

DOI: 10.11779/CJGE201507007

# 大位移滑坡形态的物质点法模拟

孙玉进, 宋二祥

(清华大学土木工程安全与耐久教育部重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 滑坡是一典型动力大变形过程, 对这种变形很大的问题如欲模拟其变形后的形态, 应用传统有限元法会遇到较大困难。应用物质点法这一较新的数值方法对一高边坡发生滑坡的全过程进行了动态模拟分析, 同时结合这一分析对大位移滑坡过程进行了讨论。首先将黏性阻尼与运动阻尼相结合, 应用动态松弛技术生成边坡初始应力场, 初始应力场与有限元计算结果相符。接着将土体黏聚力降为0, 诱导稳定边坡滑坡。滑坡模拟过程表明, 滑动面的位置和曲率在滑动过程中均不断变化, 滑动模式由转动滑动向平动滑动转变, 最终形成的稳定边坡坡角小于土体内摩擦角。

**关键词:** 滑坡; 物质点法; 大变形; 数值模拟; 动态松弛

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)07-1218-08

作者简介: 孙玉进(1988-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土数值计算分析。E-mail: sunyj12@mails.tsinghua.edu.cn。

## Simulation of large-displacement landslide by material point method

SUN Yu-jin, SONG Er-xiang

(Key Laboratory of Civil Engineering Safety and Durability of Ministry of Education, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The classical finite element method (FEM) is not suitable for the simulation of large-displacement landslide, which is a typical dynamic process involving extremely large deformation. A dynamic simulation of a landslide by the material point method is presented, and some numerical techniques in relation with this method are discussed. First, the dynamic relaxation techniques, viscous damping and kinetic damping, are employed to generate the initial stress field within the entire slope, and the results are in accordance with those calculated by the finite element method. Then, the slide is triggered for the initially stable slope by removing the cohesion of the soil, and the entire sliding process is followed until a new state of static equilibrium is reached. The simulation shows that the position and curvature of the failure surface during sliding change with time, that the sliding mode varies from rotational mode at the beginning of sliding to plane mode later, and that eventually a stable slope is formed, the repose angle of which is less than the internal friction angle of the soil.

**Key words:** landslide; material point method; large deformation; numerical simulation; dynamic relaxation

## 0 引言

在岩土工程中有不少超大变形问题, 比如打桩或压桩过程中土体的变形、强夯过程中地基的变形、大位移滑坡问题等等。随着计算技术的发展, 人们已试图对这种大变形问题进行模拟分析, 以加深对其破坏机制、影响范围等的认识。然而, 对这些超大变形问题的计算分析, 如采用传统的有限元方法, 往往在数值处理上遇到较大困难。相比而言, 近年来发展起来的物质点法 (material point method, MPM) 在分析诸如上述这些大变形问题时, 具有无可比拟的优势。

Sulsky 等将用于流体动力学的质点网格法<sup>[1]</sup> (particle in cell, PIC) 扩展到固体力学问题中, 提出了物质点法<sup>[2-3]</sup>。物质点法将连续体用一系列质点离散, 质点携带了所有物质信息 (称为物质点), 其运动就代表了连续体的变形过程 (物质离散)。物质点法在每个时

间步开始, 将物质点的信息映射到空间固定的网格, 在固定网格上集成动量方程 (空间离散); 在每个时间步内, 网格与连续体固连, 应用更新拉格朗日格式求解动量方程; 求解后, 将计算网格结点的运动量映射回物质点, 更新物质点的位置、速度等信息; 时间步结束时, 重置已变形的网格。物质点法通过背景网格与物质点之间的交替映射完成数值计算, 每个计算步均采用未变形的背景网格集成动量方程, 避免了因网格畸变而带来的数值困难。因此, 物质点法非常适合于分析大变形问题。

但是, 在用动力物质点法模拟边坡滑坡问题时, 一个突出的问题是边坡初始静态应力场的模拟。本文

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (“973”计划) 项目  
(2014CB047004)

收稿日期: 2014-05-26

将黏性阻尼与运动阻尼引入到物质点法中, 应用动态松弛技术生成边坡初始静态应力场, 并与静力有限元计算结果进行对比, 结果符合很好。随后通过降低土体黏聚力为 0 的方法诱导边坡滑坡, 通过大位移滑坡形态的模拟来讨论、展示这种方法, 也对大位移滑坡机制等进行了讨论。

## 1 物质点法基本理论

### 1.1 动量方程及其积分弱形式

基于更新拉格朗日格式, 连续体运动的动量方程为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i \quad , \quad (1)$$

式中,  $\rho$  为当前材料质量密度,  $x_j$  为空间坐标,  $\sigma_{ij}$  为 Cauchy 应力,  $b_i$  为单位质量的体积力,  $u_i$  为位移。动量方程式 (1) 要求在连续体的现时构形  $\Omega$  内处处满足。

边界条件为

$$\left. \begin{array}{l} (n_j \sigma_{ij}) \Big|_{S_\sigma} = \bar{T}_i \\ v_i \Big|_{S_u} = \bar{v}_i \end{array} \right\} \quad (2)$$

式中,  $S_\sigma$ ,  $S_u$  分别为给定面力边界和给定位移边界,  $n_j$  为边界  $S_\sigma$  的外法线单位向量,  $\bar{T}_i$  为作用在边界  $S_\sigma$  上的面力,  $\bar{v}_i$  为位移边界  $S_u$  的速度。

取虚位移  $\delta u_i \in \{\delta u_i \mid \delta u_i \in C^0, \delta u_i \Big|_{S_u} = 0\}$  作为权函数, 结合边界条件式 (2), 动量方程式 (1) 对应的等效积分弱形式为

$$\int_{\Omega} \delta u_{i,j} \rho \sigma_{ij}^s dV + \int_{\Omega} \delta u_i \rho \ddot{u}_i dV - \int_{\Omega} \delta u_i \rho b_i dV - \int_{S_\sigma} \delta u_i \rho \bar{T}_i^s dA = 0 \quad , \quad (3)$$

