

DOI: 10.11779/CJGE201508008

# 边坡临界滑面搜索的改进粒子群优化算法

杨善统<sup>1</sup>, 姜清辉<sup>1, 2</sup>, 尹 涛<sup>1</sup>, 姚 池<sup>2</sup>, 陈 娜<sup>1</sup>, 周 彬<sup>3</sup>

(1. 武汉大学土木建筑工程学院, 湖北 武汉 430072; 2. 南昌大学建筑工程学院, 江西 南昌 330031; 3. 中铁二院重庆勘察设计研究院, 重庆 401121)

**摘 要:** 边坡临界滑面的确定对边坡稳定分析和加固设计极为重要, 采用基于变异和二次序列规划的改进粒子群优化算法 (VSPSO) 进行临界滑面搜索。VSPSO 算法中通过变异操作增强粒子群跳出局部最优解的能力, 并用二次序列规划 (SQP) 加速局部搜索, 大大提高了粒子群获得全局最优的能力。通过对有解析解的边坡算例进行分析, 验证了该算法的准确性及优越性; 对澳大利亚计算机应用协会 (ACADS) 提供的均质边坡、多层土边坡以及含软弱层边坡进行分析, 结果表明改进的 VSPSO 算法搜索所得滑面比传统 PSO 算法更逼近推荐答案, 具有更好的鲁棒性, 而且随着边坡复杂程度的增加, 更能体现改进 VSPSO 算法的优越性, 具有广阔的应用前景。

**关键词:** 边坡临界滑面; 粒子群优化; 变异; 二次序列规划

中图分类号: P642

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)08-1411-07

**作者简介:** 杨善统(1989-), 男, 硕士研究生, 主要从事边坡稳定分析。E-mail: 952811382@qq.com。

## Search of critical slip surface of slopes using improved particle swarm optimization method

YANG Shan-tong<sup>1</sup>, JIANG Qing-hui<sup>1, 2</sup>, YIN Tao<sup>1</sup>, YAO Chi<sup>2</sup>, CHEN Na<sup>1</sup>, ZHOU Bin<sup>3</sup>

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. School of Architecture and Civil Engineering,

Nanchang University, Nanchang 330031, China; 3. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chongqing 401121, China)

**Abstract:** The location of the critical slip surface is a very important issue in slope stability analysis and reinforcement design. In this study, an improved particle swarm optimization (VSPSO) algorithm is proposed to search for the critical slip surface based on particle variation (PV) and sequential quadratic programming (SQP). PV enhances the ability of PSO in jumping out of the local optimum, and SQP accelerates local search. The combination of PV and SQP greatly promotes the capacity of the original PSO in looking for the global optimum. An example with analytical solution is analyzed by the VSPSO, and the results demonstrate the accuracy and efficiency of the proposed model. Three typical examples from ACADS are then given, which are respectively homogeneous slope, multilayer soil slope and slope with weak layer. It is shown that results from the VSPSO are more approximate to the recommended values than those from the PSO. Furthermore, the VSPSO has a quite well robustness for the slopes with very complicated geometries and material properties.

**Key words:** critical slip surface; particle swarm optimization; variation; sequential quadratic programming

## 0 引 言

边坡稳定问题是岩土力学研究的经典课题。20 世纪 80 年代之后, 许多学者致力于临界滑面搜索技术的研究, 提出了各种不同的圆弧或非圆弧临界滑动面搜索方法。孙君实<sup>[1]</sup>提出使用复形法搜索圆弧和非圆弧的最小安全系数方法, 陈祖煜等<sup>[2]</sup>采用单形法和牛顿法进行任意滑动面的搜索, 王成华等<sup>[3]</sup>对各种临界滑面搜索方法及其原理、优缺点做了研究, 并对这方面的发展做了综合性评述。

粒子群优化算法 (PSO) 简单、容易实现, 在解决一些大量非线性、不可微、多峰值的高度复杂函数优化问题时, 均取得了较好的优结果<sup>[4-5]</sup>。张慧等<sup>[6]</sup>、

李亮等<sup>[7]</sup>将其应用到边坡工程最小安全系数求解中取得一定成果。但是该算法仍然存在搜索空间有限、容易陷入局部最优值的缺陷<sup>[8-9]</sup>。针对这种情况, 本文提出了基于变异 (variance) 和二次序列规划 (sequential quadratic programming, SQP) 改进粒子群优化算法。将粒子群划分为若干子粒子群, 子粒子群独立演化同时又共享信息, 变异操作增强了粒子群优化算法跳出局部最优解的能力, 并用二次序列规划加速局部搜索,

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划 (“973”项目) (2011CB013506);  
重庆市应用开发计划重点项目 (cstc2014yykfB30003)

**收稿日期:** 2014-10-07

\*通讯作者

大大提高了粒子群获得全局最优的能力。将基于变异和二次序列规划的粒子群优化算法 (VSPSO) 应用于边坡临界滑动面搜索中, 分别对无黏性土边坡、均质边坡、多层土复杂边坡以及含软弱层边坡等算例进行了分析, 计算结果显示了该算法的有效性和鲁棒性。

