

DOI: 10.11779/CJGE201504004

倾斜入射地震波作用下成层场地动力反应的 界面子波算法

范留明^{1, 2}, 赵 钦¹, 刘云贺¹

(1. 西安理工大学土木建筑工程学院, 陕西 西安 710048; 2. 陕西省黄土力学与工程重点实验室, 陕西 西安 710048)

摘 要: 为提高成层半空间自由波场的一维化时域方法的计算效率和精度, 分析了 SH 波在层状介质中的传播方式、旅行时间和反射系数等问题, 基于惠更斯-菲涅耳波动观点, 将波阻抗界面看作次级子波源 (简称为界面子波), 提出了倾斜入射地震波作用下成层场地动力反应的界面子波算法, 并通过模型试算验证了此方法的正确性。与常规数值法相比, 此方法无需划分网络单元, 也无需处理人工边界条件, 从而极大地减少了计算工作量和节点之间的传递误差, 具有速度快、精度高、稳定性好等特点, 是一种计算成层场地动力反应的实用方法。

关键词: 倾斜入射; 成层场地; 动力反应; 界面子波; 延时方程

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)04-0601-07

作者简介: 范留明(1968-), 男, 河南焦作人, 博士, 教授, 主要从事岩土工程抗震方面的研究工作。E-mail: fanliuming@xaut.edu.cn。

Interfacial wavelet algorithm for dynamic response of horizontal layered site due to inclined seismic waves

FAN Liu-ming^{1, 2}, ZHAO Qin¹, LIU Yun-he¹

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Shaanxi Provincial Key

Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Xi'an 710048, China)

Abstract: Some properties of SH waves in layered media are analyzed such as propagating path, reflecting coefficient and travelling time in order to improve the accuracy and efficiency of 1-D finite element method dealing with seismic response problem of horizontal layered site for inclined SH waves in time domain. Based on the Huygens wave principle, impedance interfaces are regarded as the secondary sources or wavelet sources, which are called interfacial wavelets. The relation between interfacial wavelets can be expressed as a group of time delay equations, and the motion of interfaces can be obtained by solving the time delay equations. The earthquake motion can be ascertained from surface wavelets. The new method is called an interfacial wavelet algorithm and demonstrated by two corresponding numerical models. When using this method, mesh divisions and artificial boundary conditions need no treatment so that computing amount and transmission errors between nodes are reduced greatly. It is very fit to solve seismic response in layered media.

Key words: oblique incidence; horizontal layered site; dynamic response; interfacial wavelet; time delay equation

0 引 言

近年来, 研究地震波斜入射作用下的动力反应成为一个热点问题。在过去很长一段时间内, 认为来自基岩的地震体波是垂直向上传播的, 并假定从基岩到地面的土体为水平成层介质。地震反应分析简化为一维波动问题, 波场的计算可以在时域实现。但是, 越来越多的研究表明^[1-2], 地震波通常以某个角度传播到近场, 将近场地震波视为垂向传播不仅与实际情况明显不符, 而且斜入射地震波对基岩土体及其地面建(构)筑物的作用与垂直入射地震波的情形明显不同,

因此考虑地震波斜入射的动力反应更为合理。

按照所研究对象的不同, 大致可将地震波斜入射作用下的动力反应问题分为两类。一类是研究斜入射地震波作用下平缓场地或复杂山地的场地效应^[3-10]; 另一类则是研究斜入射地震波作用下大坝、大跨度桥梁、长大隧道、高塔等重大工程结构的地震响应^[11-16]。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51179154); 陕西高校省级重点实验室重点科研计划项目 (2010JS085); 高等学校博士学科点专项科研基金项目 (20126118110014)