式中,  $\sigma_{ij}^s = \sigma_{ij} / \rho$  称为比应力,  $\bar{T}_i^s = \bar{T}_i / \rho$  称为比边界面力。

### 1.2 物质点离散

物质点法将连续体离散为一系列物质点, 如图 1。物质点携带了质量、速度、应力等各种物理量。整个计算过程中, 物质点的质量不变, 因此质量守恒自动满足。

采用质点离散, 连续体的密度可近似表示为

$$\rho(x_i) = \sum_{p=1}^{n_p} m_p \delta(x_i - x_{ip}) \quad , \quad (4)$$

式中,  $n_p$  为离散物质点总数,  $m_p$  为物质点  $p$  的质量,  $\delta(x)$  为 Dirac Delta 函数,  $x_{ip}$  为物质点  $p$  的坐标。

将式 (4) 代入虚功方程式 (3), 可将虚功方程转化为以下求和形式:

$$\sum_{p=1}^{n_p} \delta u_{ip,j} m_p \sigma_{ij}^s + \sum_{p=1}^{n_p} \delta u_{ip} m_p \ddot{u}_{ip} - \sum_{p=1}^{n_p} \delta u_{ip} m_p b_{ip} - \sum_{p=1}^{n_p} \delta u_{ip} m_p \bar{T}_{ip}^s h^{-1} = 0 \quad , \quad (5)$$

式中, 带下标  $p$  的量代表物质点  $p$  所携带的量。 $h$  是为了将式 (3) 左端最后一项转化为体积分, 而引入的假想边界层的厚度。由此可见, 物质点离散, 将积分形式的虚功方程式 (3) 转化为有限项求和的代数方程式 (5)。

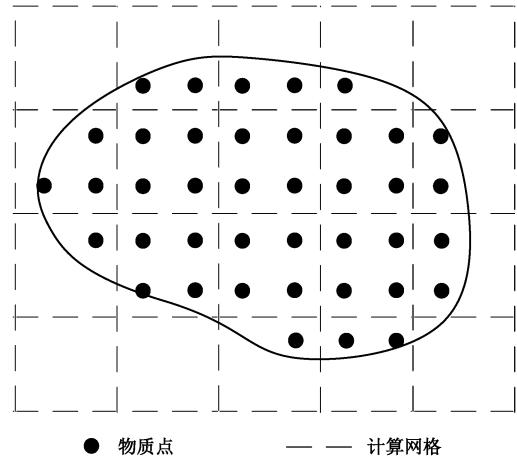


图 1 物质点离散

Fig. 1 Discretization of material points

物质点法求解动量方程时, 采用更新拉格朗日格式, 每个计算步内, 物质点与背景网格固连, 二者一起运动, 因此可采用建立在背景网格结点上的有限元插值形函数  $N_I(x_i)$  来实现物质点与背景网格结点之间信息的映射, 以下带下标  $I$  的量表示背景网格结点  $I$  上的变量。

因此, 物质点  $p$  的位移  $u_{ip}$  和虚位移  $\delta u_{ip}$  可表示为

$$u_{ip} = N_{ip} u_{il} \quad , \quad (6)$$

$$\delta u_{ip} = N_{ip} \delta u_{il} \quad . \quad (7)$$

将式 (6)、(7) 代入弱形式 (5), 并考虑到背景网格结点虚位移  $\delta u_{il}$  的任意性, 可得到背景网格结点的运动方程为

$$\dot{p}_{il} = f_{il}^{\text{ext}} - f_{il}^{\text{int}} \quad , \quad x_l \notin S_u \quad , \quad (8)$$

式中, 背景网格结点的动量

$$p_{il} = m_{il} \dot{u}_{il} \quad . \quad (9)$$

背景网格结点的质量矩阵

$$m_{il} = \sum_{p=1}^{n_p} m_p N_{ip} N_{lp} \quad , \quad (10)$$

背景网格结点外力

$$f_{il}^{\text{ext}} = \sum_{p=1}^{n_p} N_{ip} m_p b_{ip} + \sum_{p=1}^{n_p} N_{ip} \frac{m_p}{\rho_p} \bar{T}_{ip} h^{-1} \quad , \quad (11)$$

背景网格结点内力

$$f_{il}^{\text{int}} = \sum_{p=1}^{n_p} N_{lp,j} \frac{m_p}{\rho_p} \sigma_{ip} \quad . \quad (12)$$

当采用集中质量阵时,

$$m_I = \sum_{J=1}^{n_I} m_{IJ} = \sum_{p=1}^{n_p} m_p N_{lp} \quad , \quad (13)$$

式中,  $n_I$  代表背景网格结点总数。

此时运动方程式 (8) 可化为

$$m_I \ddot{u}_{il} = f_{il}^{\text{ext}} - f_{il}^{\text{int}} , \quad x_I \notin S_u \quad , \quad (14)$$

式中, 指标  $I$  不求和。

利用中心差分法即可对式 (14) 进行求解<sup>[4]</sup>, 得到当前时间步背景网格结点的位移增量, 再通过形函数插值, 得到物质点的位移增量及其它物理量。计算步结束, 抛弃变形后的网格。下一时间步, 仍使用初始时刻的欧拉网格作为背景网格进行运动方程的集成 (图 2)。初始时刻的欧拉网格布置方便, 集成简单。因此物质点法, 可看作是采用质点离散, 每个时间步都重置网格的特殊的有限元法。物质点法结合了欧拉法与拉格朗日法的优点: 在时间步开始, 利用欧拉网格集成动量方程, 避免了网格畸变问题; 在计算中, 采用更新拉格朗日格式, 避免因对流项造成的数值耗散。

