

DOI: 10.11779/CJGE201412019

# 非饱和非稳定渗流作用下边坡稳定的有限元塑性 极限分析下限法

周建烽<sup>1</sup>, 王均星<sup>1</sup>, 陈 炜<sup>2</sup>

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 福建省水利规划院, 福建 福州 350001)

**摘要:** 常规的土坡稳定性分析方法主要是基于饱和土理论和稳定渗流情况, 难以反映降雨作用和水位骤降对边坡稳定的影响, 而实际上相当一部分坡体失稳是由于非饱和非稳定渗流引起的。基于 Bishop 提出的非饱和土有效应力原理以及 Fredlund 双应力强度理论, 将任意时刻的水压力当做体积力考虑到平衡方程中, 用基于有效应力的方式建立满足平衡条件、间断条件、应力边界条件以及屈服条件下考虑非饱和非稳定渗流作用的下限法非线性规划模型, 并且编制了相应的程序。通过对降雨入渗和库水骤降的边坡数值算例的分析, 验证了所提方法的正确性, 对非饱和非稳定渗流作用下土坡失稳的规律有了进一步的认识。

**关键词:** 边坡稳定; 有限元; 极限分析; 库水骤降; 降雨入渗

中图分类号: TU313 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)12-2300-06

作者简介: 周建烽(1989-), 男, 福建南平人, 博士研究生, 从事高坝结构工程研究。E-mail: zhoujf@whu.edu.cn。

## Lower bound analysis of slope stability subjected to transient unsaturated seepage

ZHOU Jian-feng<sup>1</sup>, WANG Jun-xing<sup>1</sup>, CHEN Wei<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Fujian Provincial Planning Institute of Water Resources, Fuzhou 350001, China)

**Abstract:** The conventional methods for slope stability analysis are mainly based on the theory of saturated soils and the stable seepage situation and difficult to reflect the influence of rainfall and water level drawdown on slope stability. Actually quite a number of slope instabilities are caused by transient unsaturated seepage. Based on the effective principle of unsaturated soils by Bishop and the theory of two-stress-state-variable mechanism of the shear strength by Fredlund, the water pressure at any time is introduced into the balance equation as the volume force and the effective stress fields satisfying the conditions of equilibrium, stress boundary, yielding and stress discontinuity are constructed. By using the idea of nonlinear programming, a lower bound analysis model for the slope stability subjected to transient unsaturated seepage is established, and the corresponding program is compiled. Through numerical examples of impoundment drawdown and rainfall infiltration analysis, the correctness of the proposed method is verified, and a further understanding about the law of slope instability subjected to transient unsaturated seepage is obtained.

**Key words:** slope stability; finite element; plastic limit analysis; impoundment drawdown; rainfall infiltration

## 0 引言

在边坡工程中, 经常会遇到降雨入渗、库水骤降引起的边坡失稳问题。雨季中经常发生的滑坡、泥石流等地质灾害与土体非饱和非稳定渗流密切相关, 降雨入渗导致地下水位以上非饱和区孔压升高, 使土体的饱和度增加, 降低了非饱和土的基质吸力, 同时降低土体的强度。库水骤降主要考虑土体内的孔压消散问题, 在坡外水骤降后, 由于孔压未能及时消散而降低了边坡稳定性, 需通过非饱和非稳定渗流计算确定坡内孔压在时空上的分布。

有限元塑性极限分析方法<sup>[1]</sup>目前已在土坡稳定性分析中得到了广泛的应用<sup>[2-6]</sup>。文献[2~4]考虑了孔隙水压力对边坡稳定的影响, 不过他们的成果仅针对饱和土。近几年, 黄茂松等<sup>[7]</sup>基于转动-平动组合破坏机构, 提出了一种用于含软弱夹层边坡降雨入渗稳定性极限分析上限法。

就总体而言, 国内外运用极限分析进行边坡稳定性分析的研究方法较多, 但大都是针对饱和土, 而对非

饱和非稳定渗流作用下的边坡稳定研究还较少。笔者基于 Bishop 提出的非饱和土有效应力原理、Fredlund 双应力强度理论以及极限分析下限法理论, 用有效应力的方式建立了非饱和非稳定渗流作用下有限元极限分析下限法模型, 分析了降雨入渗、库水骤降等作用下边坡的稳定性。

