

DOI: 10.11779/CJGE201505002

球应力和偏应力对粗粒土变形影响的真三轴试验研究

施维成^{1,2}, 朱俊高³, 代国忠¹, 卢曦⁴

(1. 常州工学院常州市建设工程结构与材料性能研究重点实验室, 江苏 常州 213002; 2. 重庆交通大学水利水运工程教育部重点实验室, 重庆 400074;
3. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 4. 江苏理工学院数理学院, 江苏 常州 213001)

摘要: 为了研究 p , q , θ_σ 单独变化对粗粒土变形的影响, 使用河海大学 TSW-40 型真三轴仪, 对粗粒土进行了等 q 等 $b(b=(\sigma_2-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3))$ 试验, 等 p 等 b 试验和等 p 等 q 试验, 试验结果表明: q , b 保持不变, p 单独减小时, 初期几乎不产生偏应变, 但会产生膨胀的体积应变, 随着 p 的减小, 体积膨胀增大, 偏应变也逐渐增大, 但偏应变数值上比体积应变小, 到后期体积应变和偏应变都加速发展, 直至破坏; p 的减小直接引起体积膨胀, 体积膨胀后颗粒结构松动, 进而导致偏应变的产生; p , b 保持不变, q 单独增大时, 初期几乎不产生体积膨胀, 但会产生偏应变, 随着 q 的增大, 偏应变增大, 体积膨胀也逐渐增大, 但体积应变数值上比偏应变小, 到后期体积应变和偏应变都加速发展, 直至破坏; q 的增大直接产生偏应变, 偏应变使得颗粒之间产生错动, 进而导致体积膨胀的产生; p , q 保持不变, 应力罗德角 θ_σ 单独变化会产生不可恢复的体积应变和偏应变, 但数值上很小。引入参数 $s_p(s_p=(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0))$ 和 $s_q(s_q=(q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0))$, p_0 , q_0 分别为初始球应力和偏应力, M_f 为破坏应力比, 发现 q , b 保持不变, p 单独减小时, $d\varepsilon_v/dp$ 与 $1/(1-s_p)^{1/2}-1$ 成正比例关系, $d\varepsilon_s/dp$ 与 $-s_p[1/(1-s_p)^{1/2}-1]$ 成正比例关系, 应力-剪胀方程为 $d\varepsilon_s/d\varepsilon_s=-1/s_p$; p , b 保持不变, q 单独增大时, $d\varepsilon_s/dq$ 与 $1/(1-s_q)^{1/2}-1$ 成正比例关系, $d\varepsilon_v/dq$ 与 $-s_q[1/(1-s_q)^{1/2}-1]$ 成正比例关系, 应力-剪胀方程为 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s=-s_q$ 。最后根据本文试验结果对粗粒土柔度矩阵元素的特性进行了分析。

关键词: 粗粒土; 真三轴; 应力应变; 柔度矩阵

中图分类号: TU411.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)05-0776-08

作者简介: 施维成(1982-), 男, 博士, 副教授, 主要从事土的基本性质方面的研究工作。E-mail: shiweicheng1982@163.com。

True triaxial tests on influence of spherical and deviatoric stresses on deformation of coarse-grained soil

SHI Wei-cheng^{1,2}, ZHU Jun-gao³, DAI Guo-zhong¹, LU Xi⁴

(1. Changzhou Key Lab of Construction Engineering Structure and Material Properties, Changzhou Institute of Technology, Changzhou 213002, China; 2. Key Laboratory of Hydraulic and Waterway Engineering of Chinese Ministry of Education, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 3. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 4. School of Mathematics and Physics, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China)

Abstract: In order to study the influence of p , q and θ_σ on the deformation of coarse-grained soil, several tests in which only one of the three variables changes while the other two keep constant are performed on coarse-grained soil by using the TSW-40 type true triaxial apparatus in Hohai University. The results show that if p decreases with constant q and b , few deviatoric strain but some volumetric dilation will be generated at the preliminary stage. With the decrease of p , the volumetric dilation increases, which causes the increase of deviatoric strain that is smaller than the volumetric strain in absolute value. Later both the volumetric strain and the deviatoric strain will be accelerated until failure. It indicates that the decrease of p induces the volumetric dilation immediately, which loosens the particle structure, and then the deviatoric strain will be generated. If q increases with constant p and b , little volumetric dilation but some deviatoric strain will be produced at the preliminary stage. With the increase of q , the deviatoric strain increases, which causes the increase of the volumetric dilation that is smaller than the deviatoric strain in absolute value. Later both the

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2013CB036404); 住房和城乡建设部科学技术计划项目(2012-K3-9, 2012-K3-23); 江苏省前瞻性联合研究项目(BY2014039); 江苏省六大人才高峰项目(JZ-011); 重庆交通大学水利水运工程教育部重点实验室暨国家内河航道整治工程技术研究中心开放基金项目(SLK2012B05)

收稿日期: 2014-06-15

deviatoric strain and the volumetric strain will be accelerated until failure. It demonstrates that the increase of q induces the deviatoric strain directly which causes particle dislocation, and then the volumetric dilation will be produced. If θ_σ changes with constant p and q , some but very small unrecoverable volumetric and deviatoric strains will be generated. Two parameters s_p ($s_p = (p/q - p_0/q_0)/(1/M_f - p_0/q_0)$) and s_q ($s_q = (q/p - q_0/p_0)/(M_f - q_0/p_0)$) are introduced, in which p_0 and q_0 are the initial spheric stress and the deviatoric stress respectively, M_f is the stress ratio at failure. The test results show that when p decreases with constant q and b , $d\varepsilon_v/dp$ and $1/(1-s_p)^{1/2}-1$ are in direct proportion; $d\varepsilon_s/dp$ and $-s_p[1/(1-s_p)^{1/2}-1]$ are in direct proportion; stress-dilatancy equation is $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s = -1/s_p$. When q increases with constant p and b , $d\varepsilon_s/dq$ and $1/(1-s_q)^{1/2}-1$ are in direct proportion; $d\varepsilon_v/dq$ and $-s_q[1/(1-s_q)^{1/2}-1]$ are in direct proportion; stress-dilatancy equation is $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s = -s_q$. Finally the characteristics of the flexibility matrix of coarse-grained soil are analyzed according to the test results.