可见, 物质点法采用质点积分, 而有限元法采用高斯积分。高斯积分能对多项式被积函数精确积分, 而质点积分一般不能。因此, 对于小变形问题, 物质点法的精度和效率均低于有限元法; 但对于大变形问题, 有限元法则会因网格畸变导致精度降低、效率下降甚至产生数值困难, 模拟的精度和效率不如物质点法<sup>[5]</sup>。

### 1.3 应力更新与材料本构

在大变形计算中, 为消除刚体转动对应力本不应有的数值影响, 本构方程中需采用客观应力率。本文采用 Jaumann 应力率:

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = \dot{\sigma}_{ij} - W_{jk} \sigma_{ki} - W_{ik} \sigma_{kj} \quad , \quad (15)$$

式中,  $W_{ij}$  为旋率张量,

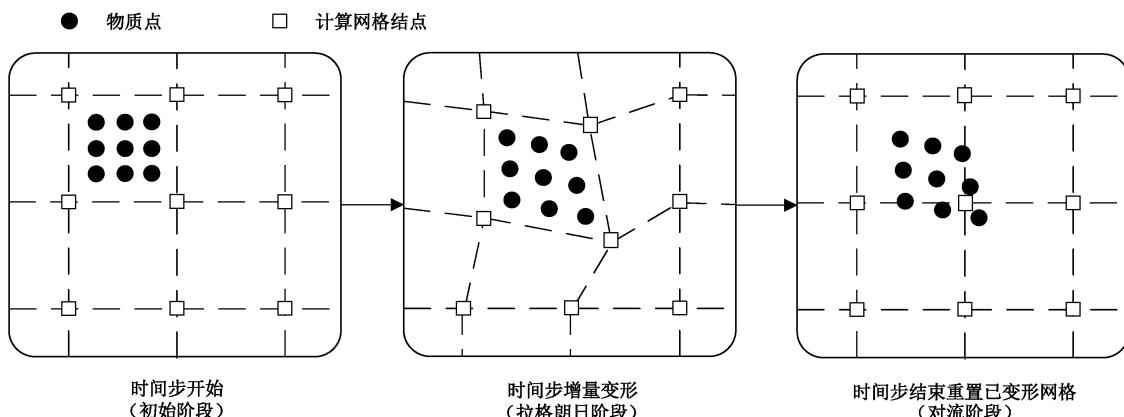


图 2 单个时间步内物质点与背景网格的运动  
Fig. 2 Motion of material points through computational grid for a time step

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad . \quad (16)$$

本文采用弹塑性本构方程, 可表示为

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = C_{ijkl}^{\text{ep}} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad , \quad (17)$$

式中,  $C_{ijkl}^{\text{ep}}$  为弹塑性刚度张量,  $\dot{\varepsilon}_{kl}$  为变形率张量,

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_l}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad . \quad (18)$$

大量实验和工程经验表明, Mohr-Coulomb (MC) 强度理论能较好地描述岩土材料的强度特性, 因而在岩土工程中得到了广泛应用。然而 MC 准则在主应力空间的屈服面为不规则的六棱锥表面, 在  $\pi$  平面上的图形为不等角六边形, 存在尖点, 给数值计算带来困难。Drucker-Prager (DP) 屈服准则在主应力空间的屈服面则为圆锥面, 在  $\pi$  平面上的图形为圆形, 表述简单, 数值计算效率高。其表达式如下:

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \quad , \quad (19)$$

式中,  $I_1$  为应力张量的第一不变量,  $J_2$  为应力偏量的第二不变量。

对于特定的应力状态, 采用恰当的 DP 准则近似 MC 准则, 既简化了计算, 也保证了计算结果的可靠性。Song<sup>[6]</sup>研究指出: 在平面应变条件下, 可根据应力状态对应的 Lode 角确定 DP 准则的参数, 一般可采用 MC 准则屈服面的内切圆锥作为 DP 准则屈服面。对于土体材料, 在小变形时有一定的剪胀性。但达到临界状态后, 不再有剪胀。本文计算的是超大变形问题, 可以认为滑动土体处于临界状态, 所以本文取剪胀角  $\psi$  为 0, 从而两模型的参数转换关系为<sup>[6]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\sin \varphi}{3} , \\ k &= c \cos \varphi , \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中,  $c$  为黏聚力,  $\varphi$  为内摩擦角。

### 1.4 计算流程

物质点法利用背景网格结点的动量插值计算物质



点的应变增量和旋量增量, 通过应变增量和旋量增量更新物质点的应力。根据更新应力所采取的结点动量的不同, 应力更新算法可分为如下 4 种格式: 利用时间步开始时结点的动量更新应力, 称为 USF(update stress first)<sup>[7]</sup>; 利用时间步结束时结点的动量更新应力称为 USL(update stress last)<sup>[2]</sup>; 在时间步结束时, 将更新后物质点的动量再次映射回背景网格结点, 利用此时背景网格结点的动量, 更新物质点的应力, 称为 MUSL(modified update stress last)<sup>[3]</sup>。研究表明 USL 具有较强的数值耗散, 且数值不稳定<sup>[8]</sup>, 而 USF 则具有较好的能量守恒特性<sup>[7]</sup>。但 USF 趋向于使系统能量缓慢增加, 而 MUSL 趋向于使系统能量缓慢耗散<sup>[8]</sup>。基于此, 同时使用 USF 与 MUSL 格式更新应力, 称为 USAVG (update stress averaged)<sup>[8]</sup>, USAVG 格式计算中体系能量近似准确<sup>[8]</sup>, 但增加了计算量。本文采用 MUSL 应力更新算法。

