

DOI: 10.11779/CJGE201506004

井阻随深度和时间变化的竖井地基固结解析解

郭 霄^{1, 2}, 谢康和¹, 吕文晓³, 邓岳保⁴

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江省交通规划设计研究院, 浙江 杭州 310006;

3. 杭州科技职业技术学院, 浙江 杭州 311402; 4. 宁波大学岩土工程研究所, 浙江 宁波 315211)

摘 要: 基于 Deng 等关于井阻随深度线性增大和随时间指数增大的假设, 推导了这一假设条件下满足等应变径向固结基本方程及一切求解条件的竖井地基固结解析解。通过与现有常井阻固结解析解对比, 验证了本文解的正确性。利用本文解析解, 计算对比了不同井阻变化率 (即参数 A_2 和 A_3 值) 的平均孔压和平均固结度, 分析了不同时间因子、深度条件下, 井阻随深度和时间的变化对竖井地基固结特性的影响。结果表明: 井阻随深度和时间增大将使竖井地基固结速率减小, 甚至使竖井加速地基固结的能力逐渐消失。

关键词: 竖井地基; 解析解; 井阻; 固结

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)06-0996-06

作者简介: 郭 霄(1979-), 男, 博士研究生, 高级工程师, 主要道路工程研究及设计。E-mail: 52968791@qq.com。

Analytical solutions for consolidation by vertical drains with variation of well resistance with depth and time

GUO Xiao^{1, 2}, XIE Kang-he¹, LÜ Wen-xiao³, DENG Yue-bao⁴

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Zhejiang

Provincial Plan Design and Research Institute of Communications, Hangzhou 310006, China; 3. Hangzhou Polytechnic, Hangzhou 311402,

China; 4. Institute of Geotechnical Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: A new rigorous analytical solution is deduced from the equivalent strain governing equation for the consolidation by vertical drains on the basis of the assumption proposed by Deng et al (2013), that is, the well resistance increasing linearly with depth and exponentially with time. The solution is verified through the comparison with the results got from the existing analytical solution, in which the well resistance remains constant. Based on the new solution, the average excess pore water pressure and average degree of consolidation are compared with different rates of change of the well resistance (described by coefficient A_2 and A_3), and the influences of the depth and time-dependent well resistance on the rate of the consolidation by vertical drains are analyzed. It shows that the increase of the well resistance with depth and time will slow down the rate of the consolidation, and even make the ability of accelerating consolidation of vertical drains lose gradually.

Key words: vertical drain; analytical solution; well resistance; consolidation

0 引 言

近年来, 为解决土地资源日趋紧张的问题, 大规模的围海造陆工程不断在沿海地区兴起, 带动了竖井 (即砂井、塑料排水板等竖向排水体) 地基工程实践和理论的进一步发展。竖井地基固结解析理论是竖井地基设计的重要理论基础。竖井按是否考虑井阻效应和涂抹效应分类, 可分为理想井和非理想井两类^[1]。理想井不考虑井阻效应和涂抹效应, 非理想井考虑井阻效应和涂抹效应。不考虑井阻效应认为竖井的渗透系数或排水能力为无限大; 反之则认为竖井的渗透系数或排水能力为有限值。由于考虑井阻效应的非理想井更能反映工程实际情况, 因此较具影响力的竖井固

结理论, 例如 Yoshikuni 理论^[2]、Hansbo 理论^[3]、谢康和理论等^[4], 均考虑了井阻效应对固结的影响。

起加速固结作用的竖井最早主要是砂井。1980 年以来, 随着土工织物工业的进步, 使得塑料排水板作为竖井的应用越来越广泛, 并且针对其排水能力的研究取得相当进展。这些研究表明^[5-11]: 由于受到软土地基中土体侧向应力、渗流带入黏粒、固结过程弯折或变形等作用, 塑料排水板的渗透系数或排水能力在空间和时间上并非一个常数, 而是总体上随深度和时

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51179170, 51278453, 51308309)

收稿日期: 2014-05-19

间的增大逐渐减小,或者说井阻随深度和时间的增大而逐渐增大。目前,考虑井阻效应的竖井固结理论大都假定竖井的渗透系数或排水能力为常数,考虑井阻或竖井渗透系数变化的相关理论研究很少。虽然 Deng 等^[12]在 Hansbo 解^[3]基础上得出了同时考虑井阻随深度和时间变化的解析解,但由于所采用的 Hansbo 解法忽视了井阻作用下竖井地基中的体积应变是随深度变化的这一事实^[4],该解实际上是近似解而非精确解。此外, Deng 等^[12]还在谢康和解^[4]基础上给出了井阻仅随时间变化的解析解^[13],但并未考虑井阻随深度变化的情况。因此到目前为止还没有严格意义上可以同时考虑井阻随时间和深度变化的精确解。

