

DOI: 10.11779/CJGE201410016

多层介质寒区公路隧道保温层厚度计算的一种解析方法

冯 强^{1, 2}, 蒋斌松¹

(1. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221116; 2. 山东科技大学土木与建筑工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 新疆天山的玉希莫勒盖隧道处于高海拔季节性冻土地区, 为防止冻害的发生, 需要对所需保温层厚度进行研究。针对这一问题建立计算模型, 采用 Laplace 积分变换的方法得到了由于保温作用而没有相变发生时寒区隧道温度场的解析分析方法; 通过与 stehfest 方法对比分析, 基于高斯正交法则和快速 Fourier 变换的 Den Iseger 方法具有更好的稳定性和准确性, 采用该数值反演方法进行 Laplace 逆变换的求解。根据对玉希莫勒盖隧道的分析表明, 保温层、衬砌与围岩中的温度都随着大气温度呈简谐振动; 现场采用的 5 cm 厚保温层内外温差达 9.63°C, 不能保证该隧道围岩不发生冻胀现象; 要保证其在设计年限内不发生冻胀所需要的最小保温层厚度为 27 cm; 通过对相关物理参数的分析表明: 对流换热系数对固体介质的表面温度的最值影响较大, 但对保温层厚度的影响较小; 随着年平均气温的升高所需保温层的厚度越小, 保证的安全年限越长, 厚度也越大; 随着地层温度的升高, 所需保温层厚度逐渐减小; 最后对年平均气温和地层温度的不同组合情况进行拟合分析, 得出保温层厚度与这两因素的相关关系, 可为该地区其他隧道的设计提供参考。

关键词: 寒区隧道; 保温层厚度; Laplace 积分变换; 温度场; 解析解; Den Iseger 方法

中图分类号: TU452 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2014)10-1879-09

作者简介: 冯 强(1985-), 男, 山东乳山人, 讲师, 博士, 主要从事岩石力学理论与工程研究。E-mail: fqcumt@163.com。

Analytical method for insulation layer thickness of highway tunnels with multilayer dielectric in cold regions

FENG Qiang^{1, 2}, JIANG Bin-song¹

(1. State Key Laboratory For Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou

221116, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: Yuximolegai tunnel at Tianshan Mountain of Xinjiang is built in a seasonal frozen region. The thickness of insulation layer needs to be determined against frozen damage. For the solution to this problem, a model is established. When the insulation layer has good effect and no phase change occurs, the Laplace integral transform is employed to solve the temperature field of cold-region tunnels. Compared with the stability and accuracy of the stehfest method, those of the Den Iseger method, which is based on the Gaussian quadrature rule and the fast Fourier transform, are better. Thus, this method is used to solve the inversion of Laplace transform. Based on the results of Yuximolegai tunnel, it is shown that the temperatures of the insulation layer, the linings and the surrounding rocks follow the law of simple harmonic vibration with air temperature. Since the temperature difference between the two edges of 5 cm-thick insulation layer attains 9.63°C, it can not protect the surrounding rock against frozen heave. If the tunnel needs to be protected well in design period, the thickness of insulation layer should be 27 cm at least. Based on the parameter analysis, although the influence of convective heat transfer coefficient on solid surface is large, the influence on thickness of the insulation layer is limited. The insulation layer should decrease with the increase of the annual mean temperature and increase with the safe time of tunnels. With the increase of ground temperature, the thickness of insulation layer reduces gradually. Finally, by analyzing the annual mean temperature and ground temperature, the relationship between this two factors and the thickness of insulation layer is established, which may provide the basis for the design of other tunnels in this region.

