

DOI: 10.11779/CJGE201505003

石英砂砾破碎过程中粒径分布的分形行为研究

张季如, 胡泳, 张弼文, 刘元志

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

摘要: 荷载作用下粒状土的颗粒破碎改变土的粒径分布, 从而影响其力学特性。试验证据显示随着颗粒破碎的增加, 任何初始分布的土粒都将趋向一种自相似的分形分布。为了揭示土的粒径分布的分形转变机制, 利用侧限压缩试验研究高压应力下石英砂砾的粒径分布演化规律和颗粒破碎特性, 基于分形模型和粒径分布实测数据研究破碎过程中粒径分布的分形行为。研究发现: 颗粒破碎增长导致粒状土趋向分形分布的过程与颗粒破碎量密切相关, 并可以通过增大的分形维数来描述。尽管石英砂砾的初始分布和粒径有所不同, 分形维数大于 2.2 的粒径分布实测数据均展示了较为严格的自相似性, 因而该数值可作为分形分布的分形维数下限值。研究还发现: 相同破碎状态下 Hardin 相对破碎率小于 Einav 相对破碎率, 但二者对应力和体应变的响应规律是一致的。颗粒破碎发展至粒径分布成为分形分布时, 体应变与相对破碎率的比值将保持恒定, 并且受初始分布的均匀性和颗粒大小的影响很小。这一特点可用于分形分布的识别, 并意味着试验中如果粒径分布是分形的, 则无须为了粒径分析而终止试验, 只需测量到体应变就可估计相对破碎率。

关键词: 颗粒破碎; 粒径分布; 分形; 石英砂砾; 相对破碎率

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)05-0784-08

作者简介: 张季如(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学和科研。E-mail: zhangjr@whut.edu.cn。

Fractal behavior of particle-size distribution during particle crushing of quartz sand and gravel

ZHANG Ji-ru, HU Yong, ZHANG Bi-wen, LIU Yuan-zhi

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: The particle breakage of granular soil under loading alters the particle-size distribution (PSD) and further affects its mechanical properties. The experimental evidence shows that any initial distribution of soil particles will tend to be fractal with the development of particle breakage. In order to reveal the transformation mechanism of fractal PSD of soil, a series of confined compression tests on a quartz sand and gravel are conducted to investigate the evolution of PSD and the behavior of particle breakage under even larger compressive stress. The fractal behavior of PSD is studied during particle crushing based on a fractal model and the measured PSD data. It is found that a fractal distribution of granular soil is caused by the growth of particle breakage, which is related to the amount of particle breakage and characterized by the increase of the values of fractal dimension. Despite the different initial distributions and particle sizes of the quartz sand and gravel, the measured PSD data that the values of fractal dimension exceed to 2.2 are shown to be strictly self-similar. Therefore the value of 2.2 can be considered as the lower limit of the fractal dimension of a fractal distribution. The Hardin's relative breakage is larger than the Einav's relative breakage in the same breakage state, but the rule of two indexes in response to the stress and volumetric strain is consistent. Once the PSD becomes fractal during particle crushing, the ratio of volumetric strain to relative breakage remains constant and is not much affected by either the uniformity of the initial distribution or the initial particle size. This constant ratio is a useful index for the identification of a fractal distribution, and implies that the relative breakage may be estimated from the measured volumetric strain in a test if the PSD is fractal, without having to terminate the test to analyze the particle size.

Key words: particle breakage; particle-size distribution; fractal; quartz sand and gravel; relative breakage

0 引言

在外力作用下粒状土的颗粒破碎改变了土的粒径分布 (particle-size distribution, 简称 PSD) 状况, 从而对其力学性能产生很大的影响, 并主要通过颗粒破

碎量反映^[1]。土的 PSD 在量化颗粒破碎的研究中扮演

基金项目: 国家自然科学基金项目 (41272334); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (2012-IV-075, 2014-yb-019)

收稿日期: 2014-07-21

着重要角色,许多学者通过跟踪破碎过程中 PSD 的变化,提出了不同的破碎量化方法^[2-5]。其中, Hardin^[4]提出的相对破碎概念被广为接受,这一概念将土的 PSD 分为破碎前的初始分布、破碎后的当前分布和破碎终止时的极限分布,并通过比较当前分布与极限分布的状态,提出颗粒破碎量化指标。因此,该指标的定义是建立在假设颗粒破碎终将停止,并到达一个极限分布的基础上。迄今为止,已经开展了大量的试验研究^[6-9],旨在证实粒状土的颗粒破碎不会无限持续下去,并主要针对易破碎的钙质砂进行高应变下的环剪试验,目的是尽可能地增大颗粒破碎量,以促其到达极限分布。这些试验获得的极限分布无一例外是分形分布,但试验中忽视了对破碎过程中的 PSD 调查,因而对分形分布的演化规律并不十分了解。

Turcotte^[10]认为随着颗粒破碎增加,任何初始分布的土粒都将趋向一种自相似的分形分布,这一设想已获普遍共识。但是有针对性地研究破碎过程中 PSD 的分形行为,目前尚未发现有清晰的报道。由于颗粒破碎引起的PSD变化是动态的,因此很难定量建立PSD变化与力学行为的关系^[11]。这项研究的潜在价值是,若能认识到破碎过程中PSD的分形行为,就可利用分形模型预测PSD变化,并将其联系到土的力学响应,最终纳入到考虑颗粒破碎的本构关系研究。实际上,已有学者将临界状态的PSD描述为分形分布,并用于考虑颗粒破碎的粒状土临界状态本构模型研究^[12-13]。

