

DOI: 10.11779/CJGE201412016

# 考虑重金属污染岩石侵入面损伤的本构模型

程 峰<sup>1, 2</sup>, 王星华<sup>1</sup>, 莫时雄<sup>2</sup>

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 中国有色桂林矿产地质研究院有限公司, 广西 桂林 541004)

**摘 要:** 基于酸碱质子理论, 探讨了重金属污染物渗入岩石后的侵蚀机制, 并通过对流-弥散模型分析了元素铅(Pb)、镉(Cd)、铜(Cu)、锌(Zn)的延伸性能; 采用黏弹性和损伤性单体模型组合法建立了重金属污染岩石的三维组合延伸裂变模型, 探讨了不同延伸速率下侵入面的变形规律, 并通过三轴静载试验对模型拟合结果进行了验证。结果表明: 不同的重金属污染物在岩石中的侵入性能与延伸性能不同; 岩性不同的污染岩石在同种试验条件下本构曲线与组合模型的拟合结果具有较好的一致性。

**关键词:** 重金属污染岩石; 侵入性能; 延伸速率; 组合模型

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)12-2274-08

**作者简介:** 程 峰(1980-), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事环境岩土工程方面的研究。E-mail: chf46629@126.com。

## Constitutive model for damage of invasion surface of heavy metal-contaminated rock

CHENG Feng<sup>1, 2</sup>, WANG Xing-hua<sup>1</sup>, MO Shi-xiong<sup>2</sup>

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. China Nonferrous Metal (Guilin)

Geology and Mining Co., Ltd., Guilin 541004, China)

**Abstract:** Based on the acid-base proton theory, the erosion mechanism after heavy metal pollutants infiltrating into rock is discussed. The extension performances of lead (Pb), cadmium (Cd), copper (Cu), zinc (Zn) are analyzed by using the convection-diffusion model. By way of combining the viscoelastic model and the damage monomer model, a 3D extended-fissile model is established for heavy metal contaminated rock. The deformation rules of invaded surface are discussed under different extension rates. The model fitting results are verified by the data of axial static load tests. The results show that different heavy metal pollutants have different invasion and extension performances in rock, and there is a good agreement between the experimental stress-strain curves of contaminated rock with different lithologies in the same test conditions and the fitting results of the combination model.

**Key words:** heavy metal-contaminated rock; invasion performance; extension rate; combination model

## 0 引 言

在重金属污染岩石力学性能的研究领域, 对重金属污染岩石的风化性能、物化作用的研究比较深入, 对于重金属污染侵入岩石后的破坏机理研究也取得了一定的进展<sup>[1]</sup>。理论和试验研究表明, 岩石在受到重金属污染前后, 其力学强度、风化速度、本构关系等存在很大差异<sup>[2-3]</sup>。但截止到目前, 对于重金属污染物侵入下岩石面损伤的本构关系系统的研究成果还很少。主要有某些学者<sup>[4]</sup>利用渗透试验得到了重金属污染岩石侵入面剥落影响的一些结论, 对于污染岩石的强度特性及侵入面变形规律影响的相关关系, 还少见报道<sup>[4]</sup>。

事实上, 在工程边坡爆破、自然滑坡发生之前, 有相当一部分岩质边坡在重金属污染物的侵蚀作用

下, 应力都发生了改变, 沿裂隙面出现应力松弛现象, 且随深度增加而增加。裂隙面应力松弛会导致岩体突然失稳, 发生大规模的岩滑或岩崩<sup>[5]</sup>。所以研究重金属污染岩石的力学强度及侵入面变形规律, 对岩体稳定性及边坡安全性评价具有重要的工程意义。

大量研究表明<sup>[3-7]</sup>, 岩石裂隙化程度加深是发生岩体滑崩的主要原因。岩体材料的变形不仅取决于所受应力状态, 而且与裂隙面的延伸速率有关。以往考虑侵入面损伤的本构模型大致有机械模型、损伤模型、单体模型 3 种方法。其中单体模型所得到的本构

**基金项目:** 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20120162110023); 湖南省科技厅重点支持项目(04SK2008)

收稿日期: 2014-04-23

曲线与试验数据线性相关性最一致。宫凤强等<sup>[5]</sup>通过岩石中应变速率下动静加载组合方式对单体模型进行了改进, 所建立的静加载单体模型能有效地反映岩石在中应变速率下初始应力变化的状态, 但不能反映侵入面应力损伤的延伸状态。为此, 本文采用类似宫凤强等<sup>[5]</sup>、李夕兵等<sup>[9]</sup>建立静载组合模型方法, 来探讨岩石在重金属侵入后裂隙面延伸的变形规律。

1 重金属污染物侵入的控制方程

1.1 重金属元素侵入机理

岩石中发生的水解反应是促使金属离子侵入的主要原因。酸碱质子理论<sup>[5, 7]</sup>表明其反应过程为侵入金属离子的配位分子与岩石中的溶剂分子发生授受反应<sup>[6]</sup>后置换了岩石中胶体矿物的金属离子, 即

$$M(H_2O)_m^n + H_2O = M(OH)(H_2O)_{m-1}^{(n-1)+} + H_3^+O \quad (1)$$

由式(1)可知, 金属离子与配位水分子反应后形成了 M-OH 键, 而配位水分子变成了 H<sub>3</sub><sup>+</sup>O, 所以金属离子的水解能力主要取决于 M-OH 的键能的大小。由于配位的 O、H 是固定的, 授受电子对应的配位能力主要取决于金属离子本身性能, 如离子电荷、电子层数、离子半径、离子势等。

