

DOI: 10.11779/CJGE2014S2008

# 中心岛法支护结构内力及变形计算的地基反力法

张爱军<sup>1</sup>, 张志允<sup>2</sup>

(1. 广州大学土木工程学院, 广东 广州 510006; 2. 广东省建筑科学研究院, 广东 广州 518028)

**摘要:** 中心岛施工法中预留土台具有减小围护结构内力和变形、节约成本、设置灵活等优点在工程中应用日益广泛, 然而预留土台作用下围护结构的计算方法还不成熟。本文基于 Winkler 弹性地基反力法, 根据围护结构沿竖向受力模式的不同, 提出了一种新的计算分析模型及控制方程组, 推导了围护结构内力及变形计算的数学解析解矩阵表达式, 并给出解析解答方法。最后, 编制 Matlab 计算程序进行围护结构内力及变形计算, 并与现场监测数据结果进行对比分析来验证解析方法的可靠性, 结果证明该方法能够准确计算中心岛施工法围护结构内力及变形。

**关键词:** 中心岛法; 弹性地基梁; 桩-土相互作用; 解析解; 地基反力法

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)S2-0042-06

**作者简介:** 张爱军(1977-), 男, 博士后, 主要从事结构与土相互作用、基坑支护及边坡加固方面的研究工作。E-mail: zhangaijun@qq.com。

## Displacements and internal forces of retaining structures in center-island excavation based on foundation resistance method

ZHANG Ai-jun<sup>1</sup>, ZHANG Zhi-yun<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China; 2. Guangdong Provincial Academy of Building Research, Guangzhou 518028, China)

**Abstract:** The center-island excavation construction method is widely used in engineering because of its many advantages, such as reduced internal force and deformation envelope, cost savings and setting flexibility. However, the calculation method for retaining structures under the action of containment berm is immature. Based on the Winkler elastic foundation resistance method (FRM), according to different stress patterns of the vertical retaining structure, a new computational analysis model as well as the governing equations is proposed. Firstly, the mathematical matrix expressions for internal forces and deformation of retaining structures are derived, and the analytical solution methods are given. Moreover, Matlab is involved the calculation procedures for internal force and deformation of the retaining structures. Finally, in-situ monitoring data are analyzed to verify the reliability of the analytical solution method. It is shown that the analytical solution of FRM can accurately calculate the internal force and deformation of center of retaining structures under the action of containment berm.

**Key words:** center-island excavation; elastic foundation beam; pile-soil interaction; analytical solution; foundation resistance method

## 0 引言

随着城市建设的发展, 建筑基坑向深、大方向发展, 常规的支护方法如土钉墙、桩锚等往往因深大基坑周边复杂环境而受到很大限制, 迫使基坑开挖支护方式不断发展与转变。在基坑面积较大的情况下, 为避免水平内支撑长度过大而刚度下降导致围护结构较大变形的现象, 中心岛施工方法被频繁采用<sup>[1-4]</sup>, 可降低结构变形、节约成本、提高出土效率、缩短工期。该法的施工工序是先开挖基坑中间土方, 同时在基坑围护结构内侧预留一定宽度的土台, 待结构底板和中板封闭后再挖除此土台, 所以预留土台对于基坑整体

稳定及围护结构变形控制起到了关键作用。

国内外学者采用土压力极限平衡法<sup>[5]</sup>、弹性抗力法<sup>[6-7]</sup>、有限元法<sup>[8]</sup>、离心试验<sup>[9-10]</sup>等方法研究中心岛法预留土台相关课题。土台对围护结构的影响是通过计算土压力来体现的<sup>[11-12]</sup>, 例如, 金亚兵等<sup>[5]</sup>认为预留土体产生水平土压力减小围护结构变形的同时, 增强嵌固端的被动土压力, 此法大多考虑了土台自重效应对围护结构性状的影响, 并没有考虑土台本身强度和抵抗变形的能力。顾问天等<sup>[6]</sup>基于修正的土台