初始均匀分布的粒状土在连续破碎过程中,存在着一个趋向于分形分布的演化过程。本文对不同初始分布的石英砂砾进行高压应力下的侧限压缩试验,通过调查不同应力水平下 PSD 的分形特性,并结合破碎过程中的颗粒破碎量、应力水平和体应变等因素综合分析,研究石英砂砾破碎过程中 PSD 的分形行为。

1 分形模型与相对破碎率

1.1 PSD 分形模型

土壤 PSD 的分形关系一般采用土粒的累积数量与粒径的关系来定义^[10],但土的 PSD 通常表示为一定粒径范围内不同粒径间隔的土粒质量,并用筛分法或等效粒径法获得。在所考察的粒径范围内,设 d_M 和 d_m 分别为土粒的最大和最小粒径, d_i 为第 i 级筛孔直径 ($i = 1, 2, \dots, n$)。若忽略各粒级间土粒的相对密度和形状上的差异,Tyler 等^[14]提出了以土粒累计质量与粒径的关系表示的 PSD 分形模型,即

$$\frac{M(\delta < d_i)}{M_T} = \left(\frac{d_i}{d_M} \right)^{3-D}, \quad (1)$$

式中, δ 为描述粒径大小的尺码, $M(\delta < d_i)$ 为粒径小于

d_i 的土粒累积质量, M_T 为土粒总质量, D 为分形维数。

式(1)表征的分形模型已广泛应用于土的粒径分布,其等式左边表示粒径小于 d_i 的土粒质量百分比,与习用的 PSD 曲线相一致。如图 1 所示,给定 d_M , d_m , 由式(1)分别在半对数和双对数的坐标轴上,绘制不同 D 值的 PSD 曲线,可见严格自相似的 PSD 曲线,在半对数坐标轴上是一簇上凹状的曲线,在双对数坐标轴上则是一簇直线。并且 D 值越大, PSD 中的细粒含量越高。本文利用式(1)来描述颗粒破碎过程 PSD 的分形关系。

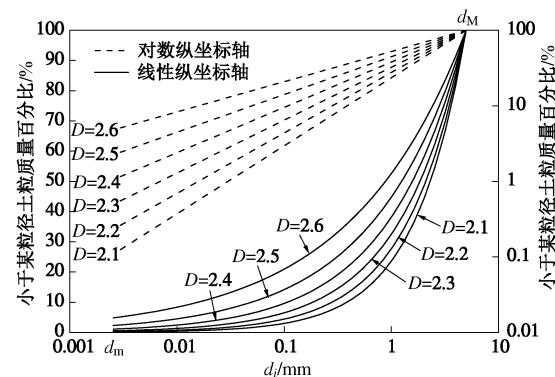


图 1 式(1) 定义的粒径分布曲线

Fig. 1 PSD curves defined by Eq. (1)

1.2 相对破碎率

相对破碎率 B_r 的定义如图 2 所示。Hardin^[4]将 PSD 曲线与 0.074 mm 粒径截断线所围成的面积 A , 定义为破碎势, 表示颗粒破碎潜力; 再将颗粒破碎前后的破碎势之差, 定义为破碎量 B_t , 则 B_r 为 B_t 与破碎前的破碎势 B_p 的比值。由于 Hardin 将颗粒破碎限定在粒径 $d \geq 0.074$ mm 的范围, 并假定破碎终止时, 所有颗粒均破碎至 $d < 0.074$ mm, 因而最终成为一个 $d < 0.074$ mm 的均匀分布颗粒系统。

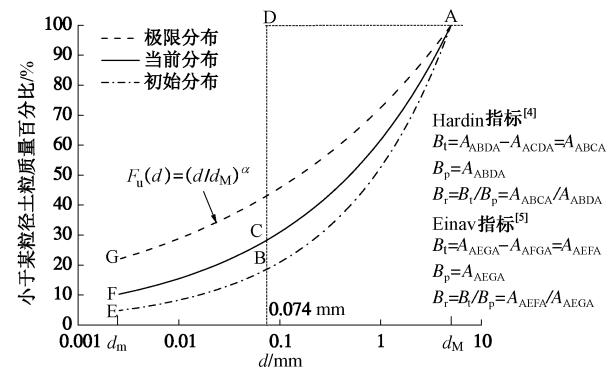


图 2 相对破碎率的定义

Fig. 2 Definition of relative breakage

大量的试验数据显示,颗粒破碎并非局限于 $d > 0.074$ mm 的颗粒,而是随着荷载的增加,逐渐趋向于

一种自相似的分形分布^[6, 10]。基于此, Einav^[5]将破碎终止时的极限分布, 修正为一个分形分布 $F_u(d) = (d/d_M)^\alpha$, 并提出了 Hardin 指标的改进形式, 见图 2。其中 $\alpha = 0.4$, 由 Einav 依据 Coop 等^[8]的试验结果整理而得。显然, 式(1)与 $F_u(d)$ 表示的分形分布结果一致, 其中 $D=3-\alpha=2.60$ 。Hardin 指标已获得广泛应用, 近年来采用 Einav 指标也日渐增多^[15-16], 但鲜见对两种指标进行对比, 尤其是比较两种指标对 PSD 分形特征和应力应变状态的响应规律。因此, 本文分别用这两种指标量化颗粒破碎并作应用比较。

2 土样与试验方法

2.1 土样

供试验用土料是一种广泛用作建筑材料的长江砂砾, 采用 X 射线荧光光谱仪测得砂砾中的 SiO_2 含量为 89.72%~91.94%, 表明其主要成分是石英。试验测得砂砾的相对密度为 2.67。将土料风干后, 筛分法制备土样。依照前人及笔者的经验^[8, 17], 在相同应力水平下, 均匀分布的土粒比非均匀分布土粒的破碎程度更高。因此, 为了增大颗粒破碎量, 并调查初始粒径对破碎的影响, 制备了粒径范围 2~5 mm (S1 样) 和 0.5~2 mm (S2 样) 的土样。在 S2 样中, 粒径 0.5~1 mm 的土粒占 40%, 粒径 1~2 mm 的土粒占 60%。为了调查初始分布的均匀性对破碎的影响, 也对粒径范围 0.074~5 mm 的自然级配土样(S3 样)进行了试验。土样的初始粒径分布见表 1。

