

DOI: 10.11779/CJGE2014S2064

# 武汉地铁某深基坑开挖对周边高架桥影响的 分析预测与数值模拟研究

胡 斌<sup>1</sup>, 王新刚<sup>1\*</sup>, 冯晓腊<sup>1,2</sup>, 胡启晨<sup>3</sup>, 王 伟<sup>1</sup>

(1. 中国地质大学工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 武汉丰达地质工程有限公司, 湖北 武汉 430074; 3. 安徽省交通规划设计研究院, 安徽 合肥 230088)

**摘 要:** 以武汉地铁某深基坑工程为研究背景, 综合现场监测、BP 神经网络预测以及数值模拟计算等多种方法, 研究在复杂路段下地铁车站深基坑围护结构的变形规律与深基坑开挖对上跨高架桥墩的影响作用。研究提出: 在以后的类似工程中可以利用数值模拟方法对工程施工进行动态预演, 检验基坑的设计方案的安全性和经济性, 并在基坑施工过程中可以通过 BP 神经网络进行动态预测, 掌握基坑施工在下一个阶段的变形趋势, 从而可建立“模拟—预测”信息化施工监测方案, 以达到基坑安全与经济施工的目的。

**关键词:** 地铁; 深基坑; 高架桥; BP 神经网络; 数值模拟

**中图分类号:** TU470

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2014)S2-0368-06

**作者简介:** 胡 斌(1974-), 男, 教授, 主要从事工程岩体流变机理和长期稳定性分析、优化与防控研究。E-mail: 40275083@qq.com。

## Analytical prediction and numerical simulation of effect of a deep excavation project of wuhan metro on nearby viaduct

HU Bin<sup>1</sup>, WANG Xin-gang<sup>1</sup>, FENG Xiao-la<sup>1,2</sup>, HU Qi-chen<sup>3</sup>, WANG Wei<sup>1</sup>

(1. School of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Wuhan Fengda Geological Engineering Ltd., Wuhan 430074, China; 3. Anhui Communications Consulting & Design Institute, Hefei 230088, China)

**Abstract:** A deep excavation project of Wuhan Metro is taken as the research background, and several methods such as site monitoring, BP neural network prediction and numerical simulation are combined to investigate the deformation rules of the support structure of metro station in a complex road section and the effect of deep foundation pit excavation on overpass viaduct piers. In this study, the numerical simulation method is proposed to be used for dynamic rehearsal of engineering construction in similar future projects so as to verify the safety and economical efficiency of design schemes of excavations; meanwhile, dynamic prediction can be realized via BP neural network during construction to know the deformation trend at the next stage of such construction so as to establish informationization construction monitoring schemes combining “simulation and prediction” and to achieve safe and economical construction.

**Key words:** metro; deep excavation; viaduct; BP neural network; numerical simulation

## 0 引 言

地铁已成为人类出行的重要城市交通工具,但是由于地铁深基坑在开挖施工过程中,引起深基坑周围岩土体的应力发生变化,导致地表沉降,周边建筑物沉降、倾斜、甚至倒塌,从而造成了严重的工程事故<sup>[1-3]</sup>。

20 世纪 30 年代, Terzaghi 等最早开始研究基坑开挖的岩土体稳定性问题,并提出了预估挖方稳定程度与支撑荷载的总应力法等一系列研究成果<sup>[4-5]</sup>。在此之后,国内外学者对地铁开挖引起的岩土工程问题进行了广泛的研究,袁静等<sup>[6]</sup>通过对基坑开挖过程中

的主动区和被动区土体的应力状态、应力路径的变化规律进行了相关研究;齐干等<sup>[7]</sup>利用 BP 人工神经网络研究某软土地区深基坑开挖造成的周边环境地表沉降,并对沉降影响因素进行了量化分析;杨天鸿等<sup>[8]</sup>利用自主研发的 F-RFPA<sup>2D</sup> 岩石破坏分析软件对广州某地铁隧道施工过程中造成的地面沉降进行了模拟计

**基金项目:** 国家自然科学基金面上项目(41172281); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(摇篮人才计划 CUGL100413、特色学科团队 CUG090104); 国家科技部 973 项目(2011CB710604)

