

DOI: 10.11779/CJGE201505010

花岗岩峰后力学特性试验与模型研究

孙 闯, 张树光, 贾宝新, 吴作启

(辽宁工程技术大学土木与交通学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 深部围岩在开挖卸载过程中表现出的峰后复杂力学特性一直是工程界十分关注的问题, 深入研究岩石峰后力学行为对深部资源开采工程具有重要意义。以深部立井马头门工程为依托, 通过室内试验方法研究花岗岩峰后力学特性, 采用非线性拟合方法获得花岗岩峰后软化模量与围压的指数关系式, 假定岩石的剪胀角为恒定值, 基于塑性理论构建考虑围压及剪胀角影响的岩石峰后应变软化模型; 以 FLAC^{3D}为平台开发数学模型并进行验证, 通过构建马头门巷道数值模型, 分析深部围岩在应变软化条件下的破坏特征规律。通过研究可知, 花岗岩峰后破坏具有脆-延性转化趋势, 在高围压条件下, 岩石峰后表现出塑性软化破坏特征, 岩石峰后软化模量随着围压的增大而减小; 通过 FLAC^{3D}进行数值验证可知, 构建的应变软化模型与试验数据基本吻合, 所建立的应变软化模型具有较高的可靠性; 通过数值模拟方法分析深部马头门巷道围岩破坏特征可知, 巷道拱顶及拱脚等局部区域出现了塑性剪切应变, 与现场巷道围岩破损位置及深度基本相同。

关键词: 岩石; 峰后; 应变软化; 围压; 数值模拟

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)05-0847-06

作者简介: 孙 闯(1983-), 男, 辽宁阜新人, 博士, 讲师, 主要从事岩土与地下工程等方面的研究与教学工作。E-mail: sunchuang88@163.com。

Physical and numerical model tests on post-peak mechanical properties of granite

SUN Chuang, ZHANG Shu-guang, JIA Bao-xin, WU Zuo-qi

(School of Civil Engineering and Transportation, Liaoning Technology University, Fuxin 123000, China)

Abstract: The deep surrounding rock in the process of excavation exhibits complex post-peak mechanical properties. It has long been an issue of great concern to the engineering. Thorough studies on the post-peak mechanical properties are of great significance to resource extraction projects. Based on the deep shaft horsehead project, the mechanical post-peak properties of the granite are studied by using laboratory tests. The nonlinear fitting method is used to obtain the exponential relationship between the post-peak softening modulus and confining pressure of granite. The rock dilatancy angle is assumed to be constant. A post-peak strain softening model is established considering confining pressure and dilatancy angle based on the theory of plasticity. Using FLAC^{3D} as the platform to develop and validate a mathematical model for horsehead tunnel to analyze the failure rules of the deep surrounding rock under strain softening conditions. The research results show that the post-peak destruction of granite has a trend of brittle to ductile transformation. Under high confining pressure, it exhibits plastic softening damage characteristic. The post-peak softening modulus increases with the decrease of the confining pressure. The FLAC^{3D} numerical verification shows that the results of the strain softening model agree with the experimental data, and that the proposed model is reliable. By analyzing the properties of horsehead roadway damage through numerical simulation, it is found that the plastic shear strain appears in partial areas, such as the vault and arch foot, and that the location and depth are similar to the field ones.

Key words: rock; post-peak; strain softening; confining pressure; numerical simulation

0 引言

岩石峰后破坏可分为脆性和塑性两种基本类型, 在实际工程中, 岩石峰后通常会表现出脆性破坏特征, 即岩石在应力作用下产生裂隙并发展, 岩石在峰后区表现出强度衰减和扩容等复杂力学行为^[1]。通过室内

试验可以发现, 岩石峰后力学特性与岩石强度和围压有明显相关性^[2-3], 即岩石由低围压条件下的脆性破坏向高围压的塑性流动破坏转化, 该过程可归纳为岩石

基金项目: 国家自然科学基金项目(51174268, 51274109)