本文参照 Deng 等^[12]对井阻随深度线性增大、随时间指数增大的假定,推导了径向固结基本方程及满足其一切求解条件的精确解,建立了这一变井阻条件下更为严格的解析理论,并同现有常井阻条件的解析解进行比较,验证了本文解的正确性,进而根据本文解分析了井阻变化对竖井地基固结性状的影响。

1 基本方程及求解条件

图 1 为径向固结的打穿竖井地基计算简图。竖井地基考虑单面排水,即软土层顶面完全透水,底面为完全不透水。图中 l 为竖井计算长度,等于软土层厚度 H ; k_h 为地基水平向渗透系数; k_s 为竖井周围涂抹区的水平向渗透系数; k_w 为竖井渗透系数; r_s 为涂抹区半径; r_w 为竖井半径; r_e 为竖井影响区半径; q_0 为均布荷载,瞬间施加,固结过程中保持不变; r, z 为径向及竖向坐标。

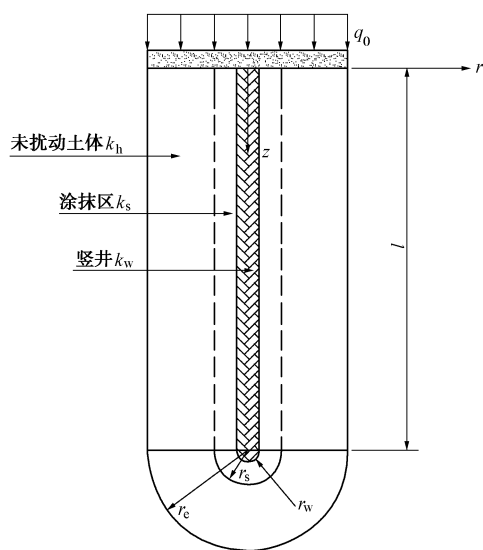


图 1 竖井地基计算简图

Fig. 1 Schematic diagram for consolidation by vertical drain

主要假设如下: ①Barron 的等应变条件成立^[1]。

即竖井影响区范围内同一水平面上各点的竖向变形是相等的。②竖井内孔压(即超静孔隙水压力)沿径向的变化很小,可以不计;任一深度 z 处从土体中流入竖井的水量等于竖井中向上水流的增量。③井阻因竖井渗透系数在固结过程中逐渐减小而随深度和时间增大。即竖井渗透系数 k_w 随深度线性减小、随时间指数衰减,可以表示为^[12]

$$k_w = k_{w0} \left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) e^{-A_3 t} \quad (1)$$

式中 k_{w0} 为竖井的初始渗透系数; A_1, A_2, A_3 为试验常数^[12-13]。为保证渗透系数 $k_w > 0$, 并随着时间和深度的增大而减小, A_1, A_2, A_3 应满足 $A_1 > A_2 > 0, A_3 > 0$ 。其余假设同文献^[1, 4]。

根据以上假设,可得径向固结方程如下^[4]:

$$\begin{cases} -\frac{k_s}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} & (r_w \leq r \leq r_s) \\ -\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} & (r_s \leq r \leq r_e) \end{cases}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -m_v \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\bar{u}_r = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} 2\pi r u_r dr. \quad (4)$$

式中 u_r 为影响区土体内任意一点的孔压; \bar{u}_r 为影响区内任意一深度的平均孔压; ε_v 为影响区内任意一点的体积应变(与垂直应变相等); m_v 为体积压缩系数; γ_w 为水重度; t 为时间。

由假设②,可得竖井渗流连续方程:

$$q_r = -\frac{\partial q_z}{\partial z} dz, \quad (5)$$

q_r 为土体在 dt 时段内从 dz 段井周流入竖井的水量,即

$$q_r = 2\pi r_w dz dt \frac{k_s}{\gamma_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w}; \quad (6)$$

q_z 为在 dt 时段内流经 dz 段竖井的水量,即

$$q_z = \frac{k_w \pi r_w^2}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial z} dt. \quad (7)$$