收稿日期: 2014-07-07

为了在时域内实现对地震波斜入射时成层半空间自由波场的计算,刘晶波等首次提出了计算自由波场的一维化时域算法^[3]。此方法是一种按时间显式递推的数值算法,在时间上采用有限差分方法,在空间上则应用有限元方法,主要创新之处在于应用斯奈尔(Snell)原理,建立了地震波在传播过程中旅行路径与时间的关系,从而将二维波动问题转换成一维波动问题,此后赵密等又改进人工边界条件^[4],提高了计算精度。实际上,这一方法仅仅利用了地震波的运动学特性,如果将地震波在波阻抗界面处的动力特性应用到此方法,例如计算广义反射透射系数方法^[17-18],则可以直接计算界面处的波场,而无需再划分有限元网络单元,据此可以进一步提高一维化时域方法的计算效率和精度。

基于上述思想,本文以斜入射 SH 平面波为例,根据平面波在波阻抗界面处的反射、透射关系及其到达相邻界面的传播时间建立关于界面振动的数学表达式,提出了一种计算成层半空间自由面波场的新方法。因为按照惠更斯-菲涅耳波动原理,可将地震波作用下的波阻抗界面视为新的子波源(或次波源),本文称之为界面子波,所以相应地把这种计算水平成层场地动力反应方法称为界面子波法。

1 成层介质中的平面波

1.1 二维波动方程

层状介质中平面波场的复杂程度与入射方式有密切关系。当平面波以垂直介质层面入射时,则介质中的反射波和透射波都沿着同一条直线往返传播,此类波场问题属于一维波动问题;而在大多数情况下,平面波则是以倾斜方式入射,所形成的平面波不仅在各层内上下往复反射,而且还沿着顺层方向传播,传播路径总体上为呈折线形(如图 1 所示),此种情况下的波场属于二维波动问题,通常需要应用二维波动方程进行数值计算。

图 1 是斜入射 SH 波的水平层状介质波场模型。图中, ρ_i , v_i , h_i 分别表示第 i 层介质的密度、速度和厚度。波场计算方法与声波类似,其表达式为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1)$$

式中, u 为波场值, v 为波速, t 为时间。

1.2 平面波的反射与透射

在层状非均匀介质中,存在若干个非连续波阻抗界面。当平面波遇到这些波阻抗界面时,将产生反射与透射现象,其中一部分能量会反射回来,形成反射波;另一部分能量透射出去,形成透射波。图 2 为斜

入射 SH 波在波阻抗界面处的反射与透射情况。图中, y 轴为波阻抗界面,上、下两层介质 SH 波的传播速度分别为 v_1 , v_2 , 介质密度分别为 ρ_1 , ρ_2 。SH 波入射角为 θ_2 , 反射角为 θ_2 , 透射角为 θ_1 。

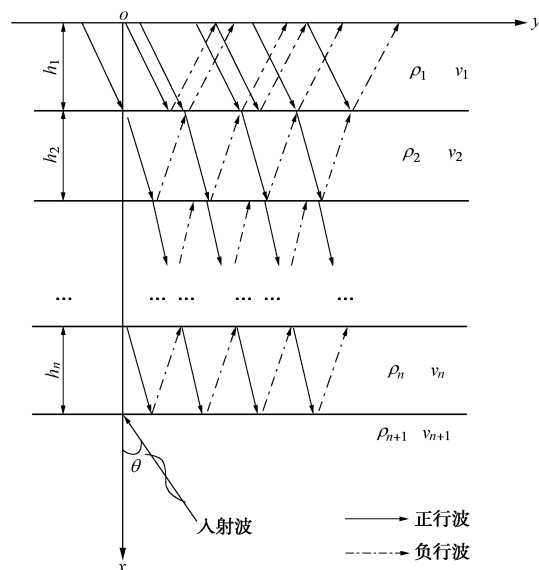


图 1 倾斜入射条件下成层半空间的 SH 波场

Fig. 1 SH wave field of layered half-space caused by oblique incidence

在地震学中,将反射波振幅与入射波振幅之比定义为反射系数,将透射波振幅与入射波振幅之比定义为透射系数。如图 2 所示,如果将 SH 波从第 2 层介质进入第 1 层时,在波阻抗界面处的位移反射系数用 $R_{2,1}$ 表示,透射系数用 $T_{2,1}$ 表示,则可得到地震学中众所周知的数学表达式:

