

DOI: 10.11779/CJGE201503013

# 双轴压缩条件下散粒体的二维孔隙分布及演化规律研究

刘 洋, 汪成林, 张 铎

(北京科技大学土木与环境工程学院土木工程系, 北京 100083)

**摘 要:** 基于离散单元法建立了不同密实度的理想散粒体数值模型, 通过 Voronoi-Delaunay 网格剖分建立离散域, 采用基于边界点的椭圆拟合算法模拟散粒体中的孔隙, 并进一步分析了在双轴压缩条件下散粒体孔隙的分布特征与演化规律, 同时结合数值试样中单孔隙的变化过程, 分析了散粒体变形的微细观力学机理。研究表明, 散粒体二维孔隙表现出明显的双峰分布特征, 在双轴压缩条件下, 不同密实度散粒体的孔隙要素表现出明显不同的演化特征。总体说来, 松散试样小孔隙比例增加, 大孔隙比例减少, 孔隙趋于均匀; 而密实试样小孔隙比例减少, 大孔隙比例增加。孔隙的排列方向与荷载主方向有关, 初始密实度对其影响不大。双轴加载过程中长轴沿水平方向的细长孔隙首先崩溃, 长轴沿轴向加载方向的孔隙存留下来并在散粒体变形过程中起主导作用, 最终沿加载方向产生一个稳定的颗粒结构。单孔隙的发展过程显示, 大孔隙上承担着较强的力链, 双轴压缩过程中随着变形的发展, 松散试样中接触力链较强的单个大孔隙逐渐分裂成为多个小孔隙, 颗粒接触力链分布趋于均匀; 而在密实试样中, 随着变形发展小孔隙逐渐融合形成大孔隙。

**关键词:** 散粒体; 孔隙结构; 离散元; 双轴压缩; 力链

**中图分类号:** TU44

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2015)03-0494-10

**作者简介:** 刘 洋(1979-), 男, 江苏徐州人, 博士, 副教授, 主要从事土细观力学和砂土液化方面的研究与教学工作。E-mail: ly-ocean@sohu.com。

## Distribution and evolution of pore structure in 2D granular materials under biaxial compression

LIU Yang, WANG Cheng-lin, ZHANG Duo

(Department of Civil Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The numerical models for ideal granular with different densities are established using the discrete element method to examine the distribution and evolution of pore structure in 2D granular materials under biaxial compression. The voronoi-Delaunay tessellations are adopted to divide the space into Voronoi regions and the irregularly shaped pore geometry is quantified with a best-fitting ellipse with the aid of the boundary-based method. The micro-mechanism of deformation of granular materials is analyzed according to the evolution of representative single pore. It is found that the pore-size distribution of numerical specimens exhibits a bimodal nature with two peaks occurring at certain pore radius. The pores in samples with different densities show different evolution rules with the increasing strain. The proportion of fine pore increases and that of the macro pore decreases in the loose samples. The evolution of pore structure in dense samples shows exactly the opposite evolution trend. The orientation of the pores is associated with loading direction and the initial density has little effect on it. The pores with long semi-axis along the horizontal direction collapse first, while the pores with long axis direction along the axial loading survive. Thus a more stable particle structure is created. The evolution of single pore structure indicates that strong force chain acts on macro pores. With the deformation of samples, macro pores are divided into a number of fine pores due to particle motion in loose samples and the fore chain becomes more uniform throughout the samples. In dense samples, the small-size pore structures decrease and fuse together to form large ones.

**Key words:** granular material; pore structure; discrete element method; biaxial compression; force chain

## 0 引 言

自然界中的散粒体如砂砾、卵石等是岩石经风化、搬运等自然作用, 逐渐形成具有特定孔隙结构的介

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51178044); 新世纪优秀人才资助项目(NCET-11-0579); 北京市高校青年英才资助项目(YETP0340)  
**收稿日期:** 2014-04-15

质。不同密实度的散粒体物理力学性质差异很大, 这种差异很大程度上源于其不同的孔隙微细观结构, 因此, 研究荷载作用下散粒体孔隙特征演化规律, 了解其力学性质具有重要意义<sup>[1]</sup>。

散粒体微细观组构的概念最早由 Brewer<sup>[2]</sup>提出, 并被用来描述颗粒的接触排列方向、孔隙尺寸和方向等性质<sup>[3]</sup>。散粒体结构状态一般由颗粒形态、定向排列特征、孔隙特性及接触关系等 4 个方面的特征确定。而对散粒体微结构的深入研究需要描述这 4 方面的量化参数。微结构量化参数是指能够定量描述结构状态的参数, 目前主要采用交叉学科知识和现代技术手段获取结构要素参数, 体现在 3 个方面: ①利用图像处理技术进行散粒体微观结构图像分析, 获取表征孔隙的量化参数<sup>[4-5]</sup>; ②利用 20 世纪 70 年代中后期发展起来的分形理论进行土体微观结构的量化研究, 建立孔隙的分形模型<sup>[6-9]</sup>; ③利用压汞法对土体的孔隙进行定量测量, 研究土体变形的宏微观机理<sup>[10-13]</sup>。

对孔隙形态和分布的研究是土体微结构研究的重要内容, 例如 Diamond<sup>[14]</sup>提出的双层结构概念(two-level structure)、Cary 等提出的孔隙分布指标等<sup>[15]</sup>。其他一些研究者针对变形、干湿循环等过程引起的土体孔隙结构变化做了更深入的研究工作<sup>[16-20]</sup>。还有学者对土体孔隙分布对土水特征曲线的影响进行了分析<sup>[21-22]</sup>。

对于理想散粒体, 研究表明 Voronoi-Delaunay 网格剖分可以很好地模拟散粒体孔隙结构特征<sup>[23-25]</sup>。本文即基于离散单元法建立不同密实度的理想散粒体数值模型, 通过 Voronoi-Delaunay 网格剖分建立离散域, 对于散粒体中的孔隙采用基于边界点的椭圆拟合算法, 并进一步分析了在双轴压缩条件下不同密实度的理想散粒体孔隙演化发展规律。

## 1 离散元数值模型及宏观力学响应

### 1.1 离散单元法

基于 Cundall 等提出的离散元法<sup>[26]</sup>, 本文采用二维颗粒流软件 (PFC<sup>2D</sup>) 建立松散和密实两个数值模型。模型高 100 mm, 宽 40 mm, 颗粒粒径为 0.3~0.6 mm 均匀分布, 其余细观参数见表 1。模型生成后在 400 kPa 围压下等向固结, 之后在顶部边界和底部边界均施加 0.0004 m/s 的轴向速率进行双轴压缩试验模拟, 试验中采用数值伺服机制保持围压稳定。

### 1.2 宏观力学响应

图1是离散元模拟所得的松/密两种试样的应力 - 应变关系曲线。由图1中可以看出, 不同密实度的散粒体呈现出明显不同的宏观力学响应: 松散试样剪切硬

化而密实试样表现出剪切软化, 与不同密实度的砂土试验所得应力 - 应变曲线类似。

表 1 离散元数值模拟参数表

试样名称	颗粒 半径 $R$ /mm	重度 $\rho$ ( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$ )	摩擦系 数 $\mu$	接触连接参数		孔隙率
				法向刚度	切向刚度	
				$k_n/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$k_s/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	
松散试样	0.3~0.6	1000	0.25	$5.0\times 10^8$	$5.0\times 10^8$	0.3
密实试样	0.3~0.6	1000	0.25	$5.0\times 10^8$	$5.0\times 10^8$	0.17