金属离子水解能力的大小用水解常数来衡量, 采用 PK<sub>m</sub> 表示, PK<sub>m</sub> 与离子半径 *r*、电子层数 *M*、电荷数 *Z*、离子势 *Z*<sup>2</sup>/*r* 关系是线性的。其表达的经验公式<sup>[6-7]</sup>如下:

$$PK_m = 19.04r - 3.65Z + 3.56M - 0.74(Z^2/r) + 1.16 \quad (2)$$

由式(2)可知当水解常数较大的金属元素(如 Pb、Cd 等) 侵入岩石后, 极易与配位水分子发生授受反应, 形成新的 M-OH 键, 加速了岩石侵入面水解作用的发生, 使侵入面的裂隙化程度加深, 导致岩体的完整性破坏与力学性能降低。

1.2 侵入性能控制方程

由于岩石侵入面厚度较大, 其侵入过程相对缓慢, 满足多孔介质的对流-弥散特性。重金属污染物侵入岩石的过程采用陈永贵等<sup>[7]</sup>建立的弥散模型表示, 即

$$R_d \frac{\partial C}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} \quad (3)$$

式中, *R<sub>d</sub>* 为岩石的阻滞系数, 对于一般沉积岩类型岩石 *R<sub>d</sub>* = 1 : 2.5, *C* 为单位体积岩石中的重金属污染物浓度, *κ* 为岩石中污染物的扩散系数, 可用渗透试验或经验值确定, *v* 为岩石中平均扩散速度。

由于 *R<sub>d</sub>* 与 *κ* 都可由试验测定或经验值确定, 可视为常数, 则式(3)可简化为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \kappa^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v^* \frac{\partial C}{\partial x} \quad (4)$$

式中,  $\kappa^* = \kappa / R_d$ ,  $v^* = v / R_d$ 。

所取岩石的重金属污染物浓度可由光谱检测仪测出, 其初始浓度为已知值, 用 *C<sub>0</sub>* 表示。假定各侵入面的侵入速度是均匀的, 由此可得岩体中重金属污染物侵入的初始条件与边界条件为

$$C(0, t) = C_0 \quad (t > 0) \quad (5)$$

$$C(x, 0) = 0 \quad (x \geq 0) \quad (6)$$

岩体中污染物的侵入距离受层面裂隙的控制, 其侵入距离不是无限的<sup>[7]</sup>, 即满足

$$C(\infty, t) = 0 \quad (t > 0) \quad (7)$$

由式(4) ~ (7) 可求得重金属污染物在岩石中的延伸速率与时间的变化关系。其解析解的表达式为

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x - v^* t}{2\sqrt{\kappa^* t}} \right) + \exp \left( \frac{v^* x}{\kappa^*} \right) \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{x + v^* t}{2\sqrt{\kappa^* t}} \right) \right] \quad (8)$$

为了反映两者之间的关系, 选取较常见的几种重金属污染物进行分析描述。本文试验选取完整性、均匀性较好的中等强度的泥灰岩、紫砂岩、灰页岩的渗透试验结果作为式(8)的计算参数。由于岩性不同的岩石侵入性能、渗透性能不同, 试验结果存在一定的差异。为了便于计算, 本文的计算参数取 3 种岩石试验结果的平均值, 见表 1。

表 1 计算参数

Table 1 Computational parameters					
项目	<i>C<sub>0</sub></i> /(10 <sup>-3</sup> mg · L <sup>-1</sup> )	<i>R<sub>d</sub></i>	<i>κ</i> /(10 <sup>-5</sup> cm <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup> )	<i>v</i> /(10 <sup>-4</sup> mm · s <sup>-1</sup> )	<i>t</i> /s
Pb	1.72	1.12	2.2	1.7	5.44
Cd	1.41	1.18	1.8	2.8	21.9
Cu	1.41	1.18	1.8	2.8	39.1
Zn	1.41	1.18	1.8	2.8	160.3

将表1中的参数代入到式(8)进行计算, 并根据计算结果分别做 4 种元素的延伸性能与时间的变化关系曲线如图 1。

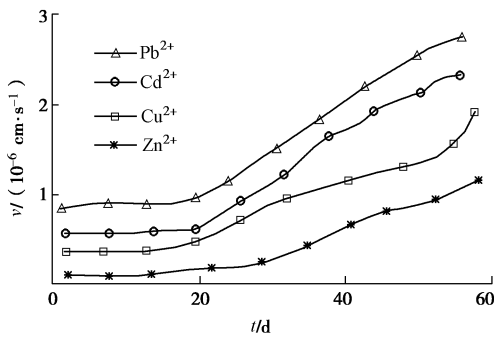


图 1 各金属离子延伸性能与时间的变化关系

Fig. 1 Relationship between extension performances and time of various metal ions

由图 1 可知, 不同污染物离子的延伸性能有很大差别。4 种离子的延伸性能大小依次为  $\text{Pb}^{2+} > \text{Cd}^{2+} > \text{Cu}^{2+} > \text{Zn}^{2+}$ , 且随着时间的增加, 其性能不断增大。延伸速率由延伸性能大小决定, 一般情况下, 延伸性能与延伸速率成正比关系。

## 2 侵入面损伤本构模型

### 2.1 基本假设

(1) 重金属污染物侵入后裂隙面延伸速率为低应变速率<sup>[8, 14]</sup>, 本构关系忽略惯性效应的影响。

(2) 岩石单元具有损伤特性与黏性特性, 岩石单元是损伤体  $D_a$  与黏缸  $\eta_b$  的组合物, 黏缸  $\eta_b$  无损伤特性, 其单体模型见陆晓霞等<sup>[9]</sup>、李夕兵等<sup>[10]</sup>。由于侵入面损伤为顺序方式进行, 单体模型组合采用串联方式。

