

DOI: 10.11779/CJGE201509016

# 桩承式路堤中土拱效应产生过程可视化分析

房莹光<sup>1,2</sup>, 侯明勋<sup>1</sup>, 谷任国<sup>1,2</sup>, 陈平<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510641; 2. 华南理工大学亚热带建筑科学国家重点实验室, 广东 广州 510641)

**摘要:** “土拱效应”在提高桩承式路堤承载能力方面发挥着重要的作用。现今关于“土拱效应”的研究主要采用现场原型试验和数值模拟及其在此基础上的理论计算。借助于传统的光弹试验技术, 研制出一种直径3 mm、透明度较高的聚碳酸酯光弹颗粒, 用于近似模拟桩承式路堤中的土颗粒, 通过自制的加载装置和光测力学图像处理系统, 实现多种条件下路基内部应力分布的可视化, 重点观测模型内部力链网络的产生、分布及变化规律, 试验结果表明: 填土高度会对土拱的形成及形状产生极大影响, 填土高度太小, 斜向力链会因缺乏扩展空间无法闭合而不能形成拱结构, 随填土高度增加, 土拱由三角拱向半圆拱或梯形拱过渡; 荷载的大小变化不会影响土拱效应的出现, 但会对土拱的结构形状产生较大影响; 随桩距比的增大, 土拱由三角拱向半圆拱或多拱演化, 当桩距比大于3:1时, 土拱效应开始减弱直至消失, 路堤承载能力大幅下降。

**关键词:** 桩承式路基; 土拱效应; 光弹试验; 力链

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)09-1678-07

**作者简介:** 房莹光(1958-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程方面的科研与教学工作。E-mail: fangyg@scau.edu.cn。

## Visual analysis of initiation of soil arching effect in piled embankments

FANG Ying-guang<sup>1,2</sup>, HOU Ming-xun<sup>1</sup>, GU Ren-guo<sup>1,2</sup>, CHEN Ping<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China; 2. State Key Laboratory of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** “Soil arching effect” is known to improve the bearing capacity of piled embankments. The studies reported in literature on “soil arching effect” mainly focus on the numerical simulation methods, theoretical analysis and field application of prototype tests. In this study by using the traditional photoelastic testing procedures, the particulates 3 mm in diameter similar to those of polycarbonates are developed. The developed loading device and optical measurement mechanics image processing system are employed for visualization and obtaining the internal stress distribution in the embankments under various conditions. This is achieved by observing the rules of generation, distribution and changes in the internal force network of the model. The experimental results show that the height of fill significantly influences the formation and shape of soil arch. The oblique for chain is not able to close or even form the arch structure due to inadequate expansion space if the height of fill is too low. The soil arch transforms from triangular to semicircular or trapezoidal arch with the increasing height of fill. The load fluctuation has no influence on the emergence of the soil arching effect but significant influence on its structure and shape. The soil arch changes from triangular arch to semicircular arch or multiple arches with the increasing pile spacing ratio, and when the pile spacing ratio is greater than 3:1, the soil arching effect starts to weaken and finally totally vanish. At this point, the bearing capacity of embankment substantially decreases.

**Key words:** piled embankment; soil arching effect; photoelastic test; force chain

## 0 引言

桩承式路堤是指在地基土中设置刚性桩, 使上部路面荷载通过刚性桩传到下部坚硬土层, 达到提高整个路堤承载能力的新型地基处理型式。由于刚性桩和周围地基土的刚度不同, 在上部路面荷载的作用下, 两者会出现沉降差异, 土体内部产生剪应力, 荷载向

桩顶部转移, 地基土中竖向应力相应减少, 这种由于不均匀沉降而引起的应力重分布现象被定义为“土拱

**基金项目:** 国家自然科学基金青年基金项目(51208211); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2014ZZ0011); 亚热带建筑科学国家重点实验室自主研究课题(2013ZC18)

