

DOI: 10.11779/CJGE201503019

基于颗粒离散单元法的获取任意相对密实度下级配 颗粒堆积体的数值方法

黄青富^{1, 2}, 詹美礼¹, 盛金昌¹, 罗玉龙¹, 张 霞³

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 中国电建集团昆明勘测设计研究院有限公司, 云南 昆明 650041;
3. 云南省水利水电勘测设计研究院, 云南 昆明 650021)

摘要: 土体的密实程度对土体的工程性质影响很大。获得给定相对密实度下的初始颗粒堆积体, 是利用离散单元法进行土体细观力学分析的重要前提。基于离散单元法, 首先获得颗粒在自重作用下稳定后的最松散堆积体。其次提出采用减小压实过程中颗粒间摩擦系数的拟振动压实法来模拟现实中的振动压实作用, 并验证了其可行性。当压实过程中颗粒间摩擦系数为0时获得最密实堆积体。研究了拟振动压实过程中颗粒间摩擦系数与压实稳定后的堆积体孔隙率的关系。最后根据该关系可估算出获得任意给定相对密实度堆积体所需的压实过程中颗粒间的摩擦系数。研究结果表明: 颗粒的配位数与粒径近似满足指数关系; 通过减小压实过程中颗粒间的摩擦系数能较好的模拟振动压实效果; 压实过程中颗粒间的摩擦系数与堆积体孔隙率满足负指数关系; 该方法可获得任意相对密实度下的颗粒堆积体, 可以为土体细观力学的数值模拟提供初始颗粒堆积结构。

关键词: 离散单元法; 相对密实度; 颗粒堆积体; 摩擦系数; 配位数

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)03-0537-07

作者简介: 黄青富(1985-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土体渗流分析与控制、土体细观数值模拟。E-mail: hqf23@163.com。

Numerical method to generate granular assembly with any desired relative density based on DEM

HUANG Qing-fu^{1,2}, ZHAN Mei-li¹, SHENG Jin-chang¹, LUO Yu-long¹, ZHANG Xia³

(1. College of Water Conservancy and Hydropower, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Kunming Engineering Corporation Limited, Kunming 650041, China; 3. Yunnan Province Water Resources and Hydropower Survey, Design and Research Institute, Kunming 650021, China)

Abstract: The relative density of non-cohesive soil has a great impact on the engineering properties of soil. For most studies of mesoscopic simulation by using distinct element method (DEM), the first step of the analysis is to create an initial granular assembly with a desired relative density. Based on the DEM, the loosest state is obtained by depositing particles under gravity firstly. Secondly, a quasi vibration and compaction method (QVC) is proposed to simulate the vibration and compaction method by reducing the friction between the particles during the compaction. And the feasibility of QVC method is validated. The densest state is obtained by reducing the friction to zero. The relationship between the friction and packing porosity is studied. Based on this relationship, the friction which is used to obtain the assembly with desired relative density can be estimated. The results show that the relationship between the coordination number of particle and the particle diameter is compatible with an exponential distribution. By reducing the friction between the particles, the vibration process can be well reflected. The relationship between the friction and the packing porosity agrees with the negative exponential distribution. Based on the proposed method, an initial granular assembly with any desired relative density can be obtained, which can be used for mesoscopic simulation of grained materials.

Key words: distinct element method; relative density; granular packing; friction coefficient; coordination number

0 引言

颗粒离散单元法(DEM)已逐渐成为研究岩土散

基金项目: 国家自然科学基金项目(51079039, 51009053)

收稿日期: 2014-05-14

粒体材料力学特性的重要手段之一^[1-4]。利用离散单元法进行力学分析的第一步即需获得满足要求的颗粒初始堆积体。

现有的颗粒堆积体获取方法大致可分为 3 种：①下落法^[5-7]，该方法模拟颗粒体的自由下落堆积过程；②纯几何法^[8-9]，该类方法的共性是颗粒体的堆积纯粹基于几何计算，不模拟颗粒的动力特性；③膨胀法^[10-11]，该方法采用先缩放颗粒粒径以便区域内颗粒的随机放置，随后放大颗粒粒径，最后根据离散单元法获得相对稳定的颗粒堆积体结构。下落法和纯几何法无法获得给定孔隙率或相对密实度的颗粒堆积体，一般用于研究颗粒材料最松散或最紧密堆积状态。而膨胀法则适用于给定孔隙率的颗粒堆积体结构的生成。