Key words: cold-regional tunnel; insulation layer thickness; Laplace integral transform; temperature field; analytical solution; Den Iseger method

0 引言

在中国, 多年冻土和季节性冻土的总面积占全国

基金项目: 国家自然科学基金项目(51174196); 国家自然科学基金青年基金项目(51309222); 江苏省自然科学基金青年基金项目(BK20130193)

收稿日期: 2014-01-17

总面积的一半以上，振兴东北老工业基地和实施西部大开发是目前中国的一项基本国策，在这些地区山势峻峻，修建隧道是拓展公路和铁路网的最佳选择，但是在寒区修建隧道需要充分系统地认识寒区隧道的诸多特征。之前，中国修建了一些寒区隧道，夏天刚竣工，冬天就出现不同程度的冻害，例如：拱顶出现冰锥，边墙出现冰溜，衬砌开裂、碎碎和剥落，底板冒水结冰。这些病害大大弱化了隧道的使用功能，严重影响了行车的安全，需要花费大量的人力、物力和财力进行维修和养护，才能勉强通车运营，甚至有的隧道彻底报废。在新疆天山玉希莫勒盖大阪上的旧隧道就是被报废之一，现已成冰窖而被弃用，如图 1 所示。

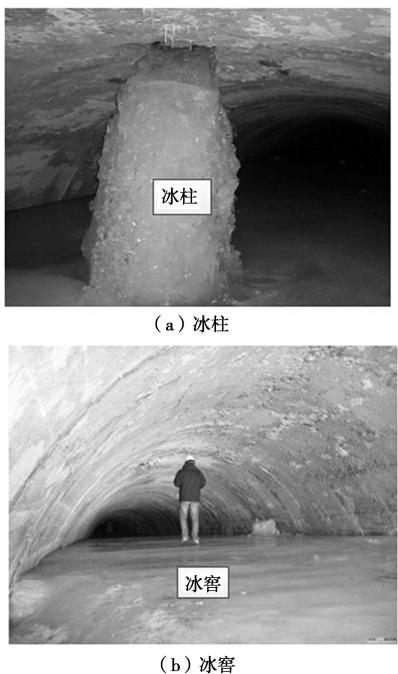


图 1 旧玉希莫勒盖隧道

Fig. 1 Old Yuximolegai tunnel

目前设计中防护措施主要是采用工程类比法，缺乏科学依据。所以必须深入开展隧道工程病害特征与防治的研究，选择合适的方法避免冻害的发生或将冻害降低到最小的程度，才能保证冻土区工程建设和使用安全。

到目前为止大部分学者都没有给出寒区隧道长期的温度场变化，只有张学富等^[1]根据大气温度的上升趋势，计算 50 a 后风火山隧道的温度场。人们对寒区隧道温度场的研究是从 20 世纪 60 年代开始进行的，分别从现场监测、解析计算和数值模拟等方面进行研究。现场监测虽然能够得到隧道内外空气以及衬砌和围岩的温度分布规律，但只是对该问题感性上有所认识，对于问题的本质还需要从理论分析上进行解释；数值模拟方法将温度边界条件进行离散后进行计算，

可以较好的求出指定隧道的近似温度场，但是对于认识各热学参数之间的关系方面不如解析解清晰；解析计算的发展主要是从单层一维到多层二、三维的发展，但是成果还是偏少，Bonacina 等^[2]提出了相变热传导温度场的数值求解方法；Takumi 等^[3]利用叠加原理和能量守恒原理求解了寒区隧道内气体温度场的解析解，但不适用多层介质寒区隧道温度场的求解；赖远明等^[4]运用无量纲和摄动技术求出了寒区圆形截面隧道温度场的解析解，但该方法仅适用于初始温度为 0 ℃的工况；张学富等^[5]根据带相变瞬态温度场问题的热量平衡控制微分方程，应用 Galerkin 法推导了三维有限元计算公式；张耀等^[6]运用微分方程的求解和贝塞尔函数的正交和展开定理得出寒区有保温层圆形隧道温度场的解析解，这些方法的求解过程比较复杂；冯强等^[7]采用 Laplace 积分变换的方法求解多层介质下寒区隧道温度场的解析解，但是对边界条件的处理过于简单，导致半径较大处温度场的相位差消失，而且也没有考虑空气与隧道壁之间对流换热过程，另外其采用的 Laplace 逆变换的数值方法随着时间的增大，误差会越来越大；夏才初等^[8]采用分离变量和 Laplace 变换相结合的方法进行求解了有保温层的寒区隧道瞬态温度场的显示解析解，并获得洞内气体年平均温度和温度振幅的显示解析解。