Rankine压力理论得到围护结构被动侧土压力的分布模式,然后建立杆系有限单元法分析结构内力和变形,由于主被动土压力均是极限状态,实际中并不一定同时达到,计算结果偏保守。因而,郑刚等<sup>[7]</sup>基于竖向平面弹性地基梁法,通过对支护结构内侧土体不同深度基床系数的修正来考虑预留土堤影响时支护结构内力和变形,但由于修正参数较多,给计算结果带来了许多不确定性。整体模型有限元分析可模拟桩-土相互作用,同时计算围护结构变形和内力情况。陈福全等<sup>[13]</sup>采用二维有限元法对基坑中预留土堤作用下的悬臂式排桩位移及弯矩性状进行研究分析。Georgiadis等<sup>[8]</sup>采用室内模型试验结合Plaxis软件分析基坑预留土堤对悬臂式支护板桩的影响。Susan等<sup>[14]</sup>采用三维有限元法分析了局部预留土台对支护墙的影响。数值计算方法可以比较直观地反映预留土台对结构的作用机理,但工程技术人员很难熟练掌握。

以上研究都得出,预留土台对围护结构性状影响显著,可极大减小围护结构变形及弯矩,具有很好的实际工程意义。

本文基于Winkler弹性地基反力法,根据围护结构沿竖向受力模式的不同,提出了计算分析受力模型及控制方程组,推导围护结构内力及变形计算的数学解析解矩阵表达式,并给出解析解解答方法。最后,编制Matlab计算程序进行围护结构内力及变形计算,并与现场监测数据结果进行对比分析。

## 1 中心岛法围护结构计算模型

### 1.1 围护结构受力模式及其控制方程

基坑开挖导致周围土体变形,形成楔形破坏体(如图1)作用于围护结构,是比较典型的被动桩受力模式<sup>[15]</sup>,围护结构(桩或连续墙)的受力和变形取决于桩周土体的位移,而桩又反过来对桩周土体发生作用,即桩与土体的相互作用。

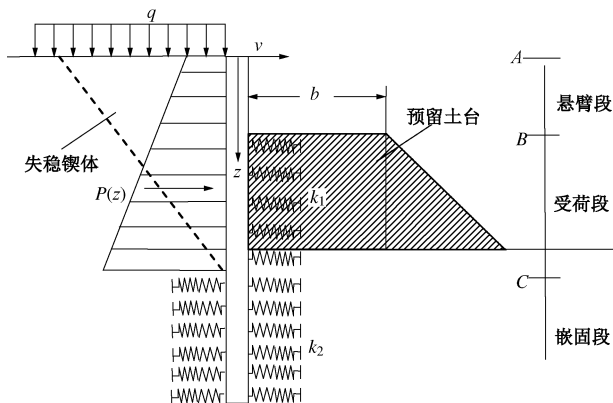


图1 围护结构内力计算模型

Fig. 1 Computational model for internal force of retaining structures

本文定义:主动土压力是由于土体相对移动而作用于围护结构上的土压力,  $P_a(z)$ ; 被动土压力是由于桩身变形而受到的土体抗力,  $P_p(z)$ 。文中  $P_a(z)$  按Rankine极限值计算,  $P_p(z)$  则由土体弹簧模拟,根据静力平衡及材料力学假设<sup>[16]</sup>,忽略轴力影响,围护结构的统一微分方程为

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} = P(z) \quad (1)$$

式中  $E$  为结构的弹性模量 ( $\text{kN/m}^2$ );  $I$  为结构的惯性矩 ( $\text{m}^4$ );  $v$  为结构的挠度 ( $\text{m}$ );  $P(z)$  为结构所受外力分布函数。

根据结构所受水平方向外力的不同,将围护结构自上而下分为3段,即悬臂段、受荷段、嵌固段,如图1所示。

对于预留土台以上悬臂段,仅受失稳楔体所产生主动土压力的作用,其控制微分方程为

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} = (\gamma z + q) K_a \quad (2)$$

式中,  $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$  为主动土压力系数,其中  $\varphi$  为内摩擦角;  $q$  为地面均布荷载分布强度。

对于预留土台最上作用点  $B$  至结构剪力零点  $C$  之间的围护结构受荷段,不仅受失稳楔体所产生主动土压力的作用,还受到基坑内侧预留土台产生的与结构变形  $v$  相关的土抗力,其控制微分方程为

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} = (\gamma z + q) K_a - k_1 v \quad (3)$$

式中,  $k_1$  为剪力零点  $C$  以上单位结构计算宽度内产生单位变形所受力大小 ( $\text{kN/m}^3 \cdot \text{m}$ ),称地基反力系数。

