

DOI: 10.11779/CJGE201509020

# 原位气体渗透率测量试验公式推导及分析

牛冠毅, 曹 渊, 王铁良

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

**摘 要:** 原位气体渗透率测量试验能够较真实地给出孔隙介质原位渗透率, 克服了实验室试验对试样孔隙结构强度要求高、试样尺寸代表性小的不足。根据径向一维稳态气体渗流方程推导出原位试验公式, 并用二维轴对称模型分析了试验区域的压力场分布, 进而给出公式中径向外边界  $r_{out}$  取试验段长度与单根胶塞长度 1/2 和, 以及有效测量范围为半径  $r_{out}$  球形区域的结论。同时推导出试验符合达西定律的判断方法: 从小到大至少进行 3 次不同流量的试验, 在以流量为横轴, 压力平方差为纵轴的坐标系中, 试验数据点能够近似拟合合成一条过原点的直线。

**关键词:** 气体渗透率; 原位; 达西渗流; 试验公式

中图分类号: TU43; P642.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)09-1705-05

**作者简介:** 牛冠毅(1980-), 男, 河南南阳人, 硕士, 工程师, 主要从事渗流力学试验及数值模拟工作。E-mail: caoyuan@nint.ac.cn。

## Deduction of in-situ gas permeability test equation

NIU Guan-yi, CAO Yuan, WANG Tie-liang

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

**Abstract:** The gas permeability of porous medium can be estimated by in-situ tests, which can avoid the defects of laboratory tests, that is, the pore structure of samples must be steady, and the sample size is small. The equation used in-situ tests is derived from 1-dimensional radial gas seepage model, and then the pressure field is given based on analysis of 2-dimensional axially symmetric model. The radial outer boundary  $r_{out}$  in the in-situ test equation is the sum of test length and half packer length, and the effective region is the sphere of which the radius is  $r_{out}$ . The judgment of whether or not the tests obey the Darcy's law is deduced: the tests are conducted under at least three different fluxes. Taking the flux as abscissa and the difference of pressure square as ordinate, the test points can be curve-fitted as a straight line which crosses origin.

**Key words:** gas permeability; in-situ; Darcy flow; test equation

## 0 引 言

渗透率是渗流力学中一个重要参数。目前比较常见的测量方法是在实验室内用渗透率仪<sup>[1]</sup>对试样进行测量, 其具有精度高的特点。但由于试验方式及仪器尺寸的限制, 所测试样必须结构完整, 在外力围压作用下, 不能发生孔隙变形, 因此当试样包含裂隙或者孔隙结构不稳定时, 无法测出试样的真实渗透率; 试样为圆柱形, 底面直径与高的尺寸通常小于 10 cm。当研究区域较大时, 例如百米的范围, 同时区域内介质存在较强的非均质性时, 实验室内的测量结果代表性较差。

1987 年美国地质勘探局开始设计原位气体渗透率测量方法及装置。随后 LeCain<sup>[2-3]</sup>, Cook<sup>[4]</sup>等应用该方法在 Yucca 山等地进行了原位渗透率测量: 首先在现场钻一定深度的孔, 采用膨胀塞封隔出试验段, 再以固定流量气体往试验段内充气, 当试验段内气体压

力稳定后, 根据公式计算出渗透率。原位测量方法克服了实验室内测量方法的不足, 试验段周围介质的孔隙不会因为试验发生改变, 始终保持原始状态; 而通过改变试验孔径大小及试验段长度, 使得测量有效范围发生改变。LeCain 和 Cook 所用公式是在 Hvorslev<sup>[5]</sup>稳态水力学试验公式基础上, 转化成气体试验公式, 因此并没有对试验中气体压力场分布进行分析; 也没有对试验的有效测量范围进行说明。

本文基于达西定律, 建立气体稳态渗流方程, 通过一维模型推导出原位试验的渗透率求解公式, 再用二维模型对气体压力场进行分析, 给出公式中径向外边界  $r_{out}$  的具体取值及试验的有效测量范围, 同时得到判断试验是否符合达西定律的方法。最后应用该方法对某花岗岩场地进行原位测量, 给出其中两个试验段的测量结果, 证明该方法及公式的可行性。