本文建立多层介质寒区隧道温度场的计算模型，采用 Laplace 变换及 Den Iseger 数值反演方法^[9-10]进行求解，该模型考虑了大气年平均温度与地层温度之间的差异以及气固对流换热过程，所采用的 Den Iseger 方法较 stehfest 方法^[11-12]具有更好的稳定性和准确性。通过计算衬砌外侧温度值是否为负，判别玉希莫勒盖隧道采用的保温措施能否保证隧道不受冻害影响，该方法的计算过程较简单。

1 热传导问题的描述

为使隧道衬砌结构受力合理，隧道内轮廓断面多采用三心圆，为获得隧道围岩传热的解析解，现需做如下假设：①隧道横断面为圆形；②认为各层之间完全接触，接触热阻较小，可忽略；③初始时刻，隧道围岩具有相同的初始温度，即，地层温度。

考虑隧道较长、埋深，即隧道围岩温度场符合平面模型，设隧道的半径为 r_0 ，隧道由保温层，衬砌及围岩 3 种介质组成，其分析模型及几何尺寸如图 2 所示。

采用极坐标，隧道保温层、衬砌及围岩热传导问题的控制方程为

$$\left. \begin{array}{l} DT_1 = a_1 BT_1 \quad (r_0 \leq r \leq r_1) \\ DT_2 = a_2 BT_2 \quad (r_1 \leq r \leq r_2) \\ DT_3 = a_3 BT_3 \quad (r_2 \leq r < \infty) \end{array} \right\}, \quad (1)$$

式中, 算子 $D = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$, $B = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$ 。而 $T_n = T_n(r, t)$ 为径向 r 处及 t 时刻的温度 ($^{\circ}\text{C}$), $n=1$ 为保温层, $n=2$ 为衬砌, $n=3$ 为围岩; r 为以隧道中心为原点的圆柱坐标 (m); t 为时间 ($t > 0$), d ; r_1 , r_2 分别为保温层和衬砌的外半径 (m); a_n 为导温系数 (m^2/d), $a_n = \lambda_n / c_n$; λ_n 为导热系数 ($\text{kJ}/(\text{m}\cdot\text{d}\cdot{}^{\circ}\text{C})$); c_n 为容积比热 ($\text{kJ}/(\text{m}^3\cdot{}^{\circ}\text{C})$)。

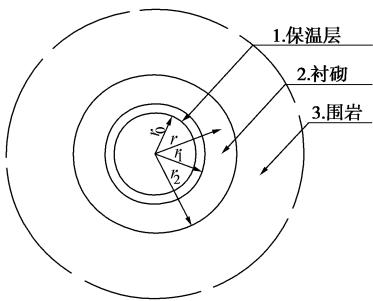


图 2 计算模型

Fig. 2 Computational model

问题的边界和初始条件分别为

$$\left. \begin{array}{l} -\lambda_1 \frac{\partial T_1(r_0, t)}{\partial r} = h [T_1(r_0, t) - T_c] \\ T_3(\infty, t) = T_0 \end{array} \right\}, \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1(r, 0) = T_0 \\ T_2(r, 0) = T_0 \\ T_3(r, 0) = T_0 \end{array} \right\}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} T_c = T_a + B \cos(\omega t + \varphi) \\ \omega = \frac{2\pi}{M} \end{array} \right\}, \quad (4)$$

式中, $T_c(t)$ 为 t 时刻隧道表面的气体温度 ($^{\circ}\text{C}$); B 为洞内气体温度的振幅; ω 为气体温度的频率; φ 为相位; h 为空气与衬砌壁之间的对流换热系数, ($\text{W}/(\text{m}^2\cdot{}^{\circ}\text{C})$); T_0 为保温层、衬砌和围岩的初始温度 ($^{\circ}\text{C}$), 并认为等于该深度处的地层温度; T_a 为大气的年平均气温 ($^{\circ}\text{C}$)。