**收稿日期:** 2014-11-15

效应”。“土拱效应”在岩土工程领域广泛存在,比如挡土结构、群桩效应、矿山开挖、隧道掘进、涵洞及各种地下工程。

关于“土拱效应”的研究可以追溯到 1884 年 Roberts 发现的“粮仓效应”:粮仓底面所承受的力在粮食堆积高到一定程度后达到最大值并保持不变。1895 年,德国工程师 Janssen 用连续介质模型对其进行了解释。1936 年 Terzaghi 通过著名的 trap door 试验证实了岩土领域土拱效应的存在,并在 1943 年出版的专著<sup>[1]</sup>中对土拱的形成、存在条件和应力分布进行了详细描述。1988 年 Hewlett 等<sup>[2]</sup>提出基于试验的理论模型,土拱的形状被描述为半圆形的具有均匀厚度的拱。Zaeske 等<sup>[3]</sup>在圆拱模型基础上进行改进,提出了多拱模型。2003 年,刘吉福<sup>[4]</sup>推导出一个求解桩顶平面处的桩、土应力比的公式。陈仁朋等<sup>[5]</sup>针对 Hewlett 提出的模型提出了空间土拱极限分析方法。2006 年,蒋良淮等<sup>[6]</sup>推导了拱曲线与桩间距上下限的简便计算式,探讨了考虑土拱效应三维稳定的桩间距校核。近年来国内学者采用有限元、离散元及颗粒流<sup>[7]</sup>的方法对桩承式路堤中存在的土拱效应进行了大量数值模拟,对土拱产生的机制、条件及合理桩间距进行研究<sup>[8-11]</sup>。

由于难以观察到桩间土拱的自然现象,实现土拱效应产生过程的可视化研究发展缓慢。2001 年 Tien 等<sup>[12]</sup>通过光弹试验法观察、追踪了太沙基活动门中土拱产生的过程,基于可视化的方法定性的证实了宏观的土拱效应与微观的颗粒相互作用之间的关系,并得到了应力分布云图。2012 年 Eskisar 等<sup>[13]</sup>通过 X 射线 CT 成像技术定量的分析了路堤中不同填料、不同桩距下土拱效应引起的应力分布规律。上述的研究从理论、计算和试验等方面取得了丰富的成果,但是关于土拱的产生机理、形成机制尚需深入探讨,因此可以实现上述目的的土拱效应产生过程可视化试验方法及结果处理分析具有重要的研究意义。

本文通过光弹试验法,研制出小粒径的光弹颗粒材料和加载装置,实现桩承式路堤土拱效应形成过程的可视化,结合图像处理软件及光弹材料的力学特性,分析不同埋深高度、不同荷载作用下、不同桩距比时,土拱产生的过程、条件及土拱结构形状的演化规律。

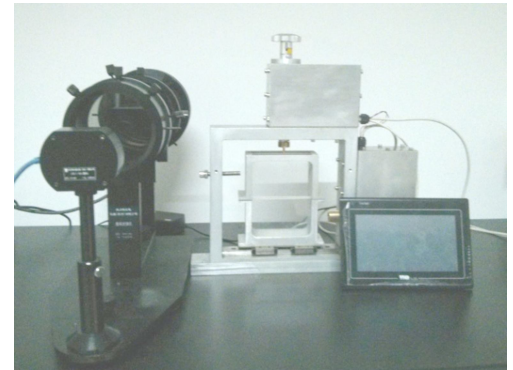
## 1 试验部分

### 1.1 试验模型

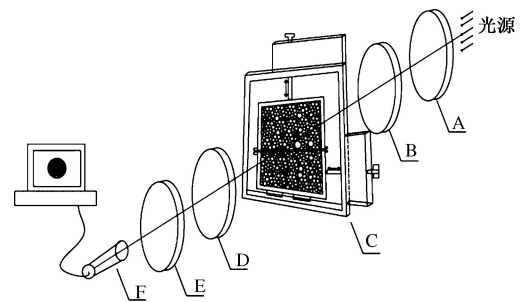
本试验基于光弹试验法的原理,根据试验目的设计了相应的试验加载装置。

#### (1) 光弹试验法<sup>[14-15]</sup>

光测弹性力学的目的是把模型中各点不可视的应力响应通过相关系统加以显化,变为可视的光弹性条纹以供科研和工程应用。为了达到这一目的,按照相干条件,设计研制一套平行光源、偏振片和 1/4 波片等元件组成的偏振光学系统。如图 1 所示。



(a)



(b)

图 1 光弹原理示意图

Fig. 1 Schematic of photoelastic principle

#### (2) 光弹材料加工

光弹材料用于代替岩土颗粒,由于岩土颗粒粒径较小,为了使光弹颗粒大小尽可能接近真实情况,本试验研究加工出直径 3 mm、透明度较高的圆盘形光弹颗粒。单个颗粒的弹性模量为 3000 MPa,混合后整体的弹性模量介于 80~120 MPa,颗粒之间无黏结、吸附作用,摩擦系数 0.6。因此采用该材料加工的颗粒组成的混合体在尺寸和力学性质上与碎石土等岩土材料相似。