对于围护结构剪力零点  $C$  以下的围护结构嵌固段,仅受到结构两侧土体产生的与结构变形  $v$  相关的土抗力,其控制微分方程为

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} = -k_2 v \quad (4)$$

式中,  $k_2$  为剪力零点  $C$  以下单位结构计算宽度内产生单位变形所受力大小 ( $\text{kN/m}^3 \cdot \text{m}$ ),称地基反力系数。

结合式(2)~(4)建立围护结构在中心岛盆式开挖施工方法土体侧移作用下全长的内力及位移计算控制方程组

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} = \begin{cases} P_a(z) & (B < z \leq 0) \\ -k_1 v + P_a(z) & (C < z \leq B) \\ -k_2 v & (z \leq C) \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $P_a(z) = (\gamma z + q) K_a$ , 为主动土压力分布函数。

以上式中的地基反力系数与土体压缩模量、泊松比、结构与土相对刚度等有关,许多学者专门对此研究。本文借鉴 Vesic 经典研究成果。Vesic<sup>[17]</sup>采用地基反力法分析弹性地基上的无限长梁后,提出了水平

地基反力系数和土体弹性参数之间的关系表达式为

$$k_{1,2} = \frac{0.65E_s d}{1 - \nu_s^2} \sqrt[12]{\frac{E_s d^4}{EI}}, \quad (6)$$

式中,  $E_s$  为土体压缩模量 (kPa),  $\nu_s$  为土体泊松比,  $d$  为计算宽度 (m)。

## 1.2 控制方程的求解

Fleming等<sup>[18]</sup>认为当邻近桩桩长 $H$ 大于有效长度 $l_c$  ( $l_c = 4\sqrt{EI/k}$ ) 时, 其受力特点与桩底的支承条件无关, 可将其看作半无限长弹性地基梁。因此, 对于本文中心岛围护结构或深度满足以上要求可按地基反力法求解解析解, 以下分别对受力不同的3段围护结构 (悬臂段、受荷段、嵌固段) 进行解答。

### (1) 悬臂段求解

对于式 (2) 可直接积分求解, 解析解为

$$v(z) = \frac{K_a}{EI} \left( \frac{\gamma z}{120} + \frac{q}{24} \right) \cdot z^4 + C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4, \quad (7)$$

式中,  $C_1, C_2, C_3$  及  $C_4$  为由边界条件确定的积分常数, 需要结合基坑支护方案边界条件求解。

### (2) 受荷段及嵌固段求解

受荷段及嵌固段的联立控制方程公式为

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} = \begin{cases} -k_1 v + P_a(z) & (C < z \leq B) \\ -k_2 v & (z \leq C) \end{cases}. \quad (8)$$

对于式 (8) 中的第2式属于齐次四阶微分方程, 其通解为

$$v = e^{\lambda z} (C_{11} \cos \lambda z + C_{12} \sin \lambda z) + e^{-\lambda z} (C_{13} \cos \lambda z + C_{14} \sin \lambda z), \quad (9)$$

式中,  $\lambda = \sqrt[4]{k/4EI}$ , 为柔度特征值。

对于式 (8) 中的第1式属于非齐次四阶微分方程, 其解析解由通解式 (9) 和非齐次项  $P_a(z)$  共同求解。

开展高阶非齐次项  $P_a(z)$  特解求解研究工作的学者比较少, 张陈蓉等<sup>[19]</sup>、李顺群等<sup>[20]</sup>分别对一次方线性分布、三次方多项式分布荷载的解答进行了尝试, 但即使采用三次方多项式分布对于某些工程结构上的分布荷载计算精度仍然不够<sup>[20]</sup>。张爱军等<sup>[21-22]</sup>采用多项式拟合任意形式的土压力  $P_a(z)$  函数, 同时结合递推法得到非齐次项特解的通用表达式后, 给出了式 (8) 的完整解析解, 理论上可解答无穷次方多项式分布形式荷载。

文献[21, 22]的解析解借鉴来作为中心岛围护结构控制方程式 (8) 的解

$$U_{8 \times 1} = \mathbf{N}_{8 \times 6} C_{6 \times 1} + \mathbf{R}_{8 \times 1}, \quad (10)$$

式中,  $U = [U_1 \ U_2]^T$ ,  $U_1 = [u_1 \ \theta_1 \ M_1 \ Q_1]^T$ ,  $U_2 = [u_2 \ \theta_2 \ M_2 \ Q_2]^T$ 。其中,  $U_1$  为图1中嵌固段 $z$ 处围护结构的挠度 $u_1(z)$ 、转角 $\theta_1(z)$ 、弯矩 $M_1(z)$ 及剪力