## 1 PSO 算法理论

### 1.1 传统 PSO 算法

PSO 算法基本概念源于对鸟群捕食行为的研究, 该算法首先随机初始化一群粒子, 然后通过更新粒子的位置来寻找最优解。在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己, 第一个极值是粒子本身在历次迭代过程中找到的最优解, 即个体极值——自身的“经验”; 另一个极值是整个种群目前找到的最优解, 即全局极值——同伴的“经验”<sup>[4]</sup>。按照下式更新速度和位置:

$$v_{id}^{k+1} = wv_{id}^k + c_1r_1(p_{id}^k - x_{id}^k) + c_2r_2(p_{gd}^k - x_{id}^k), \quad (1)$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \quad (2)$$

式中,  $w$  为惯性权重;  $c_1, c_2$  为加速因子, 其中  $c_1$  为自身学习因子, 表示粒子本身的经验,  $c_2$  为社会学习因子, 表示粒子间的信息共享;  $r_1, r_2$  为在  $[0, 1]$  范围内均匀分布的随机数。

在式 (1) 中参数的设置直接关系到算法的搜索能力。Shi 和 Eberhart 在文献[10, 11]中指出, 较大的  $w$  有较好的全局收敛能力, 而较小的  $w$  则有较强的局部搜索能力。有学者提出惯性权重  $w$  按迭代次数线性递减<sup>[11]</sup> ( $0.9 \rightarrow 0.4$ ) 和线性递增<sup>[12]</sup> ( $0.4 \rightarrow 0.9$ ), 以及按迭代次数先增后减<sup>[13]</sup> ( $0.4 \rightarrow 0.9 \rightarrow 0.4$ )。本文按照文献[13]的方法设置  $w$ 。

对于  $c_1$  和  $c_2$  的取值, Kennedy<sup>[14]</sup>进行了较深入的研究, 提出合适的  $c_1, c_2$  取值可以加快收敛速度且不易陷入局部最优。若  $c_1$  相对于  $c_2$  较大, 则粒子更倾向搜索自身最优点, 但收敛比较慢; 反之,  $c_2$  相对于  $c_1$  较大, 粒子更倾向于群体搜索到的最优点, 没有充分利用粒子自身的“经验”, 从而容易导致粒子群过早陷入局部最优, 发生早熟现象<sup>[15]</sup>。本文加速因子采用线性变化<sup>[16]</sup>, 即  $c_{1i} = c_{2f} = 2.5$ ,  $c_{1f} = c_{2i} = 0.5$ , 下标  $i$  和  $f$  分别表示加速因子的最初值和最终值。

### 1.2 改进的 VSPSO 算法

针对传统的 PSO 算法搜索空间有限、容易陷入局部最优问题, 本文主要做出以下改进: 引入变异算子和二次序列规划 (SQP)。

根据文献[17], 把整个粒子群分为若干子粒子群, 如图 1。子粒子群的引入使得粒子群在寻优过程中各

子粒子群独立演化, 保持了粒子群的多样性; 在一定周期后, 把整个粒子群全局最优值引入到各子粒子群中, 从而使各子粒子群能共享信息, 并进行变异操作和二次序列规划。

#### (1) 变异操作

对于传统的 PSO 算法容易陷入局部最优的问题, 受遗传算法 (genetic algorithm-GA) 中变异算子的启示, 引入变异操作, 通过在粒子中增加随机扰动<sup>[18]</sup>的方法使得粒子跳出局部最优, 通过试验本文取扰动因子为 0.8, 则

$$p_{gk} = p_g^* (1 + 0.8 * r), \quad (3)$$

式中,  $p_g$  表示粒子当前最优位置,  $p_{gk}$  为  $p_g$  的第  $k$  维取值,  $r$  为服从标准正态分布 Gauss(0, 1) 的随机变量, 变异操作示意图见图 1。

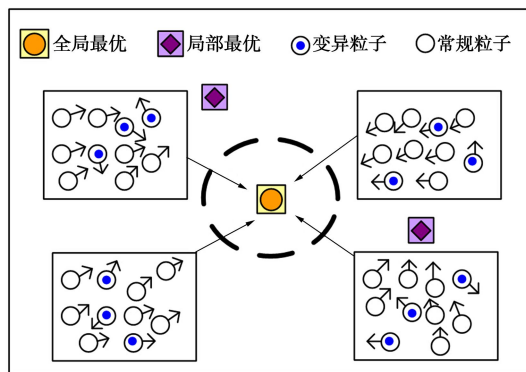


图 1 子粒子群及变异粒子示意图

Fig. 1 Particle sub-swarms and variant particle

#### (2) 二次序列规划

传统的 PSO 算法在迭代初期收敛速度很快, 但是到趋近最优值时局部搜索就比较慢, 二次序列规划<sup>[19-21]</sup>对于非线性优化问题可以在很短时间内收敛到最优值, 具有很强的局部搜索能力。因此针对该情况, 本文在传统的 PSO 算法搜索的最优位置基础上, 以该最优值作为 SQP 的迭代初始值进行寻优。本文是在 Matlab7.8 环境下编程计算的, 在 Matlab 工具箱中提供了很好的二次序列规划函数 fmincon, 从而可以很有效的进行编程。改进算法以 PSO 算法作为全局搜索工具, 变异和二次序列规划主要进行局部搜索, 几个模块有机联合使用从而搜索全局最优值。VSPSO 算法流程图如图 2 所示, 计算步骤如下:

##### a) Step1: 初始化。

Step1.1: 选定粒子群规模, 并划分为  $M$  个子粒子群, 每个子粒子群  $N$  个粒子, 粒子的维数  $D$ , 设定最大迭代次数  $T$ , 及变异概率  $V$ 。Step1.2: 在搜索空间内随机初始化各粒子的位置  $x_{mn}^1 = (x_{mn1}^1, x_{mn2}^1, x_{mn3}^1, \dots, x_{mnD}^1)$ , 初始化速度  $v_{mn}^1 = (v_{mn1}^1, v_{mn2}^1, v_{mn3}^1, \dots, v_{mnD}^1)$ , 其中  $m=1, 2, 3, \dots, M, n=1, 2, 3, \dots,$

N. Step1.3: 初始化  $p_{mn}$ ,  $p_{mg}$  和  $p_g$ 。将各个粒子当前位置  $x_{mn}^1$  设为粒子个体最佳位置  $p_{mn}$ , 并且对应的适应度值  $Y_{mn}=f(p_{mn})$ , 令  $p_{mg}=p_{m1}$ ,  $p_g=p_{11}$ 。

b) Step2: 若  $t > T$ , 结束。否则, 按式 (1)、(2) 更新各粒子的位置  $x_{mn}^{t+1}$  和速度  $v_{mn}^{t+1}$ 。

c) Step3: 更新  $p_{mn}$ ,  $p_{mg}$  和  $p_g$ : 若  $f(x_{mn}^{t+1})$  优于  $Y_{mn}$ , 则  $p_{mn}=x_{mn}^{t+1}$ ,  $Y_{mn}=f(x_{mn}^{t+1})$ ; 若  $f(x_{mn}^{t+1})$  优于  $f(p_{mg})$ , 则  $p_{mg}=x_{mn}^{t+1}$ ; 若  $f(p_{mg})$  优于  $f(p_g)$ , 则  $p_g=p_{mg}$ 。

d) Step4: 判断是否满足 SQP 执行条件, 若有  $|f(p_g^t) - f(p_g^{t-k_s})| \leq \varepsilon_s$ , 则以  $p_g^t$  为初始点, 执行 SQP 并更新  $p_g$ 。否则, 执行 Step5。

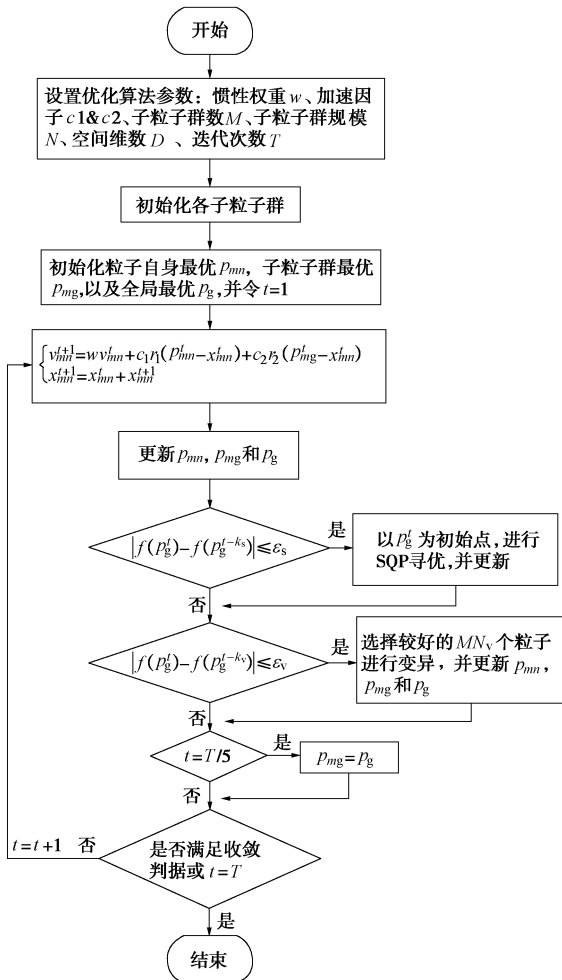


图2 VSPSO 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of VSPSO algorithm

e) Step5: 判断是否满足变异执行条件, 若有  $|f(p_g^t) - f(p_g^{t-k_v})| \leq \varepsilon_v$ , 则选择较好的  $MN_v$  个粒子进行变异操作, 并更新  $p_{mn}$ ,  $p_{mg}$  和  $p_g$ 。否则, 执行 Step6。

f) Step6: 若  $t$  为  $T/5$  的整数倍, 令  $p_{mg}=p_g$ 。否则, 执行 Step7。

g) Step7: 判断是否满足收敛条件, 是, 结束。否则,  $t=t+1$ , 返回 Step2。

## 2 基于粒子群优化算法的边坡临界滑面搜索

使用粒子群搜索滑动面, 一个粒子对应一个滑动面, 一个粒子有  $n$  个点  $(x_i, y_i)$ , 则滑动面即  $n$  个点的连线<sup>[22-23]</sup>。因此, 搜索滑动面过程即搜索相应  $[(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$  个点形成的  $(n-1)$  个样条, 使得到的安全系数  $F_s$  最小的过程。滑动面示意图见图3。