原材料与仪器:聚碳酸酯(PC)板,数控塑料雕刻机。

方法:首先将 PC 板 3 固定在数控塑料雕刻机加工平台上,PC 板的厚度为 5 mm(可以选择其他任何厚度);根据颗粒直径和 PC 板的大小,通过电脑绘制颗粒加工布置图,如图 2 所示;将转刀贴在 PC 板上,调节主轴转速为 24000 rpm,移动速度 100 mm/min,启动机器按布置图设计进行切割;进行光弹试验时,光的传播方向沿着 PC 板的法线方向,与切割面 4 平行,因此切割造成的粗糙不透明面不影响光的传播,不需抛光即可得到高透明度的小粒径光弹颗粒。

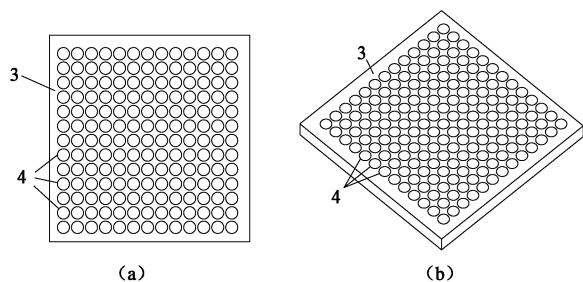
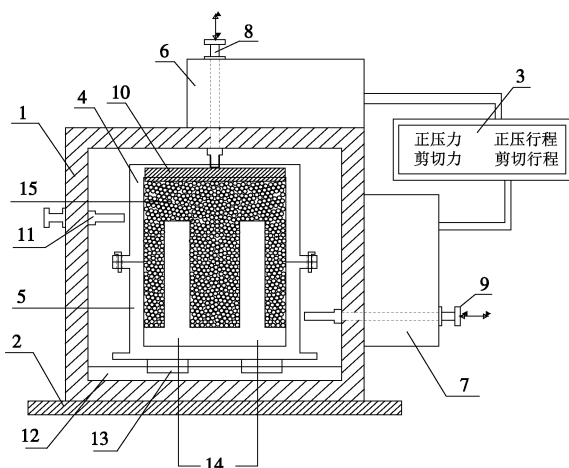


图2 聚碳酸酯板加工示意图

Fig. 2 Processing of polycarbonate plate

### (3) 加载装置

本装置为可以施加正压力和剪切力的多功能光弹试验仪器, 在本试验中仅利用其施加正压力, 模拟路堤自重及路堤上荷载。如图3所示。其中容器盒(4, 5)前后由高强度有机玻璃板组成, 便于光线通过, 间距为5 mm, 在其中放置5 mm厚直径为3 mm的光弹材料圆盘。刚性桩14采用不锈钢材料加工而成, 固定在容器盒底部, 两根桩的距离和桩顶到材料顶端的距离可以变化。数显仪3用于采集轴向加载系统中位移传感器和力传感器的位移和正压力大小。



- 1-装置框架; 2-装置底座; 3-数显仪; 4-容器上盒;  
5-容器下盒; 6-轴向加载系统; 7-剪切加载系统; 8-轴力加载螺杆;  
9-剪切加载螺杆; 10-加载盖板; 11-侧向固定螺杆; 12-滑块轨道板;  
13-滚动滑块; 14-刚性桩; 15-光弹颗粒材料

图3 试验模型设计图

Fig. 3 Design of experiment model

## 1.2 试验参数及步骤

### (1) 试验参数

6种桩间距为  $S=10, 15, 20, 30, 40, 50$  mm; 3种填土高度为  $H=20, 30, 40$  mm。

桩径为 10 mm; 颗粒大小为 3 mm; 排列方式为随机布置; 密实度为 0.855。

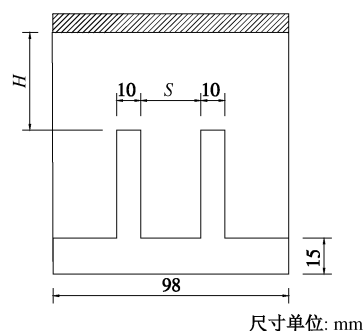


图4 模型尺寸图

Fig. 4 Sizes of experiment model

### (2) 试验步骤

a) 首先分别将刚性桩钢块放在试验盒底部, 手工随机布置直径为 3 mm 的光弹圆盘颗粒, 通过轻微震动使颗粒密实度基本达到 0.855, 同时在放置颗粒材料时, 应该始终保持颗粒材料的光滑面与加载盒的玻璃板平行。

b) 将整个试验模型放在光弹仪中两个四分之一波片之间, 保证加载装置、加载盒和光弹仪镜片平行, 同时保证加载盒位于光弹仪光源的中心。在颗粒顶部加上加载盖板, 以较小的加载速度均匀旋转螺杆进行加载, 在加载过程中, 缓慢旋转螺杆, 加载以位移作为控制, 每次加载, 正向位移约为 0.5 mm; 待数显仪读数显示稳定后, 记录下正向力和正向位移。卸载时, 同样以位移作为控制, 正向位移约为 -0.5 mm, 记录下正向力和正向位移。在每级加载的过程中, 利用摄像机拍摄颗粒在明室条件下的几何位置图, 然后旋转检偏镜拍摄圆偏振场中的光弹图片。

c) 按照上述的步骤分别进行同一桩距比, 不同填土高度(分别为 20, 30 和 40 mm)以及同一填土高度, 不同桩距比(分别为 1:1, 1.5:1, 2:1, 3:1, 4:1, 5:1)下的光弹试验。