## 1 非饱和土理论

### 1.1 非饱和土的有效应力原理

太沙基有效应力原理<sup>[8]</sup>在描述饱和土性状上的合理性已被证明并被广泛接受, 因此人们试图将其延伸并应用到非饱和土的分析中。其中以 Bishop 等<sup>[9]</sup>的非饱和土的有效应力公式应用最为普遍:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad , \quad (1)$$

式中,  $\sigma$  为总应力,  $u_w$  为孔隙压力,  $u_a$  为孔隙气压力,  $\chi$  为与土饱和度有关的参数, 其值介于 0~1 之间。

Fredlund 等<sup>[10]</sup>提出了建立在多相连续介质力学基础上的非饱和土应力分析, 认为可以用两个独立变量  $\sigma - u_a$  和  $u_a - u_w$  来描述土体应力状态, 并称前者为净法向应力, 后者为基质吸力。通常情况下, 可以认为孔隙气压力等于大气压力。

### 1.2 非饱和土的抗剪强度理论

在 Mohr-Coulomb 破坏准则及 Bishop 有效应力原理的基础上, Fredlund 等<sup>[11]</sup>建立了基于双应力状态变量的非饱和土的抗剪切强度表达式:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad , \quad (2)$$

式中,  $\varphi^b$  为随基质吸力变化的内摩擦角,  $(u_a - u_w) \tan \varphi^b$  称为基质吸力的附加强度。严格来说  $\varphi^b$  是随着基质吸力的变化而变化, 但实际应用时, 一般都假定  $\varphi^b$  为常量, 本文沿用了这个假定。

## 2 考虑非饱和非稳定渗流的有限元塑性极限分析下限法

用基于有效应力的方式来建立有限元下限法基本方程, 有限元下限非线性规划数学模型由三部分组成:

(1) 线性约束条件。包括考虑渗流作用下的平衡条件, 间断面应力连续条件和应力边界条件。

(2) 非线性约束条件。即屈服条件, 采用 Fredlund 非饱和土的双应力抗剪强度公式。

(3) 目标函数。本文采用线性三角形单元离散结构体, 每个单元都需满足上述的约束条件与目标函数。

### 2.1 土体离散

本文主要讨论二维平面问题, 土体采用三角形单元离散, 不同的单元可赋予不同的力学参数以反映其不均匀性, 但同一单元材料均一。构造下限法静力许可应力场时, 允许单元之间应力间断, 因此每个结点

只属于某一个特定单元, 即不同单元的结点可具有相同的坐标, 见图 1。单元内部应力呈线性变化, 与节点应力的关系可表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= \sum_{i=1}^3 N_i \sigma'_{xi} \quad , \\ \sigma'_y &= \sum_{i=1}^3 N_i \sigma'_{yi} \quad , \\ \tau_{xy} &= \sum_{i=1}^3 N_i \tau_{xyi} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

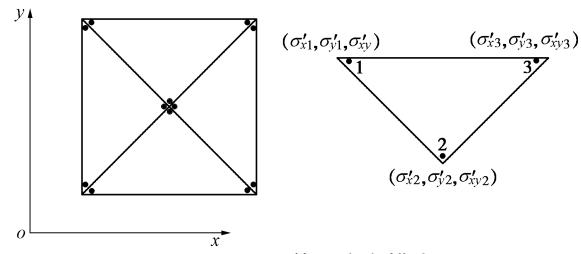


图 1 下限法单元应力模式

Fig. 1 Stress modes of lower bound method

### 2.2 线性约束条件

线性约束条件包括平衡方程约束、间断面应力连续条件约束、应力边界条件约束。各约束条件的矩阵表达式如下:

#### (1) 平衡条件

建立平衡方程时, 将任意时刻  $t$  的渗透体积力、自重以及渗透惯性力等用体积力表示。二维问题的平衡方程一般形式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X_x(t) &= 0, \\ \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + X_y(t) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中,  $X_x(t)$ ,  $X_y(t)$  分别为  $t$  时刻  $x$ ,  $y$  向的体积力, 包括自重、地震惯性力、渗透体积力等。

将上述三角形单元的应力表达式(3)代入平衡方程(4)即得到平衡方程的结点应力表达形式。写成矩阵形式如下:

$$[A_{\text{equil}}^e] \{ \sigma'^e \} = \{ b_{\text{equil}}^e \} \quad , \quad (5)$$