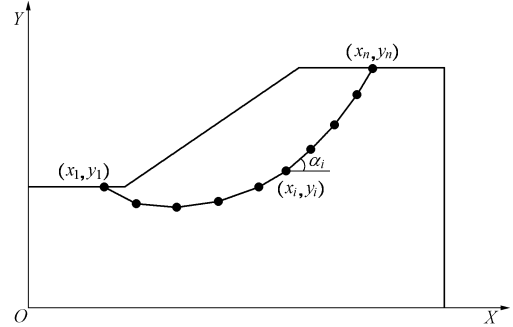


图3 滑动面示意图

Fig. 3 Slip surface of slope

在优化算法搜索中, 粒子维度越高, 搜索越困难, 为提高搜索效率, 使样条宽度相等, 则一个粒子可表示为  $(x_1, y_2, y_3, \dots, y_{n-1}, x_n)$ , 所以粒子维度就由原来的  $[(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$   $2n$  个自由度就减少为  $n$  个。

在粒子  $(x_1, y_2, y_3, \dots, y_{n-1}, x_n)$  中, 有

$$b = (x_n - x_1) / (n - 1), \quad (4)$$

$$y_i = \text{surface}(x_i) \quad (i = 1, n), \quad (5)$$

$$x_i = x_1 + (i - 1)b \quad (i = 2, 3, \dots, n - 1), \quad (6)$$

式中,  $b$  为样条宽度,  $\text{surface}(x)$  为坡表面函数。为提高搜索效率, 作以下约束:

(1) 滑动面左右端点在边坡表面上, 即式 (5)。

(2) 中间各点在坡表面以下, 即

$$y_i \leq \text{surface}(x_i) \quad (i = 2, 3, \dots, n - 1). \quad (7)$$

(3) 相邻两连接点与横坐标的夹角  $\alpha_i$  应控制在一定范围内, 本文取文献[24]建议值:

$$-45^\circ \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_i \leq \dots \leq \alpha_{n-1} \leq 80^\circ. \quad (8)$$

对于粒子  $(x_1, y_2, y_3, \dots, y_{n-1}, x_n)$ , 设置相应的连接点取值范围。  $x_1$  和  $x_n$  根据边坡实际状况选取一定的范围, 而  $y_2, y_3, \dots, y_{n-1}$  在满足式 (5) 情况下可根据前一点的纵坐标确定范围为

$$\min(i) = y(i - 1) - b \tan(45^\circ), \quad (9)$$

$$\max(i) = y(i - 1) + b \tan(80^\circ). \quad (10)$$

在维度较高时, 为尽量提高搜索速率, 在搜索得到具有一定保证率的滑动面的情况下, 搜索过程中宜

表 1 基准测试函数  
Table 1 Benchmark test functions

编号	测试函数	表达式	$x_i$ 取值范围	目标值
①	Rastrigrin	$f(x)=\sum_{i=1}^D[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$	$[-5.12, 5.12]$	0
②	Ackley	$f(x)=-20\exp(-0.2\sqrt{1/30\sum_{i=1}^Dx_i^2})-\exp(1/30\sum_{i=1}^D2\pi x_i)+20+e$	$[-30, 30]$	0
③	Griewank	$f(x)=1/4000\sum_{i=1}^{D-1}x_i^2-\prod_{i=1}^D\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1$	$[-600, 600]$	0
④	Rosenbrock	$f(x)=\sum_{i=1}^{D-1}[100(x_{i+1}-x_i)^2+(x_i-1)^2]$	$[-30, 30]$	0
⑤	Schwefel's Problem1.2	$f(x)=\sum_{i=1}^D(\sum_{j=1}^ix_j)^2$	$[-100, 100]$	0

表 2 测试函数优化结果  
Table 2 Results of test functions using different optimization methods

粒子群规模	维数	PSO					VSPSO				
		①	②	③	④	⑤	①	②	③	④	⑤
20	10	5.67	7.829	2.836	42.65	28.68	0	$4.29\times10^{-12}$	0	$1.47\times10^{-7}$	$1.43\times10^{-9}$
	20	27.26	10.46	1.085	1972	1697	0	$2.22\times10^{-10}$	$2.92\times10^{-16}$	$1.63\times10^{-7}$	$2.76\times10^{-7}$
	30	50.25	11.65	3.94	23072	7543	0	$1.43\times10^{-9}$	$4.98\times10^{-15}$	$2.82\times10^{-7}$	$3.38\times10^{-7}$
40	10	3.482	5.089	1.06	3.352	2.719	0	$1.89\times10^{-12}$	$6.14\times10^{-16}$	$1.24\times10^{-7}$	$5.84\times10^{-11}$
	20	20.52	7.297	0.5	62.49	1018	0	$2.05\times10^{-10}$	$1.73\times10^{-16}$	$2.89\times10^{-7}$	$3.15\times10^{-7}$
	30	44.14	7.735	0.593	133.6	4666	0	$8.37\times10^{-10}$	$5.63\times10^{-15}$	$1.75\times10^{-7}$	$3.95\times10^{-7}$
80	10	1.99	3.123	0.262	3.845	0.254	0	$1.41\times10^{-12}$	0	$1.31\times10^{-7}$	$2.9\times10^{-11}$
	20	14.23	7.087	0.279	23.31	689.4	0	$1.57\times10^{-10}$	$6.4\times10^{-16}$	$5.31\times10^{-7}$	$1.48\times10^{-7}$
	30	35.02	6.832	0.382	62.14	3826	$2.96\times10^{-16}$	$1.04\times10^{-9}$	$2.03\times10^{-14}$	$1.42\times10^{-7}$	$3.53\times10^{-7}$