## 2 边坡滑坡模拟

对于非饱和砂土, 由于基质吸力的存在, 表现出明显的假黏聚力。当砂土达到饱和状态时, 假黏聚力消失, 变成纯摩擦性材料。部分山区坡体在暴雨情况下, 砂土迅速达到饱和状态, 假黏聚力消失, 土体强度下降, 导致滑坡。本文通过将土体黏聚力  $c$  降为 0, 来诱导稳定边坡滑坡<sup>[9]</sup>以近似模拟暴雨诱发的滑坡。

### 2.1 边坡模型

作为例子, 本文考虑坡高 40 m, 倾角为 30° 的匀质边坡, 如图 3。

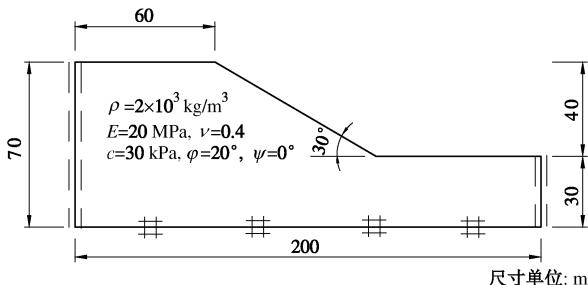


图 3 边坡模型

Fig. 3 Slope model

土体材料参数为:  $\rho = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 20 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.4$ ,  $c = 30 \text{ kPa}$ ,  $\varphi = 20^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ 。其中  $\rho$ ,  $E$  和  $\nu$  分别为材料密度, 弹性模量和泊松比。

模型底部使用固定边界条件模拟基岩; 两侧施加对称边界条件; 前、后面亦施加对称边界条件以模拟平面应变情况。

物质点离散图见图 4, 背景网格单元尺寸为  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ , 采用线性形函数, 每个单元在水平和竖直方向各有两个物质点, 在垂直图面方向有一个物质点, 即: 相邻物质点之间的间距为  $0.5 \text{ m}$ 。

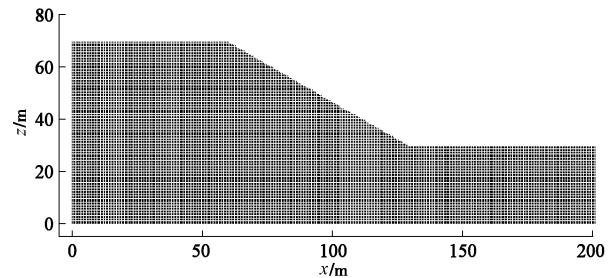


图 4 边坡物质点离散模型 (39051 个物质点, 36582 个背景网格单元)

Fig. 4 Discrete model of slope by material points (39051 material points and 36582 computational grids)

### 2.2 动态松弛

对于边坡滑坡模拟, 首先需在边坡中生成满足静力平衡的初始应力场。重力在初始时刻瞬时加载。而 MPM 方法, 主要针对动力问题, 突加重力荷载会产生动力效应。为得到动力解中的稳态成分, 一个简单有效的方法是加人工阻尼<sup>[10]</sup>。本文使用黏性阻尼和运动阻尼两种人工阻尼。

#### (1) 黏性阻尼

黏性阻尼是在总体运动方程中引入与结点速度成正比的阻尼, 即

$$[M]\{a\} + [C]\{v\} + \{F^{\text{int}}\} = \{F^{\text{ext}}\} \quad (21)$$

本文采用的阻尼矩阵  $[C]$  正比于质量矩阵  $[M]$ <sup>[11]</sup>, 即

$$[C] = \frac{2\beta}{\Delta t} [M] \quad (22)$$

对于物质点法, 应用中心差分法求解, 以上黏性阻尼可化为如下速度更新公式:

$$v^{n+1/2} = \frac{1-\beta}{1+\beta} \cdot v^{n-1/2} + \frac{1}{1+\beta} \cdot a^n \Delta t^n, \quad (23)$$

式中,  $\beta$  为动态松弛系数, 由系统最低固有频率以及时间步长确定, 能较好地耗散低频波。

#### (2) 运动阻尼

对于单自由度无阻尼振动体系, 在静力平衡位置处动能达到极大值。运动阻尼基于此, 在体系动能达到极大值时, 将所有结点的速度重置为 0<sup>[12-14]</sup>。图 5 是一典型施加运动阻尼体系的动能变化曲线, 在阶段 1, 动能峰值对应突加荷载对动能的贡献以及全局高幅波成分。当这些高幅波成分耗散完毕后, 进入阶段 2, 动能峰值对应低幅波成分。阶段 3 对应低幅值局部高幅成分。

本文结合两种阻尼, 通过系统主频率, 设置黏性阻尼耗散低频以及全局成分; 应用运动阻尼重置物质点速度, 耗散突加荷载引起的动能以及局部高幅波成分。

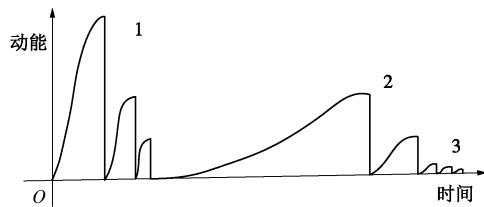


图 5 动能耗散过程  
Fig. 5 Dissipation of kinetic energy

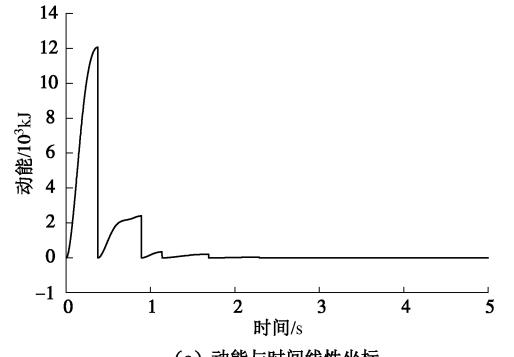
### 3 数值结果

#### 3.1 初始应力场

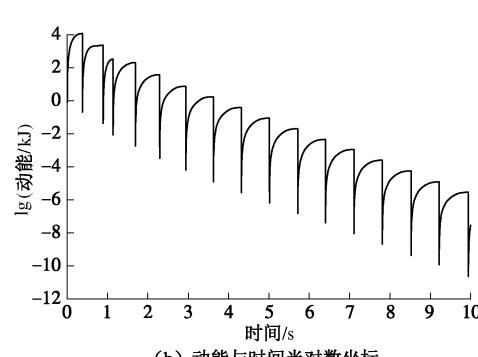
初始应力场计算时间取为 10 s, 体系的动能衰减曲线见图 6。图 6 (a) 为前 5 s 体系动能与计算时间的线性坐标曲线, 图 6 (b) 为体系动能的常用对数随计算时间的变化曲线。