孔隙率虽然能在一定程度上反映土体的松紧状态，但实际工程上常采用相对密实度来衡量无黏性土的松紧程度。土体的松密状态对其工程性质影响很大，密实程度越高则土的强度越高^[12]，且作为滤层的土体反滤效果越好^[13]。因此本文基于离散单元法建立了获得任意相对密实度下的颗粒堆积体结构的方法。首先根据下落法获取颗粒体的最松散状态。其次采用拟振动压实法（通过在压实过程中设定颗粒间摩擦系数为 0 来近似模拟最优振动作用）来获取颗粒体的最密实状态，并验证了其可行性。通过减小压实过程中颗粒间的摩擦系数来模拟振动作用，获得压实过程中颗粒间摩擦系数与压实后获得的颗粒堆积体孔隙率的关系。最终可通过该关系，并结合最松散状态和最密实状态，估算出获得任意相对密实度堆积体所需的压实过程颗粒间的摩擦系数。在该颗粒间摩擦系数下对最松散堆积体进行压实即可获得给定相对密实度下的颗粒堆积体结构。

1 颗粒离散单元法的基本理论

颗粒离散单元法^[10]的研究对象为球形颗粒单元集合，基于牛顿第二定律和力-位移定律描述颗粒单元的运动和颗粒间接触力。颗粒的运动遵循牛顿第二定律：

$$m_p \ddot{\mathbf{v}}_p = m_p \mathbf{f}_g + \sum_c \mathbf{f}_c, \quad (1)$$

$$I_p \ddot{\boldsymbol{\omega}}_p = \sum_c \mathbf{r}_c \times \mathbf{f}_c, \quad (2)$$

式中， m_p 为颗粒质量， \mathbf{v}_p 为颗粒运动速度， $\dot{\mathbf{v}}_p$ 为颗粒加速度， \mathbf{f}_g 为重力加速度， I_p 为颗粒的转动惯量， $\boldsymbol{\omega}_p$ 为颗粒的转动速度， $\dot{\boldsymbol{\omega}}_p$ 为颗粒转动加速度， \mathbf{r}_c 为颗粒中心指向接触 c 的向量， \mathbf{f}_c 为颗粒在接触 ($c=1, 2, 3, \dots$) 上的接触力。

接触力采用力-位移定律，接触力包含法向接触力

和切向接触力，颗粒间或颗粒与边壁间的接触力由线性弹簧-阻尼模型获得，见图 1。法向接触力和切向接触力采用下式计算：

$$\mathbf{F}_n = -K_n \boldsymbol{\delta}_n - \eta_n \mathbf{v}_n^r, \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_s = -K_s \boldsymbol{\delta}_s - \eta_s \mathbf{v}_s^r, \quad (4)$$

若 $|\mathbf{F}_s| > \mu_{\text{fric}} |\mathbf{F}_n|$ ，则颗粒滑动， $\mathbf{F}_s = \mu_{\text{fric}} |\mathbf{F}_n| \cdot \frac{\mathbf{F}_s}{|\mathbf{F}_s|}$ ，式

中， K_n 和 K_s 分别为接触法向刚度和切向刚度， η_n 和 η_s 分别为法向阻尼和切向阻尼， μ_{fric} 为摩擦系数， $\boldsymbol{\delta}_n$ 和 $\boldsymbol{\delta}_s$ 分别为法向和切向接触量。 \mathbf{v}_n^r 为接触颗粒的相对速度在法向的分量， \mathbf{v}_s^r 为接触颗粒的相对速度在切向的分量。

颗粒单元的运动方程采用显式中心有限差分法求解，获得每个时刻颗粒的速度和位置。

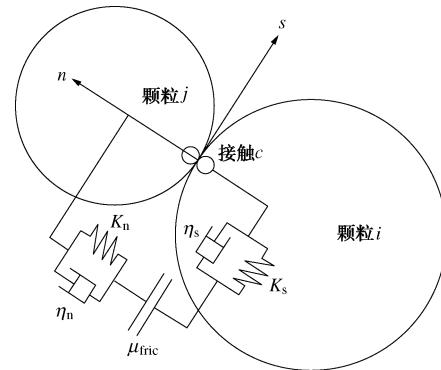


图 1 线性接触模型

Fig. 1 Linear contact model

2 颗粒堆积体结构的描述方法

本文从以下 2 个方面对生成的颗粒堆积体结构进行分析。

2.1 孔隙率

孔隙率 n 是反映颗粒堆积体密实程度的指标。

$$n = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \frac{4}{3} \pi r_i^3}{V}, \quad (5)$$