将方程(6)、(7)代入方程(5),并引入假设③可得

$$-\frac{A_2}{l} \frac{\partial u_w}{\partial z} + \left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{2k_s e^{A_3 t}}{r_w k_{w0}} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w}, \quad (8)$$

式中, u_w 为竖井内任一深度的孔压。

式(2)、(3)、(4)、(8)即为变井阻的等应变径向固结基本方程。其求解条件(即边界条件和初始条件)如下: ① $\frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0$; ② $\bar{u}_r \Big|_{z=0} = 0$; ③ $\frac{\partial u_r}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0$;

$$\textcircled{4} u_r|_{r=r_w} = u_w; \quad \textcircled{5} \bar{u}_r|_{r=0} = u_0 = q_0。$$

2 方程的求解

根据文献[4]的推导思路, 可得

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = -\lambda (\bar{u}_r - u_w), \quad (9)$$

$$-\frac{A_2}{l} \frac{\partial u_w}{\partial z} + \left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\rho^2 e^{A_2 t} (\bar{u}_r - u_w)。 \quad (10)$$

式中 $\lambda = 8c_h / (d_e^2 F_a)$, $c_h = k_h / (\gamma_w m_v)$; $\rho^2 = \frac{8k_h(n^2-1)}{k_{w0}d_e^2 F_a}$ 。 $F_a = \left(\ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right) \frac{n^2}{n^2-1} + \frac{s^2}{n^2-1}$ 。
 $\left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \frac{1}{n^2-1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right)$; $n = r_e / r_w$; $s = r_s / r_w$ 。

将方程(9)和方程(10)联立消除 u_w 得

$$-\lambda \frac{A_2}{l} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial z} + \lambda \left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial z^2} - \frac{A_2}{l} \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial z \partial t} + \left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) \frac{\partial^3 \bar{u}_r}{\partial z^2 \partial t} - \rho^2 e^{A_2 t} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = 0。 \quad (11)$$

采用分离变量法求解方程(11)。设 $\bar{u}_r = g(z) \cdot f(t)$, 代入方程(11)得

$$\left[-\frac{A_2}{l} g' + \left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) g'' \right] (\lambda f + f') - \rho^2 e^{A_2 t} g f' = 0, \quad (12)$$

故有

$$\frac{\left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) g'' - \frac{A_2}{l} g'}{g} = \frac{\rho^2 e^{A_2 t} f'}{\lambda f + f'} = -\alpha^2, \quad (13)$$

式中, α 为待定常数。

因此可得以下两个微分方程:

$$\left(A_1 - \frac{A_2}{l} z \right) g'' - \frac{A_2}{l} g' + \alpha^2 g = 0, \quad (14)$$

$$\rho^2 e^{A_2 t} f' = -\alpha^2 (\lambda f + f')。 \quad (15)$$

先求解方程(14)。设 $\bar{Z} = A_1 - \frac{A_2}{l} z$, 则方程(14)

可简化为

$$\bar{Z} g'' + g' + \left(\frac{\beta}{2} \right)^2 g = 0, \quad (16)$$

式中, $g = g(\bar{Z})$, $\beta = \frac{2\alpha l}{A_2}$ 。

方程(16)的通解为

$$g(\bar{Z}) = C_1 J_0(\beta \sqrt{\bar{Z}}) + C_2 Y_0(\beta \sqrt{\bar{Z}})。 \quad (17)$$

式中 C_1, C_2 为待定常数, J_0 和 Y_0 分别为零阶第1类和第2类贝塞尔函数。

由边界条件②有 $g(z)|_{z=0} = 0$, 或 $g(\bar{Z})|_{\bar{Z}=A_1} = 0$ 。将其代入式(17)可得: $C_1 J_0(\beta \sqrt{A_1}) + C_2 Y_0(\beta \sqrt{A_1}) = 0$, 故

$$\text{有 } C_2 = -C_1 \frac{J_0(\beta \sqrt{A_1})}{Y_0(\beta \sqrt{A_1})}。$$

则通解式(17)可写为

$$g(\bar{Z}) = C_1 D_0(\beta \sqrt{\bar{Z}}), \quad (18)$$

对方程(18)求 \bar{Z} 的一阶导数得

$$g'(\bar{Z}) = -C_1 \frac{\beta}{2\sqrt{\bar{Z}}} D_1(\beta \sqrt{\bar{Z}}), \quad (19)$$

