

DOI: 10.11779/CJGE201505017

# 任意滑裂面边坡稳定计算的简便法

刘善综

(江西省吉安县水利局, 江西 吉安 343100)

**摘要:** 摈弃传统法对条间力力的三要素进行单要素假定, 对条间力进行全要素变换, 用过土条滑弧底部中点曲率中心的径向与切向正交力等效地代替条间力, 建立等效条间力系; 从3个基本平衡方程入手, 从一个新的角度建立了一套极限平衡公式, 提出了条间力函数简捷表达式, 得出了竖向条分法边坡稳定安全系数象瑞典法一样简单的简捷表达式。该法适用于任意滑裂面, 稳定安全系数及条间力计算公式简便, 其操作、计算与瑞典法一样简单, 精度与各高精度法一致, 不需试算, 不存在不收敛而失效状况, 便于excel中运算。算例与Lossap2009中各传统方法进行了对比。

**关键词:** 竖向分条; 等效条间力系; 条间力函数; 任意滑裂面; 边坡稳定

中图分类号: TU457 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)05-0911-07

作者简介: 刘善综(1963-), 男, 主要从事水工设计。E-mail: lszja@163.com。

## Simple method for calculating slope stability of arbitrary slip surface

LIU Shan-zong

(Ji'an County Water Conservancy Bureau Jiangxi Province, Ji'an 343100, China)

**Abstract:** The traditional method with a single factor assumed in the three elements of the interslice force is abandoned, and the full elements of the interslice force are rearranged. The orthogonal force at the curvature center of bottom midpoint of ship circle is equivalent to substitute the interslice force. The equivalent interslice force systems are established. From three basic balance equations, a limit balance formula is established, and a simple expression for interslice force function is proposed. A simple expression for vertical slice method for safety factor of slope stability similar to the Sweden method is obtained. This method is applicable to arbitrary slip surface. The formula for safety factor of stability and inter slice force are simple. Its operation and calculation are as simple as the Swedish method. Its accuracy is consistent with those of various high-precision methods. It does not need a trial and has no failure situation because of no convergence condition and is easy to compute in excel. The computed results of an example are compared with those by various traditional methods of Lossap2009.

**Key words:** vertical slice; equivalent interslice force; interslice force function; arbitrary slip surface; slope stability

## 0 引言

边坡稳定分析是一个古老的课题, 传统的方法针对不同滑裂面有瑞典法、毕肖普法、摩根斯顿—普赖斯法、滑楔法等, 对条间力进行了不同的假定, 为追求高精度, 有些方法繁琐, 没有专业软件难以应用, 有时在某种情况下不收敛、不适用, 以致需同时采用几种方法进行验证。尽管目前这些传统法有许多成熟的商业程序用于工程计算, 为避免传统方法以上缺点, 探求一种简便可靠的方法仍有意义。

传统法对条间力力的三要素进行单要素假定<sup>[1-3]</sup>, 如对力的大小假定(瑞典法、简化毕肖普法), 对力的方向假定(摩根斯顿—普赖斯法、萨尔玛法、斯宾塞法、传递系数法), 对力的作用点假定(简布法)。本文另辟蹊径, 对条间力力的三要素进行全要素变换, 建立等效条间力系, 从3个基本平衡方程入手, 对平

衡方程进行化简、变换, 深入剖析不同平衡方程的物理意义, 推求出作用在土条滑弧底部中点曲率中心的两个正交力——等效径向力与切向力来等效地替代条间力, 得出了竖向条分法边坡稳定安全系数象瑞典法一样简单的简捷表达式, 提出了各土条条间力函数的简捷表达式, 验证了潘家铮切向条间力简化公式。分别从土条3个基本平衡方程、条间力函数等不同渠道、不同角度严谨地详细地求证本文方法等效条间力的正确性; 将条间力的差分式改为微分式推求到三角形分布的条间力函数, 详细论证条间力函数应满足的三大条件, 并讨论条间力计算步骤。本文方法适用于任意滑裂面, 稳定安全系数及条间力计算公式简单, 其操作、计算与瑞典法一样简便, 精度与各高精度法一致,

不需试算、迭代，不存在不收敛而失效状况，便于在 excel 中运算，编程计算机时大为缩短。算例与采用电子表格法 Lossap2009 中各法结果进行了对比，通过与摩根斯顿—普赖斯等法进行对比分析认为，本文方法值得推广应用。

## 1 条间力函数

### 1.1 等效条间力系

在任意滑裂面并处于极限平衡状态的边坡中，按

滑弧中心角等分划分一竖向土条  $ABCDEF$  记为  $i$ ，如图 1 (a) 所示。土条中心角为  $2\theta$ ，宽为  $b_i$ ，土条重心点  $G$  的铅直线  $GA$  与滑弧线  $BF$  交于点  $A$ ，重心高  $GA$  为  $h_i$ ，其水平角为  $\alpha_i$ ，点  $O$  为土条滑弧点  $A$  之曲率中心，曲率半径为  $R_i$ 。土条作用有竖向力(含重力)  $W_i$ ，水平力  $Q_i$ ；底部法向反力  $N_i$  及切向力  $T_i$ ，条间力  $X_i$ ， $E_i$  及  $X_{i+1}$ ， $E_{i+1}$ 。(本文为叙述方便，未加入其它作用力，如孔隙压力等，这些外力不影响公式推导，只要在式 (32) 中相应加入有关项即可。)