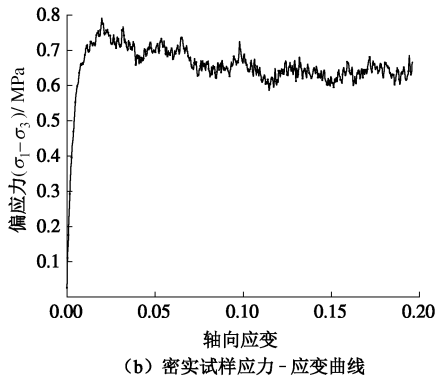
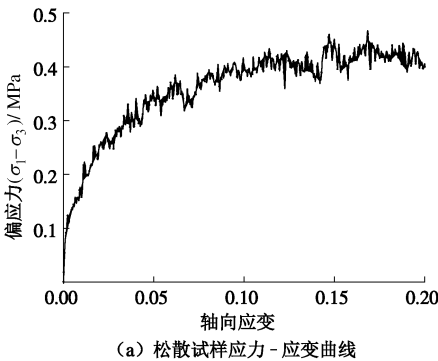


图 1 松散试样和密实试样应力 - 应变曲线图

Fig. 1 Stress - strain curves for loose and dense samples

## 2 二维孔隙的椭圆近似

### 2.1 椭圆拟合算法

散粒体中颗粒的空间分布决定了孔隙的几何结构, 定义二维单元孔隙为由相邻颗粒组成的封闭单一孔隙, 孔隙的大小和方向可由一个最佳拟合椭圆来表示<sup>[24]</sup>。

一般椭圆拟合包括基于边界的拟合方法和基于区域的拟合方法。基于边界的方法允许拟合椭圆的离散点几何边界接近椭圆形<sup>[27]</sup>, 但应避免构建夸大了的双曲线<sup>[28]</sup>。本文采用基于边界的拟合方法, 在确保不会拟合双曲线的前提下能够拟合任意几何形状的椭圆。设椭圆的一般方程为

$$F(a, \mathbf{x}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (1)$$

式中,

$$a=[a \ b \ c \ d \ e \ f],$$
$$x=[x^2 \ xy \ y^2 \ x \ y \ 1].$$

基于边界的拟合算法，在矩阵分析中采用广义特征值直接拟合椭圆。基于一组离散点坐标  $M(x, y)$  即可得到拟合的椭圆，例如任意给定的一组点坐标 (24.27, 77.15), (24.70, 77.82), (24.25, 78.27), (23.73, 77.82), (24.5, 78), (23.7, 78.4)，拟合的单个椭圆如图 2 所示。

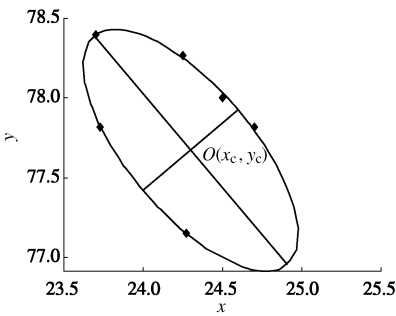


图 2 离散点拟合椭圆示意图

Fig. 2 Best fitting ellipse with discrete points

2.2 散粒体中的二维孔隙识别

首先利用 Voronoi-Delaunay 网格剖分建立离散域，域就是由一系列封闭的颗粒链组成的区域，如图 3 所示。颗粒链上相邻颗粒互相接触，形成域的颗粒数目由 3 个到 10 多个不等，假设颗粒之间形成的域可以表征散粒体的孔隙，运用上述椭圆拟合程序将每一个域的接触点坐标用最佳拟合椭圆来近似，过程如图 3 所示。

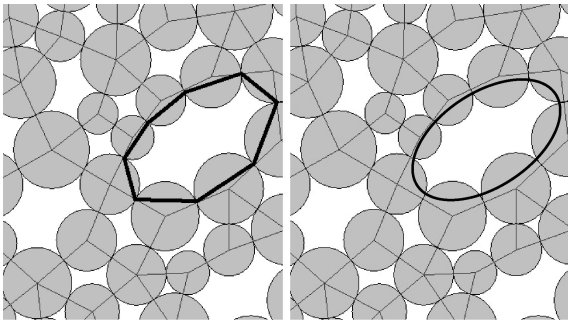


图 3 域的离散及椭圆拟合过程图

Fig. 3 Discrete domain and ellipse fitting process

孔隙拟合度最好的椭圆包含 5 个参数:  $x_c, y_c, A, B, \theta$ ，其中  $O(x_c, y_c)$  是椭圆中心坐标， $A$  和  $B$  是椭圆长短半轴， $\theta$  是椭圆相对  $x$  轴正向的转角， $\theta$  定义了孔隙的排列方向。基于拟合椭圆的长短半轴可以计算孔隙面积  $S$  及长短轴比  $\lambda$  为

$$\left. \begin{aligned} s &= \pi AB, \\ \lambda &= A/B. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

随着荷载的施加，散粒体中孔隙发生融合和分裂，

表征孔隙的椭圆数量、大小和方向也将发生变化，因此不同应变水平拟合的全部椭圆，可用来统计分析散粒体中孔隙的分布以及变化规律。

3 散粒体二维孔隙分布的双峰特征

图 4 是松散试样在固结完成时和轴向应变为 5% 时的长半轴分布图。其中直方图是对模型中所有客观存在孔隙椭圆，统计长半轴（或短半轴、长短轴比、孔隙面积及孔隙倾角等）得到的概率分布图，并以无参估计曲线的形式分析其变化趋势。纵坐标密度函数表示不同大小孔隙个数的概率密度分布，概率密度函数  $f(x)$  具有以下性质：

$$\left. \begin{aligned} f(x) &\geq 0, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx &= 1, \\ P(a < x \leq b) &= \int_a^b f(x) dx, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中， $P$  为概率，数值上等于落在该区间的孔隙数量除以参加统计的所有孔隙个数的总和。

从图 4 中可以看出，试样在固结完成和荷载施加后均表现出明显的双峰孔隙结构特征。所谓双峰孔隙结构是指分布密度函数曲线出现两个峰值的分布特征，如图 4 所示的松散数值模型中，长半轴的一个峰值是 0.4 mm，另一个峰值是 0.9 mm。