表 1 土样的初始粒径分布

Table 1 Initial PSD of soil samples

土样		粒径/mm					
编号		5~2	2~1	1~0.5	0.5~0.25	0.25~0.1	0.1~0.074
S1	100	0	0	0	0	0	0
S2	0	60	40	0	0	0	0
S3	34.2	33.3	22.3	9.4	0.3	0.5	—

2.2 试验设备

侧限压缩试验采用自制装置^[17], 为应力控制式, 对试样允许产生高达 400 MPa 的竖向压缩应力。该装置压力室的直径 79.8 mm, 高 20 mm, 由直径 285 mm, 厚 120 mm 的钢模加工而成, 压力室内土样被厚壁的钢模侧向约束。因钢模的刚度非常大, 即使在非常大的压应力作用下, 装置的变形可忽略不计。试样的竖向荷载由一台 2000 kN 的试验机提供, 经由一个直径与压力室相匹配的钢活塞施加, 并由安装在活塞顶部的外置压力传感器测量。

2.3 试验方法

取 150 g 土样, 采用砂雨技术装样 (即通过漏斗

保持恒定落距灌砂), 控制试样保持相同的初始干密度 (1.50 g/cm³) 和孔隙比 (0.78), 以资比较。加载前, 用硅润滑油涂抹活塞, 以减小侧摩阻力的影响。在活塞两侧对称安装 2 块千分表, 测量试样的竖向压缩位移, 并取测量结果的平均值作为试样的竖向变形。

为调查不同应力水平下的颗粒破碎状况, 试验预先设定了 9 个级别的竖向应力水平, 即 $\sigma_v = 0.8, 1.6, 3.2, 6.4, 12.8, 25.6, 51.2, 102.4, 204.8 \text{ MPa}$ 。采用分级加载, 荷载增量比 1.0, 即荷载分级为 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1.6, 3.2, 6.4, 12.8, 25.6, 51.2, 102.4, 204.8 MPa。每级加载时荷载保持恒定, 直到测量的变形停止, 再进行下一级加载, 直至到达所选的应力水平时终止。每级应力水平下的竖向应变, 根据测量的竖向变形通过试样的初始高度计算。应指出的是, 在侧限压缩试验中, 本文后面所提出的体应变 ε_v , 即为竖向应变。

试验结束后, 小心取出试样并作粒度分析。为了在一个较宽的粒径范围调查颗粒破碎状况, 本文提出的 PSD 数据是采用两种粒度试验组合的结果, 即筛分法获得粒径 0.074 mm 以上的土粒, 而粒径 0.074 mm 以下的土粒, 则采用英国马尔文公司生产的 Mastersizer 2000 型激光粒度分析仪, 测量出最小粒径 1.1 μm 的土粒。应说明的是, 笔者早期曾经开展与本文类似的试验^[17], 但限于条件, 前次试验中仅用筛分法获得了粒径 0.074 mm 以上颗粒的 PSD 数据, 因而未能析出粒径 0.074 mm 以下颗粒的破碎状况。

利用获得的 PSD 数据, 分别采用 Hardin 和 Einav 定义的指标, 分析试样在各级应力水平下的相对破碎率。为考察试样在各级应力水平下 PSD 的分形行为, 基于式(1)和 PSD 实测数据估计分形维数。具体方法是: 利用 $M(\delta < d)/M_T$ 和 d/d_M 的对数值作图, 并作线性回归分析。如果实测数据有直线关系且斜率为 k , 则 $D = 3-k$ 。

3 结果与分析

3.1 破碎过程中的 PSD 分形行为

图 3 是各试样在每一级应力水平下的 PSD 曲线。从图 3 中可以发现, 初始粒径较大的 S1 和 S3 样在 0.8 MPa 的最低应力水平, 就出现了由压碎产生的少量细颗粒。而对于初始粒径较小的 S2 样, 这种情况发生在 1.6 MPa 的应力水平; 对于初始分布均匀的 S1 和 S2 样, 随着应力水平的增加, 颗粒破碎程度加剧, 渐趋于非均匀分布。

从图 3 还可以发现, 各试样在 204.8 MPa 的最高应力水平, 由压碎产生的细颗粒虽然大量增加, 但大

部分的初始大颗粒仍被保留, 并未因全部压碎而荡然无存。此现象可解释为: 在破碎过程中, 大颗粒通过周边更小的颗粒得到缓冲, 使得大颗粒抵抗破碎的能力增强, 因此较小颗粒反而更容易破碎。Tsoungui 等^[18]通过试验和数值模拟观察到了这种缓冲作用, 发现大颗粒在得到缓冲的同时, 与之相邻的小颗粒持续被压碎。