$Q_1(z)$  矩阵;  $U_2$  为受荷段 $z$ 处围护结构的挠度 $u_2(z)$ 、转角 $\theta_2(z)$ 、弯矩 $M_2(z)$ 及剪力 $Q_2(z)$ 矩阵;  $\mathbf{N}_{8 \times 6}$  及  $\mathbf{R}_{8 \times 1}$  为中间转换系数矩阵。受篇幅所限, 具体矩阵表达式及详细推导过程可参考文献[21]。

## 1.3 失稳楔体高度的确定

中心岛施工法围护结构多以倾覆破坏为主, 可由抗倾覆稳定性验算确定转动轴, 进而明确楔体高度, 楔体高度决定围护结构受力和控制方程的不同 (详见围护结构受力简图1)。

假定平衡失稳楔体的弹簧抗力为  $F = \int_B^C k \cdot v$ , 由式 (10) 迭代计算得出。根据剪力零点  $F = E_p$  的关系, 即有

$$\int_0^t k \cdot v = q(h_1 + t)k_a + \gamma(h_1 + t)^2 k_a / 2. \quad (11)$$

式中  $k_a$  为主动土压力系数;  $k$  为地基反力系数;  $h_1$  为结构悬臂段长度;  $v$  为围护结构水平变形;  $\gamma$  为土体重度;  $t$  为剪力零点埋置深度, 即图1中 $BC$ 距离。

由式 (11) 多次试算, 确定失稳楔体高度设计值, 据此进行结构内力验算。围护结构剪力零点 $C$ 以下部分的位移很小<sup>[23]</sup>, 本文按土弹簧模拟其主动、被动土抗力。

## 2 工程实例分析

基于本文提出的控制方程组及其解析表达式, 采用Matlab软件编制了计算程序, 以下通过工程实例验证本文解及所编程序的可靠性。

### 2.1 工程概况

广州市番禺区某商住发展项目, 拟建建筑物由裙楼和塔楼组成, 塔楼为30~45层的办公楼及酒店3幢, 基坑面积约4.2万 $m^2$  (长、宽分别为260 m、160 m), 地下室4层, 基坑开挖深度约26.0 m, 典型支护断面如图2所示。

基坑位于城市重点道路边, 周围管线较多, 基坑面积大, 深度深, 土方量大, 施工周期长, 对围护结构变形要求较高。根据本工程的具体情况, 确定采用中心岛围护方案+中心盆式开挖施工+基坑内侧预留土台反压, 围护结构采用地下连续墙。

工程场地内土层及土工参数如表1所示。

### 2.2 计算及监测结果分析

本工程目前已施工完成, 在施工过程中对基坑变形和周边环境进行了监测, 为了探讨本文提出的围护结构内力及位移计算模型的合理性, 采用本文提出的计算方法与监测结果进行了比较分析。