$$\left. \begin{aligned} R_{2,1} &= \frac{\rho_2 v_2 \cos \theta_2 - \rho_1 v_1 \cos \theta_1}{\rho_2 v_2 \cos \theta_2 + \rho_1 v_1 \cos \theta_1} \\ T_{2,1} &= \frac{2 \rho_2 v_2 \cos \theta_2}{\rho_2 v_2 \cos \theta_2 + \rho_1 v_1 \cos \theta_1} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

显然, $R_{2,1}$ 与 $T_{2,1}$ 之间存在如下关系:

$$1 + R_{2,1} = T_{2,1}. \quad (3)$$

式(2)表示,当 SH 波从第 2 层介质经过波阻抗界面进入第 1 层时,反射波位移等于入射波的 $R_{2,1}$ 倍,透射波位移则为入射波的 $T_{2,1}$ 倍。

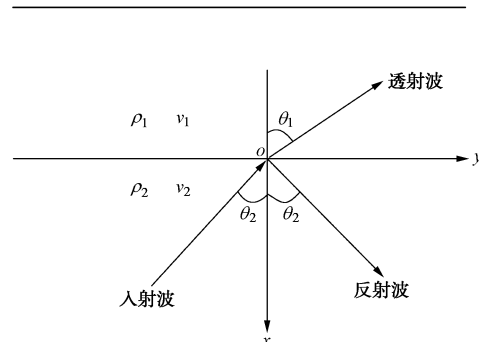


图 2 SH 波的反射和透射

Fig. 2 Reflection and refraction of SH waves at an interface

按照惠更斯-菲涅耳原理,波阵面上的每一点都可以看成发生子波(或称为次波)的波源,各自发出球面子波,这些子波在今后某一时刻形成的包络面就是该时刻新的波阵面。当平面波遇到波阻抗界面时,产生反射与透射现象,类似于波的散射现象,可将波阻抗界面视为新的子波源(或次波源),本文称之为界面子波。通过对界面子波的计算,可以得到成层半空间自由面波场。

2.2 单层界面子波的表达形式

如图 1 所示。如果 u_i^+ 表示从界面 i 处发出的沿 x 轴正方向传播的正行子波,则 u_i^+ 的值由界面子波 u_{i-1}^+ 在界面 i 处形成的透射波与界面子波 u_{i+1}^- 在界面 i 处形成的反射波两部分组成,即

$$u_i^+ = (1 + R_i^\theta)u_{i-1}^+ - R_i^\theta u_{i+1}^- \quad (17)$$

同理,从界面 i 处发出的沿 x 轴负方向传播的负行子波 u_i^- ,则由界面子波 u_{i-1}^+ 在界面 i 处形成的反射波与界面子波 u_{i+1}^- 在界面 i 处形成的透射波组成,即

$$u_i^- = R_i^\theta u_{i-1}^+ + (1 - R_i^\theta)u_{i+1}^- \quad (18)$$

式(17)、(18)表明,单层界面子波完全由相邻上、下界面子波决定,与其他界面无关。

3 界面子波时域算法

3.1 边界处理

由于上述计算界面子波方法是假定地层在水平方向上无限延伸的前提条件下推导出来的,所以左右两侧边界自然满足算法要求。

特别地,自由面上只存在向下传播的正行子波 u_0^+ ,其值大小完全由相邻层的负行波 u_1^- 决定:

$$u_0^+(t) = -u_1^-(t - t_1^\theta) \quad (19)$$

显然,根据位移倍增原理,地表自由波场为

$$u_0(t) = 2u_0^+(t) \quad (20)$$

同理,对于下方为无限大的第 n 层界面,只存在向上传播的负行子波 u_n^- ,其值大小完全由相邻层的正行波 u_{n-1}^+ 决定:

$$u_n^-(t) = R_n^\theta u_{n-1}^+(t - t_n^\theta) \quad (21)$$

其中, R_n^θ 第 n 层界面的反射系数。

3.2 震源处理

假定震源在界面 n 下方的 $n+1$ 层(如图 1 所示),震源波到达界面 n 的旅行时间为 t_s ,则界面子波 $u_n^-(t)$ 与震源波存在如下关系:

$$u_n^-(t) = (1 - R_n) f_s(t - t_s) \quad (22)$$

式中, $f_s(t)$ 为震源函数。

据式(21)、(22),按照波场叠加原理,则有

$$u_n^-(t) = R_n^\theta u_{n-1}^+(t - t_n^\theta) + (1 - R_n) f_s(t - t_s) \quad (23)$$

3.3 延迟方程组

根据式(17)、(18)、(20)、(23),则可得计算 $2n$ 个界面子波的方程组形式:

$$\begin{cases} u_0^+(t) = -u_1^-(t - t_1^\theta) \\ u_1^+(t) = (1 + R_1^\theta)u_0^+(t - t_1^\theta) - R_1^\theta u_2^-(t - t_2^\theta) \\ u_1^-(t) = R_1^\theta u_0^+(t - t_1^\theta) + (1 - R_1^\theta)u_2^-(t - t_2^\theta) \\ u_2^+(t) = (1 + R_2^\theta)u_1^+(t - t_2^\theta) - R_2^\theta u_3^-(t - t_3^\theta) \\ u_2^-(t) = R_2^\theta u_1^+(t - t_2^\theta) + (1 - R_2^\theta)u_3^-(t - t_3^\theta) \\ \dots \dots \dots \\ u_i^+(t) = (1 + R_i^\theta)u_{i-1}^+(t - t_i^\theta) - R_i^\theta u_{i+1}^-(t - t_{i+1}^\theta) \\ u_i^-(t) = R_i^\theta u_{i-1}^+(t - t_i^\theta) + (1 - R_i^\theta)u_{i+1}^-(t - t_{i+1}^\theta) \\ \dots \dots \dots \\ u_n^-(t) = R_n^\theta u_{n-1}^+(t - t_n^\theta) + (1 - R_n) f_s(t - t_s) \end{cases} \quad (24)$$

由式(24)可知,所有界面子波当前值均由前面时刻的波场计算得到,是一个按照时间递推的显式方程组。由于存在时间上延迟,故称为延迟方程组。特别地,对于 $n=1$ 时自由波场,式(24)可简化为

$$u_0^+(t) = -R_1^\theta u_0^+(t - 2t_1^\theta) \quad (25)$$

式(25)是一个关于自由面正行子波 u_0^+ 的迭代公式。由于反射系数绝对值小于 1, u_0^+ 随着时间不断减小,反映了单层介质中的多次反射波幅值呈单调衰减的变化特点。

4 模型算例

4.1 二层模型

为了验证上述算法的正确性,采用文献[3]的模型算例进行验证。图 4 为 SH 波从基岩倾斜入射到单个水平覆盖层引起的地表振动模型。其中,覆盖层厚度为 10 m,密度为 1500 kg/m³,剪切波速 500 m/s;下伏层为无限半空间,其密度为 2000 kg/m³,剪切波速为 1000 m/s。震源位于地表下 20 m 处,以 SH 波传播到 S 点的时刻(见图 4)为记录开始时间。震源波采用钟形波,入射波的位移时程如图 5 所示,持时为 0.1 s。

图 6 为 SH 波以不同角度入射时二层模型自由表面观测点 $O(0, 0)$ 的位移时程。由图 6 可见,地震位移随入射角增大而减小,入射角为 60° 时的最大位移值比垂直入射时减小近 20%。与文献[3]的图 7(a)~(d)最大位移值相比,相对误差分别为 0.35%, 0.72%, 0.38%, 0.84%, 总体误差不足 1%。