**收稿日期:** 2014-07-28

**\*通讯作者**

算;刘继国等<sup>[9]</sup>利用 FLAC<sup>3D</sup> 软件模拟了武汉长江隧道某深基坑开挖过程中的地面沉降与基坑隆起情况,为开挖与支护设计方案的制定提供参考。刘勇等<sup>[10]</sup>利用 FLAC<sup>3D</sup> 数值模拟软件对北京某地铁车站深基坑工程在开挖期间的变形进行了预测分析。

以上相关学者对深基坑施工引起的岩土体变形,仅进行了单一方式的预测分析,且基坑施工环境较理想,如:基坑周边无地面高架桥等情况。本文以武汉轨道交通二号线街道口车站深基坑开挖工程为背景,运用现场监测、预测分析以及 FLAC<sup>3D</sup> 数值模拟相结合的方法,对武汉地铁街道口车站施工期间其上跨高架桥基础的变形进行研究分析,为实现复杂周边环境下深基坑工程的安全经济施工探索出一种新的信息化施工管理模式。

1 工程概况

街道口车站地处武珞路和南北走向的珞狮路交叉口是武汉市重要的交通交汇点,车流量大,高层建筑众多,此外二环线上的重要工程——珞狮路高架桥也上跨街道口车站(见图 1 所示)。车站最大开挖深度达到 23 m,车站的围护结构采用挂网喷射的钻孔灌注桩作为施工期间的基坑围护结构;车站共设置了四道支撑结构,内支撑体系采用钢筋混凝土支撑和钢支撑的组合模式,第一道支撑为 800×1000 的砼支撑,支撑间距为 9 m,另外三道支撑均采用 Φ609×16 的钢支撑,钢支撑设置于钢围檩上,在基坑平面内采用对撑,在端部以及角部采用斜撑。



图 1 现场开挖示意图

Fig. 1 Sketch map of site excavation

由于本车站位于交通繁忙路段下,在保证地面交通正常运行和基坑安全的情况下,主体结构中间环岛部分采用盖挖顺做法施工(盖挖顺做法是在地表完成主体结构的围护后,自地表向下先开挖一部分再浇注顶板),其余部分采用明挖顺做法施工。

2 深基坑监测点及结果分析

为了保证街道口站深基坑开挖期间围护结构以

及周边环境的安全,在施工过程中采用信息化施工的方法,即使用高精度的变形监测设备、仪器通过合理的监测方法对深基坑围护结构变形、周边土体沉降、周边建筑构造物变形以及地下水位变化等进行综合观测,保证它们在深基坑施工期间的安全稳定性,监测点布置图见图 2 所示。在监测过程中做到定时监测,随时反馈,通过对监测数据的整理分析,及时发现问题并采取相应的防治对策。

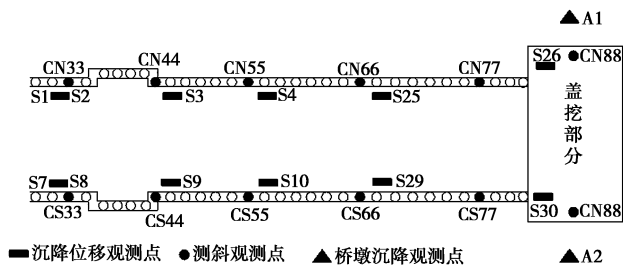


图 2 车站监测点布置图

Fig. 2 Arrangement of station monitoring

2.1 围护桩桩体测斜监测

围护桩桩体侧向变形采用 CX-3C 型基坑测斜仪进行监测。选取盖挖部分 CN88 号测斜点的变形数据进行分析,见图 3 所示(沉降值<0 表示下沉)。

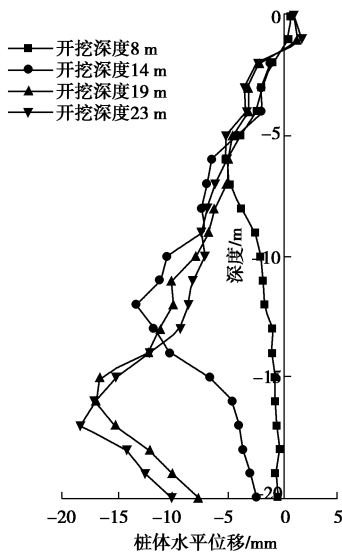


图 3 CN88 点现场实测变形图

Fig. 3 Deformation patterns of point CN88

通过图 3 的桩体位移变形曲线可以看出,在基坑开挖期间,围护结构的朝着基坑内侧变形,并且变形量的大小与基坑开挖深度有着紧密的关系。在基坑开挖初期,围护结构的变形呈现出“前倾型”变形,随着钢支撑的架设,变形曲线逐步变为“弓字形”曲线。围护结构的最大位移处为围护结构的中部偏下的位置。