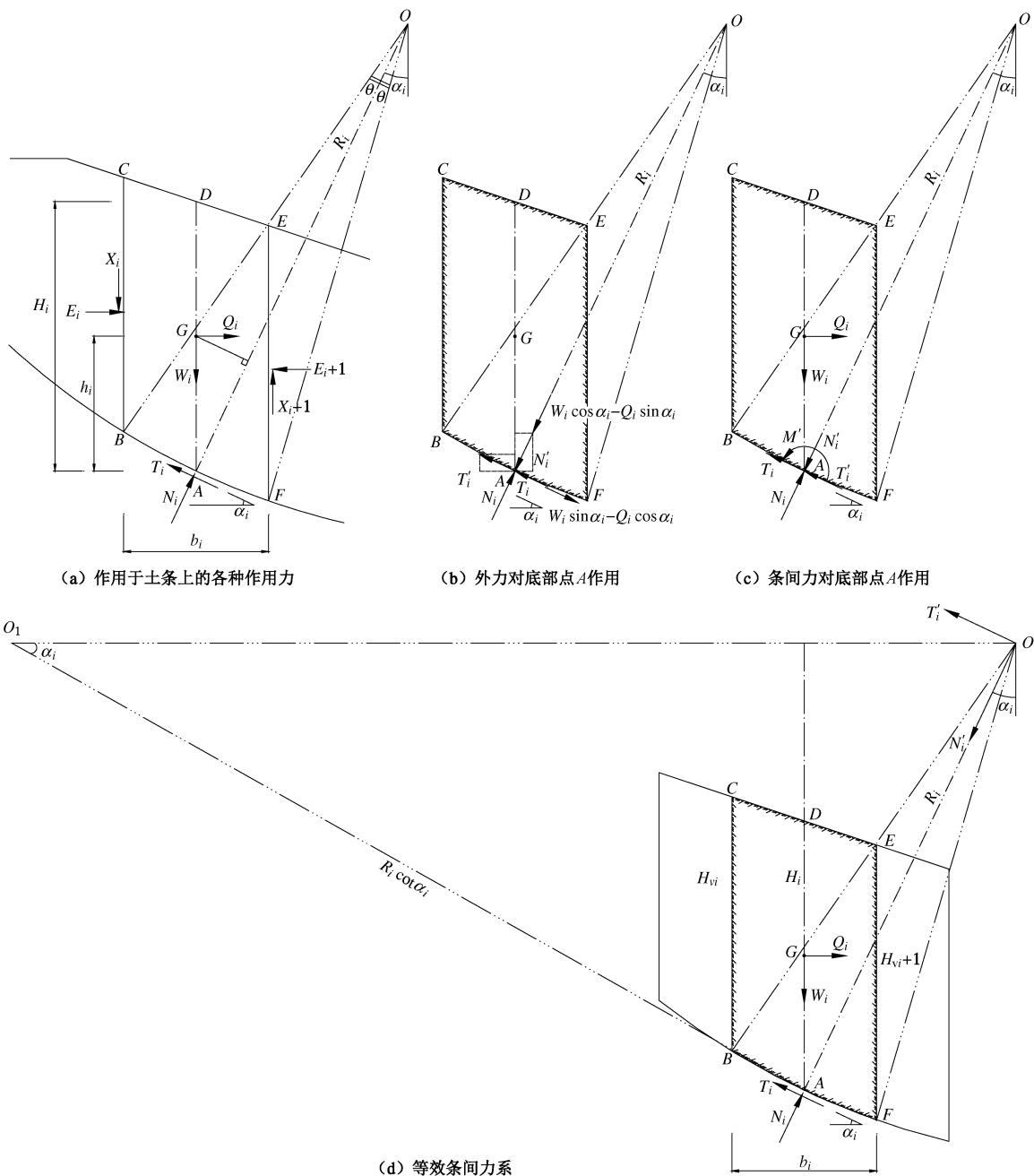


图 1 土条力系分析

Fig. 1 Analysis of soil slice force system

对  $OA$  及其垂线取力平衡得

$$\begin{aligned} N_i &= W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i + \\ &(X_i - X_{i+1}) \cos \alpha_i - (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha_i , \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_i &= W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i + \\ &(X_i - X_{i+1}) \sin \alpha_i + (E_i - E_{i+1}) \cos \alpha_i ; \quad (2) \end{aligned}$$

对  $O$  取矩得

$$\begin{aligned} T_i &= W_i \sin \alpha_i + Q_i (\cos \alpha_i - h_i / R_i) + \\ &(X_i - X_{i+1}) \sin \alpha_i + (E_i - E_{i+1}) \cos \alpha_i + \\ &(X_i + X_{i+1}) b_i / (2R_i) - E_i d_i / R_i + E_{i+1} d_{i+1} / R_i , \quad (3) \end{aligned}$$