4.2 三层模型

二层模型是层状非均匀介质中最为简单的一种情况,它只能反映平面波在单层介质中往返传播,不能反映层与层之间传波传播的相互影响。为了反映平面

波在层状非均匀介质中传播的一般特性, 同时也为了便于对比分析, 在上述二层模型的覆盖层与下伏层之间增加一层厚度为 4.2 m 低速层, 从而构成了三层模型 (见图 7)。

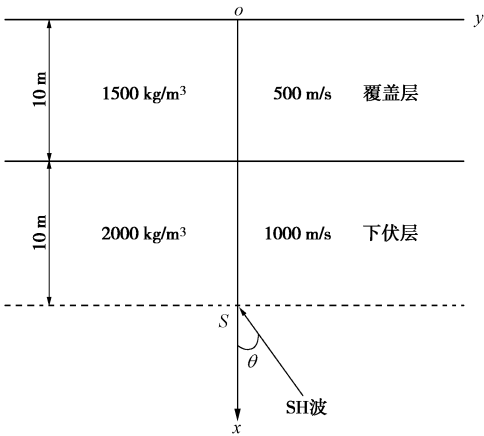


图 4 二层介质模型
Fig. 4 Model of dual-layer media

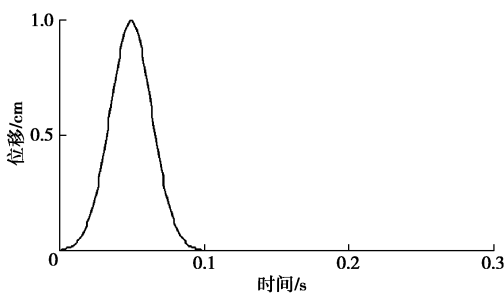


图 5 入射波时程
Fig. 5 Time history of incident waves

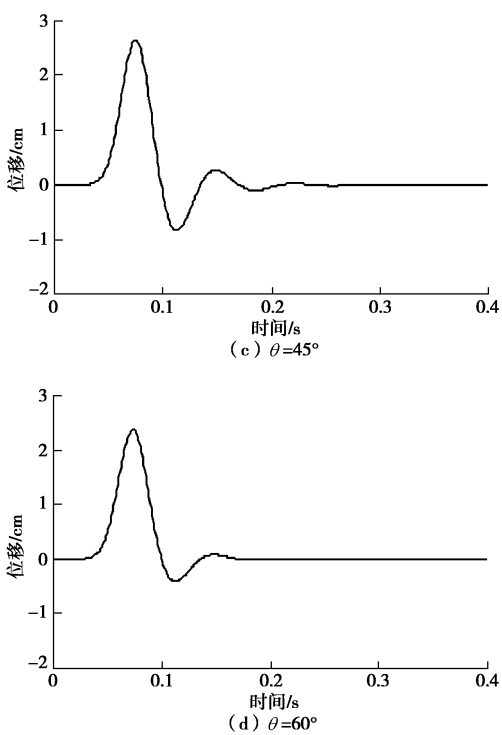
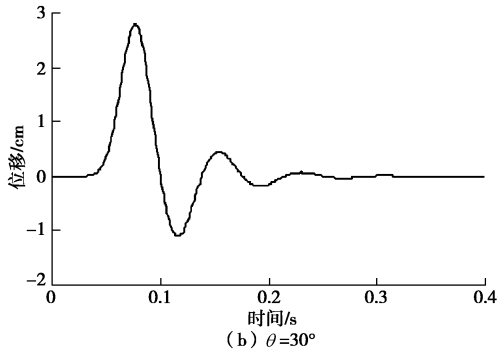
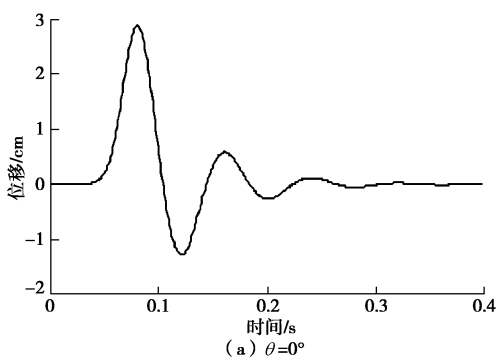