2.2 桥墩沉降监测

为确保地铁车站深基坑上跨高架桥的安全,对深

基坑两侧的桥墩进行沉降安全监测（监测点标号为 A1、A2，见图 2 所示），研究其在深基坑开挖期间的沉降变形情况，从而对大桥整体的安全稳定性做出评价，其在施工期间的沉降变形如图 4 所示。

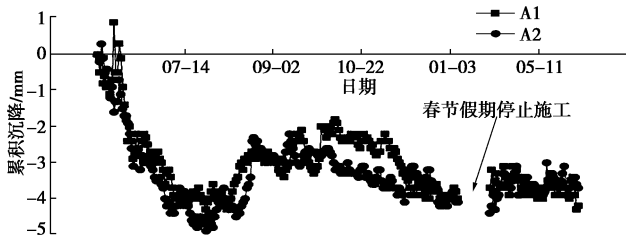


图 4 桥墩累积沉降图

Fig. 4 Cumulative settlement of bridge pier

通过图 4 可以看出：在车站开挖初期，桥墩下沉比较显著，沉降速率较快，后来随着钢支撑的架设，沉降的趋势有所减缓，变形速率比较平缓。从图 4 中还可以看出，基坑两侧的监测点虽然呈现出差异沉降状态，A1 的最大沉降值为 -4.9 mm，A2 的最大沉降值为 -4.3 mm，但是由于其沉降值较小，差异沉降值也较小，因此，珞狮路高架桥在街道口车站开挖期间的变形处于稳定状态。

### 3 BP 神经网络预测

#### 3.1 BP 神经网络的基本原理

BP (Back Propagation) 神经网络，它与其他类型的神经网络的不同之处在于它的传输函数为非线性函数。BP 神经网络是由输入层、中间层以及输出层所组成的多层神经网络，中间层可以为一层也可以为多层。层与层之间进行相互连接，每层之间的神经元没有连接关系，BP 神经网络的信息从输入层经过中间层流向输出层，其模型结构见图 5 所示，因此 BP 神经网络是一种前馈性神经网络。

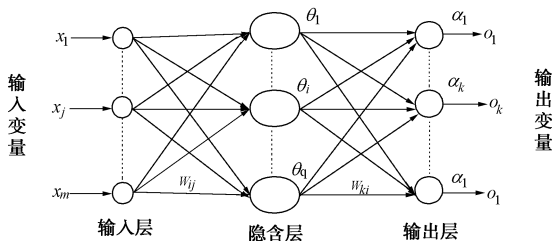


图 5 BP 神经网络模型

Fig. 5 BP neural network model

网络按照监督学习的模式进行学习，图 5 中  $X_m$  表示的是输入向量， $O_l$  表示的是输出向量， $w_{ij}$  表示的是输入层与隐含层之间的连接权值， $\theta_i$  表示隐含层第  $i$  个节点的阈值， $w_{ki}$  表示隐含层与输出层之间的连接

权值， $\alpha_l$  表示输出层第  $L$  个节点的阈值。

#### (1) 信号的前向传播

隐含层第  $i$  个节点的输入  $net_i$  为

$$net_i = \sum_{j=1}^M w_{ij} x_j + \theta_i \quad (1)$$

隐含层第  $i$  个节点的输出  $y_i$  (其中  $\phi(x)$  表示隐含层函数的激励函数) 为

$$y_i = \phi(net_i) = \phi\left(\sum_{j=1}^M w_{ij} x_j + \theta_i\right) \quad (2)$$

输出层第  $k$  个节点的输入  $net_k$  为

$$net_k = \sum_{i=1}^q w_{ki} x_i + a_k = \sum_{i=1}^q w_{ki} x_i \phi\left(\sum_{j=1}^M w_{ij} x_j + \theta_i\right) + a_k \quad (3)$$

输出层第  $k$  个节点的输出  $O_k$  (其中  $\psi(x)$  表示输出层的激励函数) 为

$$o_k = \psi(net_k) = \psi\left(\sum_{i=1}^q w_{ki} x_i + a_k\right) = \psi\left[\sum_{i=1}^q w_{ki} x_i \phi\left(\sum_{j=1}^M w_{ij} x_j + \theta_i\right) + a_k\right] \quad (4)$$