## 2 光弹图像处理

### 2.1 平均平方灰度(彩色)梯度经验法

光弹颗粒应力量测的方法主要有: 应力条纹级数法<sup>[16]</sup>, 间接测量相位差法<sup>[17]</sup>、数值拟合法<sup>[18]</sup>、平均平方灰度(彩色)梯度经验法<sup>[19]</sup>等。本试验中颗粒粒径较小(3 mm), 颗粒数量较大(>1000), 根据上述量测方法的优缺点, 选用可以同时处理众多颗粒光弹图像的平均平方灰度(彩色)梯度经验法。关于该方法计算颗粒应力的过程如下:

如图5所示, 设某像素点  $(i, j)$  的灰色值为  $I(i, j)$ , 该点的平均平方灰度梯度为

$$|\nabla I_{i,j}|^2 = \left[ \left( \frac{I_{i-1,j} - I_{i+1,j}}{2} \right)^2 + \left( \frac{I_{i,j-1} - I_{i,j+1}}{2} \right)^2 + \left( \frac{I_{i-1,j+1} - I_{i+1,j-1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 \right] +$$

$$\left( \frac{I_{i-1,j-1} - I_{i+1,j+1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 / 4 \quad (1)$$

假定每个颗粒中的像素点为  $N \times N$  个, 则颗粒的平均平方灰度梯度为

$$\langle G^2 \rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\nabla I_{i,j}|^2 \quad (2)$$

式中,  $I_{i,j}$  是像素点  $(i, j)$  处图像的灰度值。

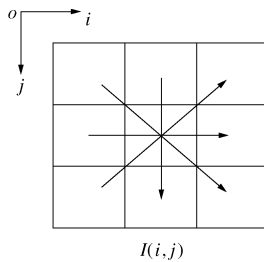


图5  $\langle G^2 \rangle$  计算示意图

Fig. 5 Calculation of  $\langle G^2 \rangle$

试验研究<sup>[20-21]</sup>表明: 随着荷载的增加, 颗粒的应力条纹级数增加, 光弹图像平均平方灰度梯度增大, 并且圆形颗粒颗粒边界的接触平均力  $F$  与颗粒内部平均平方灰度梯度  $\langle G^2 \rangle$  成一定比例关系。 $\langle G^2 \rangle$  经验标定方法虽然只能粗略估计颗粒受力大小, 没有办法得到颗粒受力接触向量信息, 但该方法能够处理较多的颗粒材料。

## 2.2 颗粒平均接触力计算

本文利用 TST-1003 微型 LED 数码光弹仪收集的光弹图片是 RGB 彩色图像, 如图 6, 因此在灰色梯度经验法的基础上, 采用 Matlab 计算程序, 拟合了颗粒粒径为 3 mm 彩色图像与颗粒的两点受力状态的关系曲线如图 7, 并对这种粒径颗粒进行了标定。

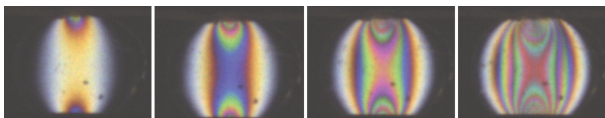


图6 不同压力作用下 3 mm 颗粒光弹图像

Fig. 6 Particle photoelastic images under different pressures

颗粒粒径 3 mm 的平均接触力  $F$  和  $\langle G^2 \rangle$  的关系曲线如图 7 所示。

其关系曲线拟合公式:

$$\langle G^2 \rangle = 4.561 \times 10^{-5} X^5 - 0.00155 X^4 + 0.0193 X^3 - 0.10 X^2 + 0.2 X + 0.00277 \quad (3)$$

图 7 可知, 当  $F \in [0 \sim 18 \text{ N}]$  时, 接触力  $F$  与  $\langle G^2 \rangle$  近似的单调递增。因此在选择颗粒光弹图片时, 应保证图片中每个颗粒的平均接触力不大于 18 N, 以使接触力  $F$  与  $\langle G^2 \rangle$  一一对应。