式中,

$$D_i(\beta \sqrt{\bar{Z}}) = J_i(\beta \sqrt{\bar{Z}}) - \frac{J_0(\beta \sqrt{A_1})}{Y_0(\beta \sqrt{A_1})} Y_i(\beta \sqrt{\bar{Z}}) \quad (i=0 \text{ 或 } 1)。 \quad (20)$$

由边界条件③有 $g'(z)|_{z=l} = 0$, 则 $g'(\bar{Z})|_{\bar{Z}=A_1-A_2} = 0$ 。代入方程(19)即得确定待定常数 β 的方程:

$$D_1(\beta \sqrt{A_1 - A_2}) = 0。 \quad (21)$$

再求解方程(15), 可得其通解为

$$f(t) = B(\rho^2 + \alpha^2 e^{-A_2 t})^{\frac{\lambda}{A_2}}, \quad (22)$$

于是得到 \bar{u}_r 的特解为

$$\bar{u}_{rm} = B_m D_0(\beta_m \sqrt{\bar{Z}}) (\rho^2 + \alpha_m^2 e^{-A_2 t})^{\frac{\lambda}{A_2}}。 \quad (23)$$

将所有特解叠加得到 \bar{u}_r 解, 即

$$\bar{u}_r = \sum_{m=1}^{\infty} B_m D_0(\beta_m \sqrt{\bar{Z}}) (\rho^2 + \alpha_m^2 e^{-A_2 t})^{\frac{\lambda}{A_2}}, \quad (24)$$

式中, β_m 为方程(21)的序列根; $\alpha_m = A_2 \beta_m / 2l$; B_m 为待定系数, 可由初始条件⑤确定; ($m=1, 2, \dots$)。

可以证明: 函数系 $D_0(\beta_m \sqrt{\bar{Z}})$ ($m=1, 2, \dots$) 在 $[A_1 - A_2, A_1]$ 是正交完备的。则利用此性质并根据初始条件⑤, 可得确定待定系数 B_m 的计算式如下:

$$B_m = \frac{u_0 W_m}{(\rho^2 + \alpha_m^2)^{\frac{\lambda}{A_2}}}。 \quad (25)$$

式中,

$$W_m = \frac{\int_{A_1-A_2}^{A_1} D_0(\beta_m \sqrt{\bar{Z}}) d\bar{Z}}{\int_{A_1-A_2}^{A_1} D_0^2(\beta_m \sqrt{\bar{Z}}) d\bar{Z}} = \frac{2\sqrt{A_1} D_1(\beta_m \sqrt{A_1})}{\beta_m [A_1 D_1^2(\beta_m \sqrt{A_1}) - (A_1 - A_2) D_0^2(\beta_m \sqrt{A_1 - A_2})]}。 \quad (26)$$

将式(25)代入式(24)即得竖井地基土体任一深度的径向平均孔压表达式:

$$\bar{u}_r = u_0 \sum_{m=1}^{\infty} W_m D_0(\beta_m \sqrt{\bar{Z}}) \left(\frac{\rho^2 + \alpha_m^2 e^{-A_2 t}}{\rho^2 + \alpha_m^2} \right)^{\frac{\lambda}{A_2}}。 \quad (27)$$

进一步化简可得

$$\bar{u}_r = u_0 \sum_{m=1}^{\infty} W_m D_0 \left(\beta_m \sqrt{Z} \right) \left(\frac{1 + \omega_t}{1 + \omega_0} \right)^{\frac{8}{a_3 F_a}}. \quad (28)$$

其中, $\omega_0 = \frac{\alpha_m^2}{\rho^2} = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\frac{\beta_m A_2}{2} \right)^2 \frac{F_a}{8G_0}$; $G_0 = \frac{k_h}{k_{w0}} \left(\frac{l}{d_w} \right)^2$;
 $\omega_t = \frac{\alpha_m^2 e^{-A_3 t}}{\rho^2} = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\frac{\beta_m A_2}{2} \right)^2 \frac{F_a}{8G_t}$; $G_t = G_0 e^{a_3 T_h}$; $a_3 = A_3 d_e^2 / c_h$; G_0, G_t 分别为初始井阻因子和 t 时刻井阻因子。

由 \bar{u}_r 可得地基任一深度的径向固结度 $U_r(\bar{Z}, T_h)$ 为

$$U_r = 1 - \frac{\bar{u}_r}{u_0} = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} W_m \cdot D_0 \left(\beta_m \sqrt{Z} \right) \left(\frac{1 + \omega_t}{1 + \omega_0} \right)^{\frac{8}{a_3 F_a}}. \quad (29)$$