图 6 不同入射角情况下二层模型自由表面 O 点的位移时程
Fig. 6 Time history of displacement at point O excited by SH waves with different angles for model of dual-layer media

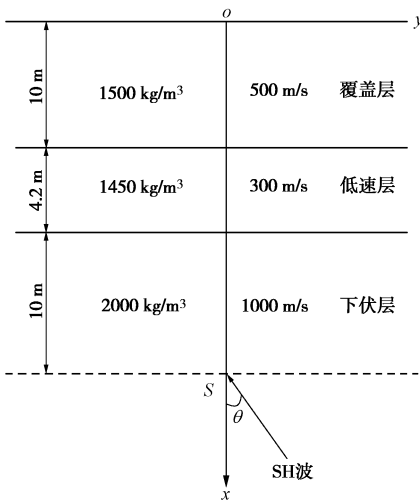


图 7 三层介质模型
Fig. 7 Model of triple-layer media

图 8 为 SH 波以不同角度入射时三层模型自由表面观测点 $O(0, 0)$ 的位移时程。由图 8 可见, 虽然三层模型的位移时程比双层模型复杂一些, 但是两者随入射角变化规律却是一致的, 即入射角的变化对初至时间无显著影响, 但对位移大小和持时影响较大。最大位移大约出现在 0.09 s 处, 且入射角为 60° 时的最大位移值比 0° 入射时减小 11%。图 8 (d) 中, 约 0.36 s 之后尾振现象不明显。

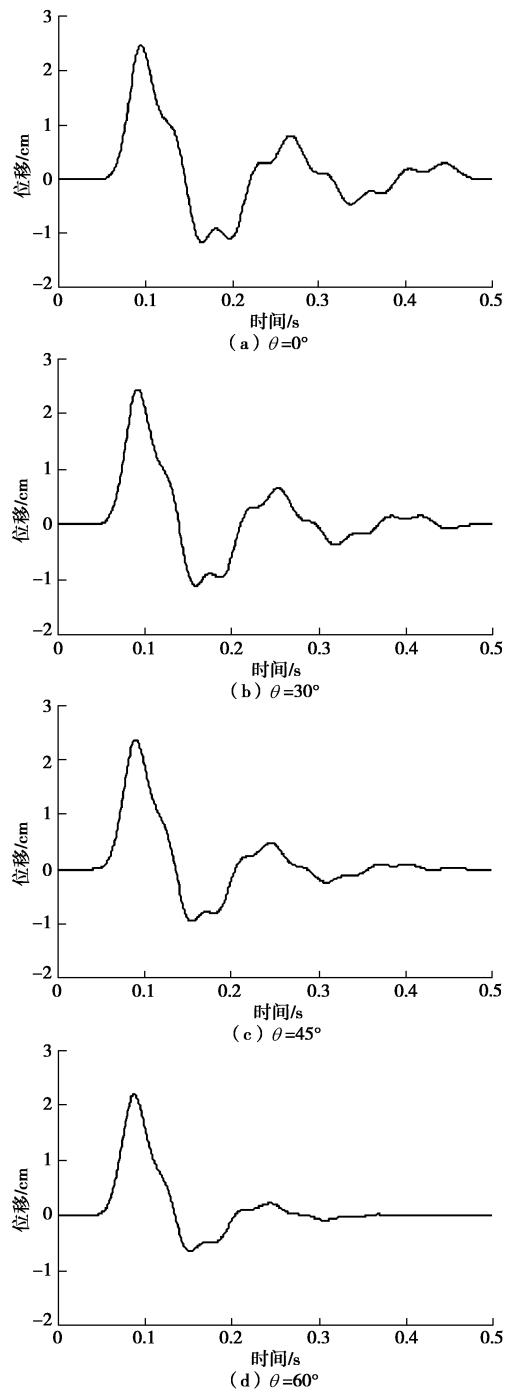


图8 不同入射角情况下三层模型自由表面 O 点的位移时程
Fig. 8 Time history of displacement at point O excited by SH waves with different angles for model of triple-layer media