式中,  $d_i$ ,  $d_{i+1}$  分别为  $E_i$ ,  $E_{i+1}$  作用点至点  $A$  的距离。

对  $A$  点取矩得

$$\begin{aligned} (X_i + X_{i+1}) b_i / (2R_i) - E_i d_i / R_i + \\ E_{i+1} d_{i+1} / R_i - Q_i (h_i / R_i) = 0 \quad , \quad (4) \end{aligned}$$

比较式 (3)、(4) 可得式 (2)。

式 (4) 可以写为

$$(Q_i \frac{h_i}{R_i}) R_i = (X_i + X_{i+1}) b_i / 2 - E_i d_i + E_{i+1} d_{i+1} . \quad (5)$$

式 (3)、(4) 的物理意义是, 条间力的作用效应可以用作用点在点  $A$  的条间力合力与力偶  $M'_i = Q_i h_i$  的组合替代。而由式 (5) 中力偶  $Q_i h_i$  变为  $\left(Q_i \frac{h_i}{R_i}\right) R_i$ ,

可认为条间力的合力作用点延至曲率中心  $O$  (非实际作用点), 如图 1 (d), 其合力的一个分力  $T'_i$  (条间力合力在径线  $OA$  之法线上的投影) 与径线  $OA$  垂直(切向), 其指向同切向力  $T_i$ , 其大小为

$$T'_i = -[(X_i - X_{i+1}) \sin \alpha_i + (E_i - E_{i+1}) \cos \alpha_i] = Q_i \frac{h_i}{R_i} . \quad (6)$$

另一分力  $N'_i$  (条间力合力在径线  $OA$  上的投影) 与径线重叠(径向), 指向底部, 其大小可由以下推求

$$N'_i = W_i \frac{h_i}{R_i} .$$

将  $W_i$ ,  $Q_i$  分解成平行、垂直  $OA$  线的分力, 在图 1 (d) 中对点  $O$  取矩得

$$\begin{aligned} T_i &= W_i \sin \alpha_i \left(1 - \frac{h_i}{R_i} \cos \alpha_i\right) + W_i \cos \alpha_i \frac{h_i}{R_i} \sin \alpha_i + \\ &Q_i \cos \alpha_i \left(1 - \frac{h_i}{R_i} \cos \alpha_i\right) - Q_i \sin \alpha_i \frac{h_i}{R_i} \sin \alpha_i \\ &= W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i + \left[ (W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} \right] . \\ &\quad \sin \alpha_i - \left[ (W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} \right] \cos \alpha_i \\ &= W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i - Q_i \frac{h_i}{R_i} . \quad (7) \end{aligned}$$

注意, 式 (7) 化简未涉及到点  $O$  上作用力的大小。式 (7) (包括后面的式 (11)) 的物理意义是: 如

图 1 (b), 外力的作用效应可以用  $W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i$ ,  $W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i$  及  $T'_i$ ,  $N'_i$  平移至点  $A$  时的作用来等效代替。式 (7) 中第二等式中后两项中括号内各项, 表示  $N'_i$ ,  $T'_i$  的水平向及竖向分力之和 (图 1 (b) 中虚线表示)。

将式 (6) 代入式 (2) 也可得式 (7) 第三等式, 故式 (7) 与式 (2) 等价, 由此可得

$$X_i - X_{i+1} = (W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} , \quad (8)$$

$$E_i - E_{i+1} = -(W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} . \quad (9)$$

由式 (8)、(9) 可得

$$N'_i = (X_i - X_{i+1}) \cos \alpha_i - (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha_i = W_i \frac{h_i}{R_i} . \quad (10)$$

因此, 建立这样一个等效条间力力系, 土条计算简图表示为图 1 (d), 认为条间力的作用效应可以用作用点在曲率中心  $O$  的条间力合力的另外一组分力 (条间力合力在径线  $OA$  及其法线上的投影)  $N'_i$ ,  $T'_i$  的组合替代。 $N'_i$ ,  $T'_i$  称为等效条间力分力。

其实, 等效条间力力系作用点可以放在任意点, 其力系为等效条间力分力  $N'_i$ ,  $T'_i$  与不同力偶  $M'_i$  的组合。等效点定于点  $A$  时,  $M'_i = Q_i h_i$ , 如图 1 (c); 等效点定于曲率中心  $O$  时,  $M'_i = 0$ , 如图 1 (d); 图 1 (d) 中为最简捷的等效条间力力系。力偶  $M'_i$  只维持力矩平衡, 不影响分力的大小, 因此, 可以将等效条间力力系定于真实条间力力系合力作用点, 此时真实条间力分力就是  $N'_i$ ,  $T'_i$ , 而其真实力偶  $M'_i$  的大小(包括作用方向) 可以先不考虑。

## 1.2 等效条间力证明

在图 1 (d) 中, 设弧底点  $A$  的切线与过点  $O$  水平线之交点为  $O_1$ , 对点  $O_1$  取矩得

$$\begin{aligned} N_i &= W_i \cos \alpha_i \left(1 - \frac{h_i \sin^2 \alpha_i}{R_i \cos \alpha_i}\right) + W_i \frac{h_i}{R_i} \sin^2 \alpha_i + \\ &W_i \frac{h_i}{R_i} - Q_i \sin \alpha_i \left(1 - \frac{h_i \sin^2 \alpha_i}{R_i \cos \alpha_i}\right) + Q_i \cos \alpha_i \frac{h_i}{R_i} \sin \alpha_i - \\ &Q_i \frac{h_i}{R_i} = W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i + \left[ (W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} \right] . \\ &\quad \cos \alpha_i + \left[ (W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} \right] \sin \alpha_i \\ &= W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i + W_i \frac{h_i}{R_i} . \quad (11) \end{aligned}$$