Key words: coarse-grained soil; true triaxis; stress-strain; flexibility matrix

0 引言

土的变形性质一直是学者们研究的重要对象。Rowe^[1]提出了应变增量比与主应力比之间的关系。张丙印等^[2]在堆石体三轴试验成果基础上,探讨了堆石体的体积变形特性,提出了堆石体修正 Rowe 剪胀方程。Lo 等^[3]对砂土进行了 $\sigma_2 = \sigma_3$ 条件下, σ_1/σ_3 保持不变和 $d\sigma_1/d\sigma_3$ 保持不变的等应力增量比试验,研究了这些应力路径下的应力应变关系。张荣堂等^[4]对饱和和软黏土进行了 $\sigma_2 = \sigma_3$ 条件下, $\Delta q/\Delta p$ 保持不变, p 减小的应力路径试验,研究了软黏土的应力比与轴应变之间的归一化关系。刘国彬等^[5]进行了 $\sigma_2 = \sigma_3$ 条件下,主应力增量比 $\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_3$ 保持不变的等应力比试验,研究了初始卸荷模量与主应力增量比之间的关系。Bolton^[6]整理了砂土在轴对称和平面应变条件下的试验数据,研究了砂土的强度和体变特性。

真三轴试验^[7-16]可以实现 $\sigma_2 \neq \sigma_3$, 是研究土体变形性质的有效方法。殷宗泽等^[17]通过 3 个主应力方向单独加荷产生的变形提出了土体应力应变柔度矩阵所具有的性质。Xiao 等^[18-19]研究了 σ_3 保持不变的真三轴条件下的应力剪胀关系。

主应力对土体变形的影响已有研究^[20], 但广义应力对土体 (尤其是粗粒土) 的变形影响却鲜见报道, 而广义应力在土体本构模型中往往是直接变量, 因此研究广义应力对土体变形的影响有重要的理论意义。本文使用真三轴仪对粗粒土分别进行等 q 等 b 试验、等 p 等 b 试验和等 p 等 q 试验, 研究 p , q , θ_σ 单独变化对粗粒土变形的影响, 进而探讨粗粒土柔度矩阵元素的性质, 为建立合理的粗粒土本构模型提供试验依据。

1 试验方法、应力路径及加荷方式

1.1 试验方法

本文试验使用的真三轴仪为河海大学 TSW-40 型真三轴仪。该仪器是长春市朝阳试验仪器有限公司与

河海大学联合研制, 主要由加载系统、控制器、主机、显示器组成。对 3 个方向的主应力 σ_1 , σ_2 , σ_3 可分别单独控制, 且互不干扰, 实现三维应力空间中不同应力路径的试验。其中, 竖直方向的主应力采用刚性板加压, 两对水平方向的主应力中, 一对采用柔性水囊加压, 另一对采用刚性板和橡皮圈相间组成的复合加压块加压。

试验所用粗粒土为双江口心墙堆石坝的堆石料。试验土料对原型级配采用混合法^[20]缩尺, 粒径 10~5 mm 的颗粒占总重量的 70%, 粒径小于 5 mm 的颗粒占总重量的 30%, 级配曲线如图 1 所示, 试验土料最小干密度为 1.54 g/cm³, 最大干密度为 1.96 g/cm³。试样为 120 mm×60 mm×120 mm 的长方体。

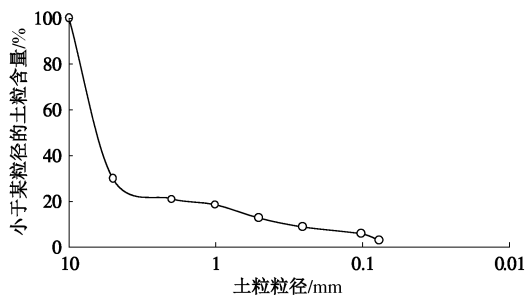


图 1 粗粒土的级配曲线

Fig. 1 Grain-size distribution for coarse-grained soil

制样时在橡皮膜里 4 个侧面上各放一块土工布, 防止在制样击实及试验加压时土颗粒棱角将橡皮膜刺破。土样分 5 层击实, 控制干密度 $\rho_d = 1.91$ g/cm³, 相对密度 0.90。为简单起见, 本文制样和试验时的试样均为干样。

试样制完后, 放到仪器上, 用真空泵从橡皮膜内抽真空, 使其气压小于外界大气压, 从而在试样内外形成压差。在试样施加到一定的初始应力状态 (本文为 3 个方向的主应力都等于 20 kPa) 之前要保持此压差, 避免试样坍塌。

试验时, 在复合加压块与试样之间放置一层较薄

的软玻璃和薄土工布。软玻璃的作用是减小复合加压块与试样间的粗糙度,薄土工布的作用是保护水囊,防止复合加压块刺破水囊。

1.2 应力路径

(1) 等 q 等 b 试验

为了研究球应力 p 单独变化对粗粒土变形的影响,进行了等 q 等 b 试验, b 分别取 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00。试验过程中, q , b 保持不变, p 从初始值 500 kPa 开始逐渐减小,直至试样破坏。其中, $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ 为球应力, $q = \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/2}$ 为偏应力(广义剪应力),本文试验中 q 始终保持为 300 kPa, $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ 为中主应力系数。