注：表中序号①②③④⑤与表 1 相对应。

采用简化方法计算安全系数，如简化 Janbu 法，简化 Bishop 法等，当搜索达到一定次数后，再采用较严格方法，如 Spencer 法等。

由于滑动面是由折线段组成的，因此折线段连接点越多就越接近于真实滑动面，但是过多的连接点意味着过多的维度，从而使搜索难度增大。因此采用连接点随迭代次数增加的方法，即开始时采用较少连接点，有利于快速收敛，随着迭代的进行引入相邻连接点的中点从而增加连接点数<sup>[25-26]</sup>。

### 3 数值仿真

#### 3.1 函数测试

为体现 VSPSO 算法的性能，本文选取了 5 个基准测试函数进行测试<sup>[11, 27]</sup>，各测试函数全局最优值都为 0，见表 1。

粒子群参数取值如下，惯性权重采用先增后减策略(0.4→0.9→0.4)；加速因子采用线性变化，即  $c_{1i}=c_{2f}=2.5$ ， $c_{1f}=c_{2i}=0.5$ ，下标  $i$  和  $f$  分别表示加速因子的最初值和最终值；迭代次数  $T=1000$ ；粒子群规模分别为 20，40，80；对于 VSPSO 算法，相应子粒子群个数  $M=4$ ，各子粒子群粒子数  $N=5, 10, 20$ ；维数  $D=10, 20, 30$ ；变异概率  $V=0.6$ ，变异执行条件  $k_v=20$ ， $\varepsilon_v=0.001$ ；SQP 执行条件  $k_s=20$ ， $\varepsilon_s=0.001$ 。

每次试验独立运行 50 次，取平均值，如表 2 所示。取粒子群数为 40，维数  $D=20$  时的平均适应度值作优化过程曲线，如图 4 所示。

从计算结果看出，本文提出的 VSPSO 算法精度高、收敛速度快以及较强的全局寻优能力。比如对于 Rosenbrock 测试函数，粒子群规模为 40，维数为 20 时，传统 PSO 算法搜索得到最优值为 62.49，而改进的 VSPSO 算法搜索的最优值为  $2.89\times10^{-7}$ ，见表 2；改进的 VSPSO 算法在迭代次数为 200 次左右便得到最优值，而传统 PSO 算法将近达到 800 次左右，见图 4。改进的 VSPSO 算法较好的克服了传统粒子群优化算法在分析高维度、非线性、多峰值复杂问题中容易陷入局部极小的缺点，因此该算法是可行的。

#### 3.2 边坡临界滑面搜索

为了验证算法的有效性及其在边坡工程中的应

用, 运用提出的算法搜索边坡最危险滑裂面。

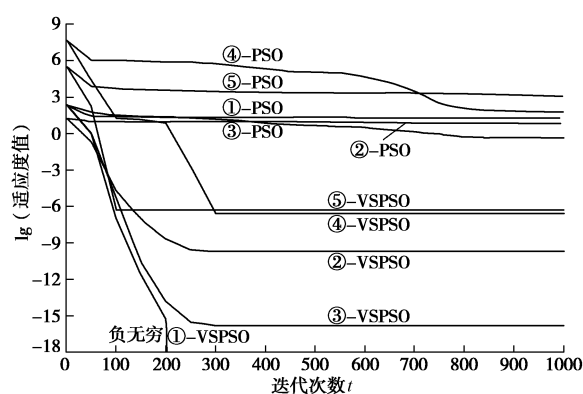


图 4 各测试函数优化过程曲线

Fig. 4 Evolution curves of test functions using different optimization methods

粒子群参数取值如下, 每次试验独立运行 50 次; 惯性权重  $w$  为  $(0.4 \rightarrow 0.9 \rightarrow 0.4)$ ; 加速因子  $c_{1i}=c_{2i}=2.5$ ,  $c_{1f}=c_{2f}=0.5$ ; 子粒子群个数  $M=4$ ,  $N=10$ , 即有 40 个初始滑动面; 迭代次数  $T=100$ ; 变异概率  $V=0.6$ , 变异执行条件  $k_v=10$ ,  $\varepsilon_v=0.001$ ; SQP 执行条件  $k_s=10$ ,  $\varepsilon_s=0.001$ 。初始连接点数为 4, 随着迭代的进行, 在  $t=T/2, 3T/4$  处在相邻连接点中增加连接点, 即随着迭代增加连接点数为 7, 13。在适应度函数中计算最小安全系数, 为提高计算精度, 把样条数在原来连接点的基础上翻两倍, 即随着迭代增加, 样条数为 12, 24, 48。由于本文是基于非圆滑滑动面的搜索, 在  $t/T=0.5$  之前采用简化 Janbu 法, 之后采用 Spencer 法。