5 结 语

本文以 SH 倾斜入射水平成层介质场地为例, 根据地震波在成层介质传播过程中的运动学和动力学特点, 基于惠更斯-菲涅耳波动观点, 将波阻抗界面看作次级子波源, 提出了一种计算成层场地地震反应的界面子波算法, 该方法具有速度快、精度高、稳定性好等优点, 非常适合处理成层介质中场地的地震响应问题。此外, 还可以将这一方法推广到考虑阻尼条件下

的场地反应计算, 理论上也可推广到平面 P 或 SV 矢量波在倾斜入射条件下的地震反应计算。

参考文献:

- [1] JIN Xing, LIAO Zhen-peng. Statistical research on S-wave incident angle[J]. Annuals of Disas Prev Res Inst, 1997, **40**: 91 - 97.
- [2] TAKAHIRO S, KAZUHIKO K. Estimation of earthquake motion incident angle at rock site[C]// Proceedings of 12th World Conference Earthquake Engineering. New Zealand, 2000: 956.
- [3] 刘晶波, 王 艳. 成层半空间出平面自由波场的一维化时域算法[J]. 力学学报, 2006, **38**(2): 219 - 225. (LIU Jing-bo, WANG Yan. A 1-D time-domain method for 2-D wave motion in elastic layered half-space by antiplane wave oblique incidence[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, **38**(2): 219 - 225. (in Chinese))
- [4] 赵 密, 杜修力, 刘晶波, 等. P-SV 波斜入射时成层半空间自由场的时域算法[J]. 地震工程学报, 2013, **35**(1): 84 - 90. (ZHAO Mi, DU XIU-li, LIU Jing-bo, et al. Time-domain method for free field in layered half space under P-SV waves of oblique incidence[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2013, **35**(1): 84 - 90. (in Chinese))
- [5] 李山有, 王学良, 周正华. 地震波斜入射情形下水平成层半空间自由场的时域计算[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2003, **33**(3): 72 - 76. (LI Shan-you, WANG Xue-liang, ZHOU Zheng-hua. The time-step numerical simulation of free field motion of layered half-space for inclined seismic wave[J]. Journal of Jilin University (Earth Science), 2003, **33**(3): 72 - 76. (in Chinese))
- [6] 尤红兵, 赵凤新, 荣棉水. 地震波斜入射时水平层状场地的非线性地震反应[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(2): 234 - 240. (YOU Hong-bing, ZHAO Feng-xin, RONG Mian-shui. Nonlinear seismic response of horizontal layered site due to inclined wave[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(2): 234 - 240. (in Chinese))
- [7] 黄 博, 凌道盛, 丁 浩, 等. 地震波斜入射地震波在土体中产生的动应力路径及试验模拟[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 276 - 283. (HUANG Bo, LING Dao-sheng, Ding Hao, et al. Seismic stress path induced by obliquely incident waves and its simulation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(2): 276 - 283. (in Chinese))
- [8] 廖河山, 陈清军, 徐植信. SH 波倾斜入射时土层的非线性响应分析[J]. 同济大学学报, 1994, **22**(4): 517 - 522. (LIAO He-shan, CHEN Qing-jun, XU Zhi-xin. Nonlinear responses