进而可得竖井地基平均固结度 $\bar{U}_r(T_h)$ 为

$$\begin{aligned} \bar{U}_r &= 1 - \left(\frac{1}{H} \int_0^H \bar{u}_r dz \right) / u_0 = 1 - \left(\frac{1}{A_2} \int_{A_1-A_2}^{A_1} \bar{u}_r d\bar{Z} \right) / u_0 \\ &= 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4A_1 D_1^2 (\beta_m \sqrt{A_1}) \left(\frac{1 + \omega_t}{1 + \omega_0} \right)^{\frac{8}{a_3 F_a}}}{A_2 \beta_m^2 \left[A_1 D_1^2 (\beta_m \sqrt{A_1}) - (A_1 - A_2) D_0^2 (\beta_m \sqrt{A_1 - A_2}) \right]}. \end{aligned} \quad (30)$$

式 (28) ~ (30) 即为本文给出的考虑井阻同时随深度和时间变化的竖井地基固结解。

可以证明下式成立:

$$\lim_{A_3 \rightarrow 0} \left(\frac{\rho^2 + \alpha_m^2 e^{-A_3 t}}{\rho^2 + \alpha_m^2} \right)^{\frac{\lambda}{A_3}} = e^{-B_r t} = e^{-\frac{8T_h}{\mu}}, \quad (31)$$

式中, $B_r = \lambda \alpha_m^2 / (\rho^2 + \alpha_m^2) = \frac{8c_h}{\mu d_e^2}$; $\mu = F_a + \frac{8G_0}{(\beta_m A_2 / 2)^2}$.

$\frac{n^2 - 1}{n^2}$; $T_h = \frac{c_h t}{d_e^2}$, 径向固结时间因子。

由麦克劳林级数可得: $e^{-A_3 t} = 1 - A_3 t + \frac{1}{2!} (A_3 t)^2 - \frac{1}{3!} (A_3 t)^3 + \dots$, 当 $t \rightarrow 0$ 时将级数代入式 (31) 左侧, 通过适当变化即可证明式 (31) 成立。

则式 (28) ~ (30) 退化为

$$\bar{u}_r = u_0 \sum_{m=1}^{\infty} W_m D_0 \left(\beta_m \sqrt{Z} \right) e^{-B_r t}, \quad (32)$$

$$U_r = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} W_m \cdot D_0 \left(\beta_m \sqrt{Z} \right) e^{-B_r t}, \quad (33)$$

$$\bar{U}_r = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4A_1 D_1^2 (\beta_m \sqrt{A_1}) e^{-B_r t}}{A_2 \beta_m^2 \left[A_1 D_1^2 (\beta_m \sqrt{A_1}) - (A_1 - A_2) D_0^2 (\beta_m \sqrt{A_1 - A_2}) \right]}. \quad (34)$$

式 (32) ~ (34) 即为考虑井阻仅随深度变化的竖井地基固结解。

3 计算及分析

式 (1) 中系数 A_2, A_3 分别表示竖井渗透系数随深度和时间的变化率, 当 A_2, A_3 同时趋于零时, 渗透系数 k_w 趋于初始渗透系数 k_{w0} , 变井阻固结问题就转化为常井阻固结问题。

由于式 (32) ~ (34) 为考虑井阻仅随深度变化也即 $A_3=0$ 时的竖井地基固结解, 因此如 A_2 再趋于零, 式 (32) ~ (34) 应趋于谢康和等^[4]给出的常井阻解。但推导 A_2 趋于零的极限非常复杂, 难以从理论上直接证明当 A_2 趋于零时式 (32) ~ (34) 即转化为文献[4]之解, 故本文将通过数值计算对比来对此加以验证。在验证解的正确性后, 进而选取不同参数根据本文解进行数值计算, 分析井阻变化对竖井地基固结性状的影响。

取计算参数如下: $r_e=0.525$ m, $r_s=0.175$ m, $r_w=0.035$ m, $n=r_e/r_w=15$, $s=r_s/r_w=5.0$, $m_v=0.2$ MPa⁻¹, $l=20$ m, $k_h=2.0 \times 10^{-8}$ m/s, $k_{w0}=1.0 \times 10^{-3}$ m/s。