(1) 无黏性土边坡

图 5 给出了一无黏性土边坡算例, 其安全系数具有解析解<sup>[28]</sup>,

$$K = \frac{T_f}{T} = \frac{G \cos \beta \tan \varphi}{G \sin \beta} = \frac{\tan \varphi}{\tan \beta} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 30^\circ} = 1. \quad (11)$$

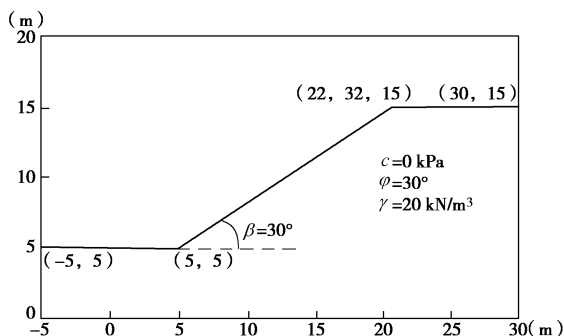


图 5 无黏性土边坡算例

Fig. 5 Example of cohesionless soil slope

为分析收敛性能, 取 50 次适应度平均值作迭代过程曲线, 如图 6。程序算法计算结果表明, 由传统 PSO 算法和改进 VSPSO 算法得最小安全系数均为 1, 标准差为  $3.86 \times 10^{-16}$  和  $2.89 \times 10^{-16}$ , 说明两种算法对于比

较简单的边坡均能得到正确的计算结果。但改进后的 VSPSO 算法迭代到 10 次左右便收敛到最优值, 而传统 PSO 算法迭代到 75 次左右才收敛到最优值, 说明改进后算法收敛速度明显优于传统算法。

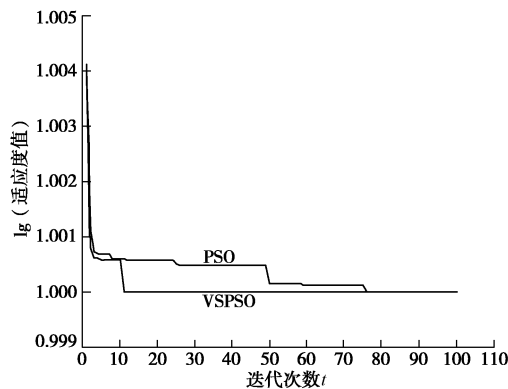


图 6 无黏性土边坡迭代过程曲线

Fig. 6 Iteration times of cohesionless soil slope

(2) ACADS 考题

本文对澳大利亚计算机应用协会 (ACADS) 研究考题进行了分析。并以推荐的裁判答案作为标准, 计算两种算法平均值的相对误差, 计算结果见表 3, 搜索得到的临界滑面见图 7~9。

a) 算例 a 均质边坡, 边坡及材料参数如图 7 所示, 推荐的裁判答案为 1.00。

b) 算例 b 多层土边坡, 边坡及材料参数如图 8 所示, 推荐的裁判答案为 1.39。

c) 算例 c 含软弱层边坡, 边坡及材料参数如图 9 所示, 地下水位假定位于软弱夹层底部, 地下水位以上孔压为零, 推荐的裁判答案为 1.26。

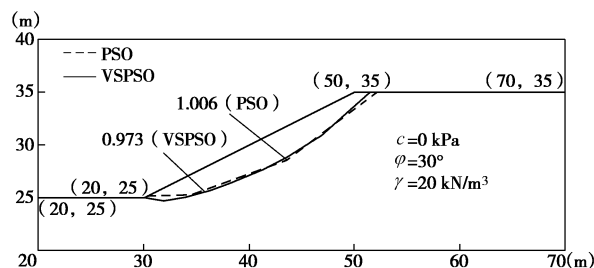


图 7 算例 a 均质边坡

Fig. 7 Example of homogeneous slope

对比表 3 结果可得如下结论:

a) 相比传统的 PSO 算法, 由本文提出改进 VSPSO 算法搜索所得安全系数平均值更接近裁判参考答案, 说明改进 VSPSO 算法具有更强的全局搜索能力。

b) 由改进 VSPSO 算法所得结果标准差较小, 说明该算法具有更好的鲁棒性。

c) 传统 PSO 算法在均质边坡, 多层土边坡和含软弱层边坡中的相对误差分别为 3.83%, 8.85%和

表 3 ACADS 算例安全系数值

Table 2 Factors of safety for examples of ACADS

ACADS 算例	a 均质边坡		b 多层土边坡		c 含软弱层边坡	
	PSO	VSPSO	PSO	VSPSO	PSO	VSPSO
平均值	1.036	0.995	1.513	1.407	1.697	1.263
最小值	1.006	0.973	1.447	1.374	1.506	1.259
最大值	1.104	1.036	1.671	1.473	1.999	1.363
标准差	0.025	0.014	0.056	0.023	0.185	0.014
相对误差	3.62%	0.50%	8.85%	1.22%	34.68%	0.24%