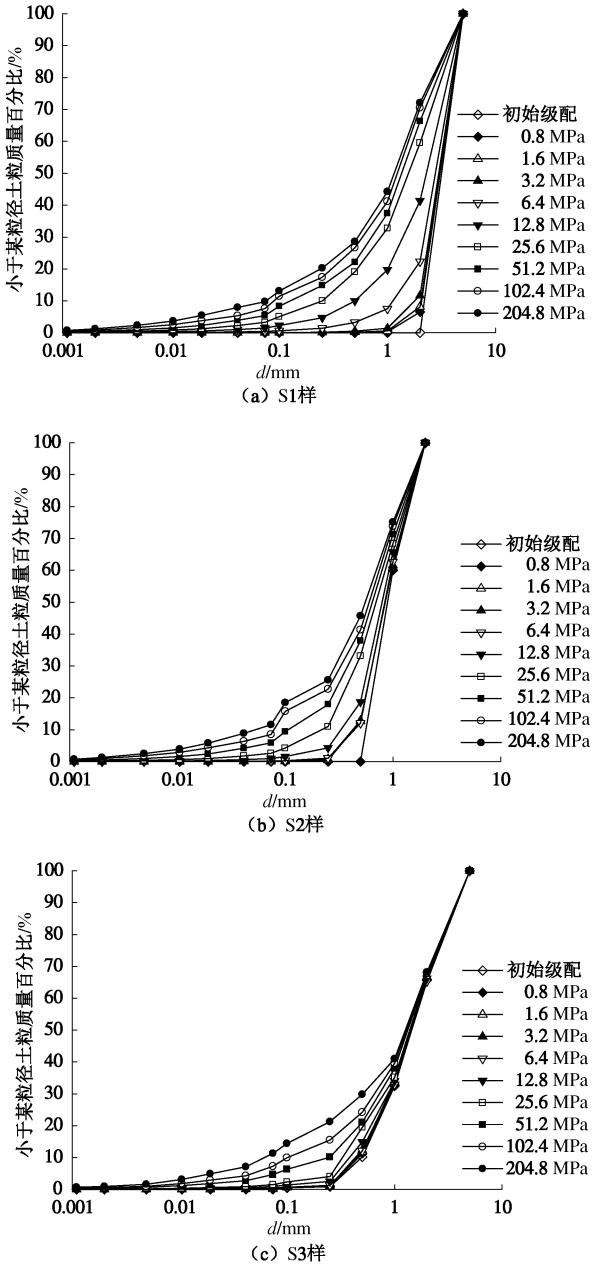


图 3 粒径分布的演化 (半对数坐标轴)

Fig. 3 Evolution of PSDs (semi-logarithmic axes)

将图 3 中的 PSD 曲线改用双对数坐标轴表示, 见图 4, 可初步考察 PSD 的分形行为。观察各 PSD 曲线的形状, 可以发现: 在低应力水平, 曲线形状类似于它们在半对数坐标轴上的表现, 是一条上凹状的曲线。但随着应力水平的增加, 曲线由弯变直, 分形特征渐

趋明显。在高应力水平 (S1 样在 25.6~204.8 MPa, S2, S3 样在 51.2~204.8 MPa), PSD 曲线近似呈直线形状, 分形特征较为显著。由此可见, 在颗粒破碎过程中, 不同初始分布的土粒向分形分布的转变, 是一个渐进性的变化过程。

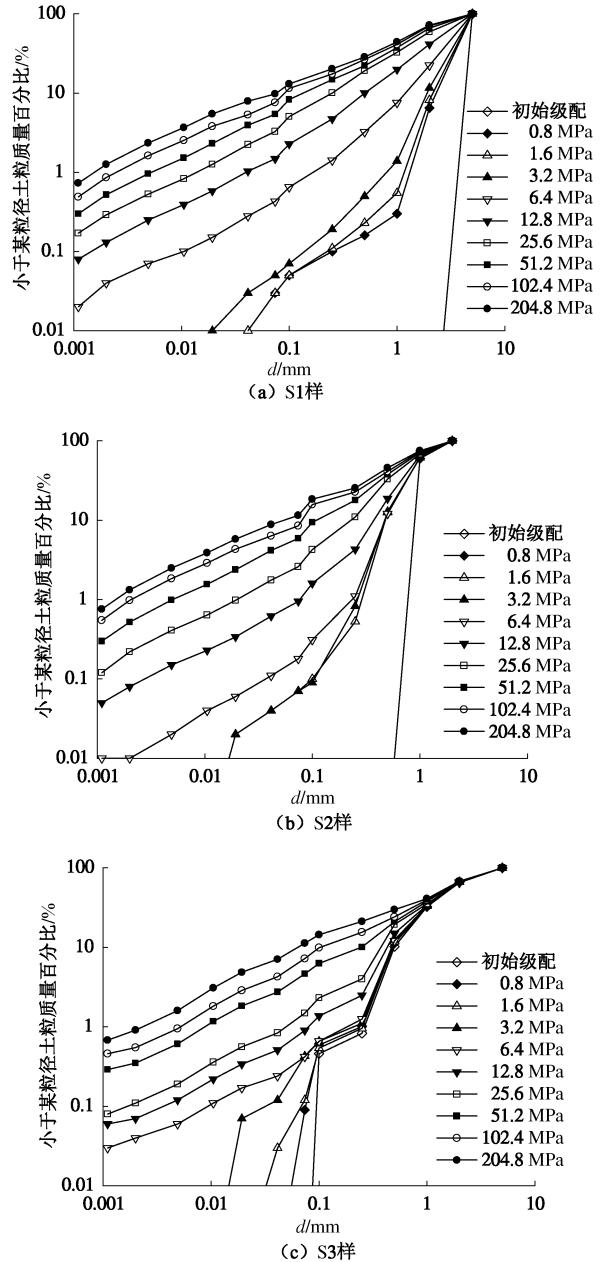


图 4 粒径分布的演化 (双对数坐标轴)

Fig. 4 Evolution of PSDs (double logarithmic axes)

利用实测 PSD 数据和式 (1) 作线性回归分析, 可深入了解各级应力水平下 PSD 的分形特性, 其结果示于图 5, 获得的分形维数 D 和对应的拟合相关系数 R 列于表 2。对比图 5 中的实测数据和拟合直线, 并结合表 2 中的 D 值和 R 值综合分析, 不难发现: 在低于 6.4 MPa 的应力水平, 各试样的实测数据是非线性的, 数据点比较分散, R 值偏低, D 值较小; 随着应