图 2 为 $A_1=1, A_2=0.01, A_3=0$ 时按式 (32) 计算的平均孔压与文献[4]解比较的结果; 图 3 为 $A_1=1, A_2=0.01, A_3=0$ 时按式 (34) 计算的平均固结度与文献[4]解比较的结果。从图 2, 3 可见: 当 $A_2=0.01 \approx 0$, 即 $A_2 \rightarrow 0$ 时, 本文解和与文献[4]解几乎一致, 这验证了本文解的正确性。

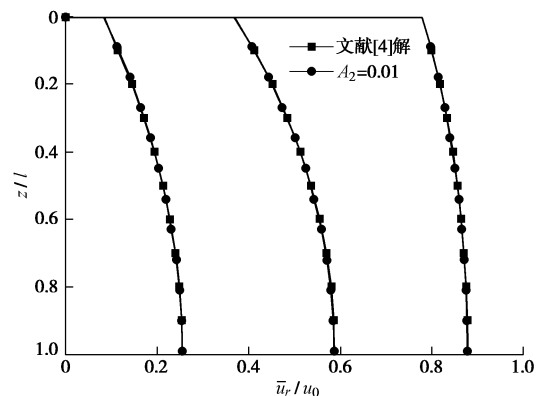


图 2 $A_2=0.01$ 平均孔压 \bar{u}_r 与文献[4]解的比较

Fig. 2 Comparison of radial average EPP for $A_2=0.01$ with solution in Reference [4] under different consolidation time

图 4 对比了 $A_1=1, A_3=0, A_2$ 分别取 0.01, 0.5, 0.99 时平均孔压的变化, 从图 4 中可以看出: A_2 值越大, 土体内孔压消散越慢; 随着深度增加, A_2 值影响越明显, 孔压消散速率随深度增加而减慢; 随着时间的增大, A_2 值的影响越明显。

从图 4 中看当 $A_2=0.99 \approx 1$, 即 $A_2 \rightarrow 1$ 时, 竖井在 $z=l$ 处的排水能力接近于零, 这一情况使得底部土层超静孔压不易径向消散, 让竖向水力梯度变大, 从而使得图 4 看起来在 $z=l$ 处的边界存在水力交换, 不满足

边界条件③。图 5 是图 4 中平均孔压曲线 ($A_2=0.99$, $T_h=2.5$) 底部边界的局部放大, 从图 5 中可以看出, 在接近于底部边界处曲线出现了拐点, 并在末端垂直于底部边界, 即满足边界条件。 A_2 值越大, 这一拐点更接近于底部边界。

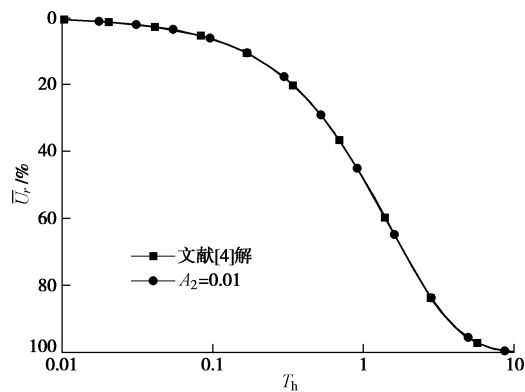


图 3 $A_2=0.01$ 平均固结度 \bar{u}_r 与文献[4]解的比较

Fig. 3 Comparison of overall average consolidation degree for $A_2=0.01$ with solution in Reference [4]

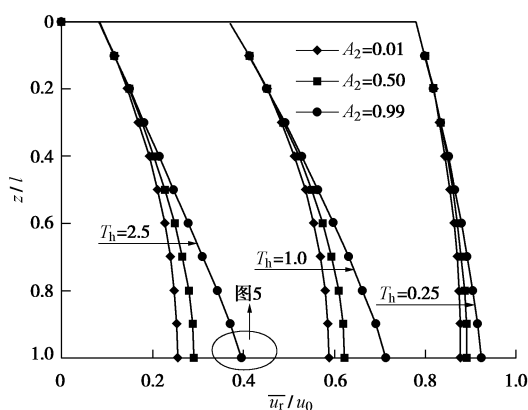


图 4 不同 A_2 值的平均孔压 \bar{u}_r 比较

Fig. 4 Comparison of radial average EPP with different A_2 under different consolidation time