由图 6 (a) 可见, 体系在 2 s 前的动能衰减曲线与运动阻尼的常见衰减曲线图 5 相近, 说明 2 s 前的体系耗能主要是运动阻尼的贡献, 同时也表明运动阻尼对突加较大荷载引起的动能耗散效果较好。由图 6 (b) 可知, 在 2 s 后, 体系动能的衰减曲线在每个周期内形状相近, 并且按指数规律衰减。这部分主要是黏性阻尼的贡献。在最后一个周期 (约 10 s) 动能峰值衰减到  $10^{-5}$  kJ 量级, 此时认为体系动能几乎为 0, 初始应力场计算结束。

初始应力场计算结束后, 得到的竖向应力云图与有限元计算结果对比见图 7。有效塑性应变与有限元计算的塑性点分布对比见图 8。其中, 有限元计算软

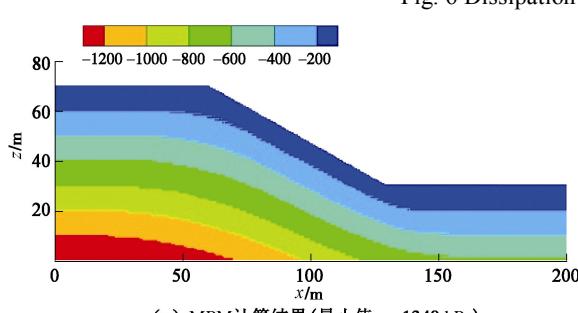


(a) 动能与时间线性坐标

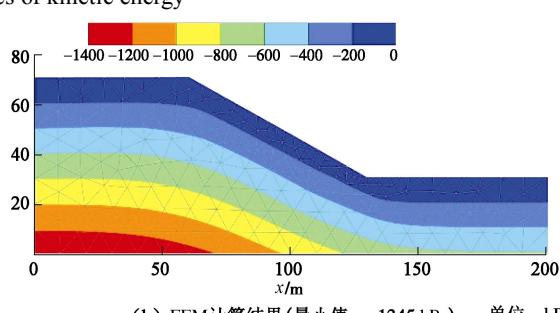


(b) 动能与时间半对数坐标

图 6 体系动能衰减曲线  
Fig. 6 Dissipation curves of kinetic energy



(a) MPM 计算结果(最小值: -1340 kPa)



(b) FEM 计算结果(最小值: -1345 kPa) 单位: kPa

图 7 初始竖向应力场对比

Fig. 7 Comparison of initial vertical stress fields

件选用 PLAXIS, 单元类型为平面应变 15 结点三角形单元, 采用 MC 强度准则。

图 7 (a) 中应力在坡面下方的变化规律不如图 7 (b) 的光滑, 是因为图 7 (a) 所示的结果未经过后处理技术插值, 仅显示每个物质点处的计算数据。本文计算的物质点的竖向应力最小值为 -1340 kPa; FEM 计算的结点竖向应力最小值为 -1345 kPa。这是因为物质点法建模时, 物质点位于土体内部, 而非边界上, 而有限元计算对应的结点处于模型边界, 因而得到的最大压力略大于物质点法的计算结果。本文建模时, 物质点距离边界的距离为 0.25 m, 若采用线性插值, 可得到模型左下角点的竖向压力约为 1345 kPa。

因而, 本文计算的初始应力场与有限元计算结果几乎相同。

图 8 (a) 是 MPM 计算的有效塑性应变分布图, 在计算模型中由于边坡有向右下方滑动的趋势, 而左侧施加对称边界条件限制了其水平位移, 所以左上角产生了“受拉屈服区”; 边坡后方, 由于边坡的存在, 水平应力较小, 而竖向应力较大, 发生受剪屈服; 坡面由于采用质点离散, 在斜面上边界不光滑, 产生部分塑性区; 坡脚处由于边界条件突变, 产生较大塑性变形。两图对比可发现本文计算得到的应力场合理有效。

#### 3.2 滑坡过程

在初始应力场的基础上, 修改土体黏聚力  $c$  为 0, 进行动力计算模拟滑坡过程, 动力计算阶段总时间为 50 s, 前 40 s 不施加阻尼, 后 10 s 为了让体系中的弹