比较式 (1)、(2)、(7)、(11) 共同具有式 (8)、(9)。

注意到在式 (11) 第一个等式中取用了假定的

$N'_i = W_i \frac{h_i}{R_i}$ , 从而才有第二个等式的化简, 也才使式

(6)、(8)、(9)、(10) 成立。说明  $N'_i = W_i \frac{h_i}{R_i}$  (包括大小、方向及作用点) 是充分必要条件。因式 (7) 与式 (2) 等价, 故式 (11) 与式 (1) 也等价。由此也可得式 (10), 证明  $N'_i = W_i \frac{h_i}{R_i}$  正确。

在 1.3 节和 1.4 节中笔者将再次验证  $N'_i$  值的正确性。

### 1.3 条间力函数

式 (8)、(9) 是条间力的差分式, 变为微分式:

$$dX = \left[ (W \cos \alpha - Q \sin \alpha) \frac{h}{R} \right] d\alpha , \quad (12)$$

$$dE = - \left[ (W \sin \alpha + Q \cos \alpha) \frac{h}{R} \right] d\alpha . \quad (13)$$

将式 (12)、(13) 积分得

$$X_i = (W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} + C , \quad (14)$$

$$E_i = (W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i) \frac{h_i}{R_i} + D , \quad (15)$$

式中,  $C, D$  为积分常数。式 (14)、(15) 也可以写成如下分界面参数形式:

$$X_{vi} = (W_{vi} \sin \alpha_{vi} + Q_{vi} \cos \alpha_{vi}) \frac{h_{vi}}{2 \sin \theta R_{vi}} + C , \quad (16)$$

$$E_{vi} = (W_{vi} \cos \alpha_{vi} - Q_{vi} \sin \alpha_{vi}) \frac{h_{vi}}{2 \sin \theta R_{vi}} + D . \quad (17)$$

式中  $W_{vi}$  为相邻两土条中线内土条 (称为界面土条) 竖向力;  $Q_{vi}$  为界面土条水平力;  $h_{vi}$  为界面土条重心高度;  $\alpha_{vi}$  为界面底角;  $H_{vi}$  为土条分界面侧面高;  $R_{vi}$  为土条底面边界点的曲率半径。式 (16)、(17) 就是条间力函数。

如果边界  $h_{vj}=0$ , 则应由外界条件取:  $X_{vj}=C$ ,  $E_{vj}=D$ 。

两条间力函数具体可写为

$$\begin{cases} X_i = [W_{vi} \sin(\alpha_i + \theta) + Q_{vi} \cos(\alpha_i + \theta)] \frac{h_{vi}}{2 \sin \theta R_{vi}} + C , \\ E_i = [W_{vi} \cos(\alpha_i + \theta) - Q_{vi} \sin(\alpha_i + \theta)] \frac{h_{vi}}{2 \sin \theta R_{vi}} + D , \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} X_{i+1} = [W_{v(i+1)} \sin(\alpha_i - \theta) + Q_{v(i+1)} \cos(\alpha_i - \theta)] \frac{h_{v(i+1)}}{2 \sin \theta R_{v(i+1)}} + C , \\ E_{i+1} = [W_{v(i+1)} \cos(\alpha_i - \theta) - Q_{v(i+1)} \sin(\alpha_i - \theta)] \frac{h_{v(i+1)}}{2 \sin \theta R_{v(i+1)}} + D . \end{cases} \quad (19)$$

由式 (18)、(19) 可得

$$(X_i - X_{i+1}) \cos \alpha_i - (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha_i$$

$$= \frac{1}{2} \left( W_{vi} \frac{h_{vi}}{R_{vi}} + W_{v(i+1)} \frac{h_{v(i+1)}}{R_{v(i+1)}} \right) - \frac{1}{2} \cot \theta \left( Q_{vi} \frac{h_{vi}}{R_{vi}} - Q_{v(i+1)} \frac{h_{v(i+1)}}{R_{v(i+1)}} \right) , \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & (X_i - X_{i+1}) \sin \alpha_i + (E_i - E_{i+1}) \cos \alpha_i \\ & = \frac{1}{2} \cot \theta \left( W_{vi} \frac{h_{vi}}{R_{vi}} - W_{v(i+1)} \frac{h_{v(i+1)}}{R_{v(i+1)}} \right) - \frac{1}{2} (Q_{vi} \frac{h_{vi}}{R_{vi}} + Q_{v(i+1)} \frac{h_{v(i+1)}}{R_{v(i+1)}}) . \end{aligned} \quad (21)$$

由边界  $h_{vj}=0$ , 式 (20)、(21) 求和得

$$\sum (X_i - X_{i+1}) \sin \alpha_i + \sum (E_i - E_{i+1}) \cos \alpha_i = - \sum Q_{vi} \frac{h_{vi}}{R_{vi}} , \quad (22)$$

$$\sum (X_i - X_{i+1}) \cos \alpha_i - \sum (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha_i = \sum W_{vi} \frac{h_{vi}}{R_{vi}} . \quad (23)$$