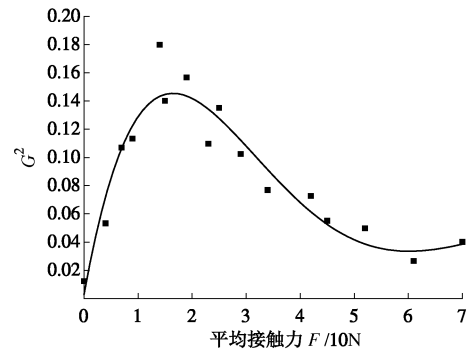


图7 平均接触力  $F$  与  $\langle G^2 \rangle$  的关系曲线

Fig. 7 Relation curve of average contact force and  $\langle G^2 \rangle$

## 2.3 土拱判定

研究<sup>[22-23]</sup>表明, 在外部荷载作用下, 离散介质内部会形成不均匀的力链网络, 包括承担主要荷载的强力链和起辅助作用的弱力链。桩承式路堤中土拱效应产生的本质原因是: 土体内部不均匀沉降造成某些弱力链向强力链转化, 强力链相互连接形成稳固的结构体系。因此土拱形成的判定标准为:

(1) 形成强力链。计算所有颗粒平均接触力的均值, 将平均接触力大于均值的颗粒所组成的力链网络定义为强力链。

(2) 强力链相互连接, 使由两拱脚延伸出的强力链网络闭合。

## 3 试验结果分析

### 3.1 填土高度对拱效应的影响

选取  $S/L=2:1$ , 正向荷载  $F_0=18 \text{ N}$  (此正向荷载为图 3 中 10-加载盖板上所施加总的荷载, 下同), 颗粒高度分别为  $H=20, 30, 40 \text{ mm}$  时的光弹试验结果图片进行数字化处理。

图 8 (a) 显示, 当模型中无桩时, 其内部力链呈现无明显规律的无序分布, 当有桩存在时, 桩作为固定不动的拱脚, 造成其上土体与中间部分土体产生不均匀位移, 引起模型局部应力集中, 内部力链呈现有规律分布。

当填土高度  $H=20 \text{ mm}$  时, 颗粒体系有形成拱的趋势, 但由于土层太薄, 力链由两侧桩顶斜向延伸直达加载面, 没有交叉闭合形成拱线; 当填土高度  $H=30 \text{ cm}$  时, 从两侧桩顶沿着一定角度斜向延伸的力链在加载面下方产生交叉, 形成近似的拱型力链分布; 当填土高度  $H=40 \text{ mm}$  时, 颗粒介质在桩顶与加载面之间的范围内形成的拱结构与 Hewllet 等提出的具有一定厚度的半圆形拱非常相似, 但力链的分布更接近于梯形状, 力链由桩顶沿着一定角度斜向延伸, 在到达加载面之前, 出现了横向分布的强力链将两侧的斜



向力链连接, 呈现出梯形拱结构(关于梯形拱结构的产生是否是由于颗粒的“尺寸效应”造成的, 尚需进一步研究), 其中横向分布力链的出现主要是由于侧限模型在正向荷载作用下体积压缩产生侧向反力, 造成主应力偏转。

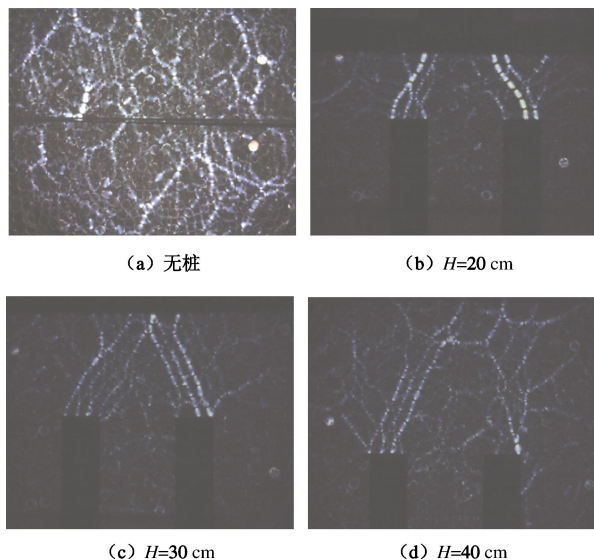


图 8 不同填土高度时的土拱现象

Fig. 8 Soil arching under different heights of fill

Terzaghi 通过活动门试验验证了土拱效应的存在并得出其存在的条件: ①土体之间产生不均匀位移或相对位移; ②作为支撑的拱脚的存在。后来研究发现土拱效应的存在还应满足第 3 个条件: 拱体形成处土体中的剪应力小于其抗剪强度。通过图 8 发现, 填土高度对土拱的形成产生极大影响, 填土高度太小, 斜向力链因缺乏扩展空间无法闭合而不能形成拱结构。