人工神经网络按特定的规则进行学习和训练，在每次学习结束之后，它都用对实际的输出值与期望的输出值进行误差比较，并且根据误差的大小重新调整学习和训练的过程，从而使得误差随着网络不断进行的学习与训练逐渐减小。

#### (2) 误差的反向传播

主要是指系统从输出层开始，逐次计算各层之间的神经元的输出误差，随后通过误差梯度下降法重新调整各层之间的连接权值和阈值，其目的是为了使得网络的输出层能更加接近期望值，直至系统所设定的误差允许范围。

设  $p$  个样本，其输出层权值变化量为  $\Delta w_{ki}$ ，输出层阈值变化量  $\Delta a_k$ ，隐含层权值变化量  $\Delta w_{ij}$ ，隐含层阈值变化量  $\Delta \theta_i$ ，则

$$\Delta w_{ki} = \eta \sum_{p=1}^p \sum_{k=1}^L (T_k^p - o_k^p) \cdot \psi'(net_k) \cdot y_i \quad (5)$$

$$\Delta a_k = \eta \sum_{p=1}^p \sum_{k=1}^L (T_k^p - o_k^p) \cdot \psi'(net_k) \quad (6)$$

$$\Delta w_{ij} = \eta \sum_{p=1}^p \sum_{k=1}^L (T_k^p - o_k^p) \cdot \psi'(net_k) \cdot w_{ki} \cdot \phi'(net_i) \cdot x_j \quad (7)$$

$$\Delta \theta_i = \eta \sum_{p=1}^p \sum_{k=1}^L (T_k^p - o_k^p) \cdot \psi'(net_k) \cdot w_{ki} \cdot \phi'(net_i) \quad (8)$$

在学习训练过程中，通过梯度下降算法把误差重新分配给各层的所有单元，从而获得各单元的误差信号，再利用误差信号修正各单元的权值。这种信号正向传播与误差反向传播重复地进行着，不断的修正各

层各单元直接的权值,直到网络输出的误差减少到可以接受的程度,或进行到预先设定的学习次数为止。

3.2 基于 BP 神经网络的桥墩沉降预测

由于监测周期较长,故本文选取盖挖区域内 A2 监测点在施工期间(2011 年 7 月 27 日—2011 年 8 月 11 日)的监测数据为预测样本,对其影响区域内施工期间所造成的沉降变形进行预测,以便及时掌握基坑开挖对桥墩变形所造成的影响。输入层神经元个数为 4,即以基坑开挖过程中第  $n-3$ 、 $n-2$ 、 $n-1$  和第  $n$  天连续四天的测量数据作为输入层,对第  $n+1$  天的数据进行神经网络训练模拟,然后再以第  $n+1$  天的预测值作为输入层,对  $n+2$  天进行预测,依此类推进行下去,预测值实际值的对比如图 6 所示。

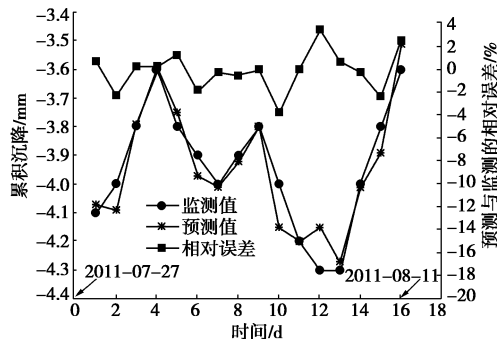


图 6 预测值与监测值的对比图

Fig. 6 Comparison of predicted and monitoring values

通过图 6 的对比,可以看出对桥墩沉降点预测的相对误差普遍较小,相对误差最大不超过 3.75%。在监测周期内所监测的沉降最大值为 2011 年 8 月 7 日以及 8 月 8 日沉降值为-4.30 mm,神经网络预测的沉降最大值为 2011 年 8 月 8 日沉降值为-4.27 mm,相对误差为 0.69%。

4 数值模拟预测

由于本工程中围护桩间距较小,并且钻孔灌注桩中间常设置混凝土板或喷锚等联合支护措施,另外考虑到土拱效应,因此可以把非连续的钻孔灌注桩等价的视为连续性的地下连续墙结构,这样更利于建模分析,这种方法也是合理的<sup>[11]</sup>。