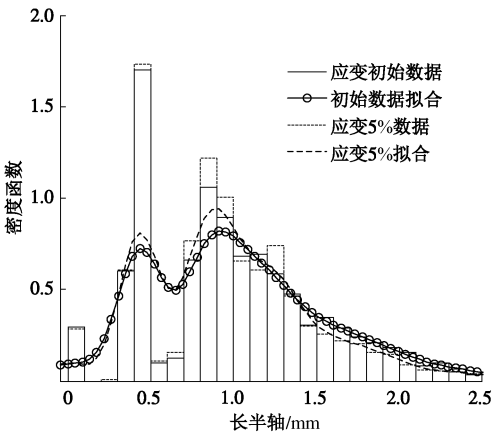


图 4 松散试样固结完成及轴向应变 5% 时长半轴分布

Fig. 4 Distribution of longitudinal axial after consolidation and strain of 5% for loose samples

图 5~7 分别是松散试样在固结完成时和应变 5% 时的孔隙短半轴、轴比和面积分布图。从图中可以看出，不仅长半轴分布表现出双峰特征，短半轴、长短轴比和面积分布也表现出双峰特征。

从后面的分析还可以看出，不仅松散试样，密实试样的孔隙长短轴、轴比以及面积同样表现出双峰特征。这与试验室得到的一些土的孔隙分布特征一致<sup>[19]</sup>。

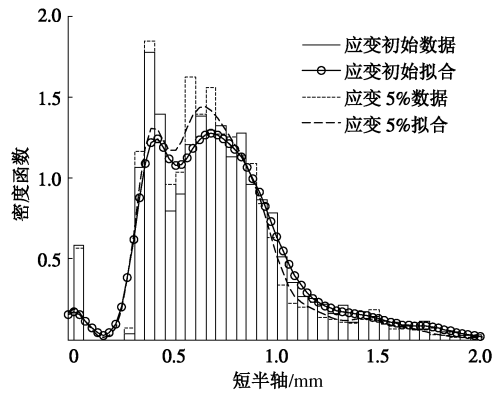


图5 松散试样短半轴分布

Fig. 5 Distribution of short axis for loose samples

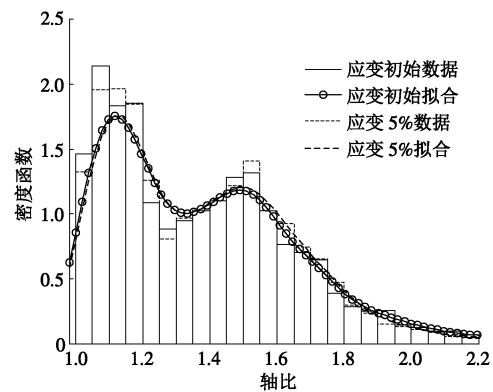


图6 松散试样轴比分布

Fig. 6 Distribution of axial ratio for loose samples

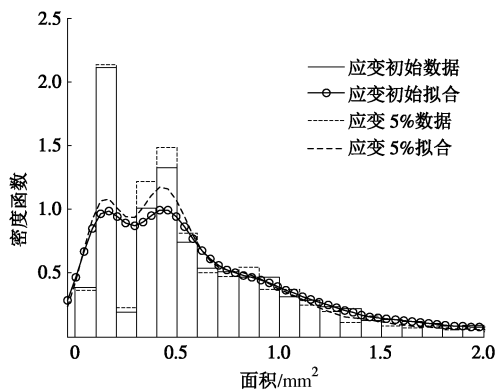


图7 松散试样孔隙面积分布

Fig. 7 Distribution of pore area for loose samples

#### 4 双轴压缩双峰孔隙结构演化规律分析

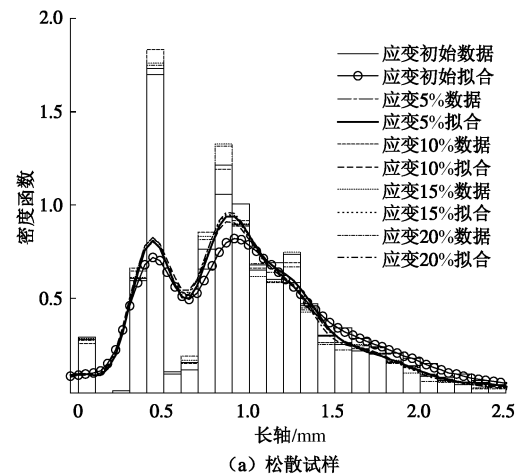
在外荷载作用下,散粒体的孔隙结构将发生变化,下面我们就双轴压缩条件下孔隙要素(长短轴、轴比以及面积)发展演化规律进行分析,讨论不同密实度散粒体双峰孔隙结构演化规律的差异。

##### 4.1 孔隙长短轴分布演化规律

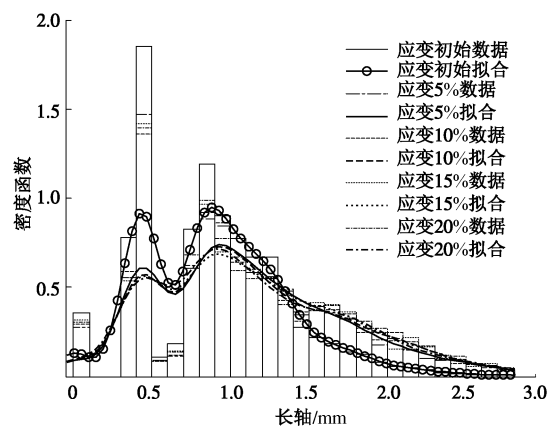
图8是两种密实度散粒体在不同应变水平的孔隙

长半轴分布图。从图8(a)中可以看出,对于松散试样,长半轴为0.3~0.5 mm和0.7~1.5 mm范围内的孔隙所占比例最大,在应变达到5%之前,这两部分孔隙所占比例逐渐增加,而长半轴为1.5~2.5 mm的大孔隙比例稍有降低,在此范围区域之外的孔隙比例基本不变;5%应变之后孔隙长半轴分布变化不大。

密实试样的孔隙演化规律与松散试样完全不同。从图8(b)中可以看出,长半轴为0.3~1.4 mm的小孔隙所占比例较高,但应变达到5%时其比例显著降低,另一个峰值孔隙的比例也相应减少,但长半轴为1.4~3.0 mm的大孔隙比例显著增加。同样5%应变之后这种趋势进一步发展但变化不大,孔隙分布趋于稳定。



(a) 松散试样



(b) 密实试样

图8 不同密实度试样孔隙长半轴分布图

Fig. 8 Distribution of longitudinal axis for samples with different densities

图9为两种密实度散粒体在不同应变水平的孔隙短半轴分布变化图。从图9中可以看出,孔隙短半轴分布的双峰特征不如长半轴明显,但随着荷载的施加,其演化规律与长半轴基本一致。