式中,

$$\begin{aligned} [A_{\text{equil}}^e] &= \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} b_i & 0 & c_i & b_j & 0 & c_j & b_k & 0 & c_k \\ 0 & c_i & b_i & 0 & c_j & b_j & 0 & c_k & b_k \end{bmatrix}, \\ \{ \sigma'^e \} &= \{ \sigma'_{x1}^e \ \sigma'_{y1}^e \ \tau'_{xy1} \ \sigma'_{x2}^e \ \sigma'_{y2}^e \ \tau'_{xy2} \ \sigma'_{x3}^e \ \sigma'_{y3}^e \ \tau'_{xy3} \ }^T, \\ \{ b_{\text{equil}}^e \} &= \{ X_x^e(t) \ X_y^e(t) \ }^T, \quad A^e \text{ 为三角形单元面积。} \end{aligned}$$

本文在考虑渗流作用时, 将其视做体积力考虑并表示为

$$X_w(t) = \gamma_w J(t) \quad , \quad (6)$$

式中,  $X_w(t)$  为渗透体积力,  $\gamma_w$  为水的重度,  $J(t)$  为渗透坡降。

可以把  $X_w(t)$  分解为两个的分量:

$$\begin{cases} X_{w_x}(t) = \gamma_w J_x(t), \\ X_{w_y}(t) = \gamma_w J_y(t), \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $X_{w_x}(t)$ ,  $X_{w_y}(t)$ ,  $J_x(t)$ ,  $J_y(t)$  分别为  $t$  时刻渗透力和渗透坡降在  $x$ ,  $y$  方向的分量。

本文采用三角形一阶线性单元,  $J_x(t)$ ,  $J_y(t)$  可表示为

$$\begin{cases} J_x(t) = -\frac{\partial[H(t)]}{\partial x} = -\frac{\sum_{i=1}^3 b_i H_i(t)}{2A}, \\ J_y(t) = -\frac{\partial[H(t)]}{\partial y} = -\frac{\sum_{i=1}^3 c_i H_i(t)}{2A}, \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $H_i(t)$  为  $t$  时刻的节点水头。

将式 (8) 带入式 (7) 可得

$$\begin{cases} X_{w_x}(t) = -\frac{\sum_{i=1}^3 b_i H_i(t)}{2A} \gamma_w, \\ X_{w_y}(t) = -\frac{\sum_{i=1}^3 c_i H_i(t)}{2A} \gamma_w. \end{cases} \quad (9)$$

应用上述公式可以根据渗透计算结果得到渗透体积力  $X_{w_x}(t)$ ,  $X_{w_y}(t)$ , 代入式 (4) 得到可考虑渗透作用的平衡方程, 但应注意仅在土体的饱和部分考虑渗透力的影响, 并取重度为浮重度。

(2) 间断面应力连续条件约束为

$$[A_{\text{equil}}^d] \{\sigma^d\} = \{b_{\text{equil}}^d\}. \quad (10)$$

(3) 边界条件约束为

$$[A_{\text{bound}}^b] \{\sigma^b\} = \{b_{\text{bound}}^b\}. \quad (11)$$

上述式 (10)、(11) 的意义可参考文献[5, 6]。对于坡外水荷载, 在考虑渗透体积力时已将其考虑在内, 故对有坡外水荷载的边界条件可按自由边界条件处理。

### 2.3 屈服条件

对于非饱和土则采用 Fredlund 提出的双应力状态变量非饱和土的抗剪切强度公式:

$$\tau = c' / k + (\sigma - u_a) \tan \varphi' / k + (u_a - u_w) \tan \varphi^b / k. \quad (12)$$

其屈服条件可以表示为

$$F = (\sigma_x' - \sigma_y')^2 + (2\tau_{xy})^2 - \left\{ 2(c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b) \frac{1}{\sqrt{k^2 + \tan^2 \varphi'}} - \left[ \sigma_x' + \sigma_y' - 2\chi(u_a - u_w) \right] \frac{\tan \varphi'}{\sqrt{k^2 + \tan^2 \varphi'}} \right\}^2 \leq 0. \quad (13)$$