街道口车站采用直径 1000 mm,桩体间距 1400 mm 的钻孔灌注桩。假设  $h$  为等厚度的地下连续墙厚度,则根据二者刚度等价的原则可得<sup>[11]</sup>:  $\frac{1}{12} \cdot 1400 \cdot h^3 = \frac{1}{64} \cdot \pi \cdot 1000^4$ 。则  $h=748$  mm,等价的考虑的地下连续墙厚度为 748 mm,可直接建立实体单元模型。根

据设计资料可知:高架桥高 5 m,桥墩深 20 m,高架桥自重为  $4.02 \times 10^4$  kN,桥面上的车辆荷载为 12.5 kN/m。盖挖顶板的厚度为 1 m,桥墩距深基坑围护结构 5 m。

采用有限元软件 ANSYS 进行前处理,建立考虑高架桥影响的盖挖区域基坑数值模型,导入岩土工程模拟计算软件 FLAC<sup>3D</sup> 中,模型如图 7 所示,共 9044 个节点,9974 个单元。

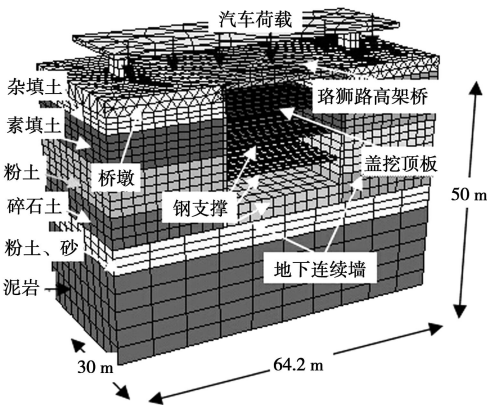


图 7 盖挖区模型图

Fig. 7 Model diagram of cover excavation area

将该场地地层划分为 6 层,模型计算时岩土体采用摩尔库伦本构,钢筋砼、钢支撑采用弹性模型,其力学参数见表 1、2 所示。

表 1 岩土体力学参数

Table 1 Strength parameters of rock and soil

岩性	重度 /(kN·m <sup>-3</sup> )	黏聚 力/kPa	内摩擦 角/(°)	弹性模 量/MPa	泊松 比
杂填土	19.7	8	18	14.1	0.3
素填土	19.5	14	12	13.9	0.31
粉土	19.6	26	17	25.9	0.35
碎石土	19.9	17	50	35.2	0.36
粉土、砂	19.7	16	30	33.1	0.35
泥岩	21.4	90	26	6.48	0.23

表 2 钢管及混凝土计算参数

Table 2 Parameters of steel tube and concrete

种类	重度 /(kN·m <sup>-3</sup> )	弹模 /GPa	体积模 量/GPa	剪切模 量/GPa	泊松 比
C30 钢 筋砼	25.2	35	16.3	14.1	0.19
钢支撑	79.1	200	159.2	75.6	0.3

基坑的开挖按照以下步骤施工:①生成连续墙单元模拟钻孔灌注桩;②开挖第一层土体,至 2.0 m 深度在 1.6 m 处施做第一道钢筋混凝土支撑;③开挖第二层土体,至 8.0 m 深度在 7.0 m 处架设第二道钢支撑;④开挖第三层土体,至 14.0 m 深度在 13.0 m 处架设第三道钢支撑;⑤开挖第四层土体,至 19.0 m 深度在 18.0 m 深度架设第四道钢支撑;⑥开挖至基坑底部 23.0 m 位置。