图2为本文所做的 $q=300$ kPa 下, b 分别为 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 的等 q 等 b 试验实测应力路径,可以看出,试验过程中较好地保持了 b 为常数, p 则从 500 kPa 开始一直减小,直到试样破坏。

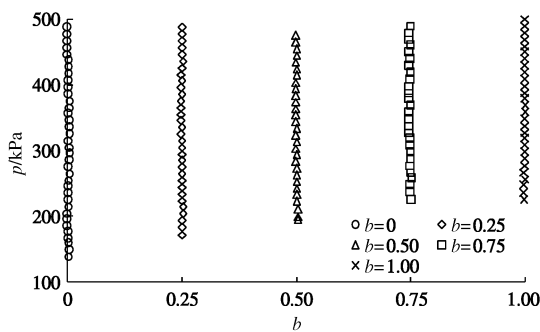


图2 粗粒土等 q 等 b 试验的实测应力路径

Fig. 2 Measured stress paths of coarse-grained soil with decreasing p and constant q and b

(2) 等 p 等 b 试验

为了研究偏应力 q 单独变化对粗粒土变形的影响,进行了 $p=400$ kPa 下的等 p 等 b 加荷试验, b 分别取 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00。加荷时保持 p , b 不变, q 从 0 开始增加,直至试样破坏。

图3是 $p=400$ kPa 下, b 等于 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 的粗粒土等 p 等 b 试验在 π 平面上实测的应力路径,很明显,等 p 等 b 试验的应力路径在 π 平面上为从原点出发的径向直线。

(3) 等 p 等 q 试验

为了研究应力罗德角 θ_σ 单独变化对粗粒土变形的影响,进行了 $p=300$ kPa, $q=150$ kPa 下的等 p 等 q 试验,即在试验过程中,保持 p , q 都不变, θ_σ 从 -30° 变化到 330° 。其中,应力罗德角 θ_σ 与 3 个方向的主应力有如下关系式: $\tan \theta_\sigma = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)/\sqrt{3}$ 。

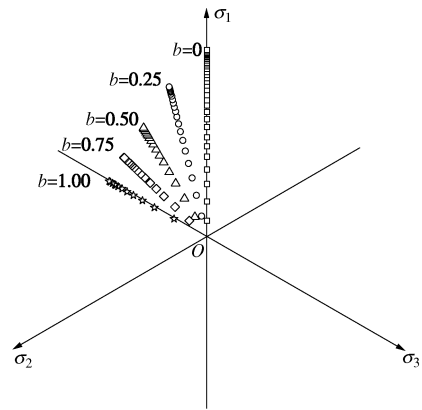


图3 粗粒土等 p 等 b 试验的实测应力路径

Fig. 3 Measured stress paths on π -plane of coarse-grained soil with increasing q and constant p and b

图4为粗粒土等 p 等 q 试验在 π 平面上的实测应力路径,可以看出,等 p 等 q 试验的应力路径在 π 平面上是一个闭合圆。

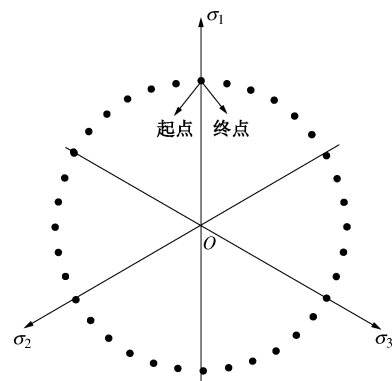


图4 粗粒土等 p 等 q 试验在 π 平面上的实测应力路径

Fig. 4 Measured stress paths on π -plane of coarse-grained soil with increasing θ_σ and constant p and q

1.3 加荷方式

本文通过实时控制 3 个方向的主应力大小来实现等 q 等 b 试验、等 p 等 b 试验以及等 p 等 q 试验。用 p , q , θ_σ 表示主应力 σ_1 , σ_2 , σ_3 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{2}{3}q \sin\left(\theta_\sigma + \frac{2}{3}\pi\right) + p, \\ \sigma_2 &= \frac{2}{3}q \sin \theta_\sigma + p, \\ \sigma_3 &= \frac{2}{3}q \sin\left(\theta_\sigma - \frac{2}{3}\pi\right) + p. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

等 q 等 b 试验时保持 q 和 θ_σ 为常数, p 为变量, 从 500 kPa 开始减小, 直至破坏; 等 p 等 b 试验时保持 p 和 θ_σ 为常数, q 为变量, 从 0 开始增加直至试样破坏; 等 p 等 q 试验时保持 p 和 q 为常数, θ_σ 为变量, 从 -30° 变化到 330° 。

(1) 等 q 等 b 试验

等 q 等 b 试验中, q , $\theta_\sigma(b)$ 保持不变, 仅有 p 不断减小, 由式 (1) 可见, 3 个方向的主应力 σ_1 , σ_2 , σ_3 都是以 p 为变量的线性函数, 试验过程中, $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = \Delta p < 0$, 因此, 等 q 等 b 试验是等应力增量比的卸荷试验。

(2) 等 p 等 b 试验

等 p 等 b 试验中, p , $\theta_\sigma(b)$ 保持不变, 仅 q 从 0 开始不断增加。从式 (1) 可以看出, 此时 3 个方向的主应力都是以 q 为变量的一次函数, 即在等 p 等 b 试验中, σ_1 , σ_2 , σ_3 都与 q 呈线性关系。