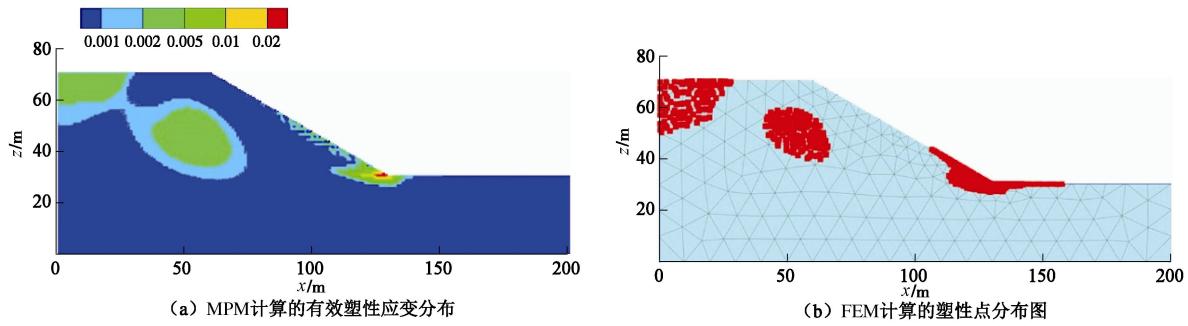


图 8 初始塑性区对比

Fig. 8 Comparison of initial plastic regions

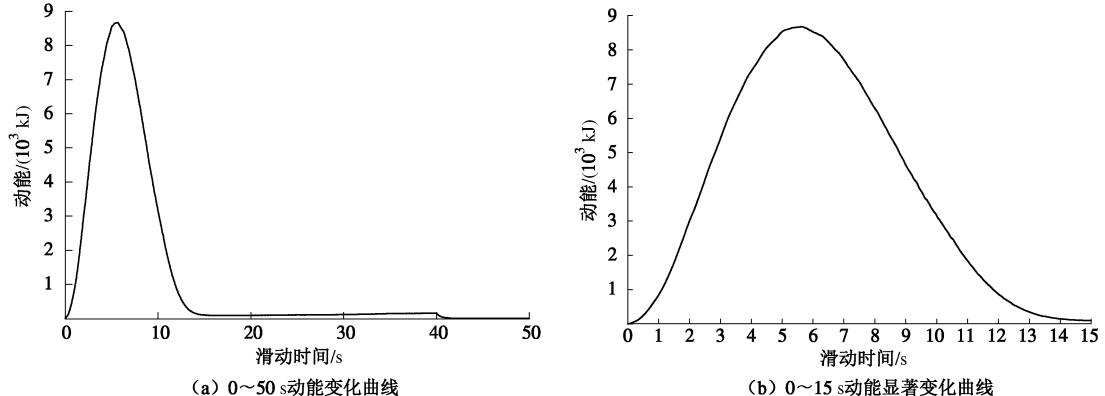


图 9 滑坡阶段体系动能变化曲线

Fig. 9 Curves of kinetic energy during sliding

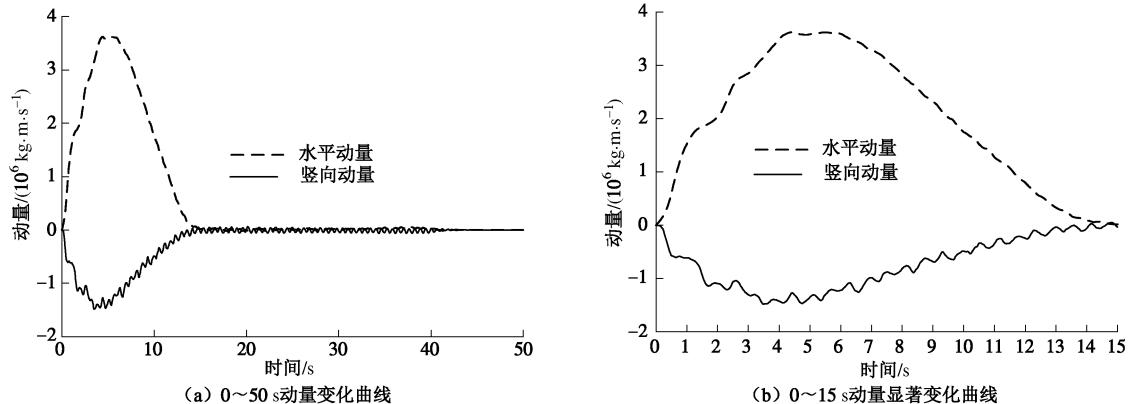


图 10 滑坡阶段体系动量变化曲线

Fig. 10 Momentum curves during sliding

性应力波消散得到最终静态构形, 引入黏性阻尼。计算中体系动能变化曲线见图 9。

由图 9 可知, 滑坡过程约持续 15 s, 动能最大时刻出现在第 5.5 s 左右。坡面土体最大滑动速率出现在 6.5 s, 最大值约为 8 m/s。根据滑动过程中, 体系动能的变化过程, 可将滑坡过程大概分为加速滑动、减速滑动以及稳定阶段 3 个阶段。对应的动量变化曲线见图 10。

(1) 加速滑动阶段: 由于黏聚力在 0 秒瞬时降为 0, 初始稳定边坡的土体强度瞬时下降, 大范围塑性区瞬时出现, 此时内力最小, 外力不变, 体系不平衡力最大, 加速度亦最大, 动量变化速度最快。在 0.5 秒左右, 体系竖向动量变化速度变慢, 是由于压缩波在

底部边界的反射波干扰造成的。在 1 秒左右水平动量变化速度减缓, 是由于剪切波在底部边界的反射波干扰造成的。此阶段滑裂面首先从边坡内部出现, 并逐渐向深层发展, 曲率逐渐变小, 滑动土体体积逐渐变大。滑裂面形状近似为圆柱面, 滑体主要以转动模式下滑。随着体系的运动, 边坡构形不断变化, 内力重新分布, 约在 5.5 秒时刻, 体系动能达到最大, 内力与外力总体上相平衡, 此后土体进入减速滑动阶段。加速滑动阶段的滑动土体速率分布见图 11 (a)、(b) 和 (c)。

(2) 减速滑动阶段: 此阶段由于滑动土体已发生较大位移, 土体内力重分布已很充分, 滑动土体底部剪应力小于抗剪强度, 滑动速度变小, 滑裂面逐渐变浅, 曲率变小, 滑动土体体积亦变小, 滑动模式逐渐

演变成平面滑动，并最终停止滑动。滑裂面形状近似为平面，滑体主要以平动模式下滑。减速滑动阶段水平动量主要由滑动土体所贡献，体系剪切波逐渐被耗散；竖向动量由于竖向弹性波的存在，出现明显波动。随着滑动土体体积的减小，体系动量和动能逐渐减小，直至边坡进入稳定阶段。减速滑动阶段的滑动土体速率分布见图 11 (d)、(e) 和 (f)。