(3) 损伤体  $D_a$  各向损伤同性, 损伤之前为线弹性体, 强度服从  $(m, a)$  概率分布<sup>[11, 15]</sup>。损伤参数  $D$  按三维时的受力状态表示如下:

$$D = 1 - \exp[-(\varepsilon_a / \alpha)^m] \quad (\varepsilon_a \geq 0) \quad , \quad (9)$$

$\sigma_a - \varepsilon_a$  本构关系<sup>[9, 12]</sup>为

$$\sigma_a = E\varepsilon_a(1-D) \quad (\varepsilon_a \geq 0) \quad , \quad (10)$$

式中,  $E$  为损伤体平均弹性模量。

(4) 黏缸体  $\eta_b$  的本构关系<sup>[9, 13]</sup>为

$$\sigma_b = \eta d\varepsilon_b / dt \quad . \quad (11)$$

(5) 单元体在侵入面损伤之前为黏弹性体<sup>[13]</sup>。

$\sigma_a - \varepsilon_a$  关系近似认为符合线性微分方程的应变叠加有效原理<sup>[14, 15]</sup>。

(6) 岩石被重金属侵入后, 损伤面是沿着侵入面不断延伸的, 由于侵入速度较为缓慢, 侵入面两侧岩体仍可视作无损材料, 只需将柯西应力换为有效应力, 即可获得岩石的应力 - 应变关系。因此组合本构关系符合 Lemaitre 应变有效原理<sup>[14]</sup>, 可由黏弹性体本构关系得到。

### 2.2 侵入面损伤下的本构模型

(1) 侵入面损伤前的本构关系

根据 2.1 节基本假设 (3), 三维岩体在损伤之前的应力 - 应变关系可由单体模型表示为

$$S_{ij} = 2Ge_{ij} \quad , \quad (12)$$

$$\sigma_m = 3K\varepsilon_m \quad . \quad (13)$$

式中  $G$  为剪切模量;  $K$  为体积模量, 且  $K = E_2 / 3(1-2\nu)$ ;  $S_{ij}$  为应力;  $e_{ij}$  为应变偏张量。  $S_{ij}$  与  $\sigma_{ij}$  和  $\sigma_m$  的关系为

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij}\sigma_m \quad ; \quad (14)$$

$e_{ij}$  与  $\varepsilon_{ij}$  和  $\varepsilon_m$  的关系为

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \delta_{ij}\varepsilon_m \quad ; \quad (15)$$

式中,  $\delta_{ij}$  为 Dirac 符号。

根据 2.1 节基本假设 (5), 黏弹性体本构关系为

$$f(d)\sigma = g(d)\varepsilon \quad . \quad (16)$$

将式 (12)、(13) 代换到 (16), 得到三维推广式:

$$f(d)S_{ij} = 2g(d)e_{ij} \quad , \quad (17)$$

$$f_1(d)\sigma_m = 3g_1(d)\varepsilon_m \quad , \quad (18)$$

式中,  $f(d)$ ,  $g(d)$  与裂变有关,  $f_1(d)$ ,  $g_1(d)$  与压缩有关。

式 (17)、(18) 为线性微分方程, 需要联合应力边界条件与平衡方程求解。具体推导过程如下:

污染岩石侵入面损伤之前单元体于  $t_0$  时刻在  $x$ ,  $y$ ,  $z$  轴方向分别有初始应力  $S_{x0}$ ,  $S_{y0}$ ,  $S_{z0}$ , 此时  $\sigma_x(t_0) = \sigma_y(t_0) = \sigma_z(t_0) = 0$ ,  $\varepsilon_x(t_0) = \varepsilon_y(t_0) = \varepsilon_z(t_0) = 0$ 。  $t = 0$  时,  $z$  轴方向作用  $\sigma_r(t)$ , 有  $\sigma_z = S_{z0} + \sigma_r(t)$ ,  $\varepsilon_z = \varepsilon_{z0} + \varepsilon_r(t)$ , 且

$$\varepsilon_{z0} = \frac{1}{E_1} [S_{z0} - \nu(S_{x0} + S_{y0})] \quad , \quad (19)$$

式中,  $E_1$  为岩石在损伤前的弹性模量。

在裂隙面延伸速率下, 忽略惯性效应。当三维状态下岩石初始应力为非零时, 本构关系符合 2.1 节基本假定 (6), 即根据下式作拉普拉斯定理变换:

$$\left. \begin{aligned} L[h(t+t_0)] &= \bar{h} = \int_0^{+\infty} e^{-pt} h(t+t_0) dt \quad , \\ L[dh(t+t_0)] &= pL[h(t+t_0)] - h(t_0) = p\bar{h} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式 (17)、(18) 根据式 (20) 可变换为

$$f(p)\bar{S}_{ij} = 2g(p)\bar{e}_{ij} \quad , \quad (21)$$

$$f_1(p)\bar{\sigma}_m = 3g_1(p)\bar{\varepsilon}_m \quad . \quad (22)$$

比较可知: 将式 (12) 中剪切模量  $G$  用  $g(p)/f(p)$  代替后与式 (21) 相同, 式 (13) 中的体积模量  $K$  用  $g_1(p)/f_1(p)$  代替后与式 (22) 相同。