根据相关研究, 土拱的形状主要有三角拱、半圆拱及多拱等形式, 图 8 (c)、(d) 实现了上述说法的可视化, 验证了假设的正确性, 同时, 在桩距比不变的情况下, 随着填土高度的增加, 土拱由三角拱向半圆拱或梯形拱过渡。

### 3.2 荷载大小对土拱效应的影响

选取  $S/L=2:1$ , 颗粒高度  $H=30\text{ mm}$ , 正向荷载  $F_0$  分别为 18, 36, 72 N 作用下的光弹试验结果图片进行数字化处理。

在图 9 中都有土拱的产生, 当正向荷载为 18 N 时, 出现稀疏的呈三角形分布的力链网络; 当荷载增加到 36 N 时, 三角形分布的力链数量增加, 亮度明显变大(颗粒接触力增加), 模型其余部分只出现零星力链, 且亮度增加不明显, 说明上部施加的正向荷载几乎全部由三角拱传递到桩顶处, 表现出强烈的应力屏蔽现象。当荷载继续增加到 72 N 时, 图 9 (c) 显示三角拱厚度方向内侧的力链断裂消失, 主要源于其在拱脚

处的支撑面较小, 当荷载增加时, 力链上部的剪应力超过其抗剪强度, 颗粒之间发生滑移, 在重组的过程中从拱脚支撑处滑落, 造成其所受荷载骤降, 强力链消失。在拱脚处有较大支撑面的力链, 在其上部出现颗粒滑移重组后依然可以提供较大反力, 颗粒之间的接触力不会消弱, 但是随着正向荷载的增加, 水平向侧力增加, 在重组的过程中, 三角形顶角处颗粒因所受竖向力较小、水平力较大而出现倾于水平方向排列的力链, 最后造成拱的结构形状发生由三角拱到半圆拱的转变。同时三角形顶角处的颗粒重组, 使两桩之间的颗粒产生明显的竖向位移, 出现了明显的强力链, 在三角拱向半圆拱转变的过程中, 应力屏蔽作用减弱。

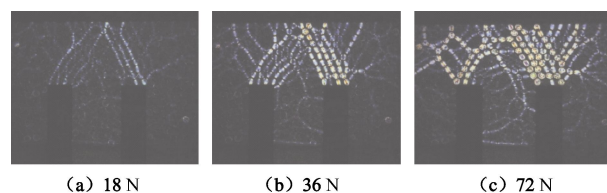


图 9 不同正向荷载作用下土拱光弹图像

Fig. 9 Photoelastic images of soil arching under different loads

上述表明, 荷载的大小变化不会影响土拱效应的出现, 但会极大的影响土拱的结构形状。

### 3.3 桩距比对土拱效应的影响

无论是基坑支护中的排桩、边坡治理时的抗滑桩, 还是桩承式路堤中的刚性桩, 在进行工程设计计算时, 桩间距是一个重要的技术指标。若桩间距过大, 则桩后或桩顶的土体无法对相邻的土体提供足够承担竖向荷载的剪应力, 土体从桩间滑出或者是回绕桩体运动, 不会出现明显的土拱效应, 达不到提高承载力, 减小侧移或沉降的目的; 若桩间距过小, 则造成不必要的浪费。

本节选取选取颗粒高度  $H=30\text{ mm}$ , 正向荷载  $F=36\text{ N}$ ,  $S/L=1:1, 1.5:1, 2:1, 3:1, 4:1, 5:1$  时的光弹试验结果图片进行数字化处理, 研究不同桩距比对土拱效应的影响。

图 10 (a)、(b)、(c) 显示形成的拱结构为近似于三角拱的形状, 随着桩距比由  $1:1$  增加到  $1:2$ , 土拱效应的影响范围逐渐增大; 当桩距比为  $3:1$  时, 如图 10 (d) 拱形状发生显著变化, 从两侧桩顶衍生的力链不再沿着一定的角度斜向扩展, 而是在一定的角度范围内发散, 发散的力链相互交叉, 产生近似于半圆形的拱形结构, 桩距比的变化造成了土拱形状的转变。对比分析图 10 (a)、(b)、(c)、(d) 中接近加载面处的内力分布, 随着桩距比的增加, 内力由集中于中部向两侧扩散直至均匀分布, 两桩之间的颗粒与上部的颗粒存在明显的内力大小差异, 这主要是由土拱效应产生的应力屏蔽作用造成的, 对比图 10 (e)、