式中， V 为测量单元的体积， N 为测量单元内的颗粒数， r_i 为测量单元内第 i 个颗粒的半径。

2.2 配位数 CN

某一颗粒的配位数为该颗粒与周围其它颗粒的接触数目，能反映颗粒堆积体有关力的传递及强度等特性^[7]。文献[7]中接触定义的极限误差距离采用 0.02 倍颗粒粒径，其研究对象为单一粒径，而本文的研究对象为级配颗粒，因此本文接触定义的极限误差距离采用 0.02 倍的最小颗粒粒径。堆积体的平均配位数定义为

$$\overline{CN} = \frac{\sum_{i=1}^N CN_i}{N}, \quad (6)$$

式中, CN_i 为测量单元内第 i 个颗粒与周围颗粒的接触数, \overline{CN} 为测量单元内颗粒的平均配位数。

3 级配颗粒堆积方法

本文模拟采用均匀级配的土体, 其颗粒级配曲线如图 2。土体不均匀系数为 1.53。

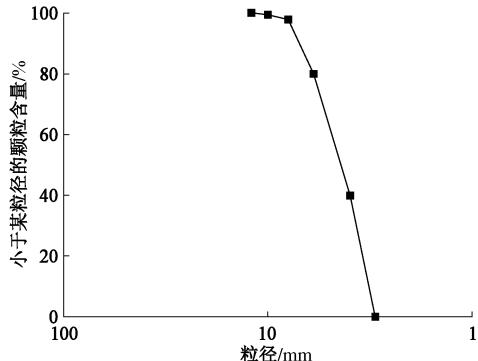


图 2 颗粒级配曲线

Fig. 2 Particle-size distribution

参考其它文献^[11,14], 本文模拟中取颗粒密度为 2650 kg/m^3 , 材料的其它特性参数见表 1。

表 1 模型特性参数

Table 1 Mesoscopic parameters of numerical model

颗粒间		颗粒与墙体间		接触阻尼	
$K_n/(N\cdot m^{-1})$	$K_s/(N\cdot m^{-1})$	μ_{fric}	$K_n/(N\cdot m^{-1})$	$K_s/(N\cdot m^{-1})$	μ_{fric}
1.0×10^6	4.0×10^5	0.8	1.0×10^7	4.0×10^6	0.8
					0.5 0.5

3.1 最松散状态的获取

土体的最小干密度试验通常采用漏斗法和量筒法, 土体下落高度 $2\sim 5 \text{ cm}$, 相应的颗粒下落到与底边壁或其它颗粒接触前的速度约为 $0.63\sim 0.99 \text{ m/s}$ 。即土体的最松散状态是将颗粒松散地倾泻入容器, 在重力作用下堆积稳定后获得的。本文采用以下步骤进行颗粒最松散状态的获取:

(1) 根据给定的颗粒级配利用蒙特卡罗法在模型内随机生成颗粒, 作为初始状态。本文模型大小为 $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, 初始的孔隙率为 0.8 (该孔隙率仅为控制生成的颗粒数量, 在该值下, 后续的堆积高度约为 10 cm)。颗粒数为 14622, 见图 3 (a)。

(2) 初始状态颗粒生成后, 对颗粒施加重力场作用, 使颗粒在自重作用下下落堆积稳定。为了模拟土体下落高度及减少计算时间, 赋予颗粒初始下落速度 0.8 m/s 。见图 3 (b)。

在模拟过程中, 设立了 14 个测量球来实时测量模拟过程中孔隙率和平均配位数的变化情况。测量球的中心位置为 (5.00 cm , 5.00 cm , 4.25 cm), 测量球直

径与最大颗粒粒径成倍数关系, 倍数分别为 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 6.5, 7.0, 7.5, 用以分析特征体单元的大小 (图 4, 5)。

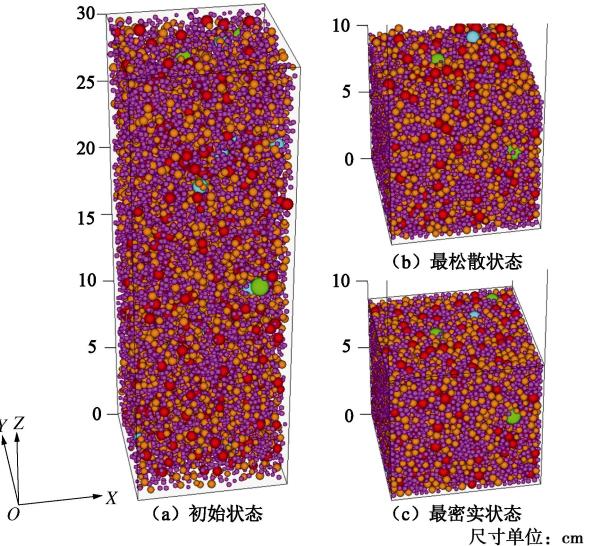


图 3 颗粒堆积图

Fig. 3 Granular assembly

土工试验方法标准 GB—T50123—1999 中建议最小干密度试验需进行两次平行测定, 两次测定的密度差值不得大于 0.03 g/cm^3 。为了验证本方法的可重复性, 本文进行了 3 组不同随机数下的数值试验。3 组数值试验中重力沉积稳定的孔隙率及平均配位数见表 2。3 组试验得到的干密度分别为 $1.569, 1.569, 1.574 \text{ g/cm}^3$, 密度最大差值为 0.005 g/cm^3 。可见, 该方法有很好的可重复性。