式 (22)、(23) 与式 (6)、(10) 有细微差别, 土条愈细差别愈小, 当  $\theta \rightarrow 0$  时, 式 (22)、(23) 值趋于式 (6)、(10) 求和值。

本节从条间力函数中导出结果式 (22)、(23), 论证了式 (6)、(10) 中  $N'_i, T'_i$  正确。

### 1.4 条间力函数的合理性证明

下面对条间力函数式 (16)、(17) 进行讨论:

(1)  $X, E$  为连续函数, 故满足条间力总和为零的原则。

(2) 水平条间力为压力, 即  $E > 0$ , 满足条间不拉裂条件。式 (17) 中前项一般大于零, 加上积分常数  $D$  后, 可以保证  $E > 0$ 。

(3) 条间力还应满足在土条界面上不违反土体破坏准则, 即土条分界面上抗剪安全系数  $F_{vi} > 1$  ( $F_v \geq F_s$ )。

土条分界面上抗剪安全系数  $F_{vi}$  根据莫尔-库仑准则为

$$F_{vi} = \frac{C'_{vi} H_{vi} + E_{vi} \tan \varphi'_v}{X_{vi}} . \quad (24)$$

详细计算中, 先令式 (16)、(17) 中  $C=0, D=0$ , 得初始  $F_{v0}$ , 选取  $F_{v0}$  最小的界面, 以  $F_{vmin}$  等于 (或略大于)  $F_s$ , 按边界条件取  $C$  值 (一般  $C=0$ ), 再由式 (24) 调整  $D$  值, 则各土条条间力  $X, E$  由式 (16)、(17) 很容易求出。

由式 (16)、(17) 还可知, 因  $W_{vi}, Q_{vi}$  为 (或可化为) 土条分界面高度  $H_{vi}$  的函数, 即

$$W_{vi} = A_i H_{vi} , \quad (25)$$

$$Q_{vi} = B_i H_{vi} . \quad (26)$$

由于土条划分得足够细, 土条顶、底面均可用直线段代替, 对界面土条重力  $W_{tvj} \approx \gamma_j b_{vj} H_{vj}$ ,  $h_{vj} \approx$

$\frac{1}{2}H_{vi}$ 且 $h_{vi} > \frac{1}{2}H_{vi}$ 。故可近似取

$$W_{vi} \frac{h_{vi}}{R_i} = \frac{1}{2R_i} A_i H_{vi}^2 , \quad (27)$$

$$Q_{vi} \frac{h_{vi}}{R_i} = \frac{1}{2R_i} B_i H_{vi}^2 . \quad (28)$$

故知条间力为三角形分布, 水平条间力合力作用点位于界面下三分点上或略偏上。因此, 条间力经过以上调整后满足两个必要条件<sup>[2]</sup>: 在土条界面上不违反土体破坏准则, 即土条分界面上抗剪安全系数 $F_v > 1$  ( $F_v \geqslant$  土坡稳定安全系数 $F_s$ ); 一般来说, 不允许土条之间出现拉力。式(16)、(17)为合理的条间力函数, 就是说, 式(6)、(10)中 $N'_i$ ,  $T'_i$ 正确。

### 1.5 潘家铮切向条间力简化公式的验证

潘家铮根据弹性理论推求得到的切向条间力简化公式<sup>[4]</sup>为

$$X_i - X_{i+1} = K_\beta W_i (\tan \beta - \tan \alpha_i) , \quad (29)$$

由文献[4]可知 $K_\beta = 0 \sim 0.25$ 。

取 $h_i \approx \frac{1}{2}H_i$ , 对坡足与滑弧最低点为同一点时,

式(10)可以化成式(29), 即

$$X_i - X_{i+1} = \frac{1}{2} \sin \alpha_i (W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin \alpha_i) (\tan \beta - \tan \alpha_i) , \quad (30)$$

对土条自重而言, 式(30)中也有 $K_\beta = 0 \sim 0.25$ 。这从另一途径验证了潘家铮<sup>[4]</sup>的结论, 也说明本文方法的条间力函数是合理的。

## 2 土坡稳定安全系数

### 2.1 任意滑动面边坡稳定安全系数

对于任意滑动面, 各土条有各自的圆心和不同的半径 $R_i$ 。对整个滑体而言, 滑体平衡取各土条各自圆心的力矩再求和进行计算更为方便, 有

$$\sum R_i T_i = \sum R_i W_i \sin \alpha_i + \sum R_i Q_i \left( \cos \alpha_i - \frac{h_i}{R_i} \right) . \quad (31)$$

根据边坡稳定安全系数定义及莫尔-库仑准则, 将式(11)、(31)代入得边坡稳定安全系数:

$$F_s = \frac{\sum R_i c'_i l_i + [\sum R_i W_i (\cos \alpha_i + \frac{h_i}{R_i}) - \sum R_i Q_i \sin \alpha_i] \tan \varphi'}{\sum R_i W_i \sin \alpha_i + \sum R_i Q_i \left( \cos \alpha_i - \frac{h_i}{R_i} \right)} . \quad (32)$$