收稿日期: 2014-10-24

峰后脆—延—塑转换，而岩石峰后脆性和延性破坏过程都可归结为岩石峰后应变软化行为^[4]。在深部岩石开采工程中，岩石的峰后应变软化行为对硐室支护系统设计及围岩稳定性分析都具有十分重要的意义。

岩石峰后应变软化行为研究可分为三方面：一方面是从室内试验研究入手，分析岩石试件的峰后破坏特征规律，如陆银龙等^[5]通过对软弱泥岩进行常规三轴压缩试验，得到不同围压下的全应力-应变关系曲线，建立以广义黏聚力和广义内摩擦角两个状态参数来表征的软弱岩石后继屈服面模型；余华中等^[6]通过试验手段研究锦屏深埋大理岩峰后变形破坏的脆—延—塑转换特性等。第二方面是理论解析研究，如 Alejano 等^[7-8]提出的基于 Hoek-Brown 准则和 Mohr-Coulomb 准则的岩体峰后应变软化模型；Sharan^[9]给出了 Hoek-Brown 弹脆塑性模型在岩体围岩应力-变形过程中应变软化模型解析式。第三方面研究是在试验研究和理论分析基础上，提出合理表达岩石应变软化行为的数值计算方法，如王水林等^[10]提出了一种模拟岩土介质应变软化过程中参数演化特征的数值计算方法，并基于 Mohr-Coulomb 准则，对不同强度参数演化过程的岩土体应力-应变曲线进行数值计算分析；孙闯等^[11-12]基于塑性理论的岩石应变软化模型，通过数值模拟手段研究硐室围岩与支护结构相互作用关系等。以上研究成果对工程应用都具有十分重要的价值，但是构建岩石峰后应变软化模型方法较为复杂，很难广泛应用于实际工程中，理论计算则做了过多的简化，计算结果存在较大误差。

针对以上问题，本文以 Alejano 等提出的节理岩体峰后力学理论为基础，以深部千米立井马头门工程为依托，通过室内试验研究花岗岩峰后应变软化特性，通过拟合方法得到岩石峰值及峰后残余强度参数，并基于塑性理论构建考虑围压及剪胀角影响的岩石峰后应变软化模型；基于 FLAC^{3D} 平台开发应变软化模型并进行验证；构建深部立井马头门巷道数值模型，分析深部围岩在应变软化条件下的破坏特征。研究成果可丰富岩石峰后力学行为研究体系，并可为实际工程提供参考。

1 岩石三轴压缩试验及强度特征

1.1 岩石三轴压缩试验研究

试验所选用的花岗岩岩样取自鹤岗煤矿 1050 m 深竖井主井马头门开挖工作面，岩块质地均匀，总体完整性好，取样后用塑料密封运回试验室，并将岩块加工打磨成直径为 50 mm，高度为 100 mm 的圆柱型试样，试样的加工精度满足国际岩石力学学会建议试验规范要求。岩石三轴压缩试验在朝阳仪器有限公司生产的 GAW-2000 微机控制电液伺服刚性压力试验

机上进行，该试验系统具有试验精度高和数据处理快捷等优点，并具有较高的操作性和可靠性。

在试验中，围压设定值分别为 0, 2, 5, 10, 15, 30 MPa。首先，对试样施加较小的静水压力，然后施加围压至设定值并保持围压不变，以等应变速率的方式施加轴向荷载，通过微机控制自动采集系统获得轴向应力 σ_1 、径向应力 σ_3 ，通过安装在试件上的轴向和径向应变传感器获得岩样的轴向应变 ε_1 、径向应变 ε_3 。由于花岗岩试样具有较好的均质性，通过对大量岩石试样进行反复试验可知，无论是岩石峰值强度还是弹性模量，离散性均较小，通过试验得到了具有代表性的花岗岩三轴压缩试验全应力-应变曲线，如图 1 (a) 所示。