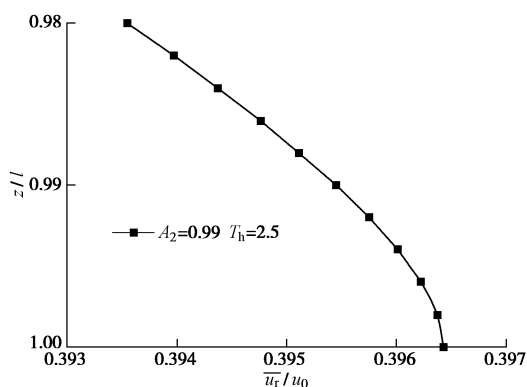


图 5 平均孔压曲线底部局部放大 (位置见图 4)

Fig. 5 Partial enlarged view of curve of radial average EPP at bottom (position as shown in Fig. 4)

图 6 为 $A_1=1$, $A_3=0$, A_2 分别取 0.01, 0.50, 0.99 时平均固结度的变化曲线。可见: 随着 A_2 值的增大, 固结曲线右移, 固结速率减慢; A_2 对平均固结度的影

响较其对平均孔压的影响小。

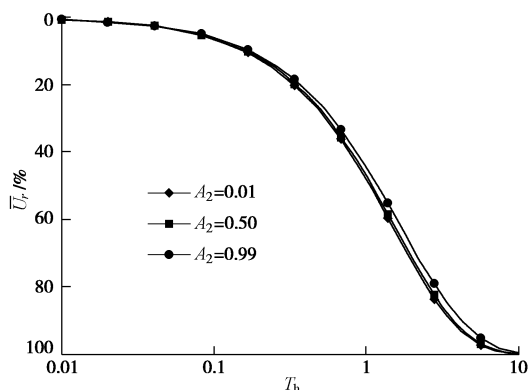


图 6 不同 A_2 值的平均固结度比较

Fig. 6 Comparison of overall average consolidation degrees with different A_2

图 7 为 $A_1=1$, $T_h=1$ 时, 不同的 A_2 , A_3 (A_3 通过图中 $a_3 = A_3 d_e^2 / c_h$ 值来反映, 下同) 组合下平均孔压随深度变化曲线。从图 7 中可见: A_2 和 A_3 值越大, 土中孔压越大, 表明当井阻随深度和时间增大, 竖井地基固结变慢。

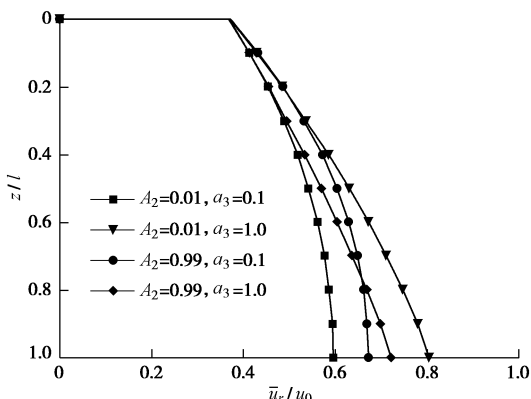


图 7 不同 A_2 , A_3 值的平均孔压比较 ($T_h=1$)

Fig. 7 Comparison of radial average EPP with different A_2 and A_3 ($T_h=1$)

图 8 是 $A_1=1$ 时不同的 A_2 , A_3 组合下平均固结度变化曲线。可以看出: 固结曲线随 A_2 和 A_3 值的增大而明显右移, 也即当井阻随着深度和时间增大, 竖井

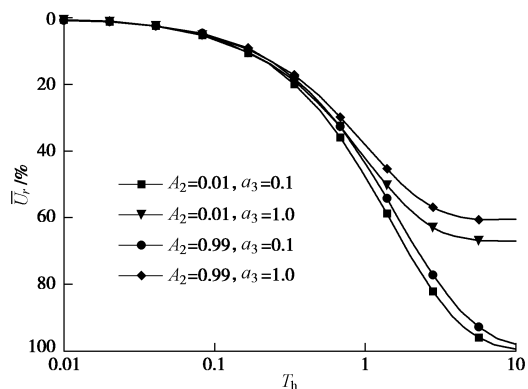


图 8 不同 A_2 , A_3 值下平均固结度比较

Fig. 8 Comparison of overall average consolidation degrees with different A_2 and A_3

地基固结速率显著减小; A_3 值的增大将明显减小竖井地基的后期固结速率, 当 A_3 大到一定值或即井阻随时间增长速率大到一定程度时, 固结曲线后半段趋于水平线, 即在固结后期竖井地基的径向固结几乎停止, 竖井加速地基固结的能力从而消失。