表 2 可重复试验的孔隙率及平均配位数

Table 2 Porosity and \overline{CN} of three repeatable experiments

工况组合	沉积后孔隙率	沉积后平均配位数
可重复-1	0.408	5.345
可重复-2	0.408	5.363
可重复-3	0.406	5.353

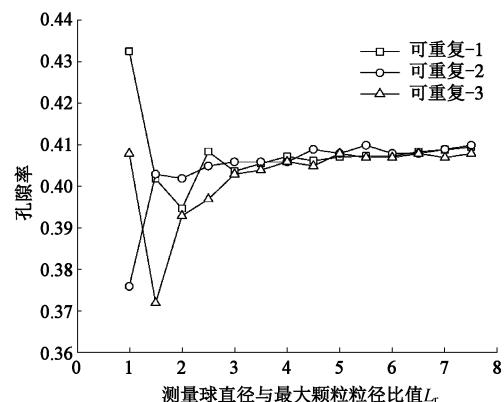


图 4 孔隙率随测量球大小的变化

Fig. 4 Variation of porosity with ratio of measured sphere diameter to maximum particle diameter

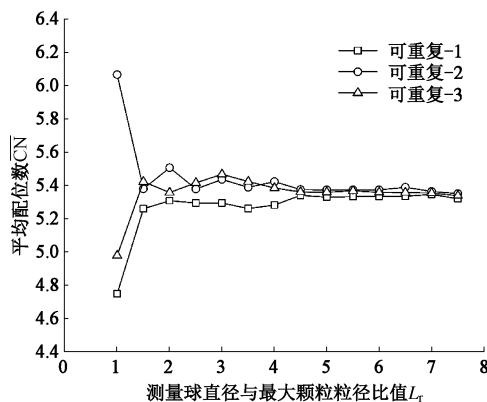


图 5 平均配位数随测量球大小的变化

Fig. 5 Variation of \overline{CN} with ratio of measured sphere diameter to maximum particle diameter

图 6 中给出 3 个可重复性验证试验中颗粒配位数的分布图, 由图可看出: ①3 组试验的结果基本相同, 可见该方法的可重复性较好; ②自重沉积后颗粒的最小配位数为 3, 满足基本的稳定要求, 大部分颗粒的配位数为 4, 5, 6, 一些颗粒的配位数达到 21。

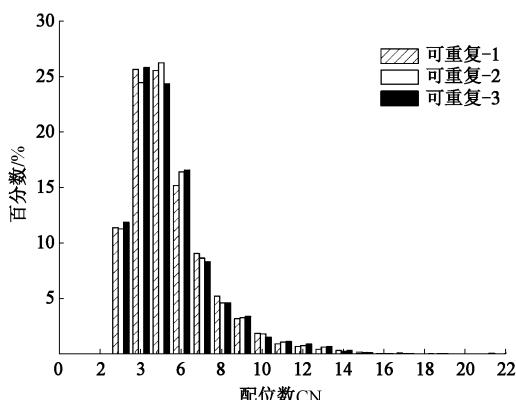


图 6 配位数分布直方图

Fig. 6 Histogram of CN distribution

按颗粒粒径大小划分 10 个等分的颗粒组, 根据每个颗粒组中所有颗粒的配位数进行统计平均, 获得相应粒径组颗粒的平均配位数, 结果见图 7。图中对颗粒粒径进行无量纲化, 为颗粒粒径与最小颗粒粒径的比值, 记为 d_r 。剔除颗粒数小于 10 的粒径组后, 可看出配位数与颗粒粒径近似满足指数关系, 图中给出了拟合公式, 拟合相关系数为 0.987, 可见拟合结果较好。图中亦给出了根据拟合公式预测的大于 2.75 倍最小粒径的颗粒粒径与配位数的关系。

3.2 最密实状态的获取

土体的最大干密度试验通常采用振动锤击法或振动台法。本文采用离散单元法模拟振动台法, 堆积体左右、前后边壁固定, 底部边壁振幅为 0.64 mm, 振动频率为 60 Hz, 堆积体上表面保持静压力为 14 kPa。图 8 给出了振动过程中堆积体孔隙率随时间的变化过

程曲线。由图 8 可见, 在振动压实作用下, 堆积体的孔隙率随时间逐渐减小并趋于稳定。在 0~5 s 内, 孔隙率迅速减小, 随后孔隙率减小速率逐渐降低, 孔隙率趋于稳定, 稳定后的孔隙率为 0.340, 平均配位数为 6.69, 稳定耗时约 25 s。