根据 2.1 节假定 (2) 重金属侵入岩体后具有黏性和损伤特性。其应力 - 应变关系符合以下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_{a1} + \sigma_b = \sigma_{a2} \quad , \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad , \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_b \quad . \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中  $\sigma_{a1}$  为损伤体应力;  $\sigma_b$  为黏缸体应力;  $\sigma_{a2}$  为组合物损伤应力;  $\varepsilon_1$  为损伤体应变;  $\varepsilon_2$  为黏缸体应变;  $\varepsilon_b$  为黏缸体应变等效式。

由式 (10) 可知,  $\sigma_{a1} = E_1\varepsilon_1(1-D)$ ,  $\sigma_{a2} = E_2\varepsilon_2(1-D)$ ; 由式 (11) 可知,  $\sigma_b = \eta d\varepsilon_2 / dt$ , 将上述函数式代入到式 (23) 并积分, 可得损伤体和黏缸体的组合本构关系为

$$\eta\sigma + [E_1(1-D) + E_2(1-D)]\sigma = E_2(1-D)\eta\varepsilon + [E_1(1-D)\varepsilon] \quad , \quad (24)$$

式中,  $E_1$  为岩体损伤前的弹性模量,  $E_2$  为岩体损伤

后的弹性模量。

为了便于式求解 (24), 用侵入面损伤之前的弹性模量  $E$  代替有效弹性模量  $E(1-D)$ , 且不考虑岩体的损伤特性, 其组合黏弹性的本构关系方程为

$$\eta\sigma + (E_1 + E_2)\sigma = E_2(\eta\varepsilon + E_1\varepsilon) \quad (25)$$

对式 (25) 应用式 (20) 拉普拉斯原理变换得到

$$(\eta p + E_1 + E_2)\bar{\sigma}_i = E_2(\eta p + E_1)\bar{\varepsilon}_i \quad (26)$$

则对应式 (21) 为

$$f(p) = \eta p + E_1 + E_2 \quad (27)$$

$$g(p) = E_2(\eta p + E_1) \quad (28)$$

由此可将式 (21)、(22) 变为

$$\left. \begin{aligned} \bar{S}_{ij} &= \frac{2E_2(\eta p + E_1)}{\eta p + E_1 + E_2} \bar{e}_{ij} \\ \bar{S} &= K\bar{e} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中,  $K$  为  $g_1(p)/f_1(p)$  代换式,  $K = E_2/3(1-2\nu)$  表示体积模量。

对于建立的组合模型, 由于其具体的问题是  $\sigma_x = S_{x0}$ ,  $\sigma_y = S_{y0}$ ,  $\sigma_z = S_{z0} + \sigma_r$ , 则有

$$\left. \begin{aligned} \bar{S} &= \frac{S_{x0} + S_{y0}}{3p} + \frac{\bar{\sigma}_z}{3} \\ \bar{S}_{zz} &= \frac{2\bar{\sigma}_z}{3} - \frac{S_{x0} + S_{y0}}{3p} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

由式 (29) 可得

$$\bar{e} = \frac{S_{x0} + S_{y0}}{9Kp} + \frac{\bar{\sigma}_z}{9K} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_{zz} &= \frac{2\bar{\sigma}_z}{3} - \frac{S_{x0} + S_{y0}}{3p} = \frac{2E_2(\eta p + E_1)}{\eta p + E_1 + E_2} (\bar{\varepsilon}_z - \bar{e}) \\ &= \frac{2E_2(\eta p + E_1)}{\eta p + E_1 + E_2} \left( \bar{\varepsilon}_z - \frac{S_{x0} + S_{y0}}{9Kp} - \frac{\bar{\sigma}_z}{9K} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

由式 (32) 可得

$$\begin{aligned} \left[ 6(\eta p + E_1 + E_2) + \frac{2E_2(\eta p + E_1)}{K} \right] \bar{\sigma}_z &= 18E_2(\eta p + E_1)\bar{\varepsilon}_z + \\ 3(S_{x0} + S_{y0}) \left( \eta + \frac{E_1 + E_2}{p} \right) &- \frac{2E_2(S_{x0} + S_{y0})}{K} \left( \eta + \frac{E_1}{p} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

为了便于应用, 把式 (33) 简化为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= \frac{9E_2}{(3K + E_2)\eta} \left( \eta + \frac{E_1 - \beta\eta}{p + \beta} \right) \bar{\varepsilon}_z + \\ &\frac{S_{x0} + S_{y0}}{2(3K + E_2)\eta} \left( \frac{\gamma}{p} + \frac{\delta}{p + \beta} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

经拉普拉斯定理的逆变换推导后得出侵入面损伤前岩石的三维本构方程为

$$\sigma_z(t + t_0) = \frac{9KE_2}{(3K + E_2)\eta} [\eta\varepsilon_z(t + t_0) + (E_1 - \beta\eta) \cdot$$

$$\int_0^t \varepsilon_z(t + t_0) e^{-\beta(t+t_0-\tau)} d\tau] \frac{S_{x0} + S_{y0}}{2(3K + E_2)\eta} \left[ \gamma + \delta e^{-\beta(t+t_0)} \right] \quad (35)$$