对于折线形滑裂面,  $R_i$ 取值应为折线滑裂面各折点拟合光滑曲线对应土条点A的曲率半径。

### 2.2 圆弧滑动面边坡稳定安全系数

对于圆弧滑动面, 各土条为同一圆心和半径 $R$ ,

由式(32)得圆弧滑动面边坡稳定安全系数

$$F_s = \frac{\sum c'_i l_i + \left[ \sum W_i \left( \cos \alpha_i + \frac{h_i}{R} \right) - \sum Q_i \sin \alpha_i \right] \tan \varphi'}{\sum W_i \sin \alpha_i + \sum Q_i \left( \cos \alpha_i - \frac{h_i}{R} \right)} . \quad (33)$$

### 2.3 平面滑动面边坡稳定安全系数

对平面滑面,  $R$ 为无穷大, 式(33)将变为

$$F_s = \frac{\sum c'_i l_i + [\sum W_i \cos \alpha - \sum Q_i \sin \alpha] \tan \varphi'}{\sum W_i \sin \alpha + \sum Q_i \cos \alpha} . \quad (34)$$

## 3 实例

某均质黏土坡高20 m, 内摩擦角 $\varphi' = 20^\circ$ , 黏聚力 $c' = 10 \text{ kN/m}^3$ , 重度 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ , 试按圆弧滑裂面计算土坡的稳定安全系数<sup>[5]</sup>与条间力(见图2)。

取圆弧半径 $R=54 \text{ m}$ , 中心角 $91.588^\circ$ , 上下边界点与圆心铅直线之夹角分别为 $60.643^\circ$ ,  $30.823^\circ$ , 则底部圆弧总长为86.32 m。按16等分分底弧, 每土条圆心角 $5.724^\circ$ 。分别采用本文方法及简化毕肖普法、瑞典法计算稳定安全系数如表1, 条间力计算见表2。表1, 2中 $W_i$ 按面积计算, 各土条反力的合力作用点位于土条重心垂线与底部的交点。

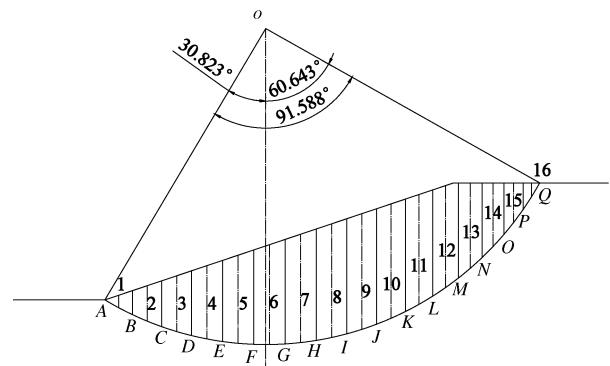


图2 例题

Fig. 2 Example

### 3.1 稳定安全系数计算

#### (1) 本文方法

有关计算见表1。由式(33)计算稳定安全系数:

$$F_s = \frac{\sum c'_i l_i + \sum W_i \left( \cos \alpha_i + \frac{h_i}{R} \right) \tan \varphi'}{\sum W_i \sin \alpha_i} = 1.913.$$

#### (2) 简化毕肖普法

有关计算见表1, 表1中 $A'_i$ 值为简化毕肖普公式变换而来:

$$A'_i = \frac{c'_i l_i / \gamma + \sum W_i \tan \varphi' / \cos \alpha_i}{1 + \tan \varphi' \tan \alpha_i / F_s} .$$

其中, 令 $F_s=1.87$ , 则稳定安全系数为

$$F_s = \frac{A'_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} = \frac{434.41}{232.28} = 1.870。$$

### (3) 瑞典法

有关计算见表 1。稳定安全系数为

$$F_s = \frac{\sum c_i l_i + \sum W_i \cos \alpha_i \tan \phi'}{\sum W_i \sin \alpha_i} = 1.672。$$

表 1 坚向条分法计算表

Table 1 Calculation of vertical slice method

土条 <i>i</i>	土条重 <i>W<sub>i</sub>/kN</i>	形心高 <i>h<sub>i</sub>/m</i>	水平角 <i>α<sub>i</sub>/(°)</i>	<i>W<sub>i</sub>*</i> sin α	<i>W<sub>i</sub>*</i> cos α	<i>W<sub>i</sub>*</i> h <sub>i</sub> /R	<i>A<sub>i</sub>'</i>
16	6.79	1.632	56.851	5.68	3.71	0.21	5.79
15	22.39	3.570	51.786	17.59	13.85	1.48	12.97
14	40.30	5.547	46.207	29.09	27.89	4.14	20.11
13	59.48	7.372	40.554	38.67	45.19	8.12	26.99
12	76.72	8.746	34.908	43.90	62.92	12.43	32.62
11	88.13	9.422	29.215	43.02	76.92	15.38	35.85
10	96.50	9.811	23.524	38.52	88.48	17.53	38.08
9	101.36	9.919	17.812	31.01	96.50	18.62	39.29
8	102.29	9.747	12.109	21.46	100.01	18.46	39.43
7	99.11	9.295	6.408	11.06	98.49	17.06	38.46
6	91.84	8.568	0.709	1.14	91.83	14.57	36.34
5	80.74	7.575	-4.985	-7.02	80.43	11.33	33.06
4	66.27	6.327	-10.668	-12.27	65.12	7.76	28.59
3	49.10	4.841	-16.327	-13.80	47.12	4.40	22.93
2	30.04	3.152	-21.912	-11.21	27.87	1.75	16.04
1	10.05	1.439	-26.974	-4.56	8.96	0.27	7.88
合计	1021.11	—	—	232.28	935.31	153.51	434.41