式 (8)、(10) 可表示为

$$f(\sigma_{ij}', k) \leq 0. \quad (14)$$

### 2.4 目标函数

本文采用强度储备系数来定义安全系数时, 定义

强度储备系数为

$$k = \frac{\tan \varphi'}{\tan \varphi'_k} = \frac{c'}{c'_k}, \quad (15)$$

式中,  $c'_k$ ,  $\varphi'_k$  为进行强度折减以后的强度参数。

### 2.5 有限元下限法数学规划模型

基于目标函数以及上节推导的约束条件, 可建立求解边坡强度储备系数的非线性数学规划模型。

将强度储备系数设为目标函数, 并对式(5)、(10)、(11)、(14) 进行集合, 可得到计算模型总的约束方程, 则求解强度储备系数的有限元下限法非线性数学规划模型为

$$\begin{aligned} \text{Max: } & k \\ \text{Subject to: } & [A']X = \{B'\} \\ & f(\sigma_{ij}', k) \leq 0. \end{aligned} \quad (16)$$

式中  $[A] = \sum_{e=1}^E [A_{\text{equil}}^e] + \sum_{d=1}^D [A_{\text{equil}}^d] + \sum_{l=1}^L [A_{\text{bound}}^b]$  为总体等式线性约束矩阵, 它由每个单元的平衡约束矩阵、应力间断面连续条件约束矩阵、应力边界条件约束矩阵集成;  $\{B\} = \sum_{e=1}^E \{b_{\text{equil}}^e\} + \sum_{d=1}^D \{b_{\text{equil}}^d\} + \sum_{l=1}^L \{b_{\text{bound}}^b\}$  为右端项;  $E$  为单元总数,  $D$  为各单元公共边总数,  $L$  为单元边界总数。

## 3 算例分析

本文用 Fortran 编制了相应的程序, 使用 SQP 算法对非线性规划进行求解, 并采用美国 LINDO 系统公司开发的专业优化软件 LINGO 实现 SQP 法在塑性极限分析法中大规模非线性规划问题中的求解问题。为了验证本文方法及程序编写的正确性, 对降雨入渗和库水骤降的边坡数值算例进行了分析。

### 3.1 降雨入渗算例

图 2 所示为一个均质土坡算例<sup>[12-13]</sup>, 本例分析该土坡在降雨入渗下的稳定性, 土体的计算参数为:  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ,  $c' = 8 \text{ kPa}$ ,  $\varphi' = 25^\circ$ , 饱和渗透系数为  $63.832 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ 。初始水位与  $BC$  同高,  $AB$ ,  $BC$  为水头边界,  $CD$ ,  $DE$  为降雨入渗边界, 施加的降雨强度为  $10 \text{ mm/h}$ ,  $EF$ ,  $AF$  为不透水边界。该算例的土水特征曲线见图 3, 非饱和土渗透系数-吸力关系曲线见图 4, 计算网格见图 5。

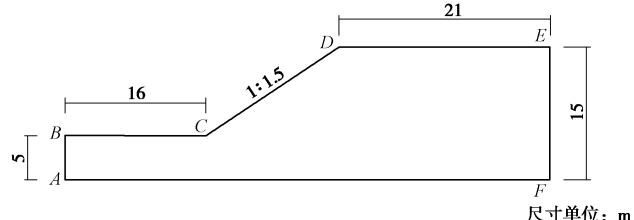


图 2 降雨入渗边坡算例的几何特征

Fig. 2 Geometrical characteristics of a slope under rainfall infiltration

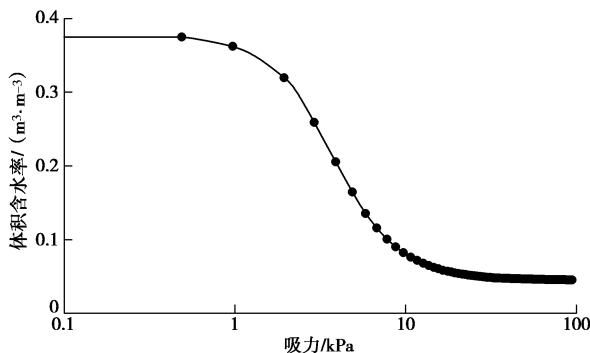


图3 土-水特征曲线

Fig. 3 Soil-water characteristic curve

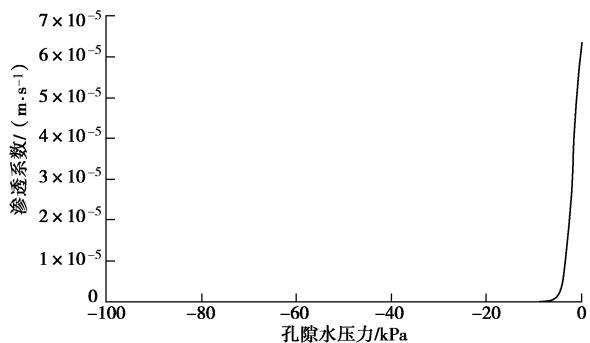


图4 非饱和土渗透系数-吸力关系图

Fig. 4 Relationship between hydraulic conductivity and suction of unsaturated soils