4 参数取值的讨论

本文理论的另一个核心问题在于如何确定竖井排水能力或渗透系数随深度和时间变化的参数值 (即参数 A_1 , A_2 , A_3)。研究表明: 竖井受到侧向土压力的作用, 其排水能力或渗透系数大致是随着深度增加而减小。虽然总体趋势如此, 但由于竖井变形或屈曲等影响竖井排水能力的因素会在深度上任意一处发生, 实际情况非常复杂, 难以采用室内试验确定现场竖井排水能力随深度变化的情况^[12]。Chai 等^[7]认为可以通过理论对现场试验或工程实例的反分析获取参数。采用排水能力随深度线性减小的假设, 是研究排水能力随深度变化对固结特性影响的简化方式, 但可以抓住总体趋势。图 4 对比分析表明, A_2 增大会较明显的减缓底部的超静孔压消散, 通过理论与现场试验的孔隙水压数据对比分析, 可以尝试确定参数 A_1 , A_2 。

参数 A_3 表示竖井排水能力或渗透系数随时间的变化。 A_3 值可以通过室内试验确定^[11]。这种试验在塑料排水板长期排水能力的研究中已有较多应用^[7-9]。Deng 等^[13]采用排水能力随指数衰变的模型拟合了塑料排水板长期排水能力的实测数据, 得到了较好的结果。

5 结 论

(1) 参照文献[12]提出的竖井渗透系数随深度和时间变化的关系式, 本文通过严密推导得出了井阻随深度和时间变化的竖井地基固结解析解, 并通过与现有常井阻固结解析解的对比验证了本文解的正确性。

(2) 井阻随深度和时间增大, 会减慢竖井地基的固结速率, 表征井阻变化率的参数 A_2 , A_3 值越大, 影响越大。

(3) 当井阻仅随深度变化时, 其对平均固结度的影响较对径向平均孔压的影响小; A_2 值的增大将明显减慢底部土体的孔压消散速率, 并且随着固结的发展, 此影响变得更明显。

(4) A_3 值或即井阻随时间增长速率的大小对竖井地基的后期固结速率有显著影响。当 A_3 值大到一定程度, 地基的径向固结将趋于停止, 竖井加速地基固结的能力逐渐消失。

参考文献:

- [1] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. Transaction ASCE, 1948, **113**: 718 - 42.
- [2] YOSHIKUNI H, NAKANODO H. Consolidation of soils by vertical drains with finite permeability[J]. Soils and Foundations, 1974, **14**(2): 35 - 46.
- [3] HANSBO S. Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains[C]// Proceeding 10th interjection conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam, 1981: 677 - 82.
- [4] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 1989, **11**(2): 3 - 17. (XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Consolidation theories for drain walls under equal strain condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, **11**(2): 3 - 17. (in Chinese))
- [5] CHAI J C, MIURA N, SAKAJO S, et al. Behavior of vertical drain improved subsoil under embankment loading[J]. Soils and Foundations, 1995, **35**(4): 49 - 61.
- [6] BERGADO D T, MANIVANNAN T, BALASUBRAMANIAM A S. Proposed criteria for discharge capacity of prefabricated vertical drains[J]. Geotextiles and Geomembranes, 1996, **14**(9): 481 - 505.
- [7] CHAI J C, MIURA N. Investigation of factors affecting vertical drain behavior[J]. Journal Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, **125**(3): 216 - 226.
- [8] MIURA N, CHAI J C. Discharge capacity of prefabricated vertical drains confined in clay[J]. Geosynthetics International, 2000, **7**(2): 119 - 135.
- [9] CHAI J C, MIURA N, NOMURA T. Effect of hydraulic radius on long-term drainage capacity of geosynthetics drains[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2004, **22**: 3 - 16.
- [10] BO M W. Discharge capacity of prefabricated vertical drain and their field measurements[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2004, **22**: 37 - 48.
- [11] KIM R, HONG S J, LEE M J, LEE W. Time dependent well resistance factor of PVD[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2011, **29**(2): 131 - 144.
- [12] DENG Y B, XIE K H, LU M M. Consolidation by vertical drains when the discharge capacity varies with depth and time[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **48**: 1 - 8.
- [13] DENG Y B, XIE K H, LU M M, et al. Consolidation by prefabricated vertical drains considering the time dependent well resistance[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2013, **36**: 20 - 26.