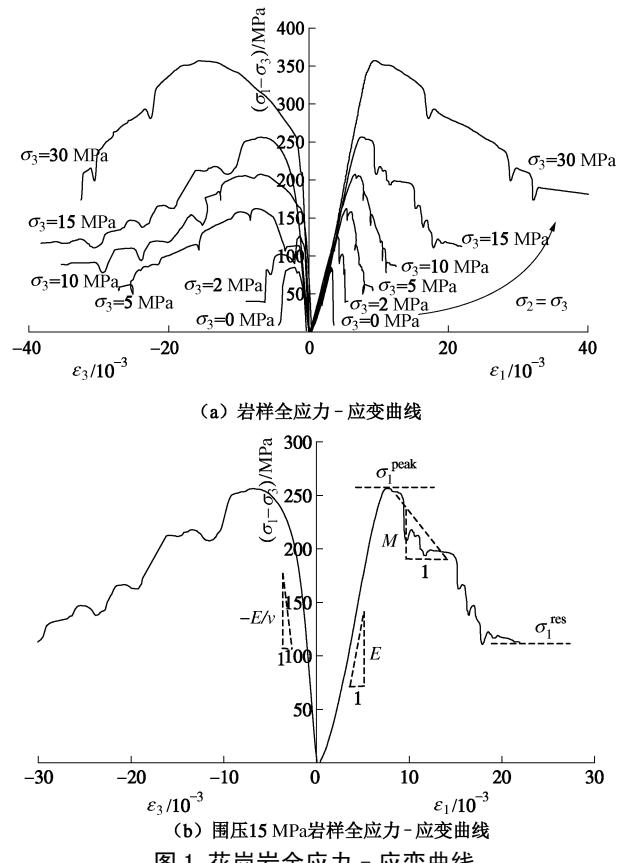


图 1 花岗岩全应力-应变曲线

Fig. 1 Complete stress-strain curves of granite

由图 1 (a) 中岩石全应力-应变曲线可知，岩石试样在单轴压缩过程中，表现为弹脆性破坏，岩样强度达到峰值 σ_1^{peak} 后迅速跌落，其残余强度 σ_1^{res} 接近于 0 MPa，岩样十分破碎，如图 2 所示。岩样在低围压 ($\sigma_3=2, 5$ MPa) 条件下的破坏仍表现为弹脆性破坏，随着围压的继续增大，岩石峰后应力-应变曲线的斜率有逐渐减小的趋势，即随着围压的增大，岩石的破坏特征存在由脆性向延性转化的趋势，岩样峰后主要表现为剪切破坏。通过观察不同围压条件下岩石峰值强度曲线可知，岩石弹性参数同样受到围压的影响，本文重点考虑岩石峰后力学特性，将峰值强度点与残

余强度点连接, 其斜率可定义为岩样的软化模量, 本文用 M 表示, 如图 1(b) 所示。其中软化模量 M 可由弹性模量 E 表示为

$$M = -\xi \cdot E \quad (1)$$

对岩石峰值强度参数进行计算, 通过计算可知, 岩石的弹性模量 $E=34.4$ GPa, 泊松比 $\nu=0.28$ 。



图 2 岩样典型破坏特征

Fig. 2 Characteristics of typical rock destruction

1.2 花岗岩峰值及峰后强度特征研究

在工程稳定性分析中, 岩体的屈服准则多采用线性的 Mohr-Coulomb 及非线性的 Hoek-Brown 准则, 而两种模型的基本参数仍通过室内试验获得。当采用 Hoek-Brown 准则时, 通过室内试验获得完整岩石的单轴抗压强度 σ_c 、岩石硬度 m 值, 并结合 GSI 围岩评级系统得出围岩的力学参数。当采用 Mohr-Coulomb 准则时, 可获得完整岩石的单轴抗压强度 σ_c 、岩石峰值和残余黏聚力 c 、内摩擦角 φ 值。本文通过 Hoek 等^[13]提出的拟合方法获得两种准则的峰值 (peak) 及残余 (res) 强度主应力曲线, 如图 3 所示。