## 1 渗透率计算公式推导

在建立方程及推导之前,进行以下假设:①气体在岩体中渗流符合达西定律;②气体满足理想气体状态方程;③试验过程在等温条件下进行;④岩体为均匀各向同性介质。多孔介质中气体质量守恒方程为

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

根据假设条件②,气体密度  $\rho$  可以用理想气体状态方程表示:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (2)$$

气体渗流速度  $\mathbf{v}$  用达西渗流方程描述:

$$\mathbf{v} = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \quad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1),并根据假设条件(3)和(4),温度  $T$ 、渗透率  $\kappa$ 、气体动力黏性系数  $\mu$  都为常数,则式(1)化简为关于气体压力  $p$  的方程:

$$\Delta p^2 = 0 \quad (4)$$

式中,  $\Delta$  为拉普拉斯算子。

当试验段长度大于试验孔径时,可将模型简化为柱坐标系下一维径向模型,则式(4)写成柱坐标系下一维径向形式:

$$\frac{d^2 p^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp^2}{dr} = 0 \quad (5)$$

可求出式(5)的解析解:

$$p^2 = c_1 \ln r + c_2 \quad (6)$$

试验段孔壁  $r_{in}$  处气体压力为  $p_1$ ;距试验段轴心  $r_{out}$  处气体压力为环境压力  $p_0$ ,因此由边界条件:  $p|_{r_{in}} = p_1$ ,  $p|_{r_{out}} = p_0$ ,可确定出式(6)中的常数项  $c_1$ ,  $c_2$ :

$$c_1 = \frac{p_1^2 - p_0^2}{\ln r_{in} - \ln r_{out}} \quad (7)$$

$$c_2 = p_1^2 - \frac{p_1^2 - p_0^2}{\ln r_{in} - \ln r_{out}} \ln r_{in} \quad (8)$$

试验达到稳定状态时,单位时间钻孔内所充气体质量与径向截面上的气体渗流质量相等。试验过程中,采用气体质量流量控制器对钻孔内充气量进行控制测量,其给出标准状况下的气体体积流量  $Q_{sc}$ ,因此根据理想气体状态方程可得出

$$\frac{pQ}{T} = \frac{p_{sc}Q_{sc}}{T_{sc}} \quad (9)$$

式中  $T$  为试验环境温度;  $T_{sc}$  为标准状况温度, 273.15 K;  $p$ ,  $Q$  分别为距轴心  $r$  处径向截面的气体压力与体积流量,  $Q$  用公式求出:

$$Q = -2\pi r L \frac{\kappa}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad (10)$$

式中,  $L$  为试验段长度。

则  $pQ = -\pi r L \frac{\kappa}{\mu} \frac{dp^2}{dr}$ , 将式(6)关于  $r$  求导,并

将常数项  $c_1$  代入式(9):

$$\frac{\pi L \kappa}{T \mu \ln r_{out} - \ln r_{in}} \frac{p_1^2 - p_0^2}{T_{sc}} = \frac{p_{sc} Q_{sc}}{T_{sc}} \quad (11)$$

根据式(11)可求出渗透率  $\kappa$  的计算公式:

$$\kappa = \frac{p_{sc} Q_{sc} \mu (\ln r_{out} - \ln r_{in}) T}{\pi L (p_1^2 - p_0^2) T_{sc}} \quad (12)$$

式中  $\kappa$  为渗透率 ( $m^2$ );  $p_{sc}$  为标况下气体压力 ( $1.013 \times 10^5$  Pa);  $Q_{sc}$  为标况下气体体积流量 ( $m^3/s$ );  $r_{out}$  为试验区域外边界半径 ( $m$ );  $r_{in}$  为试验钻孔半径 ( $m$ );  $L$  为试验段长度 ( $m$ );  $p_1$  为试验段内气体压力 (Pa);  $p_0$  为环境气体压力 (Pa);  $T$  为环境温度 (K);  $T_{sc}$  为标准状况温度 (273.15 K)。