同理, 当  $\varepsilon_z(t + t_0) = \varepsilon_{z0} + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_{z0} + Ct$  时, 由式 (35) 可得

$$\begin{aligned} \sigma_z(t + t_0) &= \frac{9KE_2}{(3K + E_2)\eta} \left[ \eta(\varepsilon_{z0} + \varepsilon_r(t)) + \frac{E_1 - \beta\eta}{\beta} \cdot \right. \\ &(\varepsilon_{z0} + \varepsilon_r(t) - C)e^{-\beta t_0} - \frac{E_1 - \beta\eta}{\beta} (\varepsilon_{z0} - C)e^{-\beta(\frac{\varepsilon_r(t)}{C} + t_0)} \left. + \right. \\ &\left. \frac{S_{x0} + S_{y0}}{2(3K + E_2)\eta} \left[ \gamma + \delta e^{-\beta(\frac{\varepsilon_r(t)}{C} + t_0)} \right] \right] \end{aligned} \quad (36)$$

式中  $\sigma_z(t + t_0)$  为侵入面组合加载应力 ( $t \neq 0$ );  $\varepsilon_{z0}$  为组合应力  $S_{x0}$ ,  $S_{y0}$ ,  $S_{z0}$  的初始应变;  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  可表示为

$$\beta = \frac{3K(E_1 + E_2) + E_1E_2}{(3K + E_2)\eta} \quad (37)$$

$$\gamma = \frac{3K(E_1 + E_2) - 2E_1E_2}{\beta} \quad (38)$$

$$\delta = 3(K - 2E_2)\eta - \gamma \quad (39)$$

当  $S_{x0} = S_{y0} = S_{z0}$  时, 该模型可表示为仅考虑重金属污染物侵入面损伤前的本构关系。

## (2) 侵入面损伤后的本构关系

通常情况下, 岩石侵入面受到损伤后, 在静载作用下的破坏形式为剪切屈服破坏<sup>[6]</sup>。本文根据陈忠辉等<sup>[7]</sup>建立的本构关系, 假定单元体破坏符合库仑准则, 则侵入面损伤的变量为

$$D = 1 - \exp \left\{ - \left[ \frac{\varepsilon_z}{\alpha} - \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2\nu \right) \left( \frac{\sigma_{x0} + \sigma_{y0}}{2} \right) \right] / (E_2\alpha) \right\}^m \quad (40)$$

式中,  $\varphi$  为岩石的内摩擦角, 与污染岩石性质和裂隙面损伤前静应力状态有关,  $\nu$  为重金属污染岩石的泊松比。

侵入面损伤之前的起始阶段, 岩石应力 - 应变为弹性区域, 许多学者<sup>[10, 16-17]</sup>认为此阶段岩石不发生应力损伤。当裂隙面开始出现应力松弛时, 损伤开始发生。因此岩石的侵入面损伤符合下式所示岩石的应力 - 应变演化规律与起始准则<sup>[14, 17]</sup>:

$$D = \begin{cases} 1 - \exp \left\{ - \left[ \frac{\varepsilon_z}{\alpha} - \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2\nu \right) \left( \frac{\sigma_{x0} + \sigma_{y0}}{2} \right) \right] / (E_2\alpha) \right\}^m & \left( \varepsilon_z > \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2\nu \right) \frac{(\sigma_{x0} + \sigma_{y0})}{2E_2} \right) \\ 0 & \left( \varepsilon_z \leq \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2\nu \right) \frac{(\sigma_{x0} + \sigma_{y0})}{2E_2} \right) \end{cases} \quad (41)$$

由 2.1 节假设 (6), 应用应变等效原理, 将式 (36)~(39) 中的  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $K$  分别用  $E_1[1-D(t+t_0)]$ ,  $E_2[1-D(t+t_0)]$ ,  $K[1-D(t+t_0)]$  代替, 将以上参数应用到式 (41), 即可得到不同延伸速率下侵入面损伤的三维本构模型。其中  $D(t+t_0)$  可表示为

$$D(t+t_0)=D=1-\exp\left\{-\left[\left(\varepsilon_{z_0}+\varepsilon_r(t)/\alpha-\left(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}-2\nu\right)\left(\frac{\sigma_{x_0}+\sigma_{y_0}}{2}\right)/(E_2\alpha)\right)^m\right]\right\}。$$
(42)

式中,  $m$  为形状函数, 根据文献[9, 11, 17]确定的取值一般为 0.5~1.0。由于侵入面损伤后延伸方向不规则, 本文在计算中  $m$  根据岩性取平均值。

上述建立的侵入面损伤三维组合本构模型, 除要求确定  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $m$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  外, 还要确定岩石的体积模量  $K$ 、内摩擦角  $\varphi$  和泊松比  $\nu$  三个参数, 其他参数的确定与传统的本构模型参数确定相同。

3 试验验证

3.1 污染岩石三维静载条件下的理论与试验本构关系比较

根据常规的岩石力学试验要求选取污染岩石制作标准试件, 试验选取完整性、均匀性较好的中等强度的泥灰岩、紫砂岩、灰页岩。试件尺寸为 50 mm×50 mm×100 mm, 对试件研磨, 使之表面光滑、无明显缺陷, 达到国际标准试件要求。试件平均密度为 1.96

g/cm<sup>3</sup>, 抗压强度为 12.68 MPa。

试验选取电液伺服材料机, 型号为 Instron-1342, 最大载荷为±250 kN, 试验机的压力传感器能够进行模拟控制与计算机控制。数据采集采用 DH-5932 分析仪, 侵入面延伸的动态数据记录采用 DH-3840 采集仪。试验过程通过连接计算机进行实时控制、采集、记录数据。试验所取 3 种岩石的在重金属元素分别为铅、锌、镉, 其延伸速率  $C$  由图 1 可得。试验开始时  $S_{x_0}=S_{y_0}=S_{z_0}$ , 试验数据取  $S_{x_0}=S_{y_0}=S_{z_0}=30$  MPa 下 3 种岩石的试验结果以及三维组合体的本构关系曲线拟合参数见表 2。