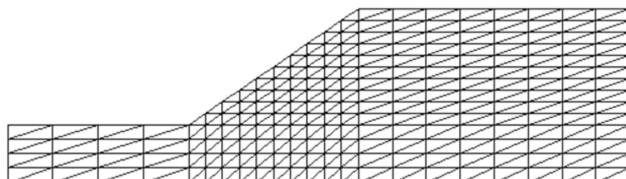
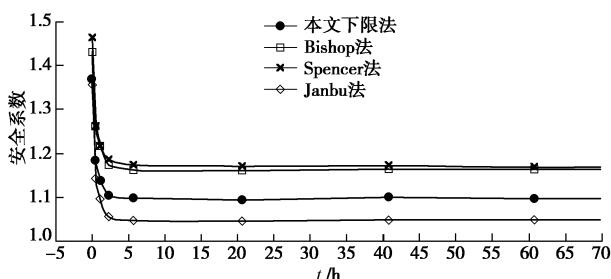


图5 下限法计算网格

Fig. 5 Grid of lower bound method

分别计算  $\chi = 0$  和  $\chi = 0.475$  的情况下不同时刻边坡的稳定安全系数。图 6, 7 可看出, 本文方法和极限平衡法结果基本一致, 结果略小, 符合下限解的性质。图 8 为各时刻对应的孔压分布图, 随着降雨的持续, 坡体从外到内逐渐饱和, 5 h 后坡内孔压逐渐趋于稳定。

图6 安全系数随时间变化图 ( $\chi = 0.475$ )Fig. 6 Variation of safety factor with time ( $\chi = 0.475$ )

在  $\chi = 0.475$  的情况下, 由于降雨后 BC 以上的非

饱和区域迅速减小导致基质吸力消失, 安全系数在降雨初期显著降低。 $\chi = 0$  (即不考虑基质吸力作用) 的情况下, 由于浸润线的上升造成安全系数降低, 降雨后边坡的稳定性变化较考虑基质吸力情况要小。另外, 由于基质吸力的存在考虑非饱和作用 ( $\chi = 0.475$ ) 比不考虑 ( $\chi = 0$ ) 的情况安全系数提高很多。

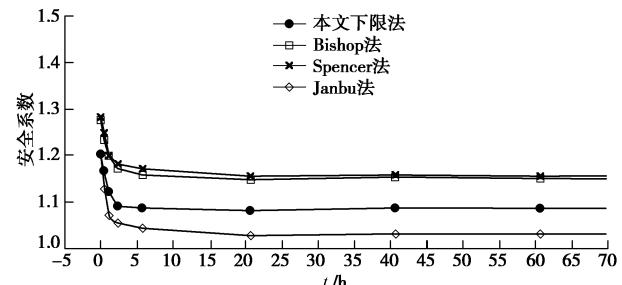
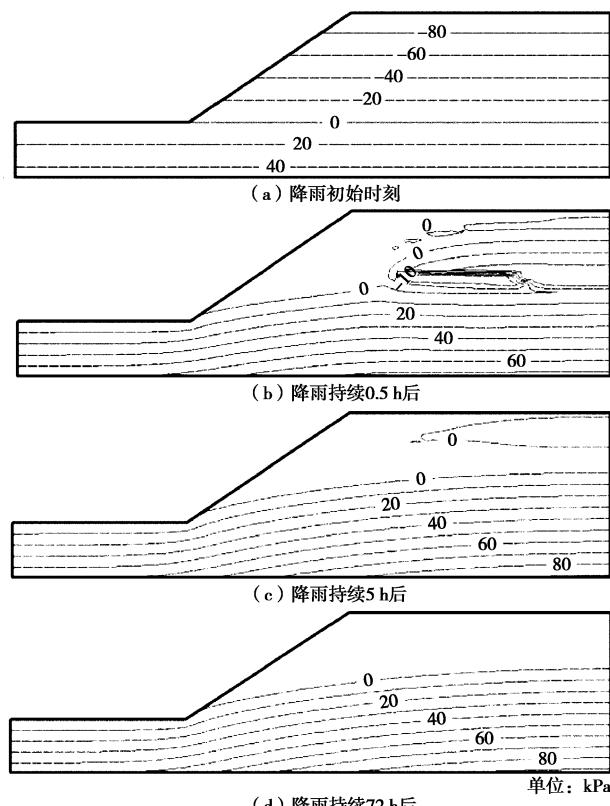
图7 安全系数随时间变化图 ( $\chi = 0$ )Fig. 7 Variation of safety factor with time ( $\chi = 0$ )