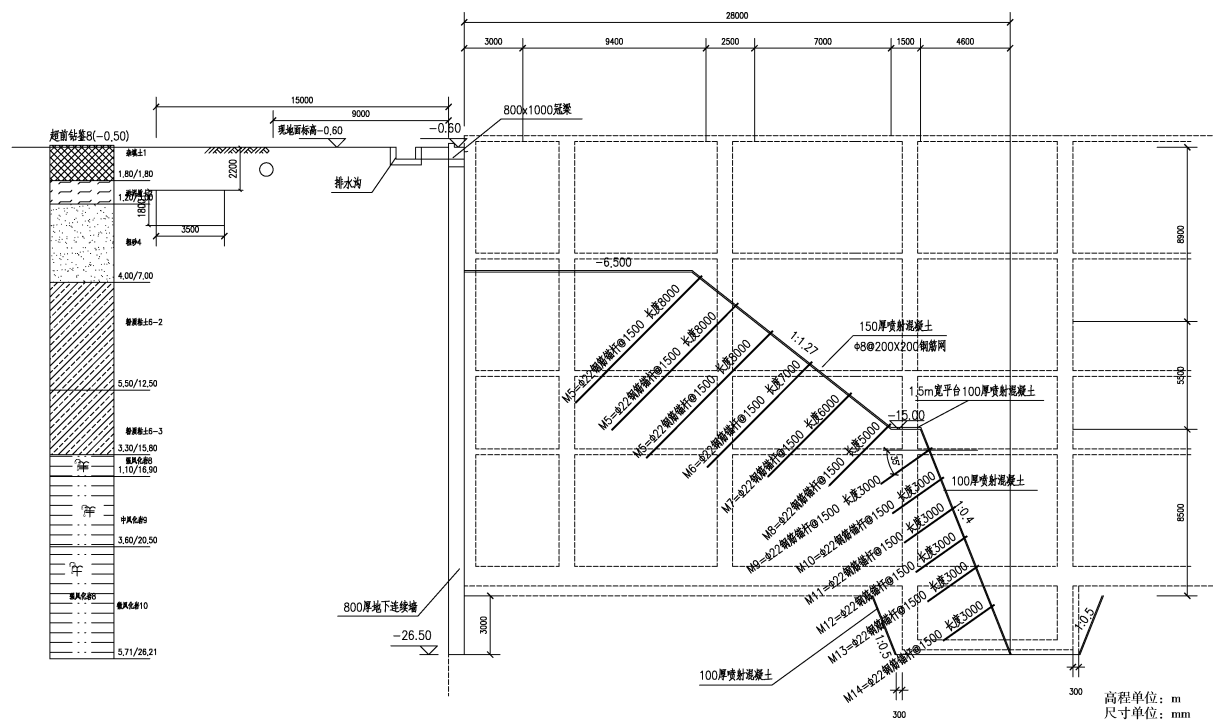


图 2 广州某基坑中心岛法施工典型支护断面

Fig. 2 Typical section of a foundation pit by center-island excavation in Guangzhou

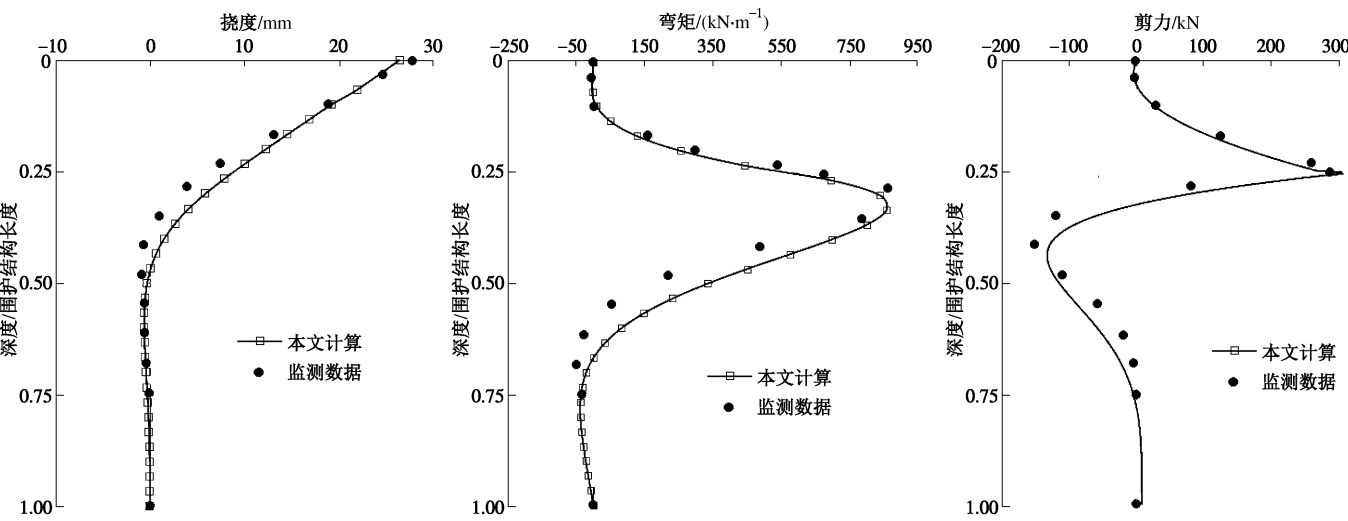


图 3 计算结果与监测结果比较图

Fig. 3 Comparison between calculated and measured results

表 1 土层物理力学性质表

Table 1 Physical and mechanical parameters of soils

土层 编号	土层	层厚 /m	重度 /(kN·m <sup>-3</sup> )	黏聚 力/kPa	摩擦角 /(°)
①	杂填土	1.8	18.0	10	10
②	淤泥质土	1.2	17.0	9	10
③	粉土	—	19.5	20	35
④	粗砂	4.0	17.5	0	26
⑤	粉质黏土	5.5	19.5	30	18
⑥	粉质黏土	3.3	20.0	30	20
⑦	强风化砂岩	4.7	20.6	150	28
⑧	微风化岩	5.7	22.5	300	30