(3) 等 p 等 q 试验

等 p 等 q 试验中, p , q 保持不变, 仅 θ_σ 变化, 由式 (1) 可知, 3 个方向的主应力都是 θ_σ 的三角函数。

图 5 为粗粒土等 p 等 q 试验中实测的 3 个方向主应力随 θ_σ 而变化的曲线 (图中的 σ_1 , σ_2 , σ_3 仅代表 3 个方向的主应力, 不反映相对大小关系)。

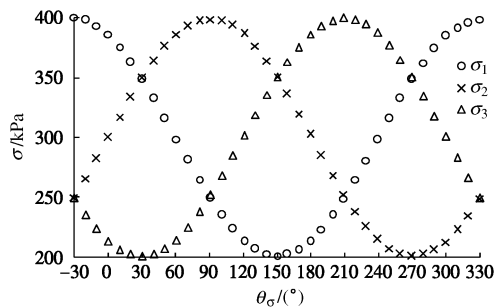


图 5 粗粒土等 p 等 q 试验三个方向主应力的加荷方式

Fig. 5 Variation of principal stresses of coarse-grained soil with changing θ_σ and constant p and q

2 p , q , θ_σ 单独变化对变形的影响

2.1 球应力 p 单独变化对变形的影响

(1) 应力应变关系

图 6 为粗粒土在不同 b 值下等 q 等 b 试验得到的球应力 p 与体积应变 ε_v 、偏应变 ε_s 的关系曲线。因为本文试验使用的是干样, 不能由排出水的体积来得到体积应变, 所以本文的体积应变 ε_v 是用 3 个方向的主应变 ε_1 , ε_2 , ε_3 相加得到, 即 $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ (正为体积压缩, 负为体积膨胀)。偏应变 ε_s 也是由 3 个主应变得到: $\varepsilon_s = \sqrt{2[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]}/3$ 。可以看出: 在等 q 等 b 试验中, p 的减小会引起体积应变和偏应变的增加, 且体积应变为膨胀; p 减小的初期 $p - \varepsilon_s$ 关系曲线几乎垂直, 几乎不产生偏应变, 但会产生体积膨胀, 说明 p 的减小直接引起膨胀的体积应变; 随着 p 的继续减小, 体积膨胀继续增大, 偏应变也逐渐增大, 可以认为是膨胀的体积应变导致偏应变的产生; 后期体积应变和偏应变都加速发展, 直至破坏。

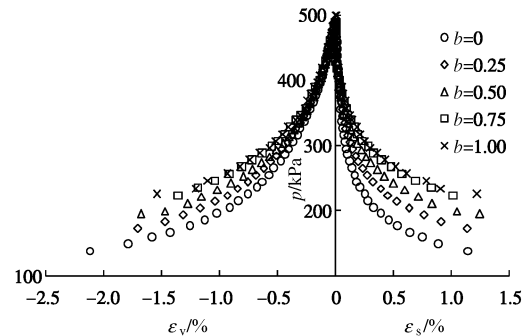


图 6 粗粒土等 q 等 b 试验的 $p - \varepsilon_v$ 和 $p - \varepsilon_s$ 关系曲线

Fig. 6 Relationships between p and ε_v (ε_s) in the tests of coarse-grained soil in which p decreases with constant q and b

(2) 应变之间的关系

图 7 为粗粒土在不同 b 值下等 q 等 b 试验得到的体积应变 ε_v 与偏应变 ε_s 的关系曲线。等倾线为 ε_v 和 ε_s 数值上相等的线, $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ 关系曲线都位于等倾线下方, 说明 q , b 保持不变, p 减小时引起的偏应变数值上比体积应变要小。

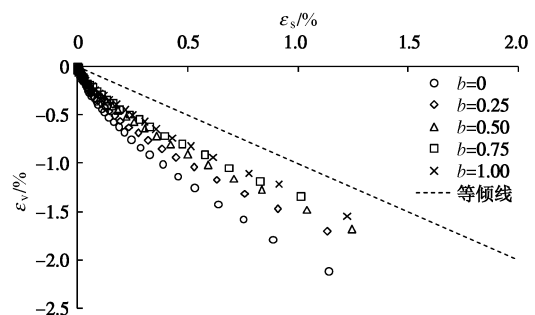


图 7 粗粒土等 q 等 b 试验的 $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ 关系曲线

Fig. 7 Relationship between ε_v and ε_s of coarse-grained soil with decreasing p and constant q and b

(3) 归一化关系

图 8 给出了粗粒土在不同 b 值下等 q 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_v/dp$ 随 $(p/q - p_0/q_0)/(1/M_f - p_0/q_0)$ 变化的关系曲线。横坐标为 $(p/q - p_0/q_0)/(1/M_f - p_0/q_0)$, 纵坐标为 $d\varepsilon_v/dp$, 其中, p_0 和 q_0 分别是初始状态的球应力和偏应力, M_f 为破坏应力比。

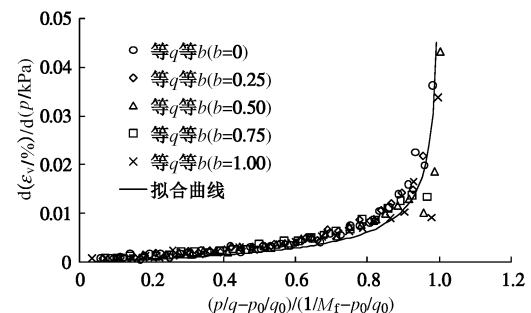


图 8 粗粒土等 q 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_v/dp - (p/q - p_0/q_0)/(1/M_f - p_0/q_0)$ 关系曲线