34.68%，同时反应鲁棒性的标准差分别为 0.025, 0.056 和 0.185，而改进 VSPSO 算法的相对误差均小于 3%，标准差也均小于 0.03，表明随着边坡复杂程度的增加，传统 PSO 算法的全局搜索能力越来越差，而改进 VSPSO 算法能保持较好的搜索能力，可见改进 VSPSO 算法在较复杂边坡中更能突显其优越性。

边坡中更能体现出改进 VSPSO 算法的优越性。

参考文献:

[1] 孙君实. 条分法的提法及数值计算的最优化方法[J]. 水力发电学报, 1983(1): 52 - 64. (SUN Jun-shi. Slice method and numerical optimization methods[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1983(1): 52 - 64. (in Chinese))

[2] 陈祖煜, 邵长明. 最优化方法在确定边坡最小安全系数方面的应用[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(4): 1 - 13. (CHEN Zu-yu, SHAO Chang-ming. Application of optimization methods in determining the minimum safety factor of the slope[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 10(4): 1 - 13. (in Chinese))

[3] 王成华, 夏绪勇. 边坡稳定分析中的临界滑动面搜索方法述评[J]. 四川建筑科学研究, 2002, 28(3): 34-39. (WANG Cheng-hua, XIA Xu-yong. Commentary of searching for critical slip surface in slope stability analysis[J]. Sichuan Building Science, 2002, 28(3): 34 - 39. (in Chinese))

[4] 高 玮, 刘泉声. 基于仿生计算智能的地下工程反分析-理论和应用[M]. 科学出版社, 2009: 43 - 47. (GAO Wei, LIU Quan-sheng. Underground engineering back analysis based on bio-simulated evolution-theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2009: 43 - 47. (in Chinese))

[5] SHI Y H, EBERHART R C. Experical study of particle swarm optimization[C]// Proceedings of SCI Conference. Orlando, 2000.

[6] 张 慧, 李立增, 王成华. 粒子群算法在确定边坡最小安全系数中的应用[J]. 石家庄铁道学院学报, 2004, 17(2): 1 - 5. (ZHANG Hui, LI Li-zeng, WANG Cheng-hua. Application of particle swarm algorithm in determining the minimum safety factor of slope[J]. Journal of Shijiazhuang Tiedao University, 2004, 17(2): 1 - 5. (in Chinese))

[7] 李 亮, 迟世春, 林 皋. 粒子群优化复合形法求解复杂土坡最小安全系数[J]. 岩土力学, 2005, 26(9): 1393 - 1398. (LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao. Improved complex method based on particle swarm optimization algorithm and its application to slope stability analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(9): 1393 - 1398. (in Chinese))

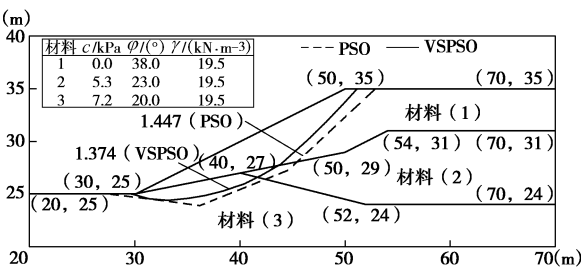


图 8 算例 b 多层土边坡  
Fig. 8 Example of multilayer soil slope

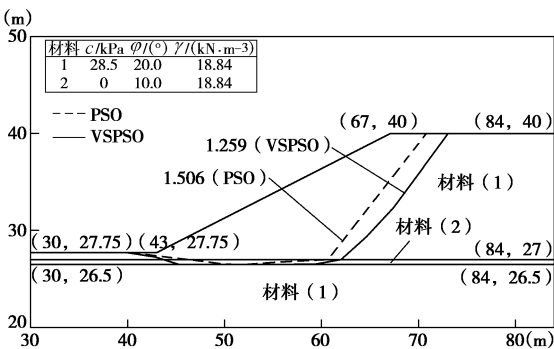


图 9 算例 c 含软弱层边坡  
Fig. 9 Example of slope with a weak layer

4 结 论

(1) 本文提出了基于变异和二次数列规划的改进 VSPSO 算法，通过对五个测试函数仿真，其结果表明该方法在分析高维度、非线性、多峰值复杂问题时相比传统 PSO 算法具有收敛速度快、精度高以及较强的全局寻优能力等优点。

(2) 将改进的 VSPSO 算法应用于边坡临界滑动面搜索，在无黏性土边坡算例中，从解析解方面验证了该算法的有效性，且相对于传统 PSO 算法具有更高的计算效率。应用于均质边坡、多层土复杂边坡以及含软弱层边坡等算例中，改进 VSPSO 算法较传统 PSO 算法均取得了较好结果，所得临界滑面的安全系数与推荐答案一致，并具有更好的鲁棒性，尤其在较复杂