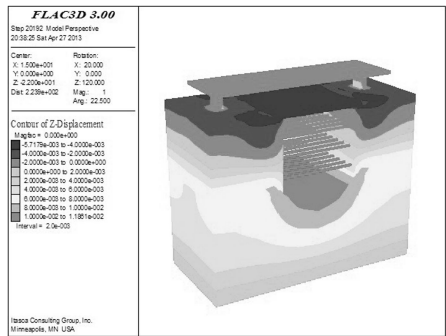


图 8 最终开挖后竖直位移图  
Fig. 8 Vertical displacement after excavation

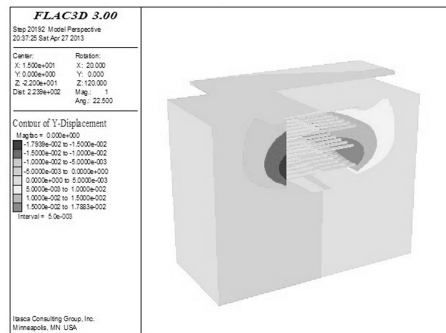


图 9 最终开挖后水平位移图  
Fig. 9 Horizontal displacement after excavation

图 8、9 分别表示基坑在最终开挖后（开挖深度为 23 m）基坑在竖直方向、水平方向上的位移变形云图。从图 8 可以看出，当基坑开挖深度达到 23 m 时，基坑底部的最大隆起位移为 11.9 mm，出现在基坑底部的中心位置，隆起量往基坑两侧逐渐减小；桥墩的沉降约为 2.0 mm，最大沉降点出现在桥墩和围护结构之间处，沉降量为 5.57 mm。从图 9 可以看出基坑围护结构的最大水平位移为 17.9 mm，出现在深度 17 m 处；基坑顶部的位移为 2 mm，而桥墩的侧向位移变化也较小。通过图 9 还可以发现，围护结构的变形呈“弓”字形变形，凸出点出现深基坑的中下部，大约围护桩长度的 0.7 倍，与图 3 中现场监测变形图形状和位置较吻合。

选取 A2 监测点在施工期间（2011 年 7 月 27 日—2011 年 8 月 11 日，开挖约至 19 m）的监测数据分析，将 A2 监测点数值模拟计算值、BP 神经网络预测值与实际监测值做对比见图 10 所示。

从图 10 可见，数值模拟计算的桥墩沉降量结果比监测值偏小。这是因为数值模拟计算时选取了一部分理想化的计算模型，对许多条件进行了简化处理，造成了计算值与实际值存在一定的出入，此外由于现场监测难度大，车流人流密集造成监测数据有所误差。但是数值模拟计算的误差与监测值相比最大只有 1.07

mm，远远小于监测规范中所规定的变形允许误差 30 mm。因此，数值模拟计算方法运用对基坑开挖变形计算进行分析是可行的，能够用于工程施工的动态预演，检验和优化基坑的设计方案，从而针对性的制定基坑的监测方案。此外，由图 10 可见，桥墩在基坑施工期间的沉降较小，也说明了本工程的设计方案也偏于保守。

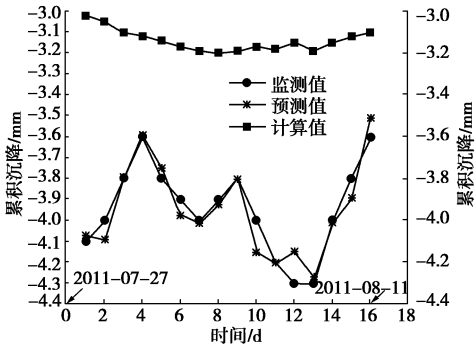


图 10 监测值、预测值和计算值比对图  
Fig. 10 Comparison among monitoring, predicted and calculated values

5 结 论

本文以武汉地铁二号线街道口车站深基坑工程为研究背景，综合现场监测、预测以及模拟等多种研究方法，研究在复杂路段下地铁车站围护结构的变形规律与深基坑开挖对上跨高架桥墩的影响作用，得出的主要结论如下：

（1）对深基坑施工过程中采用的信息化施工的方法进行了介绍，并重点分析了围护结构水平位移、基坑上跨高架桥桥墩的变形规律。在基坑开挖初期，围护结构的变形呈现出“前倾型”变形，随着钢支撑的架设，变形曲线逐步变为“弓字形”曲线。围护结构的最大位移处为围护结构的中部偏下的位置；在基坑开挖初期，桥墩下沉比较显著，沉降速率较快，后来随着钢支撑的架设，沉降的趋势有所减缓，变形速率比较平缓。钢支撑对基坑的侧向变形具有很好的限制作用，因此在开挖过程中要尽可能的做到随挖随撑，减小土体无支撑的暴露时间，确保基坑的稳定性。

（2）由于现场监测往往比较滞后，待监测数据表明该位置已经发生了较大的变形时，该点附近的区域有可能会出现局部失稳以及垮塌的危险。因此，在工程实际运用当中可以利用预测精度高的 BP 人工神经网络，在充分利用原始监测数据进行学习训练后，超前了解重点部位在未来的变形趋势，从而指导施工的安全进行，做到防患于未然。