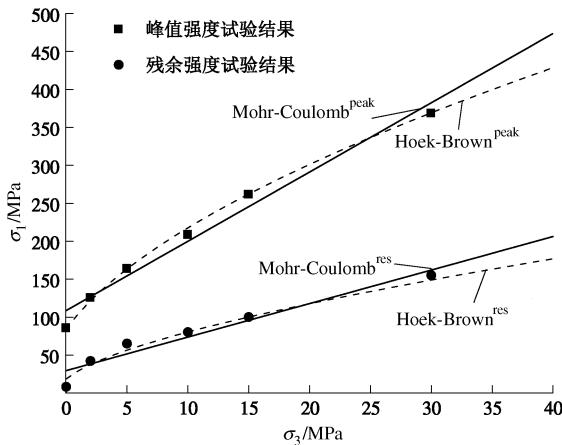


图 3 花岗岩强度拟合曲线

Fig. 3 Strength curves of granite

由图 3 可知, 通过拟合得到的 Hoek-Brown 强度曲线及 Mohr-Coulomb 强度曲线的拟合精度都较高。通过拟合方法可获得岩石峰值及残余强度参数如表 1 所示。在工程的实际应用过程中, 由于 Mohr-Coulomb 强度参数容易获得, 并且考虑了岩石剪胀的影响, 所以本文以 Mohr-Coulomb 屈服准则为基础对岩石峰后

力学模型进行研究。

表 1 岩石强度拟合参数

Table 1 Strength parameters of rock

强度参数	Hoek-Brown 准则			Mohr-Coulomb 准则			
	σ_c /MPa	m	R^2	σ_c /MPa	c /MPa	φ (°)	R^2
峰值	86.6	32	0.994	103.3	11.2	53.1	0.978
残余值	18.4	21	0.993	25.3	3.5	43.8	0.966

2 岩石峰后应变软化模型

在岩石材料塑性应变软化模型当中, 屈服准则与塑性势能方程不仅由应力张量 σ_{ij} 表达, 其中还包括软化参数 η , 其表达式为^[14]

$$f(\sigma_\theta, \sigma_r, \eta) = 0 \quad (2)$$

式中, σ_θ 为最大主应力, σ_r 为最小主应力。

Mohr-Coulomb 屈服准则可表示为

$$f(\sigma_\theta, \sigma_r, \eta) = \sigma_\theta - K_\varphi(\eta)\sigma_r - \sigma_c = 0 \quad (3)$$

式中, σ_c 为岩石单轴抗压强度, 其中,

$$\sigma_c = 2c(\eta)\sqrt{K_\varphi(\eta)} \quad (4)$$

$$K_\varphi = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (5)$$

若假设 Mohr-Coulomb 常数中的 c , φ 随 η 值线性衰减, 则可得到 Mohr-Coulomb 应变软化关系式为

$$\omega(\eta) = \begin{cases} \omega^p - \frac{\omega^p - \omega^r}{\eta^*} \eta & (0 < \eta < \eta^*) \\ \omega^r & (\eta \geq \eta^*) \end{cases} \quad (6)$$

式中 ω^p 为峰值参数; ω^r 为残余参数; η^* 为岩石由应变软化转变到残余阶段的临界软化参数值; ω 可以代替 Mohr-Coulomb 模型中的黏聚力 c 及内摩擦角 φ 。即当 $\eta=0$ 时, 岩体处于弹性变形阶段, $0 < \eta < \eta^*$ 时为应变软化阶段, $\eta > \eta^*$ 为残余阶段。岩石的软化过程则由岩石峰后应力-应变曲线的斜率决定, 即岩石的软化模量 M , 如图 4 所示。当 M 趋于无穷大时, 材料发生弹脆性变形, 当 M 趋于零时, 为理想弹塑性变形, 而这两种情况都可以归为岩石应变软化行为的一种特殊情况。

塑性参数 η^* 可由内在变量的形式表示, 即将塑性参数 η^* 定义为塑性剪切应变, 通过最大主塑性应变和最小主塑性应变的差值获得, 即

$$\gamma^p = \eta^* = \varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p \quad (7)$$

式中, γ^p 为塑性剪切应变, ε_1^p , ε_3^p 分别为最大、最小塑性应变。

根据图 4 岩石峰后简化应变软化曲线, 最大主塑性应变 ε_1^p 可表示为

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_1^{\text{peak},e} + \varepsilon_1^{\Delta, \text{drop}} - \varepsilon_1^e \quad (8)$$