根据假设条件④,式(12)求出的是径向  $r_{in}$  到  $r_{out}$  范围内的平均渗透率,因此该区域是试验的有效测量范围。在其它参数已知的情况下,  $r_{out}$  关系到有效测量范围的评估及计算公式(12)的求解。

## 2 试验测量范围分析

根据物质输运原理,在半无限区域内,内边界影响在无限远处趋于零,因此理论上当  $r_{out} \rightarrow \infty$  时,外边界压力趋于  $p_0$ ,但此时式(12)求出的渗透率也趋于无穷大,并且试验测量范围为无限大时,测量结果本身就不具有任何意义。

为分析试验测量范围,采用二维轴对称模型。图1给出模型简化示意图及对应的边界条件。

将方程(4)写成二维轴对称形式,对方程及边界条件进行无量纲化,定义无量纲压力:

$$U = \frac{p^2 - p_0^2}{p_1^2 - p_0^2} \quad (13)$$

长度关于钻孔半径  $r_{in}$  进行无量纲化,  $L'$  为长度的量纲:

$$L = \frac{L'}{r_{in}} \quad (14)$$

为便于书写,无量纲长度仍采用以前的标示,则无量纲方程及边界条件:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (15)$$

边界条件:

$$U_z(r, 0) = 0 \quad (1 \leq r < r_{out}) \quad (16)$$

$$U(r, z_{out}) = 0 \quad (1 \leq r < r_{out}) \quad (17)$$

$$U(r_{out}, z) = 0 \quad (0 \leq z \leq z_{out}) \quad (18)$$

$$\begin{cases} U(1, z) = 1 & (0 \leq z < a) \\ U_r(1, z) = 0 & (a \leq z < a+b) \\ U(1, z) = 0 & (a+b \leq z \leq z_{out}) \end{cases} \quad (19)$$

式中  $r_{\text{out}}$  为无量纲径向外边界;  $z_{\text{out}}$  为无量纲轴向外边界;  $a$  为无量纲试验段长度 1/2;  $b$  为无量纲胶塞长度。

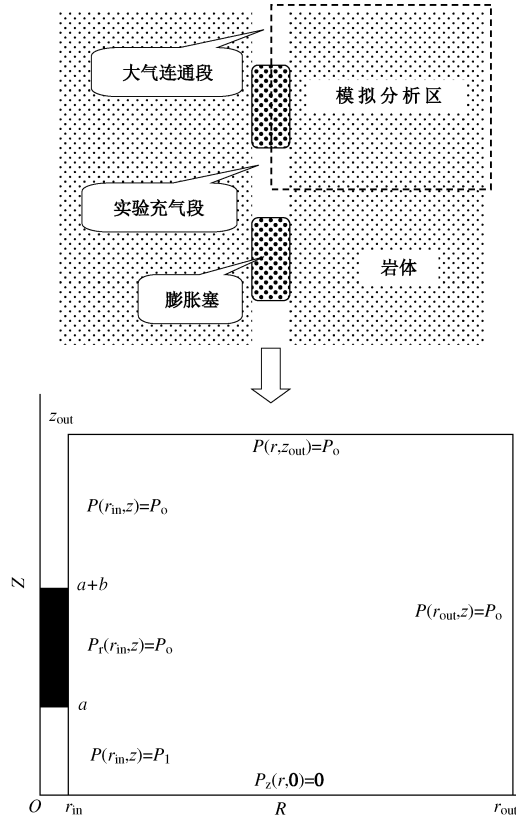


图1 几何模型及边界条件

Fig. 1 Geometry and boundary conditions

为减弱外边界影响, 取外边界长度为钻孔半径的 400 倍, 同时使纵向与径向外边界相等; 试验段与胶塞段长度相等, 同为钻孔半径的 20 倍。方程 (15) 及边界条件 (16) ~ (19) 采用有限差分法进行求解。图 2 给出  $z=0$  边界无量纲压力分布。