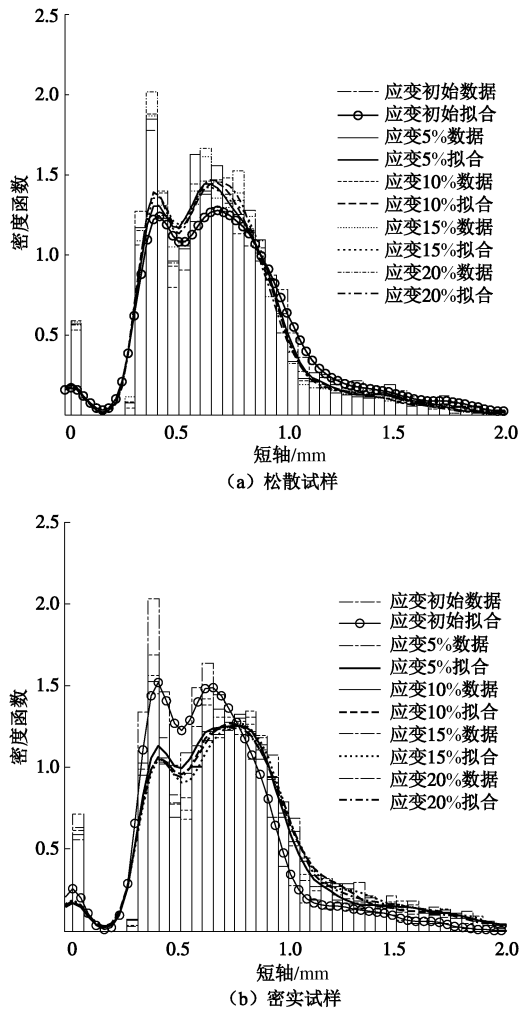


图9 不同密度度试样孔隙短半轴分布图

Fig. 9 Distribution of short axis for samples with different densities

#### 4.2 孔隙长短轴比分布演化规律

孔隙长短轴比反映了孔隙的形状,其值越大孔隙越趋向于长条形,越小则孔隙越趋向于圆形。图10是两种密实度的散粒体在不同应变水平的轴比分布图。

从图10(a)中可以看出,对于松散试样孔隙长短轴比大部分在1.0~1.8之间,轴比分布基本不变。对于密实试样,从图10(b)中可以看出,随着应力的施加其长短轴比在1.0~1.3之间的孔隙比例明显降低,而轴比在1.7~2.2之间比例明显增加。应变达到5%之后,轴比分布变化不大。显然,随着荷载的施加,密实试样内部细长孔隙的比例显著增加。

#### 4.3 孔隙尺寸(面积)分布演化规律

图11是两种密实度的散粒体在不同应变水平的孔隙尺寸(面积)分布图,从图11中可以看出,不同应变水平孔隙尺寸的变化趋势和长短半轴以及轴比变化基本一致。

从图11(a)可以看出,对于松散试样,随着荷载的施加双峰区域对应孔隙的比例逐渐增加、而大孔

隙比例稍有减少。显然随着荷载的施加,由于颗粒的滑移、重组使得部分大孔隙分裂,融合为数量较多的小孔隙。松散试样在双轴压缩过程中孔隙变化遵循孔隙均匀化原则,也可称为大孔隙优先改变原则,即体积收缩过程中大孔隙减少,小孔隙基本不变,孔隙分布逐步均匀化,宏观上表现出剪缩行为。

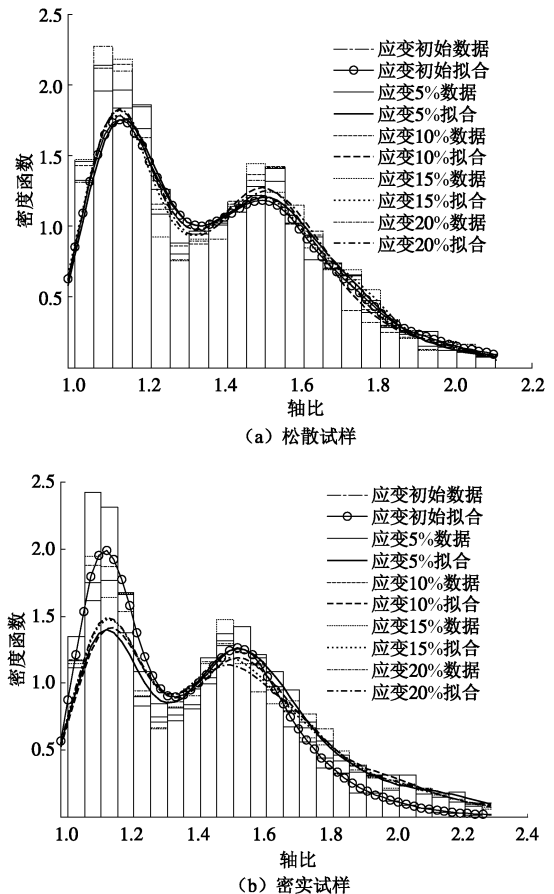


图10 不同密度度试样长短轴比分布图

Fig. 10 Distribution of axial ratio for samples with different densities

对于密实试样,从图11(b)可以看出,初始阶段双峰值区域对应的孔隙分布显著降低,而孔隙面积在1.0~1.8之间的大孔隙比例增加,应变达到5%之后基本保持不变。密实试样表现出与松散试样完全相反的演化规律。密实试样中大孔隙增加是因为在加载过程中,小尺寸孔隙数量减少并融合在一起形成大孔隙,宏观上表现出剪胀行为。

#### 4.4 孔隙倾角分布演化规律

图12是两种密实度的散粒体在不同应变水平的孔隙倾角分布图。从图12中可以看出,对于松散试样,随着应变水平的增加,长半轴沿水平方向的孔隙逐渐减少,而沿垂直方向的孔隙存留下来且比例逐渐提高。数值模拟结果表明,模型最后的孔隙分布中将逐渐产生一个长半轴沿垂直加载方向占优势的孔隙结构。