式中 $\varepsilon_1^{\text{peak},e}$ 为峰前弹性最大主应变, $\varepsilon_1^{\text{drop}}$ 为峰后软化

应变, ε_1^e 为弹性最大主应变。当在围压 σ_3 一定的情况下, 式(8)中参数可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1^{\text{peak},e} &= \frac{\sigma_1^p(\sigma_3)}{E}, \\ \varepsilon_1^{\text{drop}} &= \frac{\sigma_1^p(\sigma_3) - \sigma_1^r(\sigma_3)}{-M}, \\ \varepsilon_1^e &= \frac{\sigma_1^r(\sigma_3)}{E}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中, σ_1^p 为峰值主应力, σ_1^r 为残余主应力。

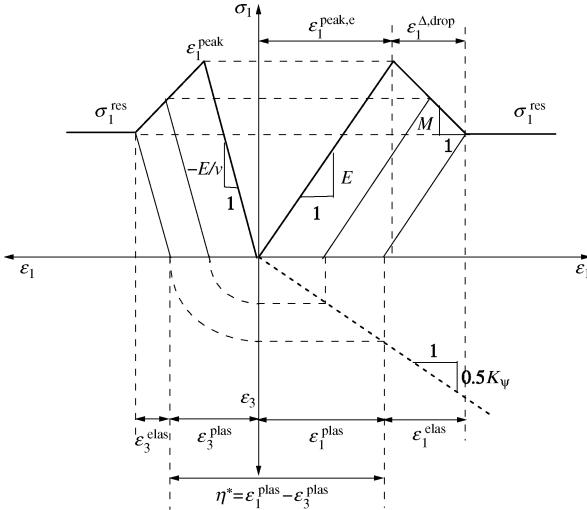


图 4 岩石峰后变形简化曲线

Fig. 4 Simplified curves of post-peak deformation of rock

在考虑剪胀角 ψ 的情况下, 根据应变增量形式, 剪胀角可表示为^[15]

$$\sin \psi = \frac{\dot{\varepsilon}_1^p + 2\dot{\varepsilon}_3^p}{-\dot{\varepsilon}_1^p + 2\dot{\varepsilon}_3^p}, \quad (10)$$

式中, $\dot{\varepsilon}_j^p$ ($j=1, 3$) 为塑性主应变率。式(10)可变换为

$$\dot{\varepsilon}_3^p = -\frac{1}{2}N_\psi \cdot \dot{\varepsilon}_1^p, \quad (11)$$

其中,

$$N_\psi = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}. \quad (12)$$

在静力条件下, 根据式(11)可构建基于恒定剪胀角的 ε_3^p 与 ε_1^p 的关系为

$$\varepsilon_3^p = -\frac{1}{2}N_\psi \varepsilon_1^p. \quad (13)$$

最后可通过联立式(1)、(7)~(13)可得出考虑恒定剪胀角及围压变化的 η^* 数学表达式为

$$\eta^* = \frac{\sigma_1^p(\sigma_3) - \sigma_1^r(\sigma_3)}{E} \xi + 1 \left(1 + \frac{N_\psi}{2} \right). \quad (14)$$

由以上分析可知, 软化模量系数 ζ 是构建岩石峰后应变软化模型的关键, 本文通过室内三轴压缩试验数据进行指数拟合, 如图 5 所示, 获得在不同围压条件下的 ζ 的表达式为