问题的接触条件为

$$\left. \begin{array}{l} T_1(r_1, t) = T_2(r_1, t) \\ T_2(r_2, t) = T_3(r_2, t) \end{array} \right\}, \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 \frac{\partial T_1(r_1, t)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(r_1, t)}{\partial r} \\ \lambda_2 \frac{\partial T_2(r_2, t)}{\partial r} = \lambda_3 \frac{\partial T_3(r_2, t)}{\partial r} \end{array} \right\}. \quad (6)$$

2 Laplace 积分变换方法

隧道温度场的确定采用 Laplace 积分变换方法^[13-14]。时间函数 $f(t)$ 的 Laplace 积分变换 \bar{f} 定义为

$$\bar{f} = \bar{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt, \quad (7)$$

式中, s 为复数, $s = \sigma + i\omega$, 且 $\sigma > 0$ 。

Laplace 逆变换 \bar{f}^{-1} 定义为

$$f(t) = \bar{f}^{-1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \bar{f}(s) e^{st} ds. \quad (8)$$

3 热传导问题的求解

为了便于进行三者温度场解析计算, 将热传导问题作变量替换。取

$$\theta(r, t) = T(r, t) - T_0. \quad (9)$$

将变量替换式 (8) 分别代入式 (1) ~ 式 (6), 热传导问题可重新表示为

$$\left. \begin{array}{l} D\theta_1 = a_1 B \theta_1 \\ D\theta_2 = a_2 B \theta_2 \\ D\theta_3 = a_3 B \theta_3 \end{array} \right\}, \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} -\lambda_1 \frac{\partial \theta_1(r_0, t)}{\partial r} = h [\theta_1(r_0, t) - \theta_c] \\ \theta_3(\infty, t) = 0 \end{array} \right\}, \quad (11)$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1(r, 0) = 0 \\ \theta_2(r, 0) = 0 \\ \theta_3(r, 0) = 0 \end{array} \right\}, \quad (12)$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1(r_1, t) = \theta_2(r_1, t) \\ \theta_2(r_2, t) = \theta_3(r_2, t) \end{array} \right\}, \quad (13)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 \frac{\partial \theta_1(r_1, t)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial \theta_2(r_1, t)}{\partial r} \\ \lambda_2 \frac{\partial \theta_2(r_2, t)}{\partial r} = \lambda_3 \frac{\partial \theta_3(r_2, t)}{\partial r} \end{array} \right\}. \quad (14)$$

对热传导控制方程 (10) 进行 Laplace 积分变换, 即, 根据定义式 (7), 并利用初始条件 (12) 和边界条件 (11) 的第二式, 可得

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\theta}_1 = A_1 I_0(s_1 r) + A_2 K_0(s_1 r) \\ \bar{\theta}_2 = A_3 I_0(s_2 r) + A_4 K_0(s_2 r) \\ \bar{\theta}_3 = A_5 K_0(s_3 r) \end{array} \right\}, \quad (15)$$

式中, $I_m(*)$, $K_m(*)$ 为 m 阶第一和第二类变型 Bessel 函数, $s_n = \sqrt{s/a_n}$, 而 $A_1 \sim A_5$ 为积分参数, 由问题的边界和接触条件确定。