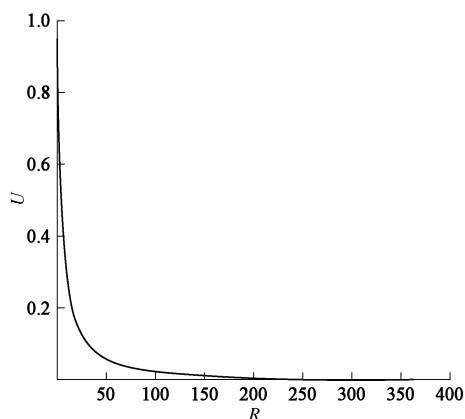


图2  $z=0$  边界无量纲压力曲线

Fig. 2 Non-dimensional pressure on boundary  $z=0$

从图 2 看出, 无量纲压力在靠近钻孔的区域下降迅速, 随着径向距离的增加, 下降速度迅速减小, 而在  $R > 250$  以后, 无量纲压力基本趋于 0, 因此模型的外边界取 400 是合适的, 基本减弱外边界的影响。

图 3 给出完整  $RZ$  面上无量纲压力等值线分布。

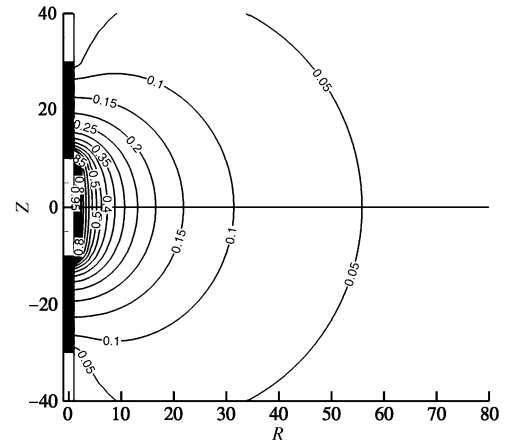


图3 无量纲压力等值线

Fig. 3 Contours of non-dimensional pressure

将式 (13) 写成  $p^2$  的表达式:

$$p^2 = Up_1^2 + (1-U)p_0^2 \quad (20)$$

式 (20) 说明, 无量纲压力  $U$  可看成钻孔内压力平方对试验区域内其它点处压力平方的权重。

从图 3 等值线看出, 靠近钻孔的区域, 无量纲压力等值线为椭圆形, 当无量纲压力  $U$  为 0.1 时, 等值线接近圆形, 其在轴向的位置基本接近胶塞的末端, 因此在径向上的位置长度基本与轴向上长度相等, 即  $r_{\text{out}} = a + b$ 。该位置只受到钻孔内压力平方 10% 的影响, 因此可以将径向外边界  $r_{\text{out}}$  以内的区域定义为试验的有效测量范围。

由于  $r_{\text{out}} = a + b$ , 因此应当分析当胶塞段长度或试验段长度发生改变时,  $r_{\text{out}}$  的变化。图 4 给出试验段长度减小一半, 无量纲压力等值线分布对比图。

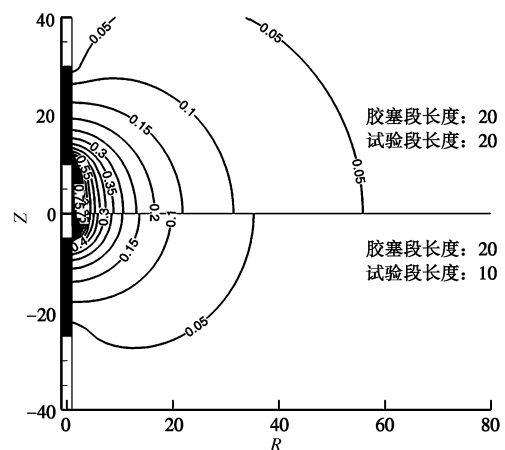


图4 试验段差异对比等值线图

Fig. 4 Contrast contours of different test lengths

从图 4 中看出, 胶塞的长度不变, 而试验段的长度减小一半后, 等值线的范围减小明显。

图 5 给出胶塞长度减小一半, 无量纲压力等值线分布对比图。

从图 5 中看出, 等值线的范围也相应减小, 但与图 4 比较, 减小的效果不明显。因此可以得出结论:

试验段长度对试验测量范围大小的影响, 比胶塞段长度更敏感。

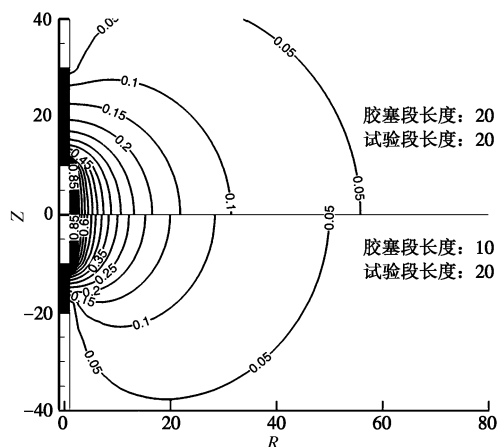


图 5 胶塞段差异对比等值线图

Fig. 5 Contrast contours of different packer lengths

图 6 给出胶塞段与试验段不同长度组合情况下, 在  $z=0$  的径向边界上, 无量纲压力  $U$  的分布曲线, 并按顺序给出  $U=0.1$  时的  $R$  值。

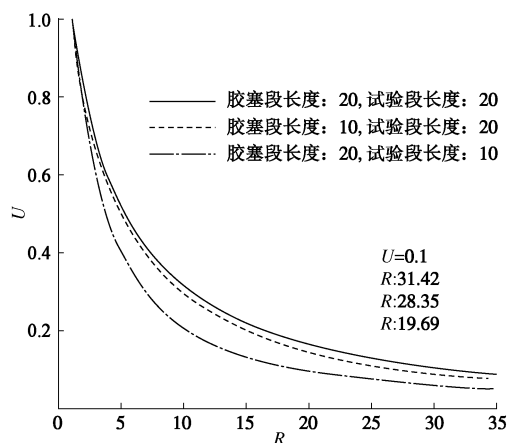


图 6 边界  $z=0$  无量纲压力  $U$  对比

Fig. 6 Contrast of non-dimensional pressure  $U$  on boundary  $z=0$

根据估算,  $R$  值基本上等于试验段长度加上胶塞长度的  $1/2$ , 因此式 (12) 中的  $r_{out}$  取  $2a+b/2$ 。

将方程 (5) 的解式 (6) 按照二维模型无量纲化的形式进行无量纲化, 可得出一维模型无量纲压力的表达式:

$$U = 1 - \frac{\ln r}{\ln r_{out}} \quad (21)$$

根据  $r_{out}$  取  $2a+b/2$ , 而试验段长度与胶塞长度相等, 同为钻孔半径的 20 倍, 对式 (21) 进行求解, 与图 3 对应的二维模型结果进行对比。

从图 7 看出, 一维模型在  $R < 15$  的区域基本与二维模型重合, 在  $R > 15$  的区域出现偏差, 但此时  $U < 0.2$ , 即钻孔内压力平方对该区域的影响权重小于 0.2, 因此一维模型在权重高的区域与二维模型重合较好, 只在权重低的区域出现偏差。将无量纲量转换成量纲量, 其中  $2a+b/2$  变成  $L+b/2$ , 则渗透率  $\kappa$  的计

算式 (12) 修正为

$$\kappa = \frac{p_{sc} Q_{sc} \mu (\ln(2L+b) - \ln 2r_{in}) T}{\pi L (p_1^2 - p_0^2) T_{sc}} \quad (22)$$

式中,  $b$  为胶塞段长度 (m)。

根据分析, 给出试验有效测量范围为球形, 其半径为  $(L+b/2)$  的结论 ( $L$  为试验段长度,  $b$  为单根胶塞段长度)。该结论并不是说, 球形以外区域渗透率的改变对试验结果没有影响, 而是球形以外区域的渗透率对试验结果的影响小, 且随着距钻孔距离的增大, 其影响迅速减小, 文中给出的测量范围定义, 只是将这些小的影响区域舍去。试验结果给出的是球形测量范围内加权平均渗透率, 权重随距钻孔距离的增大而减小。