$$\zeta = -1.3e^{-0.072\sigma_3}. \quad (15)$$

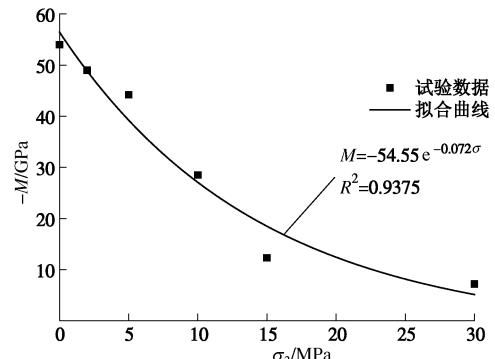


图 5 岩石峰后软化模量拟合曲线

Fig. 5 Curve of post-peak softening modulus of rock

根据式(14)可知, 岩石由应变软化转变到残余阶段的临界软化参数值 η^* , 并不是固定值, 而是随着围压变化的。

在 FLAC^{3D} 中, Mohr–Coulomb 应变软化模型中塑性剪切应变用塑性参数 ε^{ps} 表示, 其增量形式为

$$\Delta \varepsilon^{\text{ps}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\Delta \varepsilon_1^{\text{ps}} - \Delta \varepsilon_m^{\text{ps}})^2 + (\Delta \varepsilon_m^{\text{ps}})^2 + (\Delta \varepsilon_3^{\text{ps}} - \Delta \varepsilon_m^{\text{ps}})^2}, \quad (16)$$

其中,

$$\Delta \varepsilon_m^{\text{ps}} = (\Delta \varepsilon_1^{\text{ps}} + \Delta \varepsilon_3^{\text{ps}})/2. \quad (17)$$

式中 $\Delta \varepsilon_j^{\text{ps}}$ ($j=1, 3$) 为塑性剪切应变主增量。

在考虑岩石剪胀行为时, 在 FLAC^{3D} 中塑性剪切势函数所对应的非关联流动法则可表示为

$$g^s = \sigma_1 - \sigma_3 K_\psi. \quad (18)$$

塑性剪切应变 γ_p 与 FLAC^{3D} 中塑性参数 ε^{ps} 的关系为

$$\varepsilon^{\text{ps}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{1 + N_\psi + N_\psi^2} \frac{\gamma_p}{1 + N_\psi}. \quad (19)$$

3 应变软化模型的数值验证

本文采用 FISH 语言将花岗岩峰后应变软化模型写入 FLAC^{3D} 中的 Mohr–Coulomb 应变软化模型中, 构建数值模型, 分别计算不同围压条件下的应力–应变曲线, 对比试验数据, 检验岩石峰后应变软化数值模型的正确性。

3.1 数值模型及边界条件

将岩石试件三轴压缩试验简化为二维平面应力问题, 建立尺寸为 50 mm × 100 mm 的数值模型, 划分为 300 个数值单元, 如图 6 所示。约束模型底部 y 方向的位移, 并将围压 σ_3 平行施加于模型两端单元, 在模型上边界 y 方向施加恒定的速度 V_y 以产生压缩应力。

3.2 数值计算及验证

在数值计算中, 模型的参数选自表 1 中 Mohr–Coulomb 强度参数。分别计算围压为 0, 5, 10,

15, 30 MPa 的数值模型峰后应力 - 应变曲线, 计算结果如图 7 所示。通过计算可知, 在峰值前阶段, 数值模拟曲线与试验曲线的斜率较吻合, 各围压条件下的数值计算强度与试验峰值强度值较为接近, 在峰后曲线段, 数值计算曲线与试验曲线的斜率较吻合, 残余强度阶段曲线基本吻合。