Fig. 8 Relationship between $d\varepsilon_v/dp$ and $(p/q - p_0/q_0)/(1/M_f - p_0/q_0)$ of coarse-grained soil with decreasing p and constant q and b

图 8 中的拟合曲线表达式为

$$\frac{d\varepsilon_v}{dp} = \frac{0.005}{\sqrt{1-(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)}} - 0.005, \quad (2)$$

引入参数

$$s_p = \frac{p/q-p_0/q_0}{1/M_f-p_0/q_0}, \quad (3)$$

则初始状态时, $p=p_0$, $q=q_0$, $s_p=0$; 破坏状态时, $q/p=M_f$, $s_p=1$ 。

将式 (3) 代入式 (2), 有

$$\frac{d\varepsilon_v}{dp} = 0.005 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-s_p}} - 1 \right). \quad (4)$$

图 9 给出了粗粒土在不同 b 值下等 q 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_s/dp$ 随 $(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)$ 变化的关系曲线。图 9 中的拟合曲线表达式为

$$\frac{d\varepsilon_s}{dp} = -(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0) \cdot \left[\frac{0.005}{\sqrt{1-(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)}} - 0.005 \right]. \quad (5)$$

将式 (3) 代入式 (5), 得

$$\frac{d\varepsilon_s}{dp} = -0.005 \cdot s_p \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-s_p}} - 1 \right). \quad (6)$$

式 (4) 等式两端分别除以式 (6) 等式两端, 可得 p 单独减小时的应力-剪胀方程:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_s} = -\frac{1}{s_p} = -\frac{1/M_f-p_0/q_0}{p/q-p_0/q_0}. \quad (7)$$

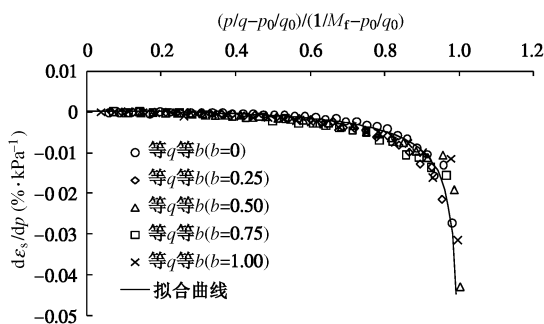


图 9 粗粒土等 q 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_s/dp - (p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)$ 关系曲线

Fig. 9 Relationship between $d\varepsilon_s/dp$ and $(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)$ of coarse-grained soil with decreasing p and constant q and b

2.2 偏应力 q 单独变化对变形的影响

(1) 应力应变关系

图 10 为粗粒土在不同 b 值下等 p 等 b 试验得到的偏应力 q 与体积应变 ε_v 、偏应变 ε_s 的关系曲线。

由图 10 可见, 在等 p 等 b 试验中, q 增大的初期 $q - \varepsilon_v$ 关系曲线几乎垂直, 引起的体积应变很小, 而

偏应变相对较大, 说明 q 的增大直接产生偏应变; 随着 q 的增大, 偏应变增大, 体积膨胀也逐渐增大, 可以认为是偏应变导致体积膨胀的产生; 到后期体积应变和偏应变都加速发展, 直至破坏。

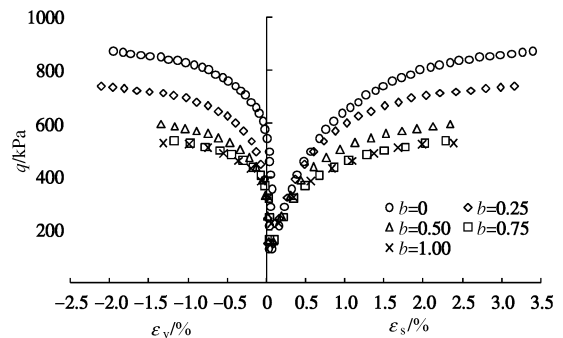


图 10 粗粒土等 p 等 b 试验的 $q - \varepsilon_v$ 和 $q - \varepsilon_s$ 关系曲线

Fig. 10 Relationship between q and ε_v (ε_s) of coarse-grained soil with increasing q and constant p and b

(2) 应变之间的关系

图 11 为粗粒土在不同 b 值下等 p 等 b 试验得到的体积应变 ε_v 与偏应变 ε_s 的关系曲线。等倾线为 ε_v 和 ε_s 数值上相等的线, $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ 关系曲线都位于等倾线上方, 说明 p 、 b 保持不变, q 单独增大时引起的体积应变数值上比偏应变小。

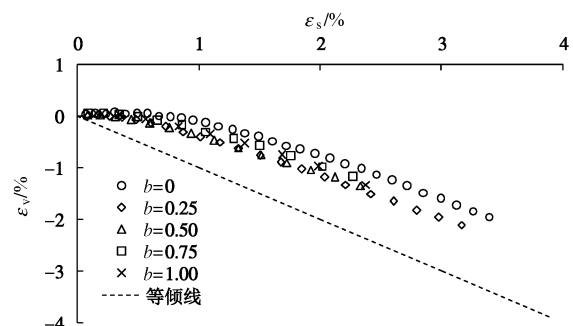


图 11 粗粒土等 p 等 b 试验的 $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ 关系曲线

Fig. 11 Relationship between ε_v and ε_s of coarse-grained soil with increasing q and constant p and b

(3) 归一化关系

图 12 给出了粗粒土在不同 b 值下等 p 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_s/dp$ 随 $(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)$ 变化的关系曲线。横坐标为 $(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)$, 纵坐标为 $d\varepsilon_s/dp$, 其中, p_0 和 q_0 分别是初始状态的球应力和偏应力, M_f 为破坏应力比。