（3）利用 ANSYS、FLAC<sup>3D</sup> 建立三维数值计算

模型对基坑开挖进行了数值模拟分析, 计算结果与实际监测结果相近, 通过数值模拟计算结果以及监测结果发现, 高架桥桥墩的沉降位移、围护结构的水平位移均小于警戒值, 说明了围护结构的设计方案是合理的, 同时也说明了围护结构也可以进行适当的优化, 在经济性与安全性之间可以找到一个平衡点。

(4) 通过本文的研究, 在以后的类似工程中可以利用数值模拟方法对基坑工程施工进行动态预演, 检验基坑的设计方案的安全性及经济性。在基坑施工过程中通过神经网络进行动态预测, 掌握基坑施工在下一个阶段的变形趋势, 从而建立了“模拟—预测”信息化施工监测方案, 达到基坑安全与经济施工的目的。

#### 参考文献:

- [1] 江晓峰, 刘国彬, 张伟立, 等. 基于实测数据的上海地区超深基坑变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **8**(增刊 2): 570 - 573. (JIANG Xiao-feng, LIU Guo-bin, ZHANG Wei-li, et al. The research on deformation characteristics of super deep foundation pit based on the measured data in Shanghai[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **8**(S2): 570 - 573. (in Chinese))
- [2] 刘宝琛. 综合利用城市地面及地下空间的几个问题[J]. 岩石力学与工程学报, 1999(1): 109 - 111. (LIU Bao-chen. A few questions about the comprehensive utilization of the urban ground and underground space[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999(1): 109 - 111. (in Chinese))
- [3] 柳建国, 程良奎. 北京地区基坑支护技术的发展与工程实践[J]. 岩土力学, 2009, **30**(4): 1013 - 1017. (LIU Jian-guo, CHENG Liang-kui. Pit support technology development and engineering practice in Beijing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(4): 1013 - 1017. (in Chinese))
- [4] TERZAGHI K, PECK R B. Soil mechanics engineering practice[M]. New York: Wiley, 1948.
- [5] TERZAGHI K, PECK R B. 工程实用土力学[M]. 蒋彭年, 译. 北京: 水利水电出版社, 1960. (TERZAGHI K, PECK R B. Soil mechanics in engineering practice[M]. JIANG peng-nian, trans. Beijing: Water Resources and Hydro-power Publisher, 1960. (in Chinese))
- [6] 袁 静, 龚晓南. 基坑开挖过程中软土性状若干问题的分析[J]. 浙江大学学报, 2001, **35**(5): 465 - 470. (YUAN Jing, GONG Xiao-nan. Analysis of soft clay during excavation[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2001, **35**(5): 465 - 470. (in Chinese))
- [7] 齐 干, 朱瑞钧. 基于 BP 网络的基坑周围地表沉降影响因素分析[J]. 地下空间与工程学报, 2007, **3**(5): 863 - 867. (QI Gan, ZHU Rui-jun. Analysis of factors affecting the ground settlement around deep foundation pit based on bp neural network[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007, **3**(5): 863 - 867. (in Chinese))
- [8] 杨天鸿, 梁正召, 刘红元, 等. 地铁开挖引起地表沉陷过程的数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **21**(11): 1621 - 1625. (YANG Tian-hong, LIANG Zheng-zhao, LIU Hong-yuan. Numerical simulation on the progressive processes of the earth surface subsidence caused by the excavation of subway[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **21**(11): 1621 - 1625. (in Chinese))
- [9] 刘继国, 曾亚武. FLAC<sup>3D</sup> 在深基坑开挖与支护数值模拟中的应用[J]. 岩土力学, 2006, **27**(3): 505 - 508. (LIU Ji-guo, ZENG Ya-wu. Application of FLAC<sup>3D</sup> to simulation of foundation excavation and support[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(3): 505 - 508. (in Chinese))
- [10] 刘 勇, 冯 志, 黄国超. 北京地铁工程深基坑围护结构变形研究[J]. 地下空间与工程学报, 2009, **5**(2): 329 - 335. (LIU Yong, FENG Zhi, HUANG Guo-chao, et al. The study in predicting the deformation of supporting structure for deep foundation pit of Beijing railway[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2009, **5**(2): 329 - 335. (in Chinese))
- [11] 彭文斌. FLAC<sup>3D</sup> 实用教程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007. (PENG Wen-bing. The practical tutorial of FLAC<sup>3D</sup>[M]. Beijing: China Machine Press, 2007. (in Chinese))

(本文责编 胡海霞)