### 3.2 条间力计算

先令  $C=0$ ,  $D=0$ , 由式(16)、(17)得初始  $F_{v0}$ , 知  $M$  界面的  $F_{v0}$  为最小, 按边界条件取  $C=0$ , 又令  $D=300$ , 得  $F_{vk}=1.93$ , 略大于  $F_s=1.913$ 。各土条条间力  $X$ ,  $E$  见表 2。

表 2 条间力计算表

Table 2 Calculation of inter slice force

界面 <i>i</i>	界面高 <i>H<sub>vi</sub>/m</i>	水平角 <i>α<sub>i</sub>/(°)</i>	<i>sin α<sub>i</sub></i>	<i>X<sub>i</sub></i>	<i>cos α<sub>i</sub></i>	<i>E<sub>i</sub></i>	<i>F<sub>vi</sub></i>
<i>Q</i>	0	60.643	0.872	0	0.490	0	
<i>P</i>	4.568	54.926	0.818	8.539	0.575	305.995	13.340
<i>O</i>	8.828	49.210	0.757	29.502	0.653	325.457	4.181
<i>N</i>	12.737	43.493	0.688	55.829	0.725	358.846	2.466
<i>M</i>	16.256	37.777	0.613	80.940	0.790	404.435	1.930
<i>L</i>	18.15	32.060	0.531	87.430	0.847	439.592	1.945
<i>K</i>	19.219	26.343	0.444	81.954	0.896	465.506	2.198
<i>J</i>	19.727	20.627	0.352	68.545	0.936	482.104	2.720
<i>I</i>	19.667	14.910	0.257	49.761	0.966	486.884	3.781
<i>H</i>	19.041	9.193	0.160	28.963	0.987	478.951	6.384
<i>G</i>	17.854	3.477	0.061	9.666	0.998	459.089	18.314
<i>F</i>	16.119	-2.240	-0.039	-5.077	0.999	429.812	32.575
<i>E</i>	13.852	-7.957	-0.138	-13.280	0.990	395.015	11.406
<i>D</i>	11.077	-13.673	-0.236	-14.502	0.972	359.611	9.450
<i>C</i>	7.821	-19.390	-0.332	-10.154	0.943	328.849	12.216
<i>B</i>	4.116	-25.106	-0.424	-3.594	0.906	307.670	31.793
<i>A</i>	0	-30.823	-0.512	0	0.859	0	

### 3.3 Lossap2009 验证与结论

采用由陈立宏、陈祖煜、孙平编写的边坡稳定分

析电子表格法 Lossap2009 计算本例(划分 50 个土条)及 Lossap2009 中的实例见表 3。

表 3 各种方法结果比较表

Table 3 Comparison among results of various methods

方法	本例 <i>F<sub>s</sub></i>	Lossap2009 例子 <i>F<sub>s</sub></i>	
		无地震	7 级地震(水平向)
本文方法(16 个土条)	1.913	—	—
本文方法(利用表格)	1.910	1.739	1.652
毕肖普法	1.872	1.715	1.621
斯宾塞法	2.060( $\beta=0.219$ )	1.755( $\beta=0.388$ )	1.664
通用条分法	2.060( $\lambda=0.282$ )	1.747( $\lambda=0.526$ )	1.665( $\lambda=0.555$ )
罗厄法	1.778	1.644	1.540
传递系数法(隐式)	1.867	1.753	1.643
传递系数法(显式)	2.060	1.950	1.803
陆军工程师团法	1.999( $\beta=0.322$ )	1.886( $\beta=0.524$ )	1.771
萨尔玛法	2.037( $\varphi=20^\circ$ )	1.73( $\varphi=20^\circ$ )	1.625( $\varphi=20^\circ$ )
瑞典法(利用 Lossap)	1.671	1.518	1.444
毕肖普法计算表格			

Lossap2009 中包括了毕肖普法、斯宾塞法、通用条分法、罗厄法、传递系数法(隐式、显式)、陆军工程师团法及萨尔玛法。利用 Lossap2009 中毕肖普法计算表格, 可很方便地按本文方法增加相应计算项列, 使本文方法成为 Lossap 的一员。本例本文方法计算结果为  $F_s=1.910$ 。

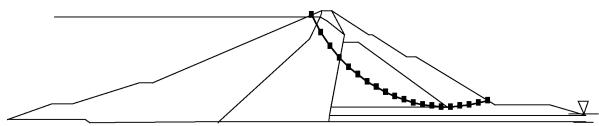


图 3 Lossap2009 例子图

Fig. 3 Example of Lossap2009 FIG

比较表 3 结果可知, 本文方法结果精度与其它高精度法相当, 而与瑞典法一样操作简便, 便于 excel 中运算。

## 4 本文方法与其它方法的比较

边坡稳定性极限平衡分析问题集中在如何正确考虑和计算条间力。各法对条间力进行了不同的假定或变换, 导致方法合理性、方法适用性、计算稳定性、操作难易度、结果准确度等各有不同。下面就本文方法与瑞典法、简化毕肖普法、通用条分法(摩根斯顿-普赖斯法)、简布法等传统法作一些比较。