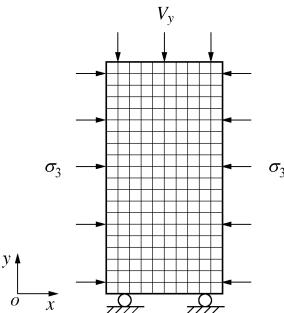


图 6 岩石三轴压缩试验数值模型

Fig. 6 Numerical model for rock triaxial compression tests

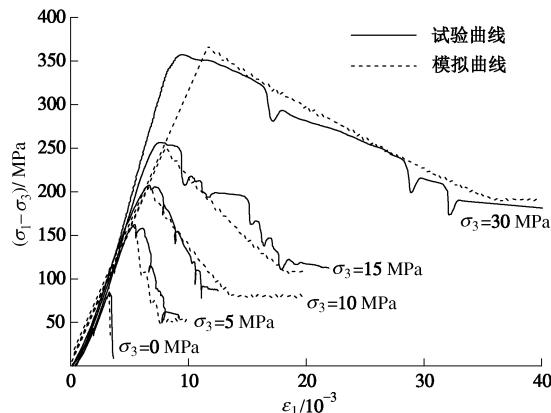


图 7 岩石三轴压缩试验曲线与数值模拟曲线对比

Fig. 7 Comparison between triaxial compression test and numerical curves

4 应变软化模型的现场应用

鹤岗煤矿设计生产水平为-750 m (地面标高+350 m), 主井开挖半径为 4.5 m, 第一水平工作面的马头门位于水平-650 m, 该区段围岩以花岗岩为主, 岩体分布较为均匀、完整。由于附近断层带影响, 该区域地应力较高, 其中水平地应力最大值达到 30 MPa, 垂直地应力为 25 MPa, 属于高地应力环境。为能够较为准确地预测马头门段围岩的稳定性及潜在破坏区域, 本文通过建立马头门巷道数值模型, 并基于花岗岩峰后应变软化模型, 计算分析深部围岩峰后破坏区域位置。

为更加精确地计算围岩潜在破坏区域, 本文构建了较为精细的二维数值网格单元, 其尺寸及边界条件如图 8 所示, 其中水平地应力 $P_x=30$ MPa, 垂直地应力 $P_y=25$ MPa, 计算中采用本文提出的花岗岩峰后应变软化模型, 其中相关强度参数见表 1 中的

Mohr-Coulomb 强度参数。

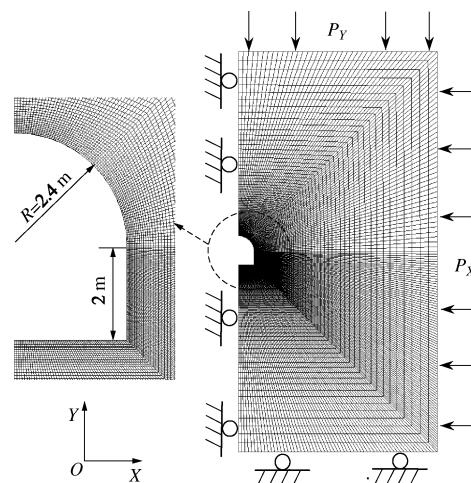


图 8 马头门巷道数值计算模型

Fig. 8 Numerical model for horsehead roadway

通过计算分析可知, 马头门段巷道围岩岩性虽然较为坚硬, 但在高地应力作用下, 巷道拱顶及拱脚部位仍然出现了较大范围的塑性剪切破坏区域, 如图 9 所示, 巷道拱顶破坏区域仍属于低围压区域, 围岩以脆性破坏为破坏区域并没有向围岩深部扩展。在实际施工过程中及施工后一段时间内, 拱顶围岩出现一定破损现象, 破损深度基本与计算结果相同。可见, 本文提出的花岗岩峰后应变软化模型能够较为合理的反应岩石的峰后破坏特征, 计算结果可为施工现场提供相关建议。

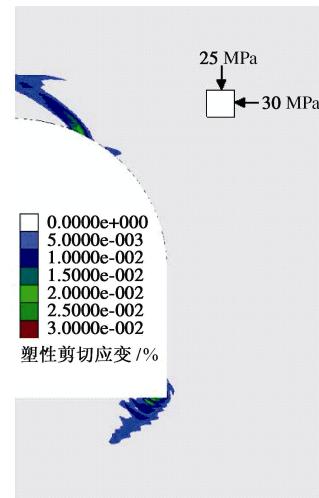


图 9 围岩剪切塑性区分布云图

Fig. 9 Distribution of shear plastic zone of rock

5 结论

本文以深部开采工程为依托, 在前人研究的基础上, 提出建立花岗岩峰后应变软化模型的方法, 并应用于工程实际当中, 得到以下 3 点结论。

(1) 通过分析花岗岩三轴压缩全应力 - 应变曲线

特征可知,花岗岩峰后破坏特征与围压具有一定相关性,岩石峰后破坏具有脆—延性转化趋势,岩石峰后软化模量随着围压的增高而减小,在低围压及中等围压条件下并不明显,在高围压条件下,岩石峰后表现出塑性软化破坏特征。