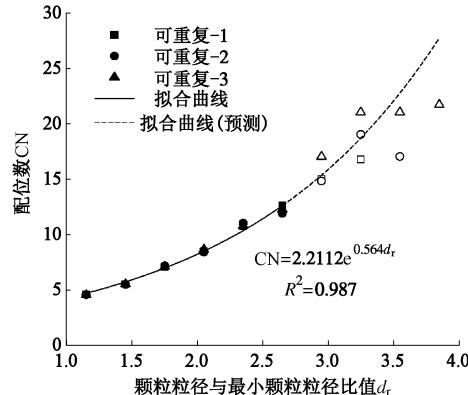


图 7 颗粒配位数与粒径关系(空心标记代表该粒径组的颗粒数小于 10, 其平均得出的结果很难反映真实的情况, 因此在拟合过程中不采用)

Fig. 7 Variation of CN with ratio of particle diameter to minimum particle diameter (hollow mark-number of particles less than 10, average data are difficult to represent real condition and therefore not used in fitting process)

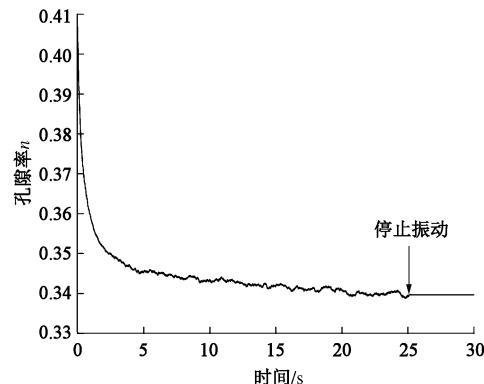


图 8 振动过程中堆积体孔隙率随时间变化图

Fig. 8 Evolution of porosity during vibration and compaction processes

振动压实法机理如下:

(1) 振动力使无黏性颗粒处于运动状态, 颗粒间可能存在两种情况: ①颗粒与颗粒间由接触分离到接触, 在这个过程中颗粒间的摩擦力不断被释放; ②颗粒与颗粒间产生滑动, 这是由于振动作用使得颗粒间滑动力增大, 克服了摩阻力。这两种结果均使得颗粒间容易产生滑动。

(2) 静压力在土体内产生压应力和剪应力, 克服颗粒间的摩阻力。

振动压实过程中, 在振动力和静压力的共同作用下, 颗粒间易产生滑动, 大小颗粒相互充填和挤紧。

由于数值模拟中不易人为控制颗粒间的滑动力大小, 因此本文提出采用减小颗粒间的摩擦系数来模拟振动作用, 并在颗粒堆积体上表面施加 14 kPa 的静压力。当颗粒间摩擦系数减小时, 颗粒间的摩阻力减小, 使得颗粒间容易产生滑动, 进而来模拟振动作用。

摩擦系数的大小反映振动作用的效果, 摩擦系数为 0 反映最优振动效果, 图 9 给出了摩擦系数为 0 时压实过程中堆积体孔隙率随时间的变化过程曲线, 图 3(c) 给出了压实后的颗粒堆积体。由图 9 可见, 在拟振动压实作用下, 堆积体的孔隙率随时间迅速减小并趋于稳定, 稳定后的孔隙率为 0.338, 平均配位数 6.86, 稳定耗时约 2 s。

通过振动压实法和拟振动压实法(颗粒间摩擦系数为 0)得到的孔隙率和颗粒平均配位数近似相同, 可见采用减小压实过程中颗粒间摩擦系数至 0 的拟振动压实法来获取堆积体的最密实状态是可行的, 且该方法能大量减少计算耗时。

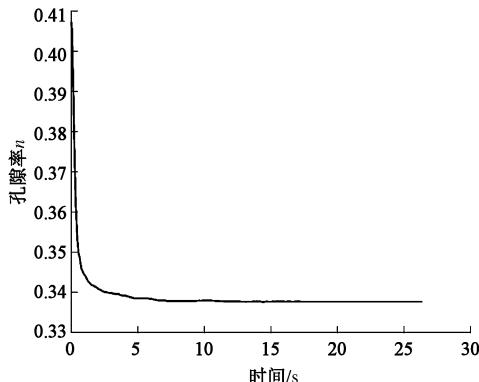


图 9 拟振动过程中堆积体孔隙率随时间变化图

Fig. 9 Evolution of porosity during quasi vibration and compaction processes

3.3 不同颗粒间摩擦系数下的颗粒堆积体

拟振动压实法中, 颗粒间的摩擦系数将直接影响稳定后颗粒堆积体的孔隙率, 图 10~12 给出了拟振动压实过程中不同颗粒间摩擦系数下, 所获得堆积体的孔隙率、平均配位数和配位数分布的变化情况。