对边界条件 (11) 的第一式以及接触条件进行 Laplace 变换, 再结合式 (15), 有

$$\left. \begin{aligned} & A_1 [s_1 \lambda_1 I_1(s_1 r_0) + h I_0(s_1 r_0)] + A_2 [h K_0(s_1 r_0) - s_1 \lambda_1 K_1(s_1 r_0)] \\ & = h \left[\frac{(T_a - T_0)}{s} + B \left(\frac{s \sin \varphi + \omega \cos \varphi}{s^2 + \omega^2} \right) \right] \\ & A_1 I_0(s_1 r_1) + A_2 K_0(s_1 r_1) = A_3 I_0(s_2 r_1) + A_4 K_0(s_2 r_1) \\ & A_3 I_0(s_2 r_2) + A_4 K_0(s_2 r_2) = A_5 K_0(s_3 r_2) \\ & A_1 I_1(s_1 r_1) - A_2 K_1(s_1 r_1) = \alpha [A_3 I_1(s_2 r_1) - A_4 K_1(s_2 r_1)] \\ & A_3 I_1(s_2 r_2) - A_4 K_1(s_2 r_2) + \beta A_5 K_1(s_3 r_2) = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

式中, $\alpha = \sqrt{\lambda_2 c_2 / (\lambda_1 c_1)}$, $\beta = \sqrt{\lambda_3 c_3 / (\lambda_2 c_2)}$ 。

解代数方程组 (16), 有

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -\frac{\Delta_3 \Delta_6}{\Delta_2 \Delta_5 - \Delta_3 \Delta_4} \\ A_2 &= \frac{\Delta_2 \Delta_6}{\Delta_2 \Delta_5 - \Delta_3 \Delta_4} \\ A_3 &= \frac{\Delta_6 [\Delta_3 I_1(s_1 r_1) + \Delta_2 K_1(s_1 r_1)]}{\alpha (\Delta_2 \Delta_5 - \Delta_3 \Delta_4) [\Delta_1 K_1(s_2 r_1) - I_1(s_2 r_1)]} \\ A_4 &= \frac{\Delta_1 \Delta_6 [\Delta_3 I_1(s_1 r_1) + \Delta_2 K_1(s_1 r_1)]}{\alpha (\Delta_2 \Delta_5 - \Delta_3 \Delta_4) [\Delta_1 K_1(s_2 r_1) - I_1(s_2 r_1)]} \\ A_5 &= \frac{\Delta_6 [\Delta_3 I_1(s_1 r_1) + \Delta_2 K_1(s_1 r_1)] [I_0(s_2 r_2) + \Delta_1 K_0(s_2 r_2)]}{\alpha K_0(s_3 r_2) (\Delta_2 \Delta_5 - \Delta_3 \Delta_4) [\Delta_1 K_1(s_2 r_1) - I_1(s_2 r_1)]} \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{K_0(s_3 r_2) I_1(s_2 r_2) + \beta K_1(s_3 r_2) I_0(s_2 r_2)}{K_0(s_3 r_2) K_1(s_2 r_2) - \beta K_1(s_3 r_2) K_0(s_2 r_2)} \\ \Delta_2 &= I_0(s_1 r_1) + \frac{I_1(s_1 r_1) [I_0(s_2 r_1) + \Delta_1 K_0(s_2 r_1)]}{\alpha [K_1(s_2 r_1) \Delta_1 - I_1(s_2 r_1)]} \\ \Delta_3 &= K_0(s_1 r_1) + \frac{K_1(s_1 r_1) [I_0(s_2 r_1) + \Delta_1 K_0(s_2 r_1)]}{\alpha [I_1(s_2 r_1) - K_1(s_2 r_1) \Delta_1]} \\ \Delta_4 &= s_1 \lambda_1 I_1(s_1 r_0) + h I_0(s_1 r_0) \\ \Delta_5 &= h K_0(s_1 r_0) - s_1 \lambda_1 K_1(s_1 r_0) \\ \Delta_6 &= h \left[\frac{(T_a - T_0)}{s} + B \left(\frac{s \sin \varphi + \omega \cos \varphi}{s^2 + \omega^2} \right) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