图 12 中的拟合曲线表达式为

$$\frac{d\varepsilon_s}{dq} = \frac{0.005}{\sqrt{1-(q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)}} - 0.005, \quad (8)$$

引入参数

$$s_q = \frac{q/p-q_0/p_0}{M_f-q_0/p_0}, \quad (9)$$

则, 初始状态时, $p=p_0$, $q=q_0$, $s_q=0$; 破坏状态时, $q/p=M_f$, $s_q=1$ 。

将式 (9) 代入式 (8), 有

$$\frac{d\varepsilon_s}{dq} = 0.005 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-s_q}} - 1 \right) \quad (10)$$

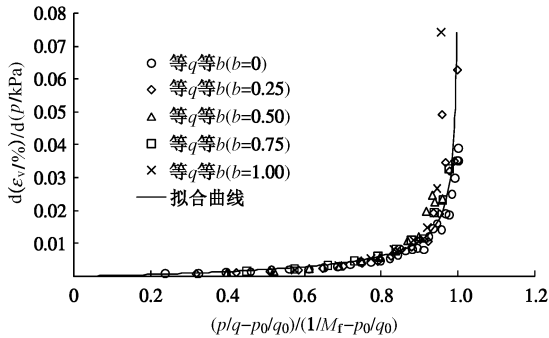


图 12 粗粒土等 p 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_s/dq - (q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)$ 关系曲线

Fig. 12 Relationship between $d\varepsilon_s/dq$ and $(q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)$ of coarse-grained soil with increasing q and constant p and b

图 13 给出了粗粒土在不同 b 值下等 p 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_v/dq$ 随 $(p/q-p_0/q_0)/(M_f-p_0/q_0)$ 变化的关系曲线。

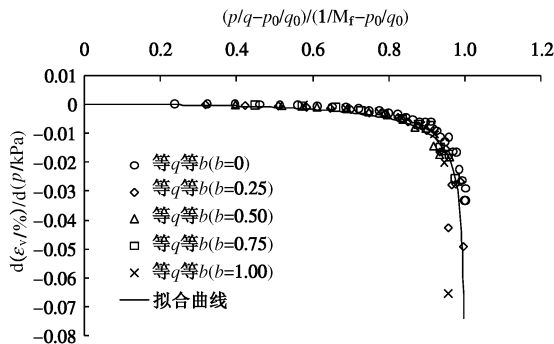


图 13 粗粒土等 p 等 b 试验得到的 $d\varepsilon_v/dq - (q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)$ 关系曲线

Fig. 13 Relationship between $d\varepsilon_v/dq$ and $(q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)$ of coarse-grained soil with increasing q and constant p and b

图 13 中, 横坐标为 $(p/q-p_0/q_0)/(M_f-p_0/q_0)$, 纵坐标为 $d\varepsilon_v/dq$ 。图 13 中的拟合曲线表达式为

$$\frac{d\varepsilon_v}{dq} = -\frac{(q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)}{\left[\frac{0.005}{\sqrt{1-(q/p-q_0/p_0)/(M_f-q_0/p_0)}} - 0.005 \right]} \quad (11)$$

将式 (9) 代入式 (11), 得

$$\frac{d\varepsilon_v}{dq} = -0.005 \cdot s_q \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-s_q}} - 1 \right) \quad (12)$$

式 (12) 等式两端分别除以式 (10) 等式两端,

可得 q 单独增大时的应力 - 剪胀方程:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_s} = -s_q = -\frac{q/p-q_0/p_0}{M_f-q_0/p_0} \quad (13)$$

2.3 应力罗德角 θ_σ 单独变化对变形的影响

图 14 为本文粗粒土等 p 等 q 试验得到的 $\theta_\sigma - \varepsilon_v$ 和 $\theta_\sigma - \varepsilon_s$ 关系曲线。

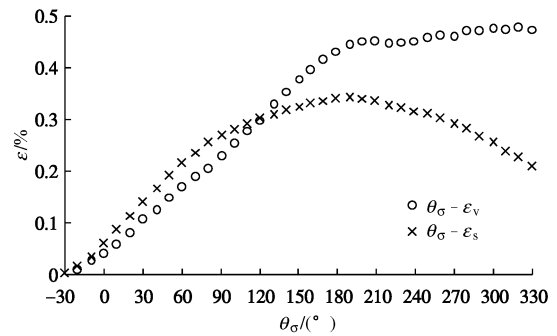


图 14 粗粒土等 p 等 q 试验的 $\theta_\sigma - \varepsilon_v (\varepsilon_s)$ 关系曲线

Fig. 14 Relationship between θ_σ and $\varepsilon_v (\varepsilon_s)$ of coarse-grained soil with changing θ_σ and constant p and q

在图 5 中, θ_σ 为 -30° 和 330° 时 3 个方向的主应力相同, 说明 θ_σ 从 -30° 变化到 330° 时, 应力状态已经回到初始应力状态, 但图 14 中, θ_σ 从 -30° 变化到 330° 时体积应变和偏应变都没有恢复到零, 说明在 p, q 保持不变, θ_σ 单独变化时产生了不可恢复的塑性体积应变和塑性偏应变, 但数值上不大。

3 粗粒土柔度矩阵的特性分析

合适的本构模型在土工数值模拟中至关重要, 检验本构模型的合理性, 可以看它的柔度矩阵性质是否与土体的变形特性相符, 因此, 下面就从本文的试验结果分析粗粒土的本构模型柔度矩阵应有的一些性质。

对于粗粒土的本构模型, 增量应力应变关系的一般形式可写成

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dp \\ dq \\ d\theta_\sigma \end{pmatrix} \quad (14)$$