- [8] 李爱国, 覃 征, 鲍复民, 等. 粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2002, **38**(21): 1 - 3. (LI Ai-guo, QIN Zheng, BAO Fu-min, et al. Particle swarm optimization algorithms[J]. Computer Engineering and Applications, 2002, **38**(21): 1 - 3. (in Chinese))
- [9] 杨 维, 李歧强. 粒子群优化算法综述[J]. 中国工程科学, 2004, **6**(5): 87 - 94. (YANG Wei, LI Qi-qiang. Summary of particle swarm optimization algorithm[J]. Engineering Science, 2004, **6**(5): 87 - 94. (in Chinese))
- [10] SHI Y, EBERHART R. Parameter selection in particle swarm optimization[C]// Proceedings of 7th Annual Conference on Evolution Computation. San Diego, 1998: 591 - 601.
- [11] SHI Y, EBERHART R. Empirical study of particle swarm optimization[C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. Washington, 1999: 1945 - 1950.
- [12] ZHANG Hai-xia, YUAN Dong-feng, JIANG Ming-yan, et al. Research of DFT-OFDM and DWT-OFDM on different transmission scenarios[C]// ICITA. Harbin, 2004: 31 - 33.
- [13] 崔红梅, 朱庆保. 微粒群算法的参数选择及收敛性分析[J]. 计算机工程与应用, 2007, **43**(23): 89 - 91. (CUI Hong-mei, ZHU Qing-bao. Convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, **43**(23): 89 - 91. (in Chinese))
- [14] Kennedy. The particle swarm: social adaptation of knowledge[C]// Proceedings of the 1997 International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway, 1997: 303 - 308.
- [15] 王 伟. 改进粒子群优化算法在边坡工程力学参数反演中的应用[D]. 南京: 河海大学, 2007. (WANG Wei. The application of an improved particle swarm optimization in inversion of mechanical parameter of slope engineering[D]. Nanjing: Hohai University, 2007. (in Chinese))
- [16] 漆祖芳, 姜清辉, 周创兵, 等. 基于 v-SVR 和 MVPSO 算法的边坡位移反分析方法及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(6): 1185 - 1196. (QI Zu-fang, JIANG Qing-hui, ZHOU Chuang-bing, et al. A new displacement back analysis method based on v-SVR and MVPSO algorithm and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(6): 1185 - 1196. (in Chinese))
- [17] JIANG Y, HU T, HUANG C C, et al. An improved particle swarm optimization algorithm[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, **193**(1): 231 - 239.
- [18] 吕振肃, 侯志容. 自适应变异的粒子群优化算法[J]. 电子学报, 2004, **32**(3): 416 - 420. (LÜ Zhen-su, HOU Zhi-rong. Particle swarm optimization with adaptive mutation[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, **32**(3): 416 - 420. (in Chinese))
- [19] WILSON R B. A simplicial algorithm for concave programming[D]. Boston: Graduate School of Business Administration, Harvard University, 1963.
- [20] 夏晓华, 刘 波, 金以慧. 基于微粒群优化的序贯二次规划方法[J]. 计算机工程与应用, 2006, **23**: 69 - 71. (XIA Xiao-hua, LIU Bo, JIN Yi-hui. Sequential quadratic programming based on particleswarm optimization[J]. Computer Engineering and Applications, 2006, **23**: 69 - 71. (in Chinese))
- [21] 徐文星, 耿志强, 朱群雄, 等. 基于 SQP 局部搜索的混沌粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2012, **27**(4): 557 - 561. (XU Wen-xing, GENG Zhi-qiang, ZHU Qun-xiong, et al. Chaos particle swarm optimization algorithm integrated with sequential quadratic programming local search[J]. Control and Decision, 2012, **27**(4): 557 - 561. (in Chinese))
- [22] 陈云敏, 魏新江, 李育超. 边坡非圆弧临界滑动面的粒子群优化算法[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(7): 1443 - 1449. (CHEN Yun-min, WEI Xin-jiang, LI Yu-chao. Locating non-circular critical slip surfaces by particle swarm optimization algorithm[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(7): 1443 - 1449. (in Chinese))
- [23] SUN J, LI J, LIU Q. Search for critical slip surface in slope stability analysis by spline-based GA method[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, **134**(2): 252 - 256.
- [24] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利电力出版社, 2002. (CHEN Zu-yu. Stability analysis of soil slope—theory, method and application[M]. Beijing: China Water Resources and Electric Power Press, 2002. (in Chinese))
- [25] LI K S, WHITE W. Rapid evaluation of the critical slip surface in slope stability problems[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1987, **11**(5): 449 - 473.
- [26] BOUTRUP E, LOVELL C W. Search technique in slope stability analysis[J]. Engineering Geology, 1980, **16**(1): 51 - 61.
- [27] MALLIPEDDI R, SUGANTHAN P N. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2010 competition on constrained real-parameter optimization[D]. Singapore: Nanyang Technological University, 2010.
- [28] 东南大学, 浙江大学, 湖南大学, 等. 土力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 256 - 257. (Southeast University, Zhejiang University, Hunan University, et al. Soil mechanics[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005: 256 - 257. (in Chinese))