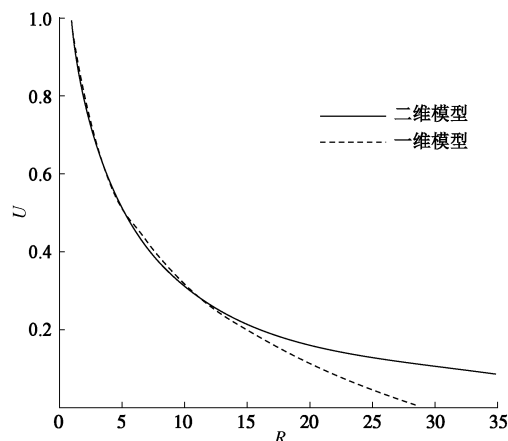


图 7 一维模型与二维模型径向  $U$  对比

Fig. 7 Contrast of  $U$  between 1D and 2D models along radial direction

### 3 达西渗流判断

根据假设条件①, 试验中气体渗流要符合达西定律, 计算出的渗透率才是可信的。式 (22) 是基于假设条件①推导得出, 因此基于式 (22) 的推导也应满足假设条件①。从式 (22) 看出, 除流量  $Q_{sc}$ , 气体压力  $p_1$  和  $p_0$ , 其它值在试验前就可以获得, 且不随试验流量、压力的改变而改变。而渗透率  $\kappa$  是孔隙介质的固有属性, 理论上其不随试验的流量和压力而改变, 因此可推出流量  $Q_{sc}$  与压力平方的差  $p_1^2 - p_0^2$  成正比, 则在直角坐标系中做出  $p_1^2 - p_0^2$  关于  $Q_{sc}$  的点, 这些点可以拟合出一条过原点的直线, 这个现象与假设条件①是等价的, 因此可用这个条件判断试验中气体渗流是否符合达西定律。通常情况下, 试验中至少进行从小到大 3 个不同流量的试验, 得到 3 组试验数据用于拟合, 而每次流量的增量尽量相等。

设计组装了一套原位渗透率测量装置, 包括双胶塞膨胀式封孔器、气体质量流量控制器、气体压力传感器、数据记录电脑、气源。应用该装置对某花岗岩山体局部区域进行原位渗透率测量。

图 8, 9 给出某两个试验段的试验数据点及其拟合

图。为使横纵坐标显示在一个量级上便于观察, 根据具体试验在横坐标  $p_1^2 - p_0^2$  上乘以相应的系数。

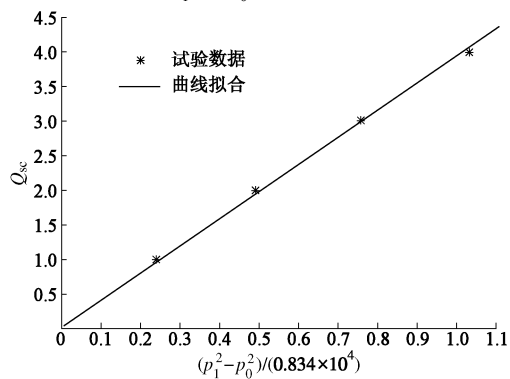


图8 试验段 a 数据点拟合

Fig. 8 Fitting of test length a

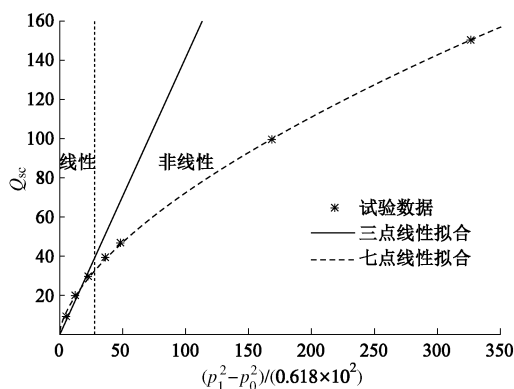


图9 试验段 b 数据点拟合

Fig. 9 Fitting of test length b

从图8看出, 4个数据点基本在一条过原点的直线上, 说明试验中气体渗流符合达西定律, 试验是成功的。对4组试验数据用式(22)求出渗透率再做平均, 得出试验段a的渗透率为  $4 \times 10^{-14} \text{ m}^2$ 。