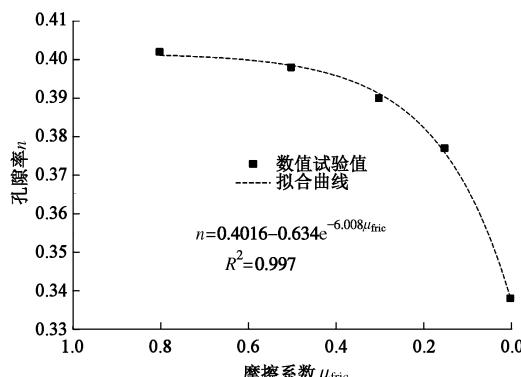


图 10 孔隙率与拟振动压实过程中摩擦系数的关系

Fig. 10 Relationship between porosity and friction used during quasi vibration and compaction processes

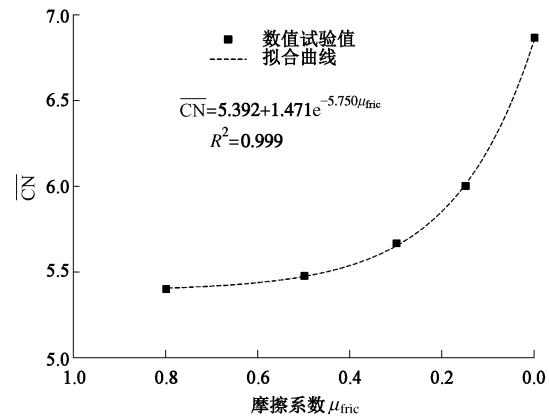


图 11 平均配位数与拟振动压实过程中摩擦系数的关系

Fig. 11 Relationship between \overline{CN} and friction used during quasi vibration and compaction processes

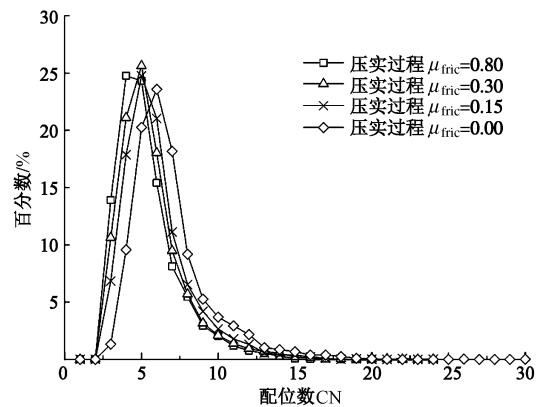


图 12 配位数分布与拟振动压实过程中摩擦系数的关系

Fig. 12 Relationship between CN distribution and friction used during quasi vibration and compaction processes

由图 10, 11 可看出, 随着颗粒间摩擦系数的减小, 颗粒堆积体的孔隙率逐渐减小, 且减小幅度逐渐变大; 而平均配位数则逐渐增大, 增大幅度逐渐变大。由此可看出压实过程中颗粒间的摩擦系数对堆积体的压实效果有很大的影响。这是由于颗粒间摩擦系数越大, 颗粒间的抗滑能力越强, 而当摩擦系数减小, 则颗粒间的抗滑能力减小, 在压力作用下更容易产生位置调整, 因此堆积体将更密实。

压实过程颗粒间摩擦系数与压实后堆积体的孔隙率满足以下关系式:

$$n = 0.4016 - 0.0634e^{-6.008\mu_{\text{fric}}}, \quad (7)$$

其拟合相关系数为 0.997。

而压实过程中颗粒间摩擦系数与压实后堆积体的平均配位数则满足以下关系式:

$$\overline{CN} = 5.392 + 1.471e^{-5.750\mu_{\text{fric}}}, \quad (8)$$

其拟合相关系数为 0.999。

根据式(7)即可估算出, 为获得某一给定相对密实度下的堆积体, 所需设定的压实过程中颗粒间的摩擦系数。

由图 12 可看出, 随着颗粒间摩擦系数的减小, 压实后的堆积体中, 配位数为 3 和 4 的颗粒数迅速减少, 配位数大于 5 的颗粒数均增多, 特别是配位数 6 到 12 的颗粒数增加明显。这亦反映出随着颗粒间摩擦系数的减小, 堆积体越密实。

图 13 给出了最密实状态下, 即压实过程中颗粒间摩擦系数为 0.0, 颗粒配位数与粒径的关系, 颗粒粒径同图 7 一样进行无量纲化。由图可看出配位数与粒径也近似满足指数关系, 图中给出了拟合公式, 拟合结果也较好。

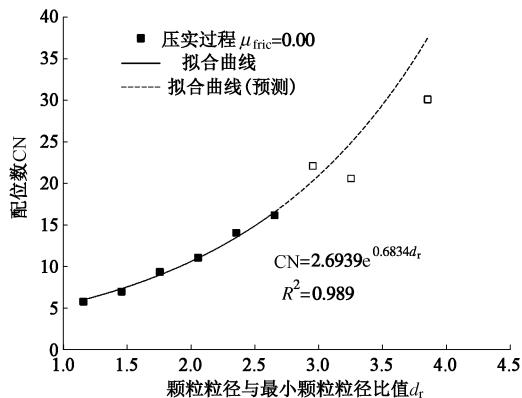


图 13 最密实状态下颗粒粒径与配位数的关系

Fig. 13 Variation of CN with ratio of particle diameter to minimum particle diameter in densest state