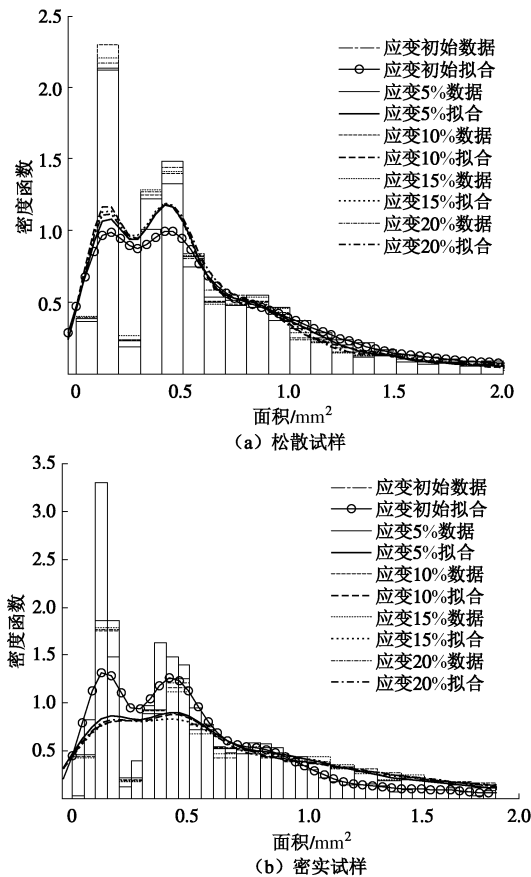


图 11 不同密实度试样孔隙面积分布图

Fig. 11 Distribution of pore area for samples with different densities

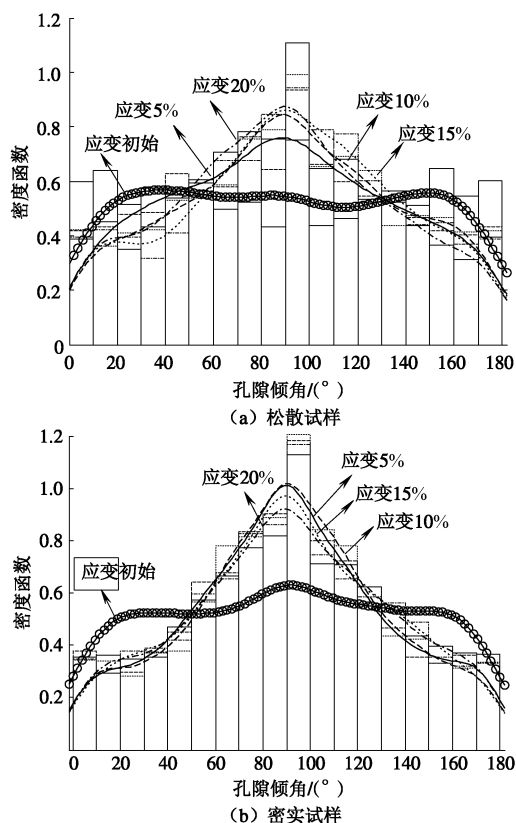


图 12 不同密实度试样孔隙倾角分布图

Fig. 12 Distribution of pore angle for samples with different densities

对于密实试样, 其孔隙取向的变化规律和松散试样中表现类似。统计结果表明, 随着应变增加至 5%, 垂直取向的孔隙比例由 0.33 变为 0.55 左右, 而倾向水平的孔隙比例由 0.3 降低为 0.2 左右, 应变达到 5% 以后, 随着应变增加倾角分布变化不大。

显然, 不管是松散还是密实试样, 双轴压缩初始阶段孔隙方向是随机均匀分布。随着应变的增加, 长半轴沿水平方向的弱孔隙结构首先崩溃, 并在垂直方向优先排列。

## 5 单孔隙演化特征分析

为了更精细地分析孔隙的发展变化过程, 我们从试样中取有代表性的单个孔隙, 追踪其发展过程。在松散试样和密实试样模型的顶部、中部和底部各取 3 个单孔隙 (图中白色颗粒表示, 编号分别为 A, B, C 和 A', B', C'), 研究从加载开始至应变达到 20% 过程中单孔隙的变化过程。

### 5.1 松散试样单孔隙分析

图 13 是松散试样顶部孔隙 A (白色颗粒组成) 的发展过程, 图中粗黑线是接触力, 线粗细表示接触力大小 (如图例)。从图 13 中可以看出, 孔隙 A 尺寸相对较大, 力链上的接触力也较大。轴向应变达到 4% 时, 周围有两个颗粒 (灰色表示) 进入孔隙 A, 初始的大孔隙分裂为几个大小较均匀的小孔隙, 颗粒间接触力减小且趋于均匀。应变达到 8% 时, 这些小孔隙基本保持不变, 原来组成大孔隙的白色球体融合进入其它孔隙, 并最终形成一些新的孔隙, 力链整体分布更为均匀; 应变达到 12% 时, 原来的白色颗粒继续移动, 和周围颗粒重新形成了一个较大的孔隙, 大孔隙上接触力比周围小孔隙大, 但周围其他颗粒组成的孔隙变得比较均匀; 应变达到 16% 时, 白色颗粒内部又形成一个相对较大的孔隙; 当应变达到 20% 时, 形成的大孔隙又分裂成为小孔隙。比较图 13 (a) 和 (f) 可以发现, 相比较于初始状态, 试样的大孔隙明显减少, 孔隙和力链分布也更均匀。

图 14 是松散试样中部孔隙 B 的发展过程, 图中粗黑线是接触力。从图 14 中可以看出, 孔隙 B 的变化过程与孔隙 A 基本一致。初始状态图 14 (a) 中大孔隙分布较多, 孔隙 B 力链上的接触力较大; 应变达到 4% 时, 周围有一个颗粒 (灰色表示) 进入孔隙 B, 初始的大孔隙开始分裂, 粒间接触力仍保持较大; 应变达到 8% 时, 周围又有两个颗粒进入孔隙 B, 孔隙 B 分裂成为几个较小孔隙, 孔隙力链上的接触力减小且分布较为均匀。轴向应变从 8% 至 20% 发展过程中, 又是较大孔隙分裂成较小孔隙的过程, 虽然有较大孔隙生成, 但尺寸相比较于初始状态已经变小; 应变达