图3为计算结果与监测结果比较图,结构墙顶监测

结果为28.8 mm, 计算结果为25 mm, 误差15%, 监测结果表明基坑施工未对周边环境产生不良影响, 变形均在可控范围之内, 设计计算及监测结果围护结构水平位移均控制在30 mm以内。弯矩的计算与监测结果也进行了对比, 总体趋势基本一致。最大剪力发生在预留土台顶高程与实际情况一致。从监测数据的变化趋势可以看出, 基坑内侧预留土台对约束墙顶及整个墙体的位移是非常有效的。

3 结论及展望

中心岛施工法中预留土台可有效减小支护结构的

内力和变形、节约成本、提高出土效率、缩短工期,在基坑盆式开挖过程中根据需要调整土台体积,设置灵活,其工程应用将日益广泛。

针对目前预留土台计算主要方法的不足,基于Winkler弹性地基梁法,根据围护结构沿竖向受力模式的不同,提出了一种新的计算分析模型及控制方程组,推导了预留土台对围护结构影响的数学解析解矩阵表达式,并给出解析解解答。最后,编制Matlab计算程序进行围护结构内力及位移计算,并与现场监测数据结果进行比较,结果验证了本文解析方法的可靠性,对中心岛施工法结构内力及位移计算分析,尤其是winkler高阶非齐次微分方程解析解求解方法有很好的借鉴作用。

由于围护结构外侧失稳楔体形态或主动土压力值及其分布演化规律、内侧土体地基反力系数受预留土台影响程度等方面尚不明朗,仍需进一步的理论与试验验证,建议有条件的情况下多收集现场监测数据、开展室内模型试验等研究工作,为中心岛施工法的设计与应用推广提供更多参考。

#### 参考文献:

- [1] 邸国恩,王卫东. “中心岛顺作、周边环板逆作”的设计方法在单体 50000 m<sup>2</sup> 深基坑工程中的实践[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(增刊): 1633 - 1637. (DI Guo-en, WANG Wei-dong. Application of “Central part by bottom-up method and peripheral part by top-down method” design method in single deep excavation engineering of 50000 m<sup>2</sup>[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(S0): 1633 - 1637. (in Chinese))
- [2] 林巧,钟铮,余清雅,等. 中心岛斜撑支护在软土地区超大面积基坑中的工程实践[J]. 岩土工程学报, 2012(增刊1): 560 - 564. (LIN Qiao, ZHONG Zheng, SHE Qing-ya, et al. Practices of central island with inclined bracings for super-large excavations in soft-soil areas[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(S1): 560 - 564. (in Chinese))
- [3] 吴小华,张季超. 人工开挖连续墙结合中心岛法在某工程中的应用[J]. 西部探矿工程, 2001(6): 32 - 33. (WU Xiao-hua, ZHANG Ji-chao. Artificial excavation application center island method combining continuous wall[J]. West-China Exploration Engineering, 2001(6): 32 - 33. (in Chinese))
- [4] LIAO H J, LIN C C. Case studies on bermed excavation in Taipei silty soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, 46(8): 889 - 902.
- [5] 金亚兵,周志雄. 挡土墙(桩)前堆载反压或预留土体分析与计算[J]. 岩土力学, 1999, 20(3): 56 - 60. (JIN Ya-bing, ZHOU Zhi-xiong. Analysis and calculation method of surcharge reaction and remaining soils near retaining wall[J]. Rock and Soil Mechanics, 1999, 20(3): 56 - 60. (in Chinese))
- [6] 顾问天,陈敏华. 中心岛法实用设计计算方法研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(4): 996 - 1000. (GU Wen-tian, CHEN Min-hua. Study of practical design and calculation method for central island method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(4): 996 - 1000. (in Chinese))
- [7] 郑刚,陈红庆,雷扬,等. 基坑开挖反压土作用机制及其简化分析方法研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(6): 1161 - 1166. (ZHENG Gang, CHEN Hong-qing, LEI Yang, et al. A study of mechanism of earth berm and simplified analysis method for excavation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(6): 1161 - 1166. (in Chinese))
- [8] GEORGIADIS M, ANAGNOSTOPOULOS C. Effect of berms on sheet-pile wall behaviour[J]. Géotechnique, 1998, 48(4): 569 - 574.
- [9] 包旭范,庄丽,吕培林. 大型软土基坑中心岛法施工中土台预留宽度的研究[J]. 岩土工程学报, 2006(10): 1208 - 1212. (BAO Xu-fan, ZHUANG Li, LÜ Pei-lin. Study on mound width remained during the construction of central island for large foundation pits in soft soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(10): 1208 - 1212. (in Chinese))
- [10] POWRIE W, DALY M P. Centrifuge model tests on embedded retaining walls supported by earth berms[J]. Géotechnique, 2002, 52(2): 89 - 106.
- [11] 陈东杰,张建勋. 深基坑开挖预留土堤理论研究及工程应用[J]. 福建工程学院学报, 2004, 20(1): 44 - 47. (CHEN Dong-jie, ZHANG Jian-xun. Study and application of provided mud dyke in deep excavation[J]. Journal of Fujian University of Technology, 2004, 20(3): 56 - 65. (in Chinese))
- [12] SMETHURST J A, POWRIE W. Effective-stress analysis of berm-supported retaining walls[J]. Proceedings of the ICE-Geotechnical Engineering, 2008, 161(1): 39 - 48.
- [13] 陈福全,吴国荣,刘毓毓. 基坑内预留土堤对基坑性状的影响分析[J]. 岩土工程学报, 2006(增刊1): 1470 - 1474. (CHEN Fu-quan, WU Guo-rong, LIU Yu-chuan. Effect of berms on behaviors of excavation supported by sheet-pile walls[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(S1): 1470 - 1474. (in Chinese))
- [14] SUSAN M G, POWRIE W. Three-dimensional finite element