3.4 任意相对密实度堆积体的获取

实际工程上常采用相对密实度来衡量无黏性土的松紧程度。相对密实度 D_r :

$$D_r = \frac{(n_{\max} - n) \cdot (1 - n_{\min})}{(n_{\max} - n_{\min}) \cdot (1 - n)} \quad (9)$$

根据给定的 D_r 和颗粒离散单元法堆积试验获得的 n_{\max} , n_{\min} 及孔隙率与压实过程的摩擦系数关系式 (7), 即可获得任意相对密实度下的堆积体。

DL/T 5395—2007《碾压式土石坝设计规范》中指出: 砂砾石和砂的填筑碾压标准应以相对密度为设计控制指标, 并应符合下列要求: 砂砾石的相对密度不应低于 0.75, 砂的相对密度不应低于 0.70, 反滤料的相对密度宜为 0.70 以上。

本模拟中最小孔隙率 $n_{\min} = 0.338$, 最大孔隙率 $n_{\max} = 0.408$ 。当取相对密实度为 0.8 时, 根据式 (9) 可得对应的孔隙率 $n = 0.353$ 。根据式 (7) 可得在压实过程中颗粒间的摩擦系数约为 0.044。根据该摩擦系数对最松散状态堆积体进行压实, 最终获得的堆积体孔隙率为 0.357, 可见该方法能较好地获得给定相对密实度的颗粒堆积体。所获得堆积体的平均配位数为 6.491, 根据式 (8) 预测的平均配位数为 6.534。

3.5 不同级配土体孔隙率与摩擦系数的关系

为了验证不同级配土体, 堆积体孔隙率与压实过

程中颗粒间摩擦系数是否仍满足指数关系, 下面进行了另外 3 种级配土体的数值试验, 分别为级配 A、级配 B 和级配 C, 级配曲线见图 14。

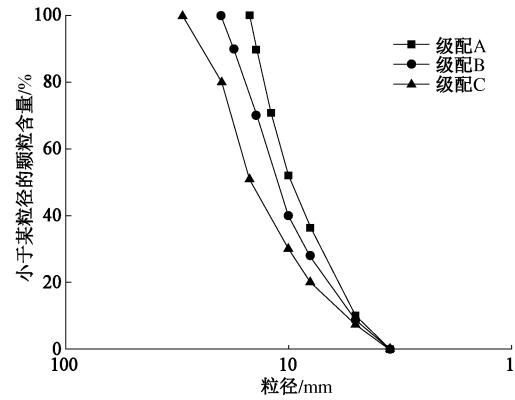


图 14 3 种土体的颗粒级配曲线

Fig. 14 Particle-size distribution of three samples

采用拟振动压实法, 对 3 种级配土体进行数值试验, 得到的堆积体孔隙率与压实过程中颗粒间摩擦系数的关系见图 15。

3 种级配土体的拟合结果分别为

$$\text{级配 A: } n = 0.3763 - 0.0619 e^{-5.647 \mu_{\text{fric}}}, R^2 = 0.996;$$

$$\text{级配 B: } n = 0.3658 - 0.0620 e^{-5.520 \mu_{\text{fric}}}, R^2 = 0.996;$$

$$\text{级配 C: } n = 0.3439 - 0.0602 e^{-4.879 \mu_{\text{fric}}}, R^2 = 0.988.$$

可见对于连续级配土体, 堆积体孔隙率与压实过程中颗粒间摩擦系数的关系满足 $n = a - b \cdot e^{c \cdot \mu_{\text{fric}}}$ 。

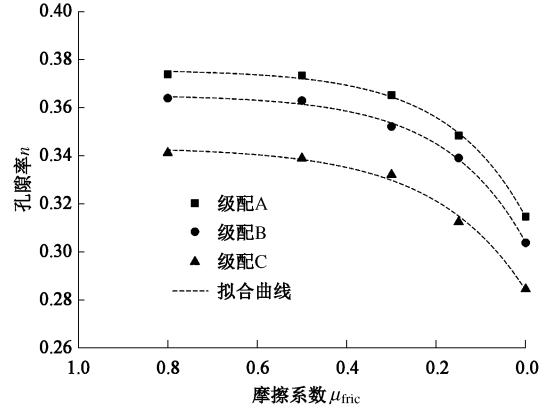


图 15 3 种级配土体孔隙率与压实过程中摩擦系数的关系

Fig. 15 Relationship between porosity and friction used during compaction processes of three samples