图8 孔压分布图

Fig. 8 Distribution of pore pressure

### 3.2 库水骤降算例

图 9 所示的一个均质土坡算例, 该算例为 Lane 等<sup>[14]</sup>给出, 土体的计算参数为  $c'/\gamma H = 0.05$ ,  $\phi' = 20^\circ$ , 计算网格见图 10。这里引入了一个量纲为一的参数  $\eta = \frac{k_s}{(\theta_s - \theta_r)v}$ , 其中  $k_s$  为饱和渗透系数,  $\theta_s$  为饱和含水率,  $\theta_r$  为残余含水率,  $v$  为库水下降速度,  $\eta$  的意义为孔压消散速度和库水下降速度的关系, 本文分析研究不同  $k_s$  和  $(\theta_s - \theta_r)v$  比值下库水位下降对边

坡稳定性的影响。应该注意, 库水下降情况的边坡稳定性仅和  $k_s$  和  $(\theta_s - \theta_r)v$  的比值有关。渗流计算的初始状态为上下游水位都为  $H$ ,  $L$  为下降高度。

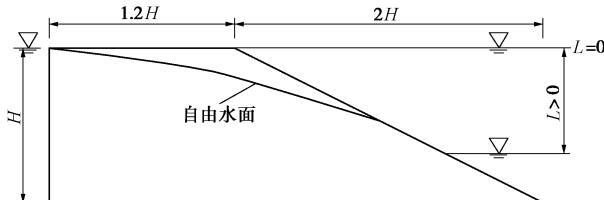


图 9 库水骤降算例的几何特征

Fig. 9 Geometrical characteristics of impoundment drawdown

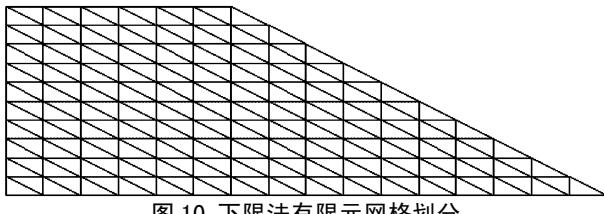


图 10 下限法有限元网格划分

Fig. 10 Grid of lower bound method

由于本算例的非饱和区较小, 故仅考虑  $\chi = 0$  ( $\chi = \frac{\tan \varphi^b}{\tan \varphi'}$ ) 的情况。其中条分法采用 Geostudio 软件的 Slope/Seep 两个模块耦合计算, 即通过 Seep 模块进行渗流分析之后, 在条分法计算中计入 Geo-Seep 模块渗流分析的孔压结果, 这样避免了通常根据浸润线确定孔压所带来的误差。

图 11~13 为  $\eta = 0.1, 0.2$  及稳定渗流 ( $\eta \rightarrow \infty$ ) 情况下, 坡内自由水面变化图。图 14~16 分别对应  $\eta = 0.1, 0.2$  及稳定渗流 ( $\eta \rightarrow \infty$ ) 情况下, 边坡稳定安全系数随库水位下降不同高度情况的关系图, 结果表明安全系数随着  $\eta$  的减小而减小, 在库水下降的过程中存在一个最不利的水位, 对于骤降情况 ( $\eta = 0.1, 0.2$ ) 这个最不利水位在  $L/H = 0.7$  的位置, 对于缓降情况 ( $\eta \rightarrow \infty$ ) 这个最不利水位在库水降到最低处。