将式 (14) 展开得

$$\begin{cases} d\varepsilon_v = A_1 \cdot dp + A_2 \cdot dq + A_3 \cdot d\theta_\sigma \\ d\varepsilon_s = B_1 \cdot dp + B_2 \cdot dq + B_3 \cdot d\theta_\sigma \end{cases} \quad (15)$$

式 (15) 表示体积应变增量 $d\varepsilon_v$ 、偏应变增量 $d\varepsilon_s$ 都是 p, q, θ_σ 的变化分别引起的体积应变、偏应变增量分量之和。

本文的等 q 等 b 试验中, 将 $dq=0, d\theta_\sigma=0$ 代入式 (15) 有 $d\varepsilon_v=A_1 \cdot dp, d\varepsilon_s=B_1 \cdot dp$ 。因此, 对于等 q 等 b 应力路径, $A_1=d\varepsilon_v/dp, B_1=d\varepsilon_s/dp, B_1/A_1=d\varepsilon_s/d\varepsilon_v$ 。

由图 6 可见, 等 q 等 b 试验中, p 减小时, ε_v 减

小, ε_s 增大, 即 $dp < 0$, $d\varepsilon_v < 0$, $d\varepsilon_s > 0$, 所以 $A_1 > 0$, $B_1 < 0$; 由式 (4) 可知, A_1 与 $(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系; 由式 (6) 可见, B_1 与 $-s_p(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系; 由式 (7) 可得, $B_1/A_1 = -s_p$ 。

本文的等 p 等 b 试验中, 将 $dp=0$, $d\theta_\sigma=0$, 代入式 (15) 有 $d\varepsilon_v=A_2\cdot dq$; $d\varepsilon_s=B_2\cdot dq$ 。因此, 对于等 p 等 b 应力路径, $A_2=d\varepsilon_v/dq$, $B_2=d\varepsilon_s/dq$, $A_2/B_2=d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 。

由图 10 可知, 等 p 等 b 试验中, q 增大时, ε_v 减小, ε_s 增大, 即 $dq > 0$, $d\varepsilon_v < 0$, $d\varepsilon_s > 0$, 所以 $A_2 < 0$, $B_2 > 0$; 由式 (10) 可知, B_2 与 $(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系; 由式 (12) 可见, A_2 与 $-s_p(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系; 由式 (13) 可知, $A_2/B_2 = -s_q$ 。

本文的等 p 等 q 试验中, 将 $dp=0$, $dq=0$ 代入式 (15), 有 $d\varepsilon_v=A_3\cdot d\theta_\sigma$, $d\varepsilon_s=B_3\cdot d\theta_\sigma$ 。因此, 对于等 p 等 q 应力路径, $A_3=d\varepsilon_v/d\theta_\sigma$, $B_3=d\varepsilon_s/d\theta_\sigma$ 。

比较图 14, 6, 10 中的体积应变、偏应变, 不难发现, 图 14 中的应变要小得多, 说明 θ_σ 单独变化引起的体积应变和偏应变要比 p 减小或者 q 增大引起的体积应变和偏应变小得多, 所以 A_3 , B_3 的绝对值要比 A_1 , B_1 , A_2 , B_2 的绝对值小得多。

4 结 论

本文使用河海大学 TSW-40 型真三轴仪对粗粒土进行了等 q 等 b 试验、等 p 等 b 试验和等 p 等 q 试验, 研究了 p , q , θ_σ 单独变化对粗粒土变形的影响, 并对粗粒土柔度矩阵的特性进行了分析, 得出以下 10 点结论。

(1) q , b 保持不变, p 单独减小时, 在初期几乎不产生偏应变, 但产生膨胀的体积应变; 随着 p 的减小, 体积膨胀增大, 偏应变也逐渐增大; 到后期体积应变和偏应变都加速发展, 直至破坏。

(2) q , b 保持不变, p 单独减小产生的偏应变数值上比体积应变小。

(3) 引入参数 $s_p=(p/q-p_0/q_0)/(1/M_f-p_0/q_0)$, q , b 保持不变, p 单独减小时, $d\varepsilon_v/dp$ 与 $(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间有式 (4) 所示的正比例关系, $d\varepsilon_s/dp$ 与 $-s_p(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间有式 (6) 所示的正比例关系, 应力-剪胀方程为 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s = -1/s_p$ 。

(4) p , b 保持不变, q 单独增大时, 在初期几乎不产生体积膨胀, 但会产生偏应变; 随着 q 的增大, 偏应变增大, 体积膨胀也逐渐增大; 到后期体积应变和偏应变都加速发展, 直至破坏。

(5) p , b 保持不变, q 单独增大引起的体积应变数值上比偏应变小。

(6) 引入参数 $s_q=(p/q-p_0/q_0)/(M_f-p_0/q_0)$,

p , b 保持不变, q 单独增大时, $d\varepsilon_s/dq$ 与 $(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间有式 (10) 所示的正比例关系, $d\varepsilon_v/dq$ 与 $-s_p(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间有式 (12) 所示的正比例关系, 应力-剪胀方程为 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s = -s_p$ 。

(7) p 的减小直接引起体积膨胀, 体积膨胀后颗粒结构松动, 进而导致偏应变的产生; q 的增大直接产生偏应变, 偏应变使得颗粒之间产生错动, 进而导致体积膨胀的产生。

(8) p 单独减小和 q 单独增大时的应力-剪胀方程不同, 分别为式 (7)、(13)。

(9) p , q 保持不变, 应力罗德角 θ_σ 单独变化会产生不可恢复的体积应变和偏应变, 但数值上很小。

(10) 式 (14) 所示的粗粒土柔度矩阵各元素有下列规律: $A_1 > 0$, $B_1 < 0$, A_1 与 $(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系, B_1 与 $-s_p(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系, $B_1/A_1 = -s_p$; $A_2 < 0$, $B_2 > 0$, B_2 与 $(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系, A_2 与 $-s_p(1/\sqrt{1-s_p}-1)$ 之间成正比例关系, $A_2/B_2 = -s_q$; A_3 , B_3 的绝对值要比 A_1 , B_1 , A_2 , B_2 的绝对值小得多。