组合本构模型的参数除  $C$ ,  $m$  外, 其余参数确定与传统组合模型的参数大体一致。传统的组合模型已经对其它参数进行过拟合验证, 获得了较为一致的结果。本文建立的模型主要增加了延伸速率、形状函数等参数, 为了验证这些参数的影响, 将试验结果与拟合结果分以下两种情况进行比较。一种为不同延伸速率下试验结果与三维组合本构模型拟合比较; 另外一种为不同形状参数拟合结果与试验结果比较。

(1) 延伸速率  $C$  的影响

根据泥灰岩、紫砂岩、灰页岩的试验结果及三维组合本构模型绘制 3 种岩石在不同延伸速率下的应力-应变关系曲线如图 2~4。

由图 2~4 可以看出, 3 种岩石的在不同的延伸速率下, 其试验结果与模型拟合结果大部分范围内都具有较好的一致性。尤其是在低应变阶段, 试验结果与

表 2  $S_{x_0}=S_{y_0}=S_{z_0}=30$  MPa 时的试验参数与模型应力-应变关系曲线拟合参数

Table 2 Experimental and fitting parameters of model stress-strain relation curves under confining pressures of  $S_{x_0}=S_{y_0}=S_{z_0}=30$  MPa

试验组数	$C$ /(10 <sup>-6</sup> s <sup>-1</sup> )	$E_1$ /GPa	$E_2$ /GPa	$\varphi$ /(°)	$\nu$	$K$ /GPa	$t_0$ /s	$\eta$ /(GPa·s)	$\alpha$ /10 <sup>-3</sup>	$m$
泥灰岩①	1.15×10 <sup>3</sup>	23.8	24.7	39	0.17	12.49	35.00	0~500	3.7	0.5
紫砂岩②	1.15×10 <sup>5</sup>	23.8	26.9	39	0.25	17.81	35.00	0~500	3.9	0.5
灰页岩③	1.15×10 <sup>6</sup>	23.8	31.5	39	0.21	21.36	35.00	0~500	5.2	0.5
泥灰岩①	1.24×10 <sup>3</sup>	24.1	25.7	41	0.17	12.49	40.00	500	3.7	0.5
紫砂岩②	1.24×10 <sup>5</sup>	24.1	27.9	41	0.25	17.81	40.00	500	3.9	0.5
灰页岩③	1.24×10 <sup>6</sup>	24.1	34.5	41	0.21	21.36	40.00	500	5.2	0.5
泥灰岩①	1.33×10 <sup>3</sup>	24.7	23.7	43	0.17	12.49	38.00	500	3.7	0.7
紫砂岩②	1.33×10 <sup>5</sup>	24.7	27.6	43	0.25	17.81	38.00	500	3.9	0.7
灰页岩③	1.33×10 <sup>6</sup>	24.7	31.5	43	0.21	21.36	38.00	500	5.2	0.7
泥灰岩①	1.48×10 <sup>3</sup>	25.2	24.8	38	0.17	12.49	45.00	1000	3.7	0.7
紫砂岩②	1.48×10 <sup>5</sup>	25.2	26.4	38	0.25	17.81	45.00	1000	3.9	0.7
灰页岩③	1.48×10 <sup>6</sup>	25.2	32.6	38	0.21	21.36	45.00	1000	5.2	0.7
泥灰岩①	1.52×10 <sup>3</sup>	26.1	24.3	39	0.17	12.39	37.00	1000	3.7	0.9
紫砂岩②	1.52×10 <sup>5</sup>	25.2	26.9	39	0.25	17.61	37.00	1000	3.9	0.9
灰页岩③	1.52×10 <sup>6</sup>	25.2	33.2	39	0.21	21.46	37.00	1000	5.2	0.9



模型拟合结果较好;在高应变峰值后有部分拟合较差,其余拟合较好。

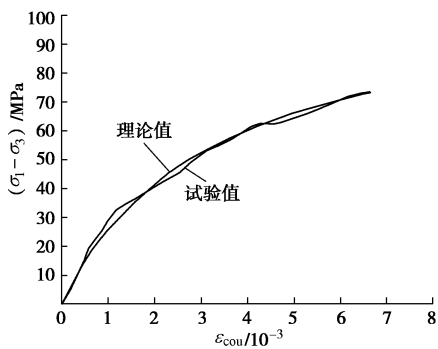


图 2 泥灰岩在  $C=1.15\times10^3\text{ s}^{-1}$  时试验与理论应力 - 应变关系对比曲线

Fig. 2 Contrast curves between experimental and theoretical stress-strain curves of marlstone under strain rate  $C=1.15\times10^3\text{ s}^{-1}$

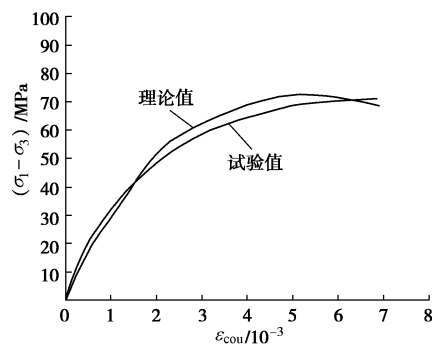


图 3 紫砂岩在  $C=1.33\times10^3\text{ s}^{-1}$  时试验与理论应力 - 应变关系对比曲线

Fig. 3 Contrast curves between experimental and theoretical stress-strain curves of purple sandstone under strain rate  $C=1.33\times10^3\text{ s}^{-1}$