力水平的增加, 数据点线性相关的显著性水平不断提高, R 值逐渐升高, D 值逐渐增大; 达到较高应力水平时 (S1 样在 25.6~204.8 MPa, S2, S3 样在 51.2~204.8 MPa), 数据点和拟合直线保持一致, 线性相关的显著性水平较高, R 值高于 0.9964, D 值大于 2.2。由此可见, D 值伴随着颗粒破碎的增长而增大, PSD 数据自相似性的显著性水平也不断提高。

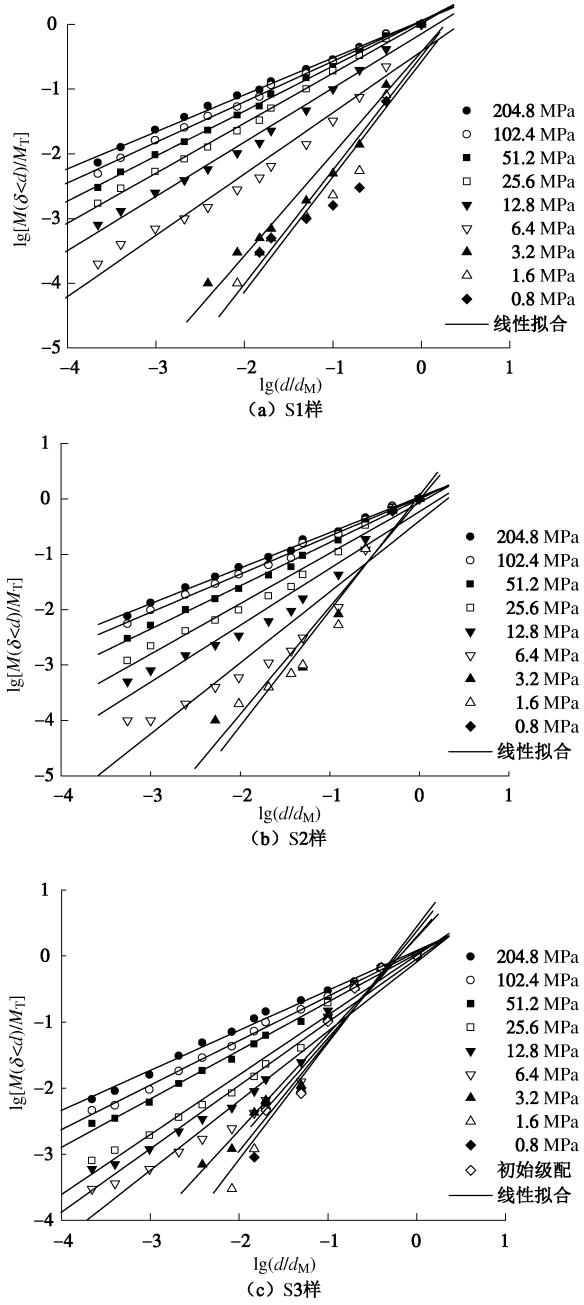


图 5 $\lg[M(\delta < d)/M_T]$ 和 $\lg(d/d_M)$ 的线性拟合

Fig. 5 Linear fitting for $\lg[M(\delta < d)/M_T]$ and $\lg(d/d_M)$

PSD 的自相似性意味着尽管颗粒的大小各不相同, 但都保持着相同的破碎概率。对此 Sammis 等^[6] 曾作如下解释: 所有颗粒之间的应力分布, 会随着颗粒的分形分布而最大化, 破碎概率不受颗粒自身强度

控制, 而是被其相邻颗粒的尺寸控制。一旦达到了自相似性的分形分布, 颗粒在所有方向上具有相同的破碎概率, 因而自相似性得以保持。但 McDowell 等^[19] 认为破碎概率不单受相邻颗粒的尺寸控制, 还与颗粒之间接触点的数量有关。

表 2 分形维数和回归系数

Table 2 Values of fractal dimension and regression coefficient

应力水 平/MPa	S1 样		S2 样		S3 样	
	D	R	D	R	D	R
0	—	—	—	—	1.430	0.9444
0.8	1.224	0.9354	—	—	1.301	0.9548
1.6	1.241	0.9667	0.920	0.9742	1.204	0.9671
3.2	1.426	0.9797	1.064	0.9739	1.509	0.9777
6.4	2.053	0.9839	1.719	0.9580	1.928	0.9671
12.8	2.162	0.9951	1.975	0.9767	2.042	0.9814
25.6	2.229	0.9984	2.090	0.9906	2.096	0.9889
51.2	2.305	0.9992	2.219	0.9976	2.268	0.9978
102.4	2.374	0.9984	2.313	0.9975	2.329	0.9985
204.8	2.429	0.9977	2.358	0.9982	2.396	0.9964

利用表 2 中的 D 值和式 (1) 预测 PSD 的理论曲线, 并与 PSD 实测数据作比较, 考察实测数据与严格自相似分形分布的符合程度。如图 6 所示, PSD 采用双对数坐标轴表示。因式 (1) 是一个严格自相似分形分布, 故 PSD 的理论曲线显示是线性的。将实测数据和理论曲线作比较, 从中可以发现: 对不同初始状态的各试样, D 值大于 2.2 的实测数据的线性关系较好, 与对应的理论曲线 (图 6 中的实线) 甚为吻合, 因而具有较为严格的自相似性特征。而 D 值小于 2.2 的实测数据的线性关系变差, 逐渐偏离了对应的理论曲线 (图 6 中的虚线), 并且随着 D 值的减小, 偏离程度越来越大, 数据点成为非线性。