本文所做试验数量不多, 结论有待更多试验的检验。

致 谢: 本文得到江苏省高校优秀中青年教师和校长境外研修计划资助。

参考文献:

- [1] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[C]// Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1962: 500 - 527. DOI: 10.1098/rspa.1962.0193.
- [2] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443 - 1448. (ZHANG Bing-yin, JIA Yan-an, ZHANG Zong-liang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and SHEN Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1443 - 1448. (in Chinese))
- [3] LO S-C R, LEE I K. Response of granular soil along constant stress increment ratio path[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 116(3): 355 - 376.
- [4] 张荣堂, 陈守义. 减 p 路径下饱和软黏土应力应变性状的试验研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 612-616. (ZHANG Rong-tang, CHEN Shou-yi. An experimental study on stress-strain behavior of soft clay along decreasing average

- normal stress[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, **23**(5): 612 - 616. (in Chinese))
- [5] 刘国彬, 侯学渊. 软土的卸荷模量[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(6): 18 - 23. (LIU Guo-bin, HOU Xue-yuan. Unloading modulus of the Shanghai soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(6): 18 - 23. (in Chinese))
- [6] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. Géotechnique, 1986, **36**(1): 65 - 78.
- [7] LADE P V, DUNCAN J M. Cubical triaxial tests on cohesionless soil[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1973, **99**(10): 793 - 812.
- [8] 邵生俊, 许 萍, 王 强, 等. 黄土各向异性强度特性的真三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(9): 1614 - 1623. (SHAO Sheng-jun, XU Ping, WANG Qiang, et al. Anisotropic strength characteristics of loess in true triaxial tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(9): 1614 - 1623. (in Chinese))
- [9] 李 滨, 刘瑞琦, 冯 振, 等. Q_3 砂黄土真三轴强度变形特性研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(11): 3127 - 3133. (LI Bin, LIU Rui-qi, FENG Zhen, et al. Strength and deformation characteristics of Q_3 sand loess under true triaxial condition[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(11): 3127 - 3133. (in Chinese))
- [10] 盛佳韧, 武朝军, 叶冠林, 等. 上海黏土强度特性真三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(1): 47 - 52. (SHENG Jia-ren, WU Chao-jun, YE Guan-lin, et al. Strength property of Shanghai clay in true triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(1): 47 - 52. (in Chinese))
- [11] 许成顺, 刘海强, 杜修力, 等. 动态土工真三轴仪在砂土液化研究中的应用[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(10): 1895 - 1900. (XU Cheng-shun, LIU Hai-qiang, DU Xiu-li, et al. Application of dynamic true triaxial apparatus to study on sand liquefaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(10): 1895 - 1900. (in Chinese))
- [12] 邓国华, 邵生俊. 基于真三轴试验的黄土结构性变化规律研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(3): 679 - 684. (DENG Guo-hua, SHAO Sheng-jun. Research on change structural characteristics of loess based on true triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(3): 679 - 684. (in Chinese))
- [13] 叶冠林, 盛佳韧, 武朝军, 等. 自动控制真三轴仪的研制及验证[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(3): 380 - 385. (YE Guan-lin, SHENG Jia-ren, WU Chao-jun, et al. Design and verification of automatic true triaxial apparatus[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(3): 380 - 385. (in Chinese))
- [14] 石建刚, 邵生俊, 陶 虎, 等. 非饱和土的真三轴试验及强度变形特性分析[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(增刊 1): 85 - 90. (SHI Jian-gang, SHAO Sheng-jun, TAO Hu, et al. True triaxial tests and strength deformation behaviors of unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(S1): 85 - 90. (in Chinese))
- [15] SHI W C, ZHU J G, CHIU C F, et al. Strength and deformation behaviour of coarse-grained soil by true triaxial tests[J]. Journal of Central South University of Technology, 2010, **17**(5): 1095 - 1102.
- [16] 殷建华, 周万欢, KUMRUZZAMAN Md, 等. 新型混合边界真三轴仪加载装置及岩土材料试验结果[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(4): 493 - 499. (YIN Jian-hua, ZHOU Wan-huan, KUMRUZZAMAN Md, et al. New mixed boundary true triaxial loading device for testing study on 3-D stress-strain-strength behaviour of geomaterials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(4): 493 - 499. (in Chinese))
- [17] 殷宗泽, 徐志伟. 土体的各向异性及近似模拟[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(5): 547 - 551. (YIN Zong-ze, XU Zhi-wei. Anisotropy of soils and its approximate simulation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(5): 547 - 551. (in Chinese))
- [18] XIAO Y, LIU H L, ZHU J G, et al. Dilatancy equation of rockfill material under the true triaxial stress condition[J]. Science China Technological Sciences, 2011(S1): 175 - 184.
- [19] XIAO Yang, LIU Han-long, ZHU Jun-gao, et al. A 3D bounding surface model for rockfill materials[J]. Science China Technological Sciences, 2011, **54**(11): 2904 - 2915.
- [20] 朱俊高, 翁厚洋, 吴晓铭, 等. 粗粒料级配缩尺后压实密度试验研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(8): 2394 - 2398. (ZHU Jun-gao, WENG Hou-yang, WU Xiao-ming, et al. Experimental study of compact density of scaled coarse-grained soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(8): 2394 - 2398. (in Chinese))