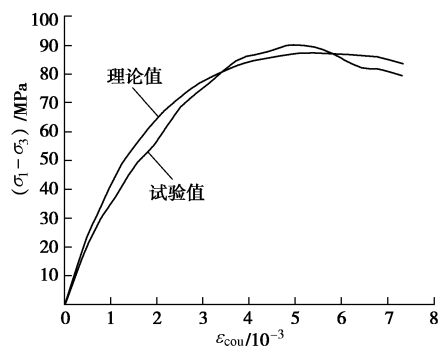


图 4 灰页岩在  $C=1.52\times10^3\text{ s}^{-1}$  时试验与理论应力 - 应变关系对比曲线

Fig. 4 Contrast curves between experimental and theoretical stress-strain curves of ash shale under strain rate  $C=1.52\times10^3\text{ s}^{-1}$

(2) 形变参数  $m$  的影响

根据表 2 泥灰岩、紫砂岩、灰页岩的试验结果,取每种岩石在不同形变参数时三组试验结果与拟合结果进行比较,其应力 - 应变关系曲线如图 5~7。

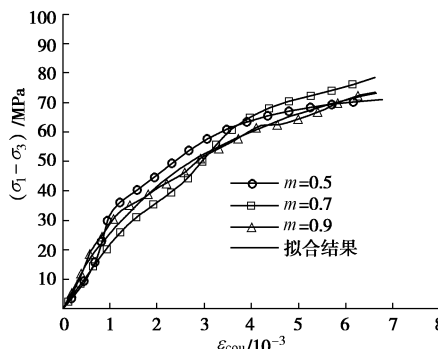


图 5 泥灰岩在  $m$  不同时试验与理论应力 - 应变关系对比曲线

Fig. 5 Contrast curves between experimental and theoretical stress-strain curves of marlstone under different  $m$

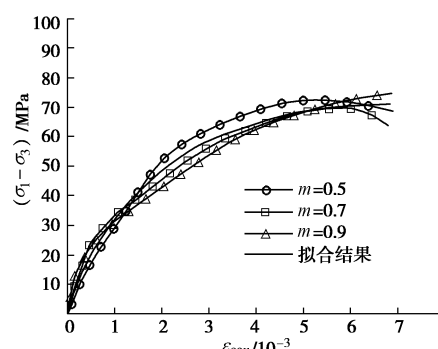


图 6 紫砂岩在  $m$  不同时试验与理论应力 - 应变关系对比曲线

Fig. 6 Contrast curves between experimental and theoretical stress-strain curves of purple sandstone under different  $m$

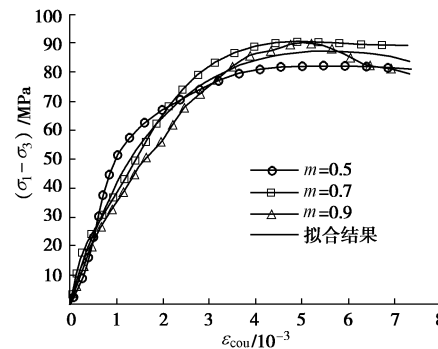


图 7 灰页岩在  $m$  不同时试验与理论应力 - 应变关系对比曲线

Fig. 7 Contrast curves between experimental and theoretical stress-strain curves of ash shale under different  $m$

由图 5~7 可知,模型的拟合结果与试验结果在形状函数  $m$  的不同取值情况下都具有较好的一致性。由于黏性系数  $\eta$  是按经验值确定的,形状函数  $m$  受到黏

性系数 $\eta$ 的取值影响,对模型的拟合结果有一定的影响,但影响较小;另外由于重金属元素侵入岩石后的延伸速率与裂变方向在当前试验条件下并不能完全有效的控制,试验结果与实际情况还存在一定的偏差,对拟合结果也存在一定的影响。

## 4 结 论

(1)污染物金属离子侵入后发生授受反应置换了岩石中胶体矿物的金属离子,加速了岩石侵入面水解作用的发生,导致侵入面的裂隙化程度加深,岩体的完整性破坏、力学性能降低。