到 20% 时, 初始的孔隙 B 已经完全分裂为多个小孔隙, 试样内部孔隙也更均匀。

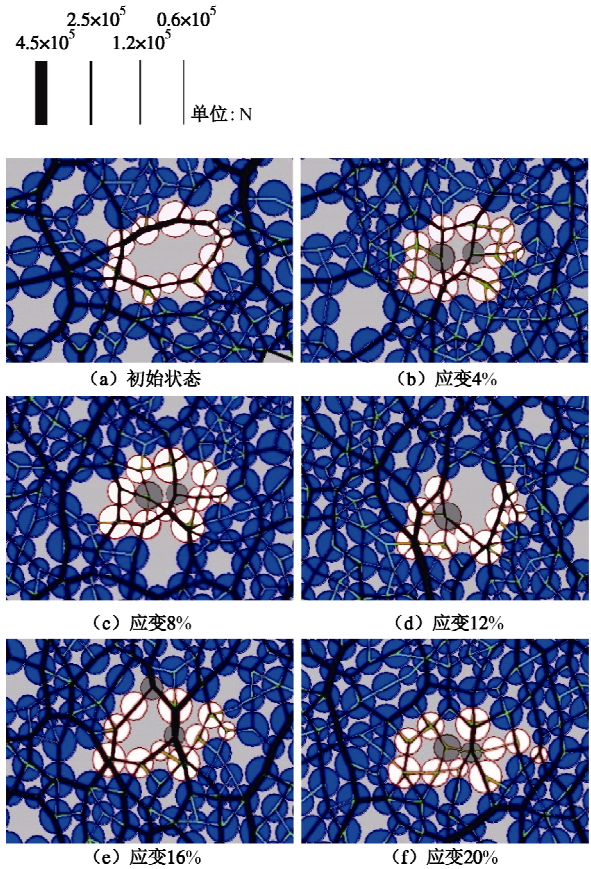


图 13 松散试样孔隙 A 变化过程

Fig. 13 Evolution of pore A in loose sample

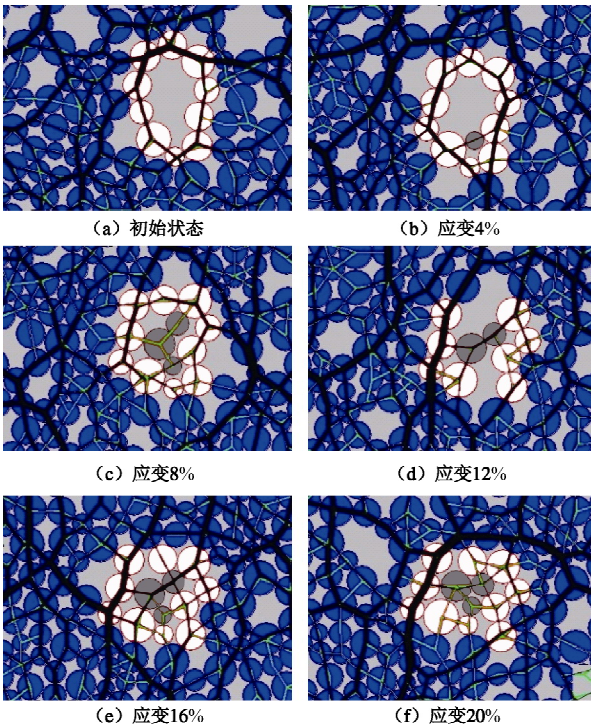


图 14 松散试样孔隙 B 变化过程

Fig. 14 Evolution of pore B in a loose sample

图 15 是松散试样底部孔隙 C 的变化过程, 从图 15 中可以看出, 其发展变化规律与孔隙 A 和 C 稍有差异, 但总体趋势一致: 大孔隙不断分裂融合为多个小孔隙, 接触力链也变得更为均匀。

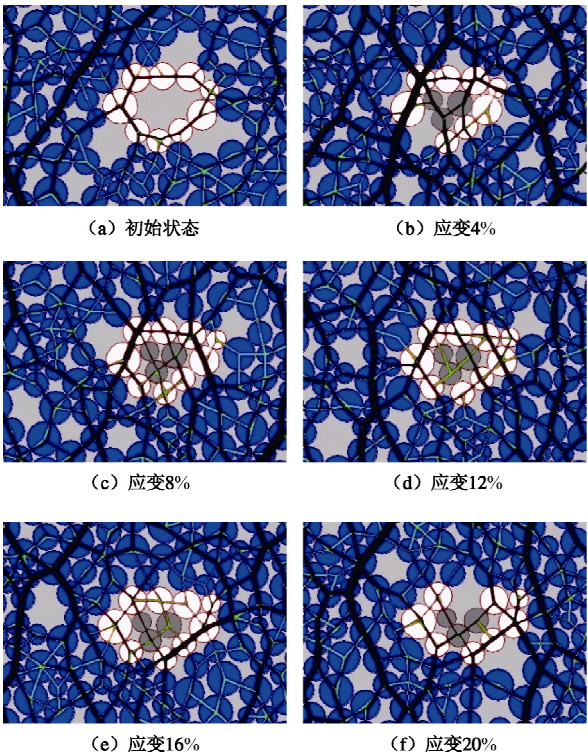


图 15 松散试样孔隙 C 变化过程

Fig. 15 Evolution of pore C in a loose sample

综合分析孔隙 A, B 和 C 的变化过程可以看出, 在松散的试样中, 初始大孔隙随着应变的发展逐渐分裂融合, 期间可能重新形成较大孔隙, 但最终整体趋势是大孔隙分裂成多个大小均匀的小孔隙, 相应地接触力链分布整体也趋于均匀。

### 5.2 密实试样单孔隙分析

图 16 是密实试样顶部孔隙 A' (白色颗粒组成) 的发展过程。从图 16 中可以看出, 密实试样初始孔隙分布比较均匀, 选定的孔隙 A' 相对较大, 轴向应变达到 4% 时, 孔隙 A' 发生扩张, 与周围其它两个颗粒形成更大的孔隙, 并在孔隙 A' 左侧生成了另一个大孔隙, 主要力链方向仍为垂直方向。应变达到 8% 时, 孔隙 A' 周围形成了较多大孔隙, 大孔隙上接触力较大; 应变 12% 时孔隙分布与 8% 时变化不大; 但当应变达到 16% 时, 周围有一个颗粒 (灰色表示) 进入孔隙 A', 使其分裂成为几个孔隙大小较均匀的孔隙, 白色颗粒周围仍然有一些较大的孔隙; 应变达到 20% 时, 虽然孔隙 A' 分裂为小孔隙, 但在其下方生成了更大的孔隙, 整体上大孔隙所占比例增加。

图 17 是密实试样中部孔隙 B' 的变化过程。从图 17 中可以看出, 孔隙 B' 的发展变化过程与 A' 基本一致。初始状态试样孔隙分布较均匀, 小孔隙所占比例



较大, 小孔隙上力链接触力分布较均匀。轴向应变达到 4% 时, 孔隙 B' 打开并发生扩张, 在其右侧形成了两个大孔隙。应变达到 8% 和 12% 时, 孔隙 B' 完全分裂, 与周围颗粒一起形成了数个更大的孔隙; 应变达到 20% 时, 原属于孔隙 B' 的白色颗粒进一步移动, 并进入周围颗粒形成不同孔隙, 但相比于初始状态, 大孔隙比例明显增加。