将式 (17)、(18) 代入式 (15), 进行 Laplace 逆变换式, 并代入变量替换式 (9), 可得保温层、衬砌和围岩温度解析, 即

$$T_n(r, t) = \theta_n(r, t) + T_0 \quad (n=1 \sim 3). \quad (19)$$

4 热传导问题的求解

由于将 Laplace 域上的解进行逆变换得到时间域上的解在实际计算时较困难, 一般采用数值方法来得到其近似的逆变换的解。文献[7]采用 stehfest 方法对 Laplace 逆变换进行数值计算, 但是该法在计算一般函数时, 误差较小; 但是对于周期函数来说, 当 $t=nM$,

($n=1, 2, \dots$) 时, 通过 stehfest 方法得到的数值结果只在第一周期内误差相对较小, 而随着周期数的增大其误差会越来越大。

4.1 Den Iseger 法

Den Iseger 法属于 Fourier 级数法^[10], 该方法采用高斯正交法则和快速 Fourier 变换 (FFT) 来进行计算的。其公式为

$$\bar{f}_k = \frac{4}{\Delta} \sum_{j=1}^{n/2} \beta_j \left\{ \operatorname{Re} \left[\bar{f} \left(a + i \lambda_j + \frac{2i\pi k}{M_2} / \Delta \right) \right] \right\}, \quad (20)$$

$$\bar{f}_0 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n/2} \beta_j (\bar{f}_{j0} + \bar{f}_{jM_2}). \quad (21)$$

式中 $M_2 = 8M$, M 为时间列阵中元素的个数; $a = 44/M_2$; $n = 16$; $k = 0, 1, \dots, M_2$; $j = 1, 2, \dots, n/2$; $\Delta = t_{\max} / (M - 1)$ 。根据文献[10]的计算方法可得:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 0 & \beta_1 &= 1 \\ \lambda_2 &= 6.28318530 & \beta_2 &= 1.00000000 \\ \lambda_3 &= 12.5663706 & \beta_3 &= 1.00000015 \\ \lambda_4 &= 18.8502914 & \beta_4 &= 1.00081841 \\ \lambda_5 &= 25.2872172 & \beta_5 &= 1.09580332 \\ \lambda_6 &= 34.2969716 & \beta_6 &= 2.00687652 \\ \lambda_7 &= 56.1725527 & \beta_7 &= 5.94277512 \\ \lambda_8 &= 170.533131 & \beta_8 &= 54.9537264 \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

将式 (20) 按照式 (23) 进行 FFT 计算,

$$f_m = \frac{1}{M_2} \sum_{k=0}^{M_2-1} \bar{f}_k \cos \left(\frac{2\pi m k}{M_2} \right), \quad (23)$$

式中, $m = 0, 1, \dots, M - 1$ 。

可得 Laplace 数值逆变换的结果为

$$f(t) = e^{at} f_m. \quad (24)$$

该方法的最终结果是将 t 进行 M 等分的时间点所对应的值。

4.2 对比分析

针对寒区隧道基本都是处于呈正弦或余弦的大气温度的环境中, 现以式 (25)、(26) 简单正弦函数为例, 进行验算分析, 得到如图 2 所示的结果。

$$f(t) = \sin(2\pi t / 365), \quad (25)$$

经查表法知:

$$\bar{f} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}, \quad (26)$$

式中, $\omega = 2\pi/365$ 。

从图 3 可以看出, stehfest 法在第一周期内与真值的吻合程度还可基本满足要求, 但随着时间的增大, 逐渐衰减, 已不能满足工程需要; 而本文采用的基于高斯正交法的 Fourier 级数法与真值的吻合程度明显优于 stehfest 方法, 具有稳定性好, 计算速度快的特点。

