度随围压的变化特征。围压较高时, 以绝对偏差和最小得到的拟合参数相当于试样没有缺陷时的理想单轴压缩强度, 据此可以估计岩石的初始损伤程度, 供岩石损伤力学分析参考; 而试验围压偏低尚未显示强度特征全貌的岩石则未能确定初始损伤。

## 参考文献:

- [1] 邱士利, 冯夏庭, 张传庆, 等. 不同初始损伤和卸荷路径下深埋大理岩卸荷力学特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(8): 1686–1697. (QIU Shi-li, FENG Xia-ting, ZHANG Chuan-qing, et al. Experimental research on mechanical properties of deep marble under different initial damage levels and unloading paths[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(8): 1686–1697. (in Chinese))
- [2] CAI M, ISER P K, SAKA Y, et al. Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(5): 833–847.
- [3] 尤明庆. 岩石强度准则的数学形式和参数确定的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(11): 2172–2184. (YOU Ming-qing. Study on mathematical equation and parameters of strength criteria for rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(11): 2172–2184. (in Chinese))
- [4] YOU M. Comparison of the accuracy of some conventional triaxial strength criteria for intact rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, 48(5): 852–863.
- [5] 尤明庆. 单参数的正则抛物线准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(8): 1580–1586. (YOU Ming-qing. Normal parabolic criterion with a single parameter[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(8): 1580–1586. (in Chinese))
- [6] CARTER B J, DUNCAN S E J, LAJTAI E Z. Fitting strength criteria to intact rock[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 1991, 9(1): 73–81.
- [7] MOGI K. Experimental rock mechanics[M]. London: Taylor & Francis, 2007: 83–99.
- [8] 汪斌, 朱杰兵, 邬爱清, 等. 高应力下岩石非线性强度特

- 性的试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(3): 542 – 548. (WANG Bin, ZHU Jie-bing, WU Ai-qing, et al. Experimental validation of nonlinear strength property of rock under high geostress[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(3): 542 – 548. (in Chinese))
- [9] GOWD T N, RUMMEL F. Effect of confining pressure on the fracture behavior of a porous rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1980, **17**(2): 225 – 229.
- [10] BESUELLE P, DESRUES J, RAYNAUD S. Experimental characterization of the localization phenomenon inside a Vosges sandstone in a triaxial cell[J]. International journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, **37**(8): 1223 – 1237.
- [11] YOU M Q. Mechanical characteristics of the exponential strength criterion under conventional triaxial stresses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, **47**(2): 195 – 204.
- [12] OUYANG Z, ELSWORTH D. A phenomenological failure criterion for brittle rock[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1991, **24**(3): 133 – 153.
- [13] SCHWARTZ A E. Failure of rock in the triaxial shear test[C]// Proceedings of the 6th US Symposium on Rock Mechanics. Rolla, Missouri, 1964: 109 – 151.
- [14] FRANKLIN J A, HOEK E. Developments in Triaxial Testing Technique[J]. Rock Mechanics, 1970, **2**: 223 – 228
- [15] 赵闯, 武科, 李术才, 等. 循环荷载作用下岩石损伤变形与能量特征分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(5): 890 – 896. (ZHAO Chuang, WU Ke, LI Shu-cai, et al. Energy characteristics and damage deformation of rock subjected to cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(5): 890 – 896. (in Chinese))
- [16] 刘树新, 刘长武, 韩小刚, 等. 基于损伤多重分形特征的岩石强度 Weibull 参数研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(11): 1786 – 1791. (LIU Shu-xin, LIU Chang-wu, HAN Xiao-gang, et al. Weibull distribution parameters of rock strength based on multi-fractal characteristics of rock damage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(11): 1786 – 1791. (in Chinese))

## 本期广告索引

- 封 2 北京理正软件股份有限公司  
 封 3 南瑞集团水利水电技术分公司  
 封 4 上海分元土木工程科技有限公司  
 后插 1 庆祝南京水利科学研究院成立 80 周年  
 后插 2 西安力创材料检测技术有限公司