(2) 在岩石峰后应变软化模型的构建过程中,假定岩石的剪胀角为恒定值,采用非线性拟合方法获得软化模量与围压的指数关系式,通过采用 FLAC^{3D} 进行数值验证可知,构建的应变软化模型与试验数据较为吻合,模型具有较高的可靠性。

(3) 通过数值模拟方法分析深部马头门巷道围岩破坏特征可知,巷道拱顶部位出现了较大范围的塑性剪切应变区域,与现场巷道围岩破损位置及深度基本相同,提出的花岗岩峰后应变软化模型能够广泛应用于深部岩体工程中。

参考文献:

- [1] LEE Y, PIETRUSZCZAK S. A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(3): 588 – 599.
- [2] ALEJANO L R, RODRGUEZ-DONO A, VEIGA M. Plastic radii and longitudinal deformation profiles of tunnels excavated in strain-softening rock masses[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, **30**(4): 169 – 182.
- [3] HAJIABDOLMAJID V, KAISER P K, MARTIN C D. Modelling brittle failure of rock[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2002, **39**(5): 731 – 741.
- [4] 孙闯, 张向东, 李永靖. 深部软弱岩体峰后等效力学模型及数值计算研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(6): 1113 – 1122. (SUN Chuang, ZHANG Xiang-dong, LI Yong-jing. Soft rock equivalent mechanical model of post-peak in deep and numerical computing research[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(6): 1113 – 1122. (in Chinese))
- [5] 陆银龙, 王连国, 杨峰, 等. 软弱岩石峰后应变软化力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(3): 640 – 649. (LU Yin-long, WANG Lian-guo, YANG Feng, et al. Post-peak strain softening mechanical properties of weak rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(3): 640 – 649. (in Chinese))
- [6] 余华中, 阮怀宁, 褚卫江. 大理岩脆—延—塑转换特性的细观模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(1): 55 – 65. (YU Hua-zhong, RUAN Huai-ning, CHU Wei-jiang. Mesoscopic simulation study of brittle-ductile-plastic transition character of marble[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(1): 55 – 65. (in Chinese))
- [7] ALEJANO L R, RODRIGUEZ-DONO A, ALONSO E, et al. Ground reaction curves for tunnels excavated in different quality rock masses showing several types of post-failure behaviour[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2009, **24**(6): 689 – 705.
- [8] ALEJANO L R, ALONSO E. Application of the convergence confinement method to tunnels in rock masses exhibiting Hoek-Brown strain-softening behaviour[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, **47**(6): 150 – 160.
- [9] SHARAN S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, **45**(1): 78 – 85.
- [10] 王水林, 吴振君, 李春光, 等. 应变软化模拟与圆形隧道衬砌分析[J]. 岩土力学, 2010, **31**(6): 1929 – 1937. (WANG Shui-lin, WU Zhen-jun, LI Chun-guang, et al. Modeling of strain-softening and analysis of a lining for circular tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(6): 1929 – 1937. (in Chinese))
- [11] 孙闯, 张向东, 李永靖. 高应力软岩巷道围岩与支护结构相互作用分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(9): 2601 – 2609. (SUN Chuang, ZHANG Xiang-dong, LI Yong-jing. Analysis of interaction between surrounding rock and support under high stressed soft rock roadway[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(9): 2601 – 2609. (in Chinese))
- [12] 孙闯, 张向东, 刘家顺. 基于 Hoek-Brown 强度准则的应变软化模型在隧道工程中的应用[J]. 岩土力学, 2013, **34**(10): 2954 – 2962. (SUN Chuang, ZHANG Xiang-dong, LIU Jia-shun. Application of the strain softening method to tunnels based on the Hoek-Brown strength criterion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(10): 2954 – 2962. (in Chinese))
- [13] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, **34**(8): 1165 – 86.
- [14] ZHAO X G, CAI M. A dilation angle model for rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, **47**(3): 368 – 384.
- [15] ALEJANO L R, ALONSO E. Considerations of the dilatancy angle in rocks and rock masses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2005, **42**(7): 481 – 507.