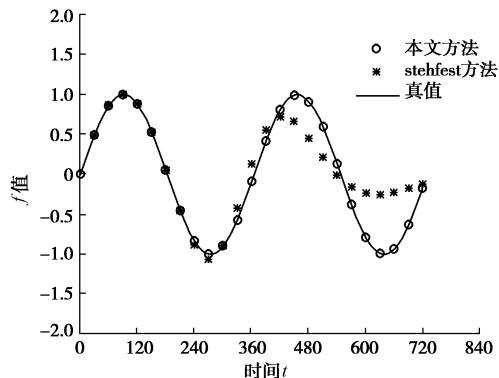


图 3 Den Iseger 法与 stehfest 法结果对比

Fig. 3 Comparison between stehfest method and Den Iseger method

5 玉希莫勒盖隧道保温层计算

5.1 计算结果

以新疆天山玉希莫勒盖隧道为例, 该隧道是处于深度季节性冻土的环境中, 现场通过敷设 5 cm 保温层确保围岩在冬季不发生冻胀现象。保温层、衬砌以及围岩的相关参数见表 1 所示。通过现场监测该隧道所在位置的大气温度为

$$T_c(t) = -2.203 - 13.51 \sin \left[\frac{2\pi}{365} (t - 35.35) \right] \quad (27)$$

表 1 3 种介质的参数

Table 1 Parameters of three materials

名称	厚度/m	导热系数 λ $/(W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$	容积比热 C $/(kJ \cdot m^{-3} \cdot ^\circ C^{-1})$
保温层	0.05	0.03	72
衬砌	0.60	1.45	2460
围岩	—	1.96	2090

隧道半径 r 为 4.5 m, 对流换热系数为 $15 W/(m^2 \cdot ^\circ C)$, 通过现场监测可知地层温度为 $2.9^\circ C$ 。用 Matlab 对 Laplace 逆变换进行反演得到保温层与衬砌的温度, 如图 4 所示。

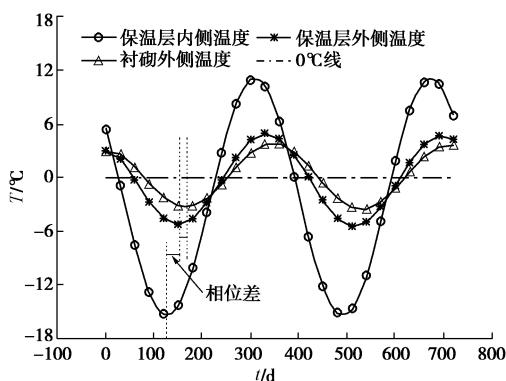


图 4 采用 5 cm 保温层时保温层与衬砌温度曲线

Fig. 4 Temperature curves of insulation layer and lining using 5 cm insulation layer

从图 4 可以看出, 5 cm 保温层内外侧最大温差为

$9.63^\circ C$, 说明保温层起到明显的保温作用; 但是衬砌外侧的温度仍小于 $0^\circ C$, 说明 5 cm 保温层无法保证玉希莫勒盖隧道围岩不发生冻融循环。衬砌内外层的温差约为 $1.92^\circ C$, 说明整个衬砌对温度传递的阻止作用较弱; 保温层与围岩都随着大气温度呈周期变化, 并且随着径向进深的增加, 温度曲线将出现一定的相位差。

为验证该结果的正确性, 采用 ANSYS 软件对该工程进行模拟计算, 模型断面仍选择圆形, 并取相变区间为 $[-1.5, 0]$, 根据试验测得围岩密度为 2010 kg/m^3 , 含水率为 59%, 冻结围岩的容积热容为 $1890 \text{ kJ/(m}^3 \cdot {^\circ C})$, 其他参数见表 1 所示, 得保温层与衬砌温度结果如图 5 所示。

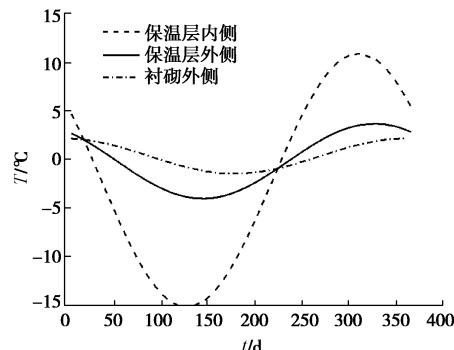


图 5 ANSYS 计算结果

Fig. 5 Results of ANSYS

从图 5 中可以看出, ANSYS 计算结果也显示 5 cm 保温层不足以保证隧道不发生冻害; 图 4 和图 5 的结果显示温度曲线都呈周期变化, 并且随着半径的增大都出现相位差。