(3) 稳定阶段：约在 15 秒坡表面土体停止滑动，坡体进入稳定阶段。此时滑动土体水平向速度几乎降为 0，竖向由于弹性应力波的存在，体系残留有部分动能。计算中这部分动能在 40 秒时通过施加黏性阻尼，迅速耗散为 0。最终在 50 秒时刻，得到的位移云

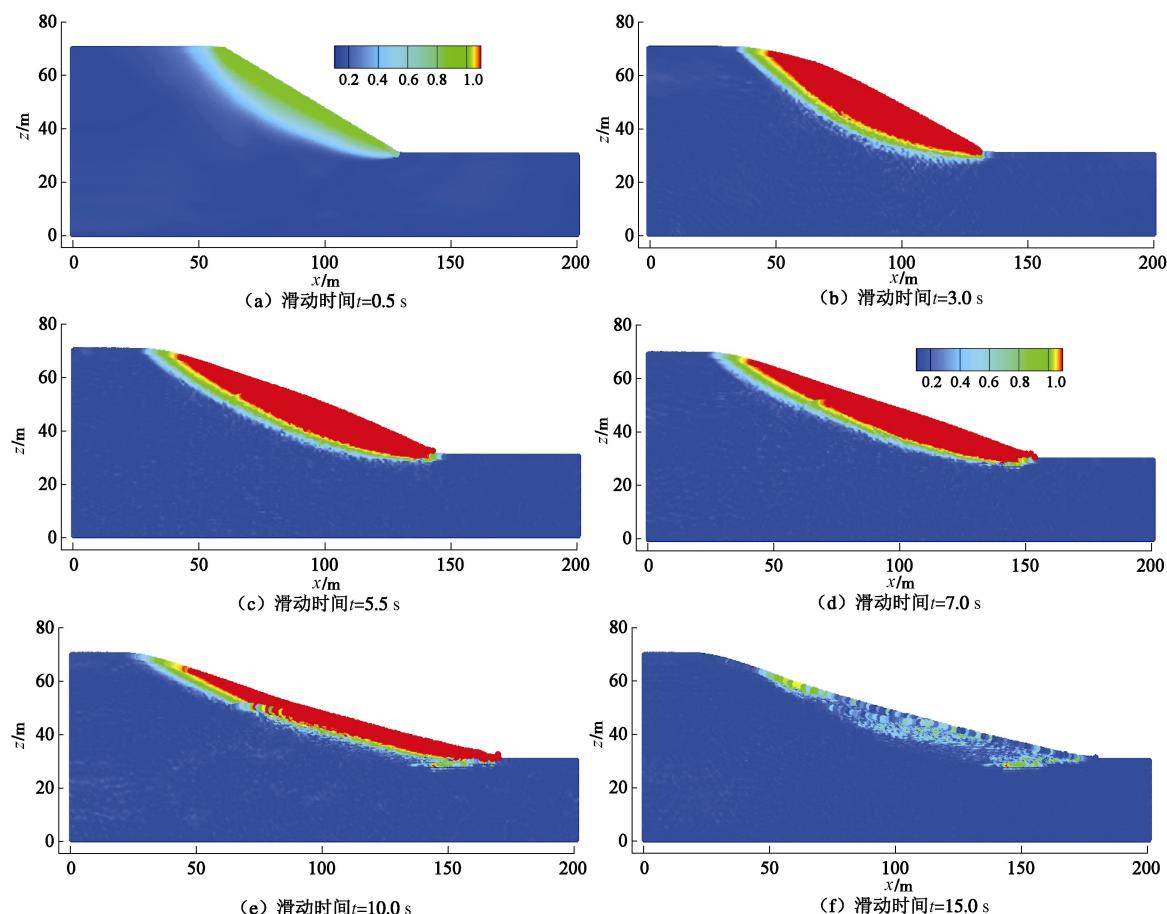


图 11 坡体滑动速率云图

Fig. 11 Sliding velocities

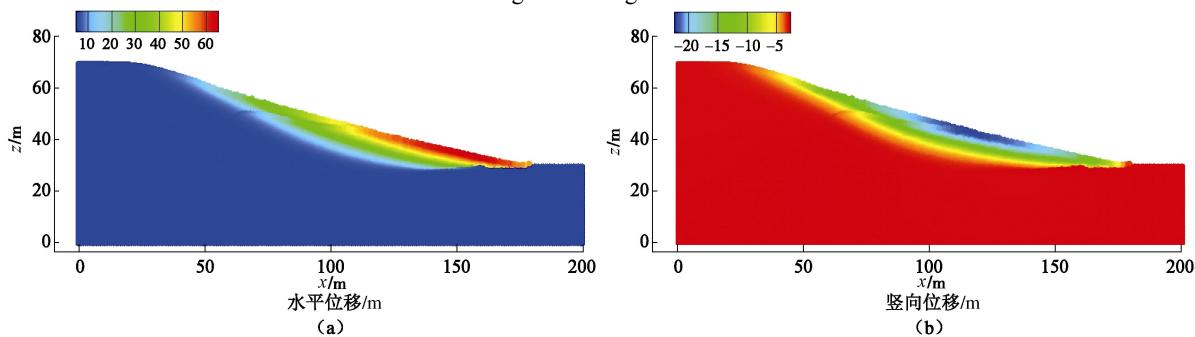


图 12 滑坡终止后的总位移云图

Fig. 12 Displacements after landslide

图见图 12，滑坡最终构形见图 13 (a)。由图 13 (a) 可以发现滑坡后形成的新边坡坡角约为  $15^\circ$ ，小于土体内摩擦角  $20^\circ$ ，这主要是由于动力效应导致的。