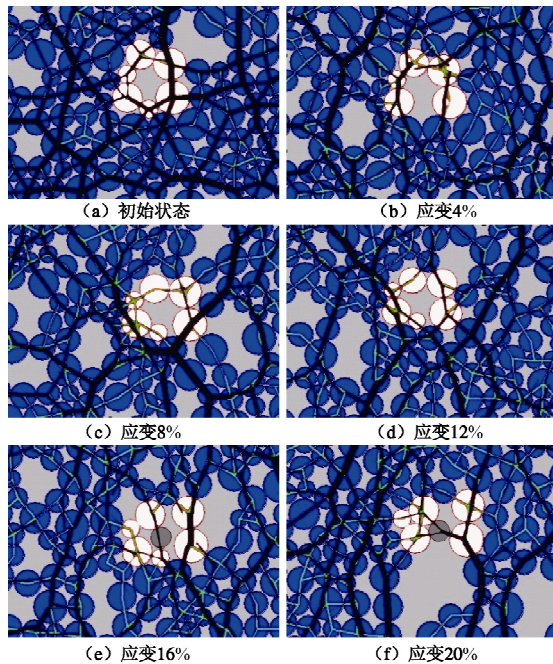


图 16 密实试样孔隙 A' 变化过程

Fig. 16 Evolution of pore A' in a dense sample

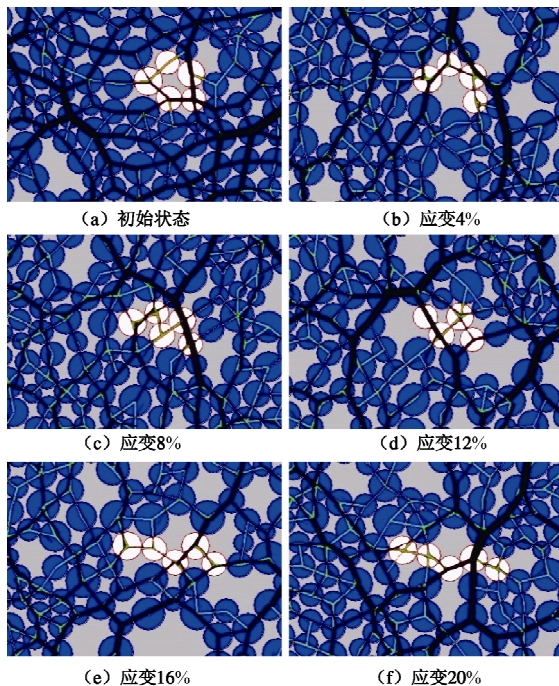


图 17 密实试样孔隙 B' 变化过程

Fig. 17 Evolution of pore B' in a dense sample

图 18 是位于试样底部的孔隙 C' 的变化过程, 从图 18 中可以看出, 孔隙 C' 发展过程中大孔隙增加趋

势不如孔隙 A' 和 B' 明显, 可能与其靠近试样底部受边界条件影响有关, 但其发展变化规律与孔隙 A' 和 B' 总体趋势基本一致。

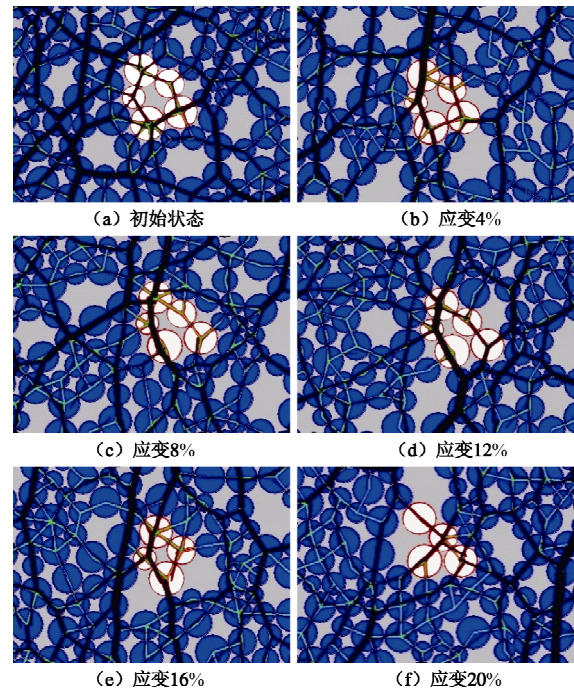


图 18 密实试样孔隙 C' 变化过程

Fig. 18 Evolution of pore C' in a dense sample

综合分析孔隙 A', B' 和 C' 的变化过程可以看出, 密实试样中初始孔隙分布较均匀, 中小孔隙比例较大, 随着应变水平的发展, 中小孔隙逐渐分裂扩张, 小孔隙融合进入其它孔隙形成大孔隙。

## 6 讨 论

Iwashita 等<sup>[29]</sup>研究发现在双轴压缩条件下, 在平行于加载方向上将形成细长的柱状孔隙结构, 本文的模拟结果与他们的模拟结果趋势一致, 实际上, 这种柱状孔隙结构的形成是试样接触力链 (force chain) 演化的外在体现。

在上述分析中, 对所有孔隙 (不管作用其上接触力的大小) 均进行了统计。对于理想散粒体, 内部孔隙的分布及变化与局部接触力链的分布有关, 不同大小的孔隙其上接触力链分布不同。由于颗粒间的摩擦、咬合等作用散粒体在变形过程中会形成特定的强-弱力链结构, 而强力链对散粒体的力学特征影响较大<sup>[30]</sup>。上述对所有孔隙进行统计分析, 优点是分析中包含了所有物理意义上的孔隙, 缺点是弱力链组成的孔隙同时参与统计, 可能使得反映散粒体力学行为的强力链变化特征被弱化。换言之, 上述孔隙变化可以作为散粒体应力剪胀发展的微观机理, 但更深入的分析应从力链演化, 尤其是强力链发展的角度分析散粒体的变形和强度特征。

如图 19 所示, 图 19 (a) 是散粒体的所有接触力



链, 图 19 (b) 是强力链图。可以通过对强力链所形成的力链孔隙 (不是一般意义上的物理孔隙) 采用同样的 Voronoi-Delaunay 网格剖分如图 20 所示, 并进行椭圆拟合, 分析其演化规律。对于不同密实度的散粒体, 大小不同的孔隙其上的接触力链强弱不同, 对散粒体力学性质的影响也不同, 对于大/小孔隙在控制其主要力学行为方面所起作用, 尤其是对散粒体强度和剪胀发展方面的影响尚待进一步的研究。

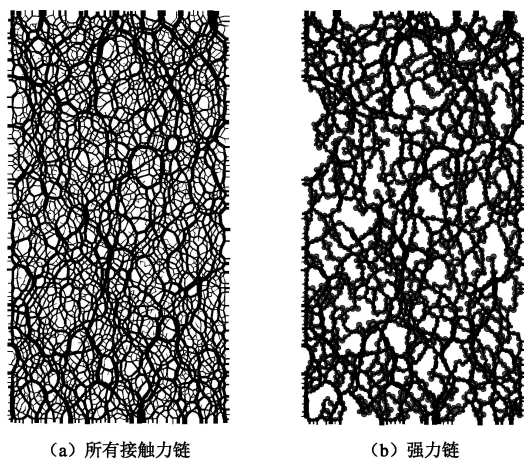


图 19 颗粒接触力链

Fig. 19 Force chain of samples

此外, 本文 DEM 数值试样颗粒级配在最大最小粒径间均匀分布, 初步的数值模拟结果显示, 其它粒径分布 (如高斯分布等) 的孔隙分布特征与演化规律与上文类似, 进一步的工作应考虑真实颗粒级配, 并将问题扩展到三维情况。但对于三维问题, 进行空间域的 Voronoi-Delaunay 离散计算时会变得非常繁杂。

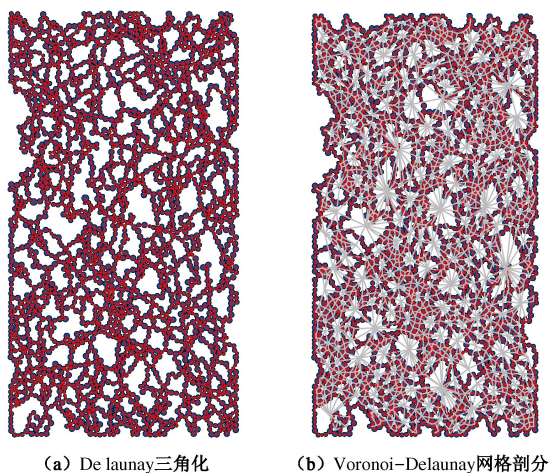


图 20 强力链的 Voronoi-Delaunay 网格剖分

Fig. 20 Voronoi-Delaunay tessellations of strong force chain

## 7 结 论

本文采用离散元法建立不同密实度的散粒体数值模型, 采用基于边界点的椭圆拟合算法, 对散粒体的孔隙进行椭圆近似, 分析了在双轴压缩条件下散粒体

孔隙的分布特征与演化规律, 并结合单个孔隙的变化过程, 研究了散粒体变形的微细观力学特性。研究初步得出以下 4 点结论:

(1) 散粒体二维孔隙分布表现出明显的双峰分布特征。

(2) 双轴压缩条件下, 不同密实度散粒体的孔隙长短半轴、轴比和面积分布等表现出明显不同的演化特征。总体说来, 松散试样小孔隙比例增加, 大孔隙比例减少, 孔隙趋于均匀; 而密实试样小孔隙比例减少, 大孔隙比例增加。

(3) 双轴加载过程中长轴沿水平方向的细长孔隙首先崩溃, 长轴沿轴向加载方向的孔隙存留下来并在散粒体变形过程中起主导作用, 最终沿加载方向产生一个稳定的颗粒结构。孔隙的最终排列方向与荷载主方向有关, 初始密实度对其影响不大。

(4) 单孔隙的发展过程显示, 大孔隙上承担着较强的力链。在双轴压缩过程中, 松散试样的剪缩源于接触力链较强的单个大孔隙逐渐分裂成为多个小孔隙, 颗粒接触力链分布趋于均匀; 而在密实试样中, 随着应变发展小孔隙逐渐融合进入其它孔隙, 形成大孔隙, 产生了剪胀行为。

需要指出的是, 本文仅采用无参估计对散粒体的孔隙分布与变化过程进行了分析, 进一步的工作应选用合适的分布函数来拟合散粒体的孔隙分布。合理的分布函数在数学上分析方便, 也有助于分析散粒体变形更复杂的微细观机理。

## 参考文献:

- [1] 沈珠江. 土体结构性的数学模型——21 世纪土力学的核心问题[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(1): 95 - 97. (SHEN Zhu-jiang. Mathematical model of soil structural property kernel problem of soil mechanics in 21CN[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1): 95 - 97. (in Chinese))
- [2] BREWER R. Fabric and mineral analysis of soils[M]. New York: Wiley, 1964.
- [3] ODA M. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular materials[J]. Soils and Foundations, 1972, 12(1): 17 - 36.
- [4] TOVEY N K, KRINSLEY D H. Mapping of the orientation of fine-grained minerals in soils and sediments[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 1992, 46(1): 93 - 101.
- [5] 张 宏, 柳艳华, 杜东菊. 基于孔隙特征的天津滨海软黏土微观结构研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2010, 38(10): 1444 - 1449. (ZHANG Hong, LIU Yan-hua, DU Dong-ju. Microstructure research based on pore characteristic of soft clay

- in Tianjin Binhai New District[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2010, **38**(10): 1444 – 1449. (in Chinese))
- [6] TYLER S W, WHEATCRAFT S W. Fractal scaling of soil particle –size distribution analysis and limitations[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, **56**(2): 362 – 369.
- [7] MCBRATHNEY A B. Comments on “fractal distribution of soil aggregate size distribution calculated number and mass”[J]. Soil Science Society of America Journal, 1993, **57**(5): 1393 – 1393.
- [8] KOZAK E, PACHEP SKY Y A. A modified number-based method for estimating fragmentation fractal dimensions of soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1996, **60**(5): 1292 – 1297.
- [9] 毛灵涛, 薛茹, 安里千, 等. 软土孔隙微观结构的分形研究[J]. 中国矿业大学学报, 2005, **34**(5): 600 – 604. (MAO Ling-tao, XUE Ru, AN Qian-li, et al. Fractal Approach on Soft Soil Porosity Microstructure[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2005, **34**(5): 600 – 604. (in Chinese))
- [10] LAPIERRE C, LEROUEIL S, LOCAT J. Mercury intrusion and permeability of Louiseville clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1990, **27**(6): 761 – 773.
- [11] TANAKA H, SHIWAKOTI D R, OMUKAIN N, et al. Pore size distribution of clayey soils measured by mercury intrusion porosimetry and its relation to hydraulic conductivity[J]. Soils and Foundations, 2003, **43**(6): 63 – 73.
- [12] NINJGARAV E, CHUNG S G, JANG W Y, et al. Pore size distribution of Pusan clay measured by mercury intrusion porosimetry[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2007, **11**(3): 133 – 139.
- [13] 江福河. 压汞法对不同深度软土固结的微观孔隙特征研究[J]. 科学技术与工程, 2011, **31**(11): 7701 – 7706. (JIANG Fu-he. The study of micro pore characteristics on different depth soft soil consolidation by mercury intrusion porosimetry[J]. Science Technology and Engineering, 2013, **31**(11): 7701 – 7706. (in Chinese))
- [14] DIANOND S. Pore size distributions in clays[J]. Clays and Clay Minerals, 1970, **18**(1): 7 – 23.
- [15] CARY J W, HAYDEN C W. An index for soil pore size distribution[J]. Geoderma, 1973, **9**(4): 249 – 256.
- [16] COULON E, BRUANDA A. Effects of compaction on the porespace geometry in sandy soils[J]. Soil and Tillage Research, 1989, **15**(1): 137 – 151.
- [17] GRIFFITHS F, JOSHI R. Change in pore size distribution due to consolidation of clays[J]. Géotechnique, 1989, **39**(1): 159 – 167.
- [18] PENUMADU D, DEAN J. Compressibility effect in evaluating the pore-size distribution of kaolin clay using mercury intrusion porosimetry[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, **37**(2): 393 – 405.
- [19] LI X, ZHANG L M. Characterization of dual-structure pore-size distribution of soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**(2): 129 – 141.
- [20] KOLIJ A, VULLIET L, LALOUI L. Structural characterization of unsaturated aggregated soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, **47**(3): 297 – 311.
- [21] SIMMS P, YANGFUL E. Predicting soil-water characteristic curves of compacted plastic soils from measured pore-size distributions[J]. Géotechnique, 2002, **52**(4): 269 – 278.
- [22] 胡冉, 陈益峰, 周创兵, 等. 基于孔隙分布的变形土土水特征曲线模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1451 – 1462. (HU Ran, CHEN Yi-feng, ZHOU Chuang-bing. A water retention curve model for deformable soils based on pore size distribution[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1451 – 1462. (in Chinese))
- [23] 刘洋, 周健. 离散介质应变计算的非线性插值方法[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(9): 1129 – 1133. (LIU Yang, ZHOU Jian. Nonlinear interpolation method for strain calculation in discrete media[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(9): 1129 – 1133. (in Chinese))
- [24] LI X, LI X-S. Micro-macro quantification of the internal structure of granular materials[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2009, **135**(7): 641 – 56.
- [25] NGUYEN Ngoc-Son, MAGOARIEC Hélène, CAMBOU Bernard, et al. Analysis of structure and strain at the meso-scale in 2D granular materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, **46**(17): 3257 – 3271.
- [26] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. Géotechnique, 1979, **29**(1): 47 – 65.
- [27] MULCHRONE K F, COUDHURY K R. Fitting an ellipse to an arbitrary shape: implications for strain analysis[J]. Journal of Structural Geology, 2004, **26**(1): 143 – 53.
- [28] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, **21**(5): 476 – 80.
- [29] IWASHITA K, ODA M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method[J]. Powder Technology, 2000, **109**(1/2/3): 192 – 205.
- [30] THORNTON C, ANTONY S J. Quasi-static shear deformation of a soft particle system[J]. Powder Technology, 2000, **109**(1/2/3): 179 – 191.