(f), 可以发现这种内力大小的差异急剧较小, 应力屏蔽作用减弱, 说明随着桩距比的增加, 土拱效应开始消失。

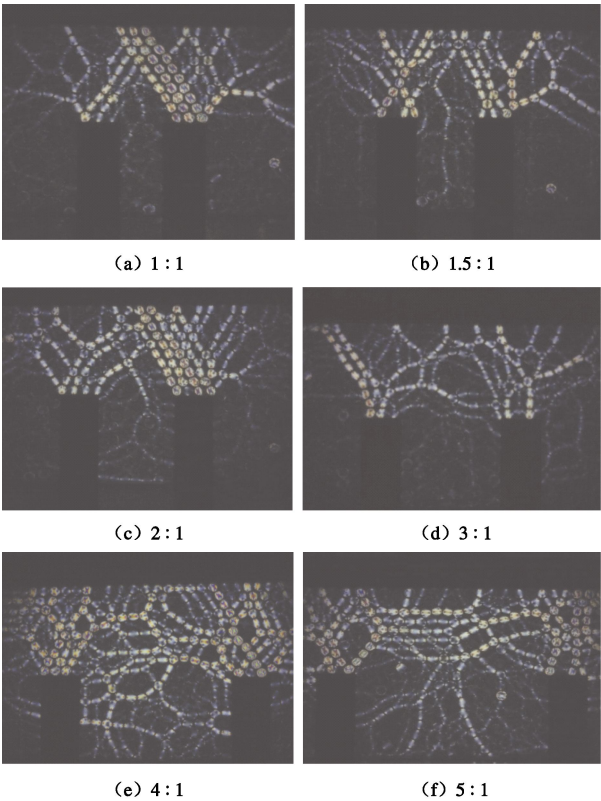


图 10 不同桩距比下光弹图像

图 11 为不同桩距比的各模型在相同荷载作用下的竖向位移变化图, 总体上, 随桩距比不断增加, 土拱结构由三角拱变为半圆拱、多拱, 直至消失, 竖向位移不断增大。当桩距比为 1 : 1, 1.5 : 1, 2 : 1, 土拱结构为三角拱形状时, 竖向位移增加较小; 当桩距比增加到 3 : 1, 土拱由三角拱转化为半圆拱, 位移出现明显跳跃式增加, 反映不同拱结构形状具有不同的承载能力; 当桩距比增加到 4 : 1 时, 位移再次出现突然增加, 土拱效应开始消失, 表现出明显的沉降现象。

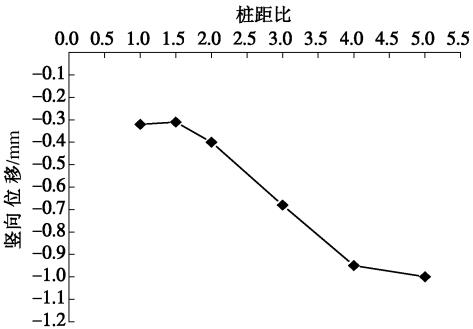


图 11 不同桩距比下顶板的竖向位移

Fig. 11 Vertical displacements of roof under different pile spacing ratios

4 结 论

- (1) 本文采用的光弹试验及图像处理方法, 可以基本模拟桩承式路基中的土拱效应, 实现其产生过程、演化规律的可视化。
- (2) 当桩距比及正向荷载不变时, 随着填土高度的增加, 桩承式路基中的土拱经历了从无到有、从三角拱到半圆拱或多拱的转化。
- (3) 在桩距比及填土高度不变的情况下, 荷载的大小变化不会影响土拱效应的出现, 但会极大的影响土拱的结构形状。
- (4) 当填土高度及正向荷载不变时, 桩距比的变化对土拱效应影响显著。当桩距比较小时, 土拱结构表现为三角拱形状, 具有较大的承载能力, 随着桩距比的增大, 土拱由三角拱向半圆拱或多拱演化, 直至土拱效应消失, 伴随其承载能力的剧烈下降。

参考文献:

[1] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics karl terzaghi[M]. New York: John Wiley & Sons, 1943: 66 - 75.

[2] HEWLETT W J, RANDOLPH M F. Analysis of piled embankments[J]. Ground Engineering, 1988, 21(3): 12 - 18.

[3] ZAESKE D, KEMPFERT H G. Berechnung and Wirkungsweise von unbewehr-ten und bewehrten mineralischen Tragschichten auf punktund linienförmigen Trag-gliedern[J]. Bauingenieur, 2002(77): 80 - 86.