- of layered soils to obliquely incident SH waves[J]. Journal of Tongji University, 1994, **22**(4): 517 - 522. (in Chinese))
- [9] 张建经, 朱传彬, 张 明, 等. 地震波入射角对盆地地震反应影响的数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(增刊 1): 2720 - 2727. (ZHANG Jian-jing, ZHU Chuan-bin, ZHANG Ming, et al. Numerical analysis for effect incident angle of seismic wave on seismic wave on seismic response of basin[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(S1): 2720 - 2727. (in Chinese))
- [10] 李山有, 廖振鹏. 地震体波斜入射情形下台阶地形引起的波型转换[J]. 地震工程与工程振动, 2002, **22**(4): 9 - 10. (LI Shan-you, LIAO Zhen-peng. Wave-type conversion caused by a step topography subjected to inclined seismic body wave[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, **22**(4): 9 - 10. (in Chinese))
- [11] 徐海滨, 杜修力, 赵 密, 等. 地震波斜入射对高拱坝地震反应的影响[J]. 水力发电学报, 2011, **30**(6): 159 - 165. (XU Hai-bin, DU Xiu-li, ZHAO Mi, et al. Effect of oblique incidence of seismic waves on seismic responses of high arch dam[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2011, **30**(6): 159 - 165. (in Chinese))
- [12] 苑举卫, 杜成斌, 刘志明. 地震波斜入射条件下重力坝动力反应分析[J]. 振动与冲击, 2011, **30**(7): 120 - 126. (YUAN Wei-ju, DU Chen-bin, LIU Zhi-ming. Time-domain response for gravity dam to obliquely incident and seismic waves[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, **30**(7): 120 - 126. (in Chinese))
- [13] 焦红波, 王 慧. 地震波入射角对输水隧洞地震响应的影响[J]. 人民黄河, 2012, **34**(8): 144 - 146. (JIAO Hong-bo, WANG Hui. Influence of seismic wave incident angle to the seismic response of water diversion tunnel[J]. Yellow River, 2012, **34**(8): 144 - 146. (in Chinese))
- [14] 郜新军, 赵成刚, 刘 秦. 地震波斜入射下考虑局部地形影响和土结动力相互作用的多跨桥动力反应分析[J]. 工程力学, 2011, **28**(11): 237 - 243. (GAO Xin-jun, ZHAO Cheng-gang, LIU Qin. Seismic response analysis of multi-span viaduct considering topographic effect and soil-structure dynamic interaction based inclined wave[J]. Engineering Mechanics, 2011, **28**(11): 237 - 243. (in Chinese))
- [15] 谷 音, 江梦霞, 卓卫东, 等. 考虑地震波斜入射下河谷地形的大跨桥梁动力反应研究[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2013, **41**(4): 517 - 522. (GU Yin, JIANG Meng-xia, ZHUO Wei-dong, et al. Seismic response analysis of long-span bridges subjected to spatially non-uniform seismic ground motions[J]. Journal of Fuzhou University (Natural Science Edition), 2013, **41**(4): 517 - 522. (in Chinese))
- [16] 宋 波, 盛朝晖, 徐 明, 等. 地震波输入角度对大型脱硫塔结构动力影响的实验研究[J]. 北京科技大学学报, 2010, **32**(12): 1648 - 1654. (SONG Bo, SHENG Zhao-hui, XU Ming, et al. Experimental study on the dynamic effect of a desulfurization tower under different seismic wave input angles[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2010, **32**(12): 1648 - 1654. (in Chinese))
- [17] 姚振兴, 郑天愉. 计算综合地震图的广义反射、透射系数矩阵和离散波数方法(二)——对不同深度点源的算法[J]. 地球物理学报, 1984, **27**(4): 338 - 348. (YAO Zhen-xing, ZHENG Tian-yu. A generalized reflection-transmission coefficient matrix and discrete wavenumber method for synthetic seismograms(II) —for multiple sources at different depths[J]. Acta Geophysics of Sinica, 1984, **27**(4): 338 - 348. (in Chinese))
- [18] 李 旭, 陈运泰. 合成地震图的广义反射透射系数矩阵方法[J]. 地展地磁观测与研究, 1996, **17**(3): 1 - 20. (LI Xu, CHEN Yun-tai. The generalized reflection-transmission coefficient matrix method for synthetic seismograms[J]. Seismological and Geomagnetic Observation and Research, 1996, **17**(3): 1 - 20. (in Chinese))