4 结 论

根据本文的方法可获得级配土体的最松散堆积状态、最密实堆积状态和任意给定相对密实度下的堆积状态, 且该方法具有良好的可重复性。针对本文的级配土体, 研究结果表明:

(1) 堆积体的最小特征体单元的边长需大于 4.5

倍最大粒径。

(2) 颗粒的配位数与颗粒的粒径近似满足指数关系。

(3) 通过减小压实过程中颗粒间的摩擦系数能较好的模拟振动压实效果。

(4) 压实作用下, 稳定后的孔隙率 n 和平均配位数 \overline{CN} 与压实过程中颗粒间的摩擦系数 μ_{fric} 分别满足关系 $n = a - b \cdot e^{c \cdot \mu_{fric}}$ 和 $\overline{CN} = a + b \cdot e^{c \cdot \mu_{fric}}$ 。随着颗粒间摩擦系数的减小, 压实后堆积体的孔隙率逐渐减小, 且减小幅度逐渐变大; 颗粒的平均配位数则逐渐增大, 且增大幅度逐渐变大。

(5) 该方法能获得任意相对密实度下的颗粒堆积体, 可以为研究土体细观力学和颗粒堆积体的孔隙空间特征提供初始颗粒堆积结构。

参考文献:

- [1] 周健, 王子寒, 张姣, 等. 不同应力路径下砾石土力学特性的宏细观研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(8): 1721–1728. (ZHOU Jian, WANG Zi-han, ZHANG Jiao, et al. Macro-meso research on mechanical behavior of a gravelly soil under various stress paths[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(8): 1721–1728. (in Chinese))
- [2] 蒋明镜, 李涛, 胡海军. 结构性黄土双轴压缩试验的离散元数值仿真分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊2): 241–246. (JIANG Ming-jing, LI Tao, HU Hai-jun. Numerical simulation of biaxial tests on structured loess by distinct element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S2): 241–246. (in Chinese))
- [3] 张超, 展旭财, 杨春和. 粗粒料强度及变形特性的细观模拟[J]. 岩土力学, 2013, **34**(7): 2077–2083. (ZHANG Chao, ZHAN Xu-cai, YANG Chun-he. Mesoscopic simulation of strength and deformation characteristics of coarse grained materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(7): 2077–2083. (in Chinese))
- [4] DELUZARCHE R, CAMBOU B. Discrete numerical modelling of rockfill dams[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2006, **30**(11): 1075–1096.
- [5] ØREN P, BAKKE S. Process based reconstruction of sandstones and prediction of transport properties[J]. Transport in Porous Media, 2002, **46**(2/3): 311–343.
- [6] 刘军, 刘汉龙. 用 Monte Carlo 方法模拟砂土的自然堆积过程[J]. 岩土力学, 2005, **26**(增刊1): 113–116. (LIU Jun, LIU Han-long. Simulation natural packing process of sand grains using Monte Carlo method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(S1): 113–116. (in Chinese))
- [7] 黄晚清, 陆阳. 散粒体重力堆积的三维离散元模拟[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(12): 2139–2143. (HUANG Wan-qing, LU Yang. 3D DEM simulation of random packing of particulates under gravity[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(12): 2139–2143. (in Chinese))
- [8] 楚锡华. 颗粒材料数值样本的坐标排序生成技术[J]. 岩土力学, 2011, **32**(9): 2852–2855. (CHU Xi-hua. A generation method for numerical specimen of granular materials by sort of coordinates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(9): 2852–2855. (in Chinese))
- [9] BAGI K. An algorithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies[J]. Granular Matter, 2005, **7**(1): 31–43.
- [10] Itasca Consulting Group I. User's manual: PFC^{3D}-particle flow code in 3 dimensions[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, 2004.
- [11] 周健, 周凯敏, 姚志雄, 等. 砂土管涌-滤层防治的离散元数值模拟[J]. 水利学报, 2010, **41**(1): 17–24. (ZHOU Jian, ZHOU Kai-min, YAO Zhi-xiong, et al. Numerical simulation of piping-filter prevention in sandy soil by discrete element method[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, **41**(1): 17–24. (in Chinese))
- [12] SALOT C, GOTTELAND P, VILLARD P. Influence of relative density on granular materials behavior: DEM simulations of triaxial tests[J]. Granular Matter, 2009, **11**(4): 221–236.
- [13] INDRARATNA B, RAUT A K, KHABBAZ H. Constriction-based retention criterion for granular filter design[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, **133**(3): 266–276.
- [14] 周伟, 谢婷婷, 马刚, 等. 基于颗粒流程序的真三轴应力状态下堆石体的变形和强度特性研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(10): 3008–3012. (ZHOU Wei, XIE Ting-ting, MA Gang, et al. Stress and deformation analysis of rockfill in true triaxial stress conditions based on PFC[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(10): 3008–3012. (in Chinese))