### 4.1 理论独特性

本文方法对条间力的三要素进行全要素变换, 建立等效条间力系, 用过土条滑弧底部中点曲率中心

的径向与切向的两个正交力等效地代替条间力, 从一个新的角度建立了一套极限平衡公式, 在方法合理性、方法适用性、计算稳定性、操作难易度、结果准确度等方面比对条间力的三要素进行单要素假定的传统法在一方面或多方面更具有一定的优越性。

#### 4.2 方法合理性

本文方法与通用条分法、简布法一样对土坡整体及土条均满足3个基本平衡方程。本文从不同渠道、不同角度严谨详细地证明了本文方法等效条间力与条间力函数是合理的; 瑞典法只满足整体力矩平衡, 简化毕肖普法只满足整体力矩平衡及垂直力平衡, 这两种方法不尽合理。

本文方法条间力函数是将条间力的差分式改为微分式推得, 满足三大条件要求, 式(16)、(17)表明条间力函数为三角形分布, 得出了“水平条间力合力作用点位于界面下三分点上或略偏上”的结论。简布法是根据土压力理论假定推力线在界面下三分点上或略偏上。就是说, 本文方法验证了简布法的这一假定是正确的。

#### 4.3 方法适用性

本文方法与通用条分法、简布法一样适用于任意滑裂面; 瑞典法、简化毕肖普法只适用于圆弧滑裂面。

#### 4.4 计算稳定性

本文方法与瑞典法一样不存在计算稳定问题; 简化毕肖普法、通用条分法、简布法等土条底部法向力可能出现无穷大情况, 在某些情况下有收敛困难问题<sup>[2]</sup>, 可知, 简化毕肖普法、通用条分法、简布法等有计算稳定性问题。

#### 4.5 操作难易度

比较瑞典法土坡稳定安全系数计算公式知, 本文方法式(33)只在分子增加了 $\sum W_i \frac{h_i}{R_i}$ 一项, 当有水平向力作用时, 瑞典法分母也有 $\frac{h_i}{R_i}$ 项, 可知本文方法计算操作不增加工作量, 计算操作与瑞典法一样简单, 不需试算, 便于在excel中运算。本文方法条间力式(16)、(17)表达式简单, 条间力计算简便。

简化毕肖普法稳定安全系数需试算、迭代; 通用条分法、简布法计算繁琐、复杂, 没有专业软件难以应用<sup>[2]</sup>。

#### 4.6 结果准确度

从表3知, 本文方法结果比简化毕肖普法结果大2%左右, 比通用条分法更接近简化毕肖普法。本文方法结果精度与各高精度法相当。

#### 4.7 应用前景

(1) 本文方法条间力函数为三角形分布, 符合土压力分布规律。切向条间力式(16)、法向条间力式(17)表达式简单, 条间力计算简便, 易于应用到土压力计算。

(2) 边坡稳定与变形密切相关, 发生整体稳定破坏之前, 往往伴随着相当大的垂直沉降和侧向变形, 土条重心将偏移下降<sup>[2]</sup>。式(31)中 $h_i$ 值将变小,  $F_s$ 值减小。因此本文方法对边坡稳定与变形的相关研究将可能是有益的。

## 5 结语

本文方法适用于任意滑裂面, 稳定安全系数及条间力计算公式简单, 结果精度与各高精度法一致, 其操作、计算与瑞典法一样简便, 不需试算, 不存在不收敛而失效状况, 便于在excel中运算, 编程计算机时可大为缩短, 值得推广应用。

## 参考文献:

- [1] 张天宝. 土坡稳定分析和土工建筑物的边坡设计[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1987. (ZHANG Tian-bao. Slope stability analysis and slope design of geotechnical structures[M]. Chengdu: Chengdu University of Science and Technology Press, 1987. (in Chinese))
- [2] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 2版. 北京: 中国水利水电出版社, 1996: 303 - 343. (QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. Geotechnical principles and calculation[M]. 2nd ed. Beijing: Water Conservancy and Hydropower Press, 1996: 303 - 343. (in Chinese))
- [3] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析原理、方法与程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. (CHEN Zu-yu. Soil slope stability analysis and the program principle, method[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003. (in Chinese))
- [4] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980. (PAN Jia-zheng. Sliding stability and landslide analysis[M]. Beijing: Water Conservancy Press, 1980. (in Chinese))
- [5] 刘善综. 土坡稳定分析斜向条分法[M]// 张俊之. 水利水电工程理论研究与技术应用. 武汉: 武汉工业大学出版社. 2000: 168 - 171. (LIU Shan-zong. The slope stability analysis of oblique slice method[M]// ZHANG Jun-zhi. The application of technology in water conservancy and hydropower engineering theory research. Wuhan: Wuhan Industrial University Press, 2000: 168 - 171. (in Chinese))