[4] 刘吉福. 路堤下复合地基桩、土应力比分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003(4): 674 - 677. (LIU Ji-fu. Analysis on pile-soil stress ratio for composite ground under embankment[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003(4): 674 - 677. (in Chinese))

[5] 陈仁朋, 贾 宁, 陈云敏. 桩承式加筋路堤受力机理及沉降分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005(23): 4358 - 4367. (CHEN Ren-peng, JIA Ning, CHEN Yun-min. Mechanism and settlement analysis of pile-supported and geogrid-reinforced embankments[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005(23): 4358 - 4367. (in Chinese))

[6] 蒋良滩, 黄润秋, 蒋忠信. 黏性土桩间土拱效应计算与桩间距分析[J]. 岩土力学, 2006(3): 445 - 450. (JIANG Liang-wei, HUANG Run-qi, JIANG Zhong-xin. Analysis of soil arching effect between adjacent piles and their spacing in cohesive soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006(3): 445 - 450. (in Chinese))

[7] CUNDALL P A, STRACK O D. A discrete numerical model

- for granular assemblies[J]. *Géotechnique*, 1979, **29**(1): 47 – 65.
- [8] 郑俊杰, 赖汉江, 董友扣, 等. 桩承式路堤承载特性颗粒流细观模拟[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2012(11): 43 – 47. (ZHENG Jun-jie, LAI Han-jiang, DONG You-kou, et al. Mesomechanical analysis of bearing characteristics of pile-supported embankment with particle flow code[J]. *Journal Huazhong University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2012(11): 43 – 47. (in Chinese))
- [9] 许朝阳, 周 健, 完绍金. 桩承式路堤承载特性的颗粒流模拟[J]. 岩土力学, 2013(增刊 1): 501 – 507. (XU Zhao-yang, ZHOU Jian, WAN Shao-jin. Rock and soil mechanics simulation of bearing characteristics of pile-supported embankments by particle flow code[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013(S1): 501 – 507. (in Chinese))
- [10] 费 康, 陈 毅, 王军军. 桩承式路堤土拱效应发挥过程研究[J]. 岩土力学, 2013(5): 1367 – 1374. (FEI Kang, CHEN Yi, WANG Jun-jun. Study of development of soil arching effect in piled embankment[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013(5): 1367 – 1374. (in Chinese))
- [11] 芮 瑞, 黄 成, 夏元友, 等. 砂填料桩承式路堤土拱效应模型试验[J]. 岩土工程学报, 2013(11): 2082 – 2089. (RUI Rui, HUANG Cheng, XIA Yuan-you, et al. Sand filling piled embankment model tests and soil arching effects analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013(11): 2082 – 2089. (in Chinese))
- [12] TIEN H S, PAIKOWSKY S G. The arching mechanism on the micro level utilizing photoelastic particles[C]// Fourth International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation. Glasgow, 2001.
- [13] ESKIŞAR T, OTANI J, HIRONAKA J. Visualization of soil arching on reinforced embankment with rigid pile foundation using X-ray CT[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2012, **32**(1): 44 – 54.
- [14] JESSOP H T, HARRIS F C. Photoelasticity principles and method[M]. London: Cleaver-Hume Press, 1950.
- [15] FROCHT M M. Photoelasticity (I)[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1941.
- [16] JONG G J, VERRUIJT A. Étude photo-élastique d'un empilement de disques[M]. Nancy: Groupe Française de Rhéologie, 1969.
- [17] ALLERSMA H G. Optical analysis of stress and strain in photoelastic particle assemblies[D]. Netherlands: TU-Delft, 1987.
- [18] MAJMUDAR T S, BEHRINGER R P. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials[J]. *Nature*, 2005, **435**(7045): 1079 – 1082.
- [19] HARTLEY R R. Evolving force networks in deforming granular material [D]. Durham: Duke University, 2003.
- [20] HOWELL D W. Stress distribution and fluctuations in static and quasi-static granular systems[D]. Durham: Duke University, 1999.
- [21] 杨荣伟, 程晓辉. 光弹颗粒材料的直剪试验研究[J]. 岩土力学, 2009(增刊 1): 103 – 109. (YANG Rong-wei, CHENG Xiao-hui. Direct shear experiments of photoelastic granular materials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009(S1): 103 – 109. (in Chinese))
- [22] ZHOU J, LONG S, WANG Q, et al. Measurement of forces inside a three-dimensional pile of frictionless droplets[J]. *Science*, 2006, **312**(5780): 1631 – 1633.
- [23] MAJMUDAR T S, SPERL M, LUDING S, et al. Jamming transition in granular systems[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **98**(5): 58001 – 58006.