- analyses of embedded retaining walls supported by discontinuous earth berms[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, **37**(5): 1062 - 1077.
- [15] VIGGIANI C. Ultimate lateral load on piles used to stabilize landslides[C]// Stockholm: Publ Rotterdam, 1981.
- [16] HETENYI M I. Beams on elastic foundations: theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering[M]. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1946.
- [17] VESIC A S. Bending of beams resting on isotropic elastic solids[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, **87**(2): 35 - 53.
- [18] FLEMING W K, WELTMAN A J, Randolph M F, et al. Piling engineering[M]. The third ed. London and New York: Taylor & Francis, 2009.
- [19] 蔡忠祥, 张陈蓉, 黄茂松. 地面堆载对变截面地埋管线影响分析[J]. 岩土力学, 2011(增刊 1): 408 - 412. (CAI Zhong-xiang, ZHANG Chen-rong, HUANG Mao-song. Analysis of influence of surcharge loads on buried pipelines with variable cross-section[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(S1): 408 - 412. (in Chinese))
- [20] 李顺群, 郑刚. 复杂条件下 Winkler 地基梁的解析解[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(6): 873 - 879. (LI Shun-qun, ZHENG Gang. Analytic solution of beams on winkler foundation under complex conditions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(6): 873 - 879. (in Chinese))
- [21] 张爱军, 莫海鸿, 李爱国, 等. 基坑开挖对邻近桩基影响的两阶段分析方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(增刊 1): 2746 - 2750. (ZHANG Ai-jun, MO Hai-hong, LI Ai-guo, et al. Two-stage analysis method for behavior of adjacent piles due to foundation pit excavation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(S1): 2746 - 2750. (in Chinese))
- [22] 张爱军, 莫海鸿, 朱珍德. 受土体侧移作用的单桩的弹塑性地基反力解析法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2012, **40**(9): 153 - 159. (ZHANG Ai-jun, MO Hai-hong, ZHU Zhen-de. Analytical method of elasto-plastic subgrade reaction for single pile subjected to lateral soil movement[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science), 2012, **40**(9): 153 - 159. (in Chinese))
- [23] 黄泰赟, 蔡健. 中心岛法在某大型基坑设计中的应用[J]. 建筑结构, 2005, **35**(7): 17 - 19, 31. (HUANG Tai-yun, CAI Jian. Application of center island method in a large-scale building foundation excavation[J]. Building Structure, 2005, **35**(7): 17 - 19, 31. (in Chinese))

(本文责编 黄贤沙)