图 12 (a) 为滑坡终止后的水平位移云图，其中水平位移最大值为  $63.2\text{ m}$ ，约为坡高的 1.5 倍，出现在滑动带前缘；图 12 (b) 为滑坡终止后的竖向位移云图，其中竖向位移最大值为  $25.6\text{ m}$ ，约为坡高的  $2/3$  倍，位于滑动带中下部。

应用隐式有限元程序 PLAXIS 计算该问题，由于网格严重畸变，计算不收敛而终止，计算终止步对应的滑坡构形见图 13 (b)。由图 13 对比可见 MPM 方法在模拟大变形问题上具有独特的优势。

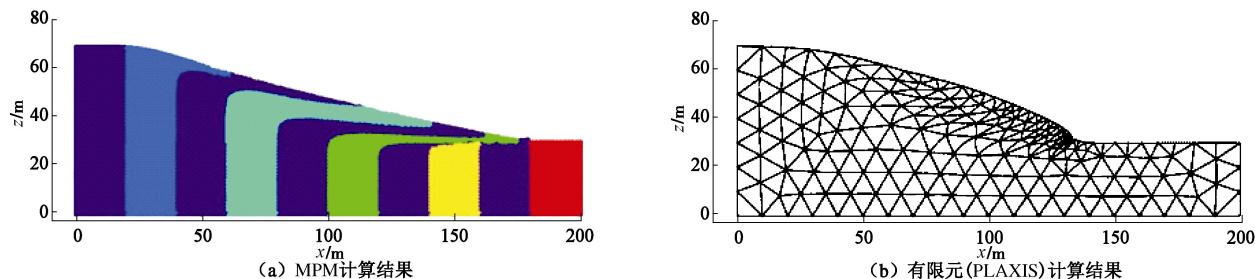


图 13 滑坡最终构形  
Fig. 13 Final configuration

## 4 结语

本文基于物质点法对大位移滑坡全过程进行了模拟, 包括滑坡前初始应力场的生成; 滑坡动态过程的模拟以及滑坡结束后新边坡构形的提取。模拟的结果与岩土有限元软件 PLAXIS 的分析结果对比, 可以发现, 物质点法在处理大变形问题上相对传统有限元法具有较强的优势。

为了用动力计算程序生成边坡初始应力场, 本文将动态松弛技术引入物质点法中, 将静力问题转化为动力问题进行求解。应用黏性阻尼耗散低频以及全局成分; 应用运动阻尼耗散突加载引起的动能以及局部高频波成分。计算表明, 本文所采用的动态松弛技术能快速有效地模拟静力问题。

在滑坡过程中, 根据体系动能的变化情况, 可将滑坡过程大概分为加速滑动、减速滑动以及稳定阶段 3 个阶段。滑坡过程中, 滑动面的位置和曲率在滑动过程中均不断变化, 滑动模式由转动滑动向平动滑动转变。最终形成的稳定边坡坡角小于土体内摩擦角, 水平位移最大值出现在滑动带前缘, 坚向位移最大值位于滑动带中下部。

**致谢:** 本文所用程序基于清华大学张雄教授所提供的三维物质点法程序 (MPM3D) 改编而成, 并在研究过程中得到了张雄教授的帮助与支持, 在此深表谢意。

## 参考文献:

- [1] HARLOW F H. The particle-in-cell computing method for fluid dynamics[J]. *Methods in Computational Physics*, 1964, 3: 319 – 343.
- [2] SULSKY D, CHEN Z, SCHREYER H L. A particle method for history-dependent materials[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994, 118(1): 179 – 196.
- [3] SULSKY D, ZHOU S, SCHREYER H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics[J]. *Computer Physics Communications*, 1995, 87(1): 236 – 252.
- [4] 张雄, 廉艳平, 刘岩, 等. 物质点法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013. (ZHANG Xiong, LIAN Yan-ping, LIU Yan, et al. Material point method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013. (in Chinese))
- [5] 廉艳平, 张帆, 刘岩, 等. 物质点法的理论和应用[J]. *力学进展*, 2013(2): 237 – 264. (LIAN Yan-ping, ZHANG Fan, LIU Yan, et al. Material point method and its applications[J]. *Advances in Mechanics*, 2013(2): 237 – 264. (in Chinese))
- [6] SONG E X. Elasto-plastic consolidation under steady and cyclic loads[D]. Delft: Delft University of Technology, 1990.
- [7] BARDENHAGEN S G. Energy conservation error in the material point method for solid mechanics[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 180(1): 383 – 403.
- [8] NAIRN J A. Material point method calculations with explicit cracks[J]. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2003, 4(6): 649 – 663.
- [9] ANDERSEN S, ANDERSEN L. Modelling of landslides with the material-point method[J]. *Computational Geosciences*, 2010, 14(1): 137 – 147.
- [10] WIECKOWSKI Z. Application of dynamic relaxation in material point method[C]// 19th International Conference on Computer Methods in Mechanics. Warsaw, 2011.
- [11] DANG H K, MEGUID M A. Evaluating the performance of an explicit dynamic relaxation technique in analyzing non-linear geotechnical engineering problems[J]. *Computers and Geotechnics*, 2010, 37(1): 125 – 131.
- [12] LEE K S, HAN S E, PARK T. A simple explicit arc-length method using the dynamic relaxation method with kinetic damping[J]. *Computers & Structures*, 2011, 89(1/2): 216 – 233.
- [13] HAN S E, LEE K S. A study of the stabilizing process of unstable structures by dynamic relaxation method[J]. *Computers & Structures*, 2003, 81(17): 1677 – 1688.
- [14] LEWIS W J, JONES M S, RUSHTON K R. Dynamic relaxation analysis of the non-linear static response of pretensioned cable roofs[J]. *Computers & Structures*, 1984, 18(6): 989 – 997.