图9给出根据前3个数据点的线性拟合直线, 与根据7个数据点的非线性拟合曲线。从图9中看出, 7个数据点拟合出的是一条向下弯曲的曲线, 且随着流量增大, 弯曲度增大; 而前3个数据点基本在一条过原点的直线上。可判断出, 后面数据点的试验基本不符合达西定律, 其渗流属于非线性渗流。因此试验段b的渗透率应该用前3组数据点进行计算, 对前3组试验数据用式(22)求出渗透率再做平均, 得出试验段b的渗透率为  $1.73 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ 。

## 4 结 语

本文根据径向一维稳态气体渗流方程推导出原位气体渗透率测量试验公式, 公式物理意义明显; 并用二维轴对称模型分析了试验的有效测量范围, 该测量范围即为试验测量尺度, 对原位试验的位置选取、试验数量及结果分析具有重要意义; 进而确定公式中径向外边界  $r_{\text{out}}$  的取值, 公式加入了试验段长度与胶塞段长度项, 考虑其对试验结果的影响; 同时又推导出

试验是否符合达西定律的判断方法, 为试验的正确实施及试验结果的分析提供判断依据。

关于假设④需要特别说明。原位场地很难满足介质均匀各向同性的条件, 特别是在一些裂隙发育的岩体中, 介质表现出明显的非均质各向异性特征。但这并不影响试验的进行的及公式使用。在试验前, 可以根据地质资料对原位场地的特征尺度进行估计<sup>[6]</sup>, 进而确定钻孔的直径, 以及试验段和胶塞的长度, 使试验的有效范围适当大于原位场地的特征尺度, 但也不能过于大, 否则原位场地的一些非均质特征将被忽略。

原位气体渗透率测量弥补了实验室测量的不足, 能够较真实地反映出原位孔隙介质的渗透性。但由于原位场地情况的复杂性、试验方法的局限性以及试验仪器的精度, 原位试验更适合孔隙结构不稳定、渗透性较大的介质, 例如裂隙、松散介质等; 而相对于致密的基岩, 由于其均质性较好、孔隙结构稳定、渗透性低 (通常  $< 10^{-17} \text{ m}^2$ ), 易于采用实验室测量。

由于适合原位试验的孔隙介质特性与实验室试样存在差异, 因此很难将两种方法的测量结果进行比较, 但可有针对性的设计相关试验并人造孔隙介质, 开展相关研究, 对于试验过程中的一些现象还有待继续研究。

## 参考文献:

- [1] 陈卫忠, 杨建平, 伍国军, 等. 低渗透介质渗透性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 236 - 243. (CHEN Wei-zhong, YANG Jian-ping, WU Guo-jun, et al. Experimental study on permeability in low permeability media[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 236 - 243. (in Chinese))
- [2] LECAIN G D. Pneumatic testing in 45-degree-inclined boreholes in ash-flow Tuff Nuar Superior, Arizona[R]. Virginia: Geological Survey Water-Resources Investigations, 1995: 95 - 4073.
- [3] LECAIN G D. Air-injection testing in vertical boreholes in welded and nonwelded tuff, Yucca Mountain, Nevada[R]. Virginia: Geological Survey Water-Resources Investigations, 1996: 96 - 4262.
- [4] COOK P. In situ pneumatic testing at Yucca Mountain[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 7: 57 - 67.
- [5] HVORSLEV M J. Time lag and soil permeability in ground-water observations[R]. Washington D C: U.S Army Corps of Engineers Bulletin, 1951.
- [6] 李传亮. 储层岩石连续性特征尺度研究[J]. 中国海上油气, 2004, 16(1): 63 - 65. (LI Chuan-liang. A study on characteristic scale of reservoir rock continuity[J]. China Offshore Oil and Gas, 2004, 16(1): 63 - 65. (in Chinese))