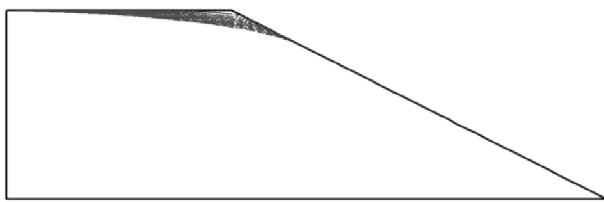
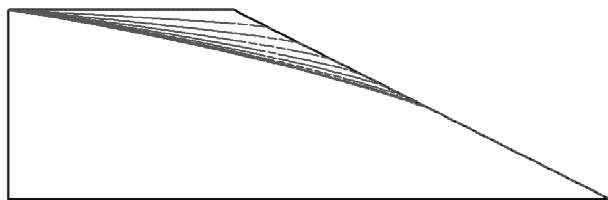
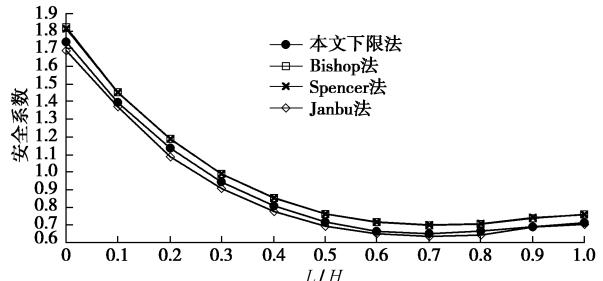
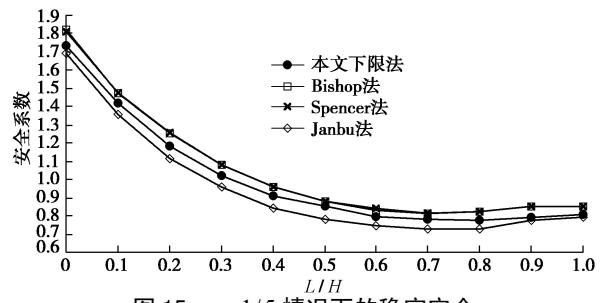
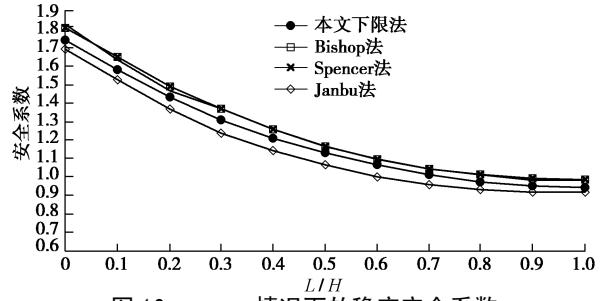
图 11  $\eta = 1/10$  坡内自由水面变化图Fig. 11 Variation of free surface of slope ( $\eta = 1/10$ )图 12  $\eta = 1/5$  坡内自由水面变化图Fig. 12 Variation of free surface of slope ( $\eta = 1/5$ )图 13  $\eta \rightarrow \infty$  坡内自由水面变化图Fig. 13 Variation of free surface of slope ( $\eta \rightarrow \infty$ )图 14  $\eta = 1/10$  情况下的稳定安全系数Fig. 14 Safety factor ( $\eta = 1/10$ )图 15  $\eta = 1/5$  情况下的稳定安全系数Fig. 15 Safety factor ( $\eta = 1/5$ )图 16  $\eta \rightarrow \infty$  情况下的稳定安全系数Fig. 16 Safety factor ( $\eta \rightarrow \infty$ )

图 17 为本文方法计算的不同  $\eta$  情况下的稳定安全系数比较, 可以发现随着库水逐渐的下降, 安全系数迅速降低, 并且降低的程度随着  $\eta$  值的减小而增加。

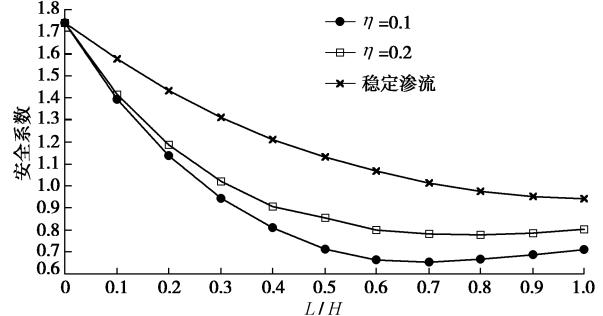


图 17 本文方法计算的不同情况下的稳定安全系数

Fig. 17 Calculated safety factors under different conditions

从计算结果可以看出本文下限法的结果略小于 Bishop 法和 Spencer 法的结果, 大于 Janbu 法的结果。

## 4 结 论

通过有限元塑性极限分析下限法, 本文分析了边坡在库水骤降以及降雨入渗情况下的稳定性, 并将计算结果与 Bishop、Janbu 以及 Spencer 进行比较, 可以得出以下 3 点结论。

(1) 本文方法具有严格的理论基础和明确的物理意义, 并且可以比较方便地考虑复杂的荷载、几何、材料及边界条件, 可以求得非饱和非稳定渗流作用土坡稳定的严格下限解。

(2) 通过本文方法与其他方法的计算结果的比较, 可以看出本文下限法的结果略小于 Bishop 法和 Spencer 法的结果, 大于 Janbu 法的结果。说明了本文介绍方法及其程序编制的正确性。

(3) 库水骤降时, 坝坡安全系数随着孔压消散速度  $\eta$  的减小而减小, 在库水下降的过程中存在一个最不利的水位, 对于骤降情况 ( $\eta=0.1, 0.2$ ) 这个最不利水位在  $L/H=0.7$  的位置, 对于缓降情况 ( $\eta \rightarrow \infty$ ) 这个最不利水位在库水降到最低处。

降雨入渗时, 从计算结果可以看出考虑基质吸力时安全系数在降雨初期显著降低, 而不考虑基质吸力时安全系数在降雨初期相对较小。因此认为边坡在降雨入渗时稳定性的降低是由于降雨使得非饱和区域减小, 导致基质吸力降低, 进而使得边坡非饱和带土体的抗剪强度下降。

## 参考文献:

- [1] SLOAN S W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1988, **12**(1): 61 - 77.
- [2] KIM J, SALGADO R, YU H S. Limit analysis of soil slopes subjected to pore-water pressures[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, **125**(1): 49 - 58.
- [3] 李亮, 刘宝琛. 边坡极限承载力的下限分析法及其可靠度理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, **20**(4): 508 - 513. (LI Liang, LIU Bao-chen. Lower bound limit analysis for bearing capacity of slope and its reliability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, **20**(4): 508 - 513. (in Chinese))
- [4] 殷建华, 陈健, 李焯芬. 考虑孔隙水压力的土坡稳定性的刚体有限元上限分析[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(3): 273 - 277. (YIN Jian-hua, CHEN Jian, LEE Chack-fan. A rigid finite element method for upper bound limit analysis of soil slopes subjected to pore water pressure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **25**(3): 273 - 277. (in Chinese))
- [5] 王均星, 李泽, 陈炜. 考虑孔隙水压力的土坡稳定性的有限元下限分析[J]. 岩土力学, 2005, **26**(8): 1258 - 1262. (WANG Jun-xing, LI Ze, CHEN Wei. Lower bound analysis of soil slope stability using finite elements subjected to pore water pressure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(8): 1258 - 1262. (in Chinese))
- [6] 李泽, 张小艳, 王均星. 基于刚性块体系统的岩质边坡稳定性下限法研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(8): 1534 - 1540. (LI Ze, ZHANG Xiao-yan, WANG Jun-xing. Lower bound method for stability of rock slopes based on rigid block assemblages[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(8): 1534 - 1540. (in Chinese))
- [7] 黄茂松, 王浩然, 刘怡林. 基于转动-平动组合破坏机构的含软弱夹层土坡降雨入渗稳定上限分析[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(9): 1561 - 1567. (HUANG Mao-song, WANG Hao-ran, LIU Yi-lin. Rotation-translation combined mechanism for stability analysis of slopes with weak interlayer under rainfall condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(9): 1561 - 1567. (in Chinese))
- [8] TERZAGHI K. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear[C]// Proceedings of the 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Haverd, 1936: 54 - 56.
- [9] BISHOP A W, DONALD I B. The experimental study of partly saturated soil in the triaxial apparatus[C]// Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Paris, 1961: 13 - 21.
- [10] FREDLUND D G, KRAHN J. Comparison of slope stability methods of analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1977, **14**(3): 429 - 439.
- [11] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, **15**(3): 313 - 321.
- [12] CAI F, UGAI K. Numerical analysis of rainfall effects on slope stability[J]. International Journal of Geomechanics, 2004, **4**(2): 69 - 78.
- [13] 贾苍琴. 考虑非饱和非稳定渗流和剪胀性的土坡稳定分析[D]. 上海: 同济大学, 2006. (JIA Cang-qin. Stability analysis of slope considering transient-unsaturated seepage and dilatancy of soils[D]. Shanghai: Tongji University, 2006. (in Chinese))
- [14] LANE P A, GRIFFITHS D V. Assessment of stability of slopes under drawdown conditions[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, **126**(5): 443 - 450.