由以上分析可以获得如下的认识: PSD 实测数据自相似性的显著性水平及分形维数, 对式 (1) 预测结果的准确性十分敏感。采用显著性水平较低的 R 值所对应的 D 值, 将会导致 PSD 实测数据与理论分布之间存在很大的误差。因此, 在颗粒破碎研究中, 将初始均匀的 PSD 描述为分形分布时, 首先应检验 PSD 自相似性的显著性水平, 以判断 PSD 是否完成向分形分布的转变。其次对 PSD 曲线的模型预测, 应采用具有较为严格自相似的分形参数, 以避免预测结果产生较大的误差。

3.2 破碎过程中的应力应变和相对破碎率

依据前面的分析结果, 本文以颗粒破碎发展至 D 值大于 2.2 的 PSD 状况 (相应的应力水平为 S1 样 25.6

MPa, S2, S3 样 51.2 MPa) 作为符合分形分布的界限, 研究 PSD 演化过程中分形分布与 B_r , σ_v , ε_v 等的互为影响机制。其中, B_r 分别按照 Hardin 指标和 Einav 指标分析。

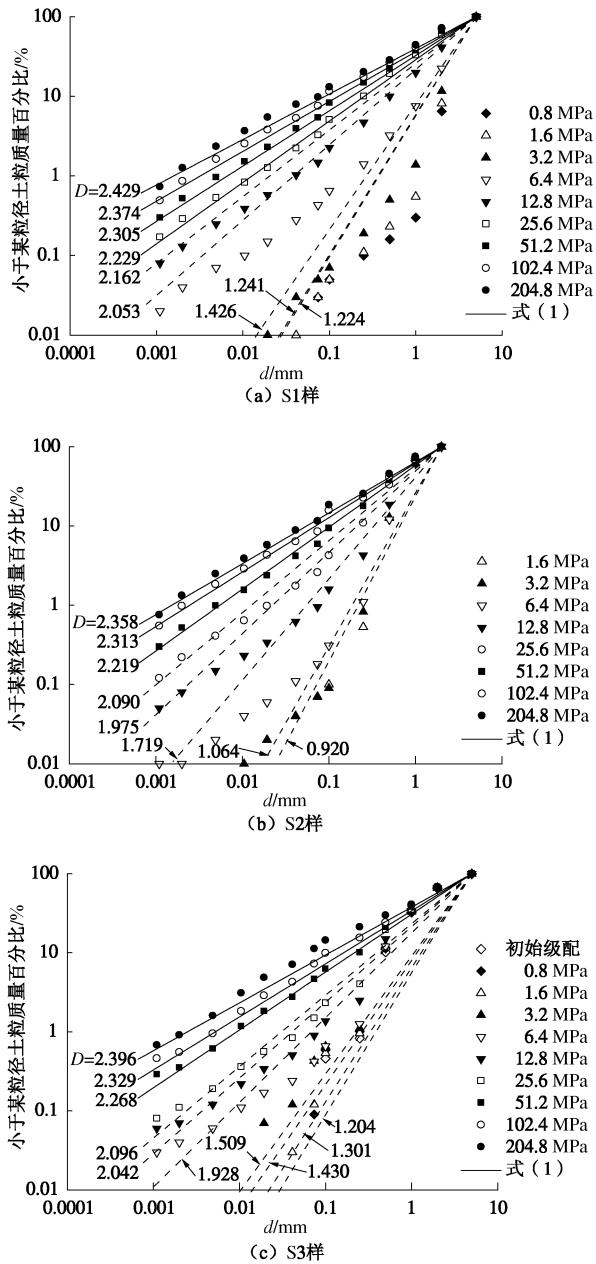


图 6 式(1)与实测 PSD 数据的比较

Fig. 6 Comparison between results of Eq. (1) and measured data of PSD

图 7 显示了相对破碎率对分形维数的影响。可以看出: 在相同破碎状态下, Hardin 指标描述的破碎量小于 Einav 指标的破碎量。各试样的 D 随 B_r 的增加而增加, 破碎发展到一定程度才产生分形分布 (图 7 虚线以上)。初始分布不同, 演化为分形分布所需的破碎量也不同。初始颗粒较大的 S1 样比颗粒较小的 S2 样所需的破碎量要大, 而初始良好级配的 S3 样比不良

级配的 S1, S2 样所需的破碎量要小。当 PSD 演化为分形分布后, D 随 B_r 线性增加。

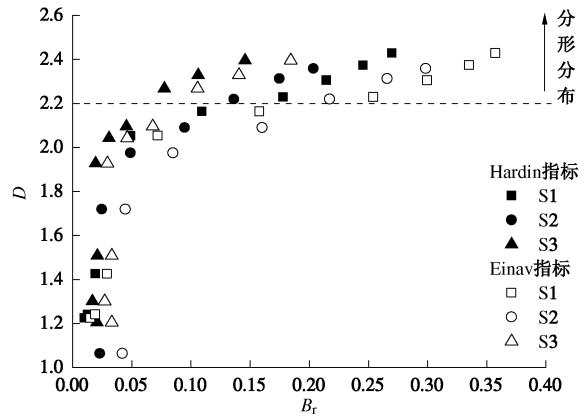


图 7 相对破碎率对分形维数的影响

Fig. 7 Influence of relative breakage on fractal dimension

图 8 显示了应力水平对相对破碎率的影响。从中看出: 同一应力水平下 B_r 受初始分布的影响, 并与颗粒的临界破碎应力有关。初始颗粒较大和不良级配试样的临界应力较小, 因而 B_r 较大; 初始颗粒较小和良好级配试样的临界应力较大, 则 B_r 较小。图 8 还显示, B_r 随 σ_v 的增加而增加, 但增幅渐减, $B_r - \sigma_v$ 曲线呈下凹状, 对此可作如下的解释: 随着 σ_v 增大, 破碎引起的颗粒数量不断增多, 颗粒之间的接触点数也随之增多。虽然作用于整个颗粒的总应力仍在增加, 但颗粒之间接触点的平均应力实际上减小了, 因此 B_r 的增幅随 σ_v 的增加变得越来越小。然而, PSD 在分形分布阶段, 各试样 B_r 的增幅随 σ_v 的增加变得较为一致, 表明此刻颗粒破碎受初始分布的影响很小。