在图 4 中, 保温层内外侧和衬砌外侧的最低温度分别为 $-15.2^\circ C$, $-5.22^\circ C$, $-3.18^\circ C$; 而在图 5 中三者的最低温度分别为 $-15.17^\circ C$, $-4.01^\circ C$ 和 $-1.44^\circ C$; 三者在两结果中分别相差 $0.03^\circ C$, $1.21^\circ C$ 和 $1.74^\circ C$ 。出现偏差的主要原因是: 铺设 5 cm 保温层时小部分围岩仍将发生冻结而产生相变, 使得本文计算保温层厚度偏大, 但总体相差不大。

5.2 保温层厚度的确定

根据以上计算, 现场采用 5 cm 保温层只能减缓或弱化季节性冻胀的影响, 而不能保证该隧道围岩不发生冻害。为保证隧道长期的健康安全, 计算在不同年限内隧道不受冻害影响的保温层厚度, 见图 6 (a) ~ (c) 所示。

从图 6 (a) 可以看出, 16 cm 保温层只可保证第一年冬季不发生冻胀, 从第二年开始, 随着时间的延长, 冻胀效应逐渐增强, 保温层作用逐渐减弱。图 6 (b) 显示 21 cm 保温层可保证隧道围岩 9 a 内不发生冻融循环, 在图 6 (c) 中, 24 cm 保温层可保证 15 a

不发生冻融循环；超过安全年限后隧道围岩将发生冻害。隧道衬砌外侧的最低温度随着时间的延长而逐渐降低，主要是因为地温与大气年平均温度有差异，两者需要通过热量交换与传递而达到新的平衡。

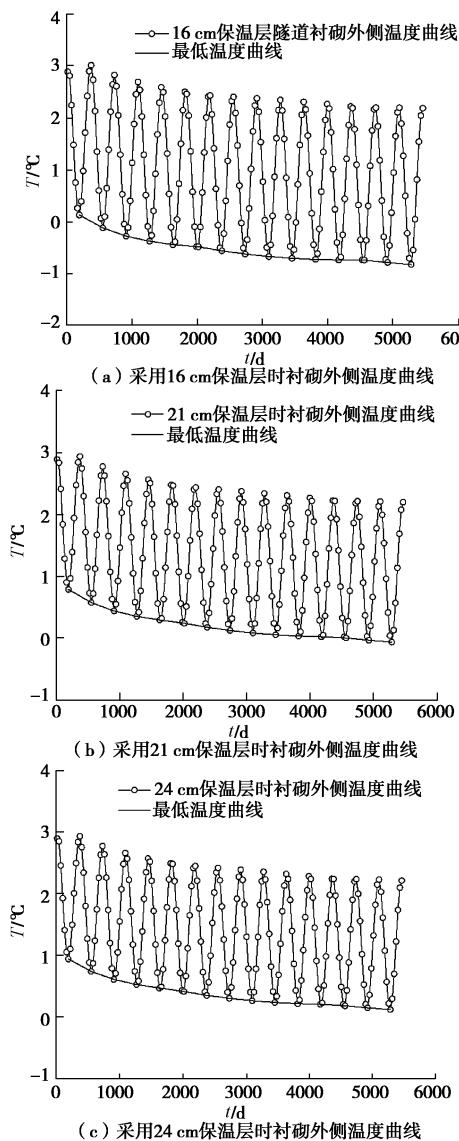


图6 不同厚度保温层衬砌外侧在15年内的温度曲线

Fig. 6 Temperature curves of outer edge of lining in 15 years using insulation layers with different thicknesses

针对该二级公路隧道，设计服务年限至少为50 a，因此计算保证该年限内不发生冻害的保温层厚度为27 cm，结果如图7所示。

5.3 参数分析

当隧道开挖完成后，冷空气在隧道内流通时将与之发生热