(2)不同重金属污染物离子在岩石中的延伸性能不尽相同。延伸性能由金属元素的本身性能决定,延伸能力随着时间的增加而增加。

(3)采用损伤与黏弹性两种单体模型组合建立的侵入面损伤三维组合本构模型拟合结果与试验结果具有较好的一致性,证明了该模型在描述侵入面损伤变形规律的合理性。

## 参考文献:

- [1] 郭牡丹, 朱浮声, 王述红, 等. 岩体非贯通结构面的岩桥贯通准则研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1513 - 1518. (GUO Mu-dan, ZHU Fu-sheng, WANG Shu-hong, et al. Coalescence criterion for ligament of rock mass containing discontinuous structural planes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1513 - 1518. (in Chinese))
- [2] 唐春安. 岩石破裂过程的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993. (TANG Chun-an. Catastrophe in rock unstable failure[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1993. (in Chinese))
- [3] WILSON K G. Problems in physics with many scales of length [J]. Scient Am, 1979, **241**: 158 - 179.
- [4] 杨建平, 陈卫忠, 吴月秀, 等. 裂隙岩体等效渗透系数张量数值法研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(6): 1183 - 1188. (YANG Jian-ping, CHEN Wei-zhong, WU Yue-xiu, et al. Numerical study on equivalent permeability tensor of fractured rock masses[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(6): 1183 - 1188. (in Chinese))
- [5] 宫凤强, 李夕兵, 刘希灵, 等. 一维动静组合加载下砂岩动力学特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(10): 2076 - 2085. (GONG Feng-qiang, LI Xi-bing, LIU Xi-ling, et al. Experimental study of dynamic characteristics of sandstone under one-dimensional coupled static and dynamoic loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(10): 2076 - 2085. (in Chinese))
- [6] 陈忠辉, 林忠明, 谢和平, 等. 三维应力状态下岩石损伤破坏的卸荷效应[J]. 煤炭学报, 2004, **29**(1): 31 - 35. (CHEN Zhong-hui, LIN Zhong-ming, XIE He-ping, et al. Damage study on brittle rock failure under complicated stresses[J]. Journal of China Coal Society, 2004, **29**(1): 31 - 35. (in Chinese))
- [7] 杨桂通, 树学锋. 塑性力学[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2000. (YANG Gui-tong, SHU Xue-feng. Mechanics of plasticity[M]. Beijing: Chinese Architectural Material Industry Press, 2000. (in Chinese))
- [8] 陈永贵, 邹银生, 张可能, 等. 重金属污染物在黏土固化注浆帷幕中的运移规律[J]. 岩土力学, 2007, **28**(12): 2583 - 2587. (CHEN Yong-gui, ZOU Yin-sheng, ZHANG Ke-neng, et al. Heavy metals transport process through clay-solidified grouting curtain in waste landfills[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(12): 2583 - 2587. (in Chinese))
- [9] 李夕兵, 左宇军, 马春德. 动静组合加载下岩石破坏的应变能密度准则及突变理论分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(16): 2814 - 2824. (LI Xi-bing, ZUO Yu-jun, MA Chun-de. Failure criterion of strain energy density and catastrophe theory analysis of rock subjected to static-dynamic coupling loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(16): 2814 - 2824. (in Chinese))
- [10] 陆晓霞, 张培源. 在围压冲击条件下岩石损伤黏塑性本构关系[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2002, **25**(1): 6 - 9. (LU Xiao-xia, ZHANG Pei-yuan. Rock damage viscoplastic constitutive relationship with compression[J]. Journal of Chongqing University(Natural Science), 2002, **25**(1): 6 - 9. (in Chinese))
- [11] 陈士海, 崔新壮. 含损伤岩石的动态损伤本构关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(增刊): 1955 - 1957. (CHEN Shi-hai, CUI Xin-zhuang. Dynamic damage constitution relation of rock with initial damage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(S0): 1955 - 1957. (in Chinese))
- [12] 信礼田. 强冲击载荷下岩石的力学性能[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(6): 61 - 68. (XIN Li-tian. The mechanical properties of rock under strong impact loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(6): 61 - 68. (in Chinese))
- [13] 章根德. 岩石在动载作用下的脆性断裂[J]. 岩土工程学报,



- 1981, 3(2): 43 - 49. (ZHANG Gen-de. The brittle fracture under dynamic load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1981, 3(2): 43 - 49. (in Chinese))
- [14] 李夕兵, 古德生. 岩石冲击动力学[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1994. (LI Xi-bing, GU De-sheng. Rock impact dynamics[M]. Changsha: Central South University of Technology Press, 1994. (in Chinese))
- [15] 李世平, 李玉寿, 吴振业. 岩石全应力应变过程对应的渗透率 - 应变方程[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 13 - 19. (LI Shi-ping, LI Yu-shou, WU Zhen-ye. The permeability-strain equations relating to complete stress-strain path of the rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(2): 13 - 19. (in Chinese))
- [16] 彭苏萍, 孟召平, 王 虎, 等. 不同围压下砂岩孔渗规律试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 742 - 746. (PENG Su-ping, MENG Zhao-ping, WANG Hu, et al. Testing study on pore ratio and permeability of sandstone under different confining pressures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 742 - 746. (in Chinese))
- [17] 姜振泉, 季梁军, 左如松, 等. 岩石在伺服条件下的渗透性与应变、应力的关联性特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1442 - 1446. (JIANG Zhen-quan, JI Liang-jun, ZUO Ru-song, et al. Correlation among rock permeability and strain, stress under servo-control condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(10): 1442 - 1446. (in Chinese))

### 《中国公路学报》2015 年征订通知

《中国公路学报》(Ei Compendex 收录, 月刊, ISSN 1001-7372, CN 61-1313/U) 是由中国公路学会主办, 长安大学承办的公路交通行业权威的学术刊物, 自 2007 年起一直被 Ei 数据库收录; 主要刊载道路工程、桥梁与隧道工程、交通工程、汽车与汽车运用工程、工程机械、物流、经济与管理等领域的学术论文及应用技术论文, 并适当报道有关公路交通的新技术、新材料、新工艺以及国内外重大学术活动、工程建设及科技动态信息等。

《中国公路学报》现为月刊, 大 16 开本, 页码每期 128

页, 主要读者对象为公路交通领域的科研人员、工程技术人员、经济管理人员及大专院校的师生。编辑部于 2014 年初开通了网络在线投稿系统, 欢迎广大读者踊跃投稿!

2015 年, 《中国公路学报》每期定价仍为 30.00 元, 全年共 360.00 元, 国内邮发代号: 52-194, 国外发行代号: M7917。欢迎订阅!

地址: 西安市南二环路中段长安大学杂志社, 邮编: 710064, 联系人: 马 勇, 电话: (029)82334387, 网址: <http://zgglxb.chd.edu.cn/>, 邮箱: [zgglxb@163.com](mailto:zgglxb@163.com)。

(《中国公路学报》编辑部 供稿)