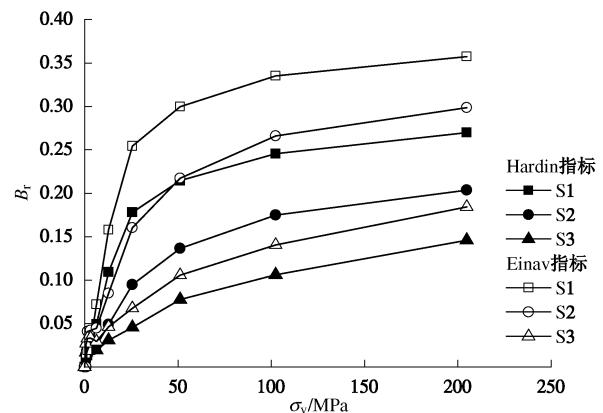


图 8 应力水平对相对破碎率的影响

Fig. 8 Influence of stress level on relative breakage

图 9 显示了体应变对相对破碎率的影响。可以发现: 不同于 $B_r - \sigma_v$ 关系, 各试样在颗粒破碎达到一定程度后, 尤其是在分形分布阶段, 在颗粒破碎停止并到达稳定级配之前, B_r 随 ε_v 近似呈线性增加, 并且受初始分布和初始粒径大小的影响很小。从图 8, 9 可看

到, 虽然 Einav 指标和 Hardin 指标在描述同一破碎状态时的破碎率各不相同, Einav 破碎率要大于 Hardin 破碎率, 但二者描述的破碎率随竖向应力和体应变的变化规律是一致的。

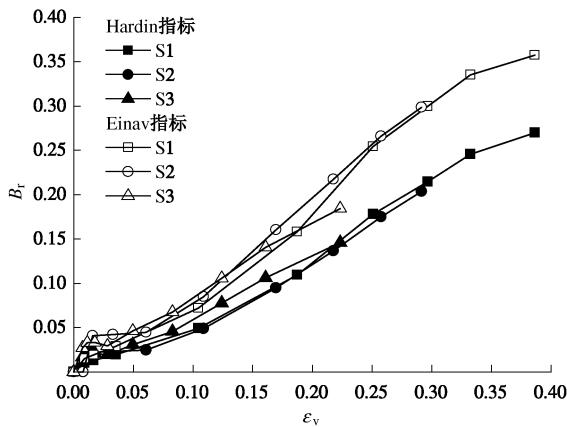


图 9 体应变对相对破碎率的影响

Fig. 9 Influence of volumetric strain on relative breakage

进一步考察试样的体应变和破碎率随破碎发展的变化规律, 图 10 给出了体应变与相对破碎率的比值 ε_v/B_r 与应力水平的关系, 显示了随着颗粒破碎的发展, PSD 在分形分布阶段, ε_v/B_r 随 σ_v 的增加几乎保持恒定, 而且各试样 ε_v/B_r 的恒值非常接近, 说明试样的 ε_v 与 B_r 直接相关, 且 ε_v/B_r 受颗粒初始分布和粒径大小的影响非常小。由图 10 中的虚线所示, 对于 Hardin 指标的 ε_v/B_r 恒值约为 1.47, 对于 Einav 指标的 ε_v/B_r 恒值约为 1.05。

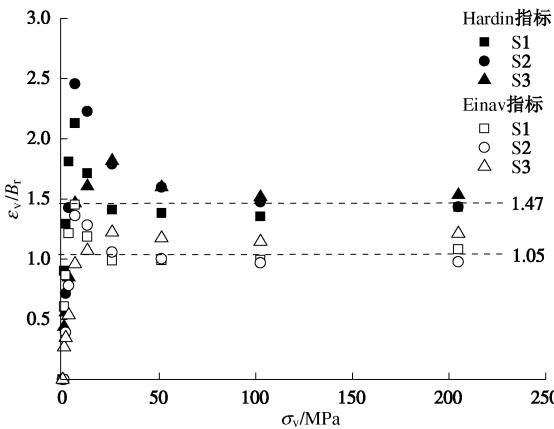


图 10 体应变与相对破碎率的比值随应力水平的变化

Fig. 10 Evolution of ε_v/B_r with stress level

实际上, 早期曾有学者在对钙质砂所进行的三轴试验^[7]和环剪试验^[8]中, 也观察到类似的现象, 其中 B_r 采用的是 Hardin 指标, 并且发现 ε_v/B_r 恒定的状态一直延续到颗粒破碎终止^[8]。然而, 由于缺乏对破碎过程中的 PSD 作详细调查, 因而没有分析到 ε_v/B_r 保

持恒定是分形分布阶段的一个重要特性。

在颗粒破碎过程中, 对于趋于分形分布的粒状土, ε_v/B_r 保持不变且受初始状态影响不大的特性, 有两个潜在的用途: ①为颗粒破碎过程中 PSD 趋向分形分布提供了一种判据; ②为颗粒破碎率的估计提供了一种简单方法。因为如果 PSD 是分形的, 则只需测量到破碎试验中的体应变, 无须为颗粒分析而终止试验, 就可通过体应变与破碎率的恒定比值, 大致估算颗粒的相对破碎率。

4 结论与建议

本文对不同初始状态的石英砂砾进行高应力下的侧限压缩试验, 研究破碎过程中石英砂砾 PSD 的演化规律和分形行为, 得到以下 5 点结论。

(1) 随着颗粒破碎的发展, 不同初始分布和颗粒大小的石英砂砾均趋向于自相似性的分形分布, 这一过程与颗粒破碎量有关。

(2) 颗粒破碎增长可通过增大的分形维数来描述。对不同初始状态的石英砂砾, 分形维数大于 2.2 的 PSD 实测数据均展示了较为严格的自相似性, 因而该值可作为 PSD 趋向分形分布的分形维数的下限值。

(3) PSD 实测数据自相似性的显著性水平, 对 PSD 模型预测结果十分敏感, 采用较为严格的自相似分形参数预测的 PSD 与实测数据甚为吻合。

(4) 相同破碎状态下, Hardin 指标定义的破碎率小于 Einav 指标的破碎率。但两种破碎率在随竖向应力、体应变等的变化规律上是一致的。

(5) 颗粒破碎发展至粒径分布趋向分形分布时, 体应变与破碎率的比值保持恒定, 初始分布的均匀性和颗粒大小对其影响很小。这一特点可用于分形分布的识别, 并意味着如果试验中的粒径分布是分形的, 则无须为粒径分析而终止试验, 只需测量到体应变就可估计颗粒破碎率。

颗粒破碎过程中粒状土趋向分形分布, 为 PSD 的模型预测提供了可能。然而, 当颗粒破碎的 PSD 被描述为分形分布时, 应检验颗粒破碎程度是否足以促成向分形分布的转变, 并在模型预测时采用较为严格自相似的分形参数, 以免造成预测结果产生较大的误差。进一步的研究需要了解其它类型的粒状土在破碎过程中 PSD 的分形行为, 并澄清土粒性质的不同对 PSD 分形行为的影响。

参考文献:

- [1] 尹振宇, 许 强, 胡 伟. 考虑颗粒破碎效应的粒状材料本构研究: 进展及发展[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(12):

- 2170 - 2180. (YIN Zhen-yu, XU Qiang, HU Wei. Constitutive relations for granular materials considering particle crushing: review and development[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(12): 2170 - 2180. (in Chinese))
- [2] LEE K L, FARHOOOMAND I. Compressibility and crushing of granular soils in anisotropic triaxial compression[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1967, **4**(1): 68 - 86.
- [3] LADE P V, YAMAMURO J. Significance of particle crushing in granular materials[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1996, **122**(4): 309 - 316.
- [4] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1985, **111**(10): 1177 - 1192.
- [5] EINAV I. Breakage mechanics – part I : theory[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2007, **55**(6):1274 - 1297.
- [6] SAMMIS C G, KING G, BIEGEL R. The kinematics of gouge deformations[J]. Pure and Applied Geophysics, 1987, **125**(5): 777 - 812.
- [7] LUZZANI L, COOP M R. On the relationship between particle breakage and the critical state of sands[J]. Soils and Foundations, 2002, **42**(2): 71 - 82.
- [8] COOP M R, SORENSEN K K, BODAS FREITAS T, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2004, **54**(3): 157 - 163.
- [9] MIAO G, AIREY D. Breakage and ultimate states for a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2013, **63**(14): 1221 - 1229.
- [10] TURCOTTE D L. Fractals and fragmentation[J]. Journal of Geophysical Research, 1986, **91**(B2): 1921 - 1926.
- [11] 李罡, 刘映晶, 尹振宇, 等. 粒状材料临界状态的颗粒级配效应[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(3): 452 - 457. (LI Gang, LIU Ying-jing, YIN Zhen-yu, et al. Grading effect on critical state behavior of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(3): 452 - 457. (in Chinese))
- [12] 刘萌成, 高玉峰, 刘汉龙. 模拟堆石料颗粒破碎对强度变形的影响[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(11): 1691 - 1699. (LIU Meng-cheng, GAO Yu-feng, LIU Han-long. Effect of particle breakage on strength and deformation of modeled rockfills[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(11): 1691 - 1699. (in Chinese))
- [13] MUIR W D, MAEDA K. Changing grade of soil: Effect on critical states[J]. Acta Geotechnica, 2008, **3**(1): 3 - 14.
- [14] TYLER S W, WHEATCRAFT S W. Fractal scaling of soil particle-size distributions: analysis and limitations[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, **56**(2): 362 - 369.
- [15] 胡伟, 尹振宇, DANO C, 等. 易破碎粒状材料本构研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(增刊2): 159 - 165. (HU Wei, YIN Zhen-yu, DANO C, et al. Constitutive study of crushable granular materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(S2): 159 - 165. (in Chinese))
- [16] 孙逸飞, 刘汉龙, 杨贵. 考虑颗粒破碎引起级配演变的粗粒料屈服函数研究[J]. 岩土力学, 2011, **34**(12): 3479 - 3484. (SUN Yi-fei, LIU Han-long, YANG Gui. Yielding function for coarse aggregates considering gradation evolution induced by particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **34**(12): 3479 - 3484. (in Chinese))
- [17] 张季如, 祝杰, 黄文竟. 侧限压缩下石英砂砾的颗粒破碎特性及其分形描述[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(6): 783 - 789. (ZHANG Ji-ru, ZHU Jie, HUANG Wen-jing. Crushing and fractal behaviors of quartz sand-gravel particles under confined compression[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(6): 783 - 789. (in Chinese))
- [18] TSOUNGUI O, VALLET D, CHARMET J-C. Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials[J]. Powder Technology, 1999, **105**(1/2/3): 190 - 198.
- [19] McDOWELL G R, BOLTON M D, ROBERTSON D. The fractal crushing of granular materials[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1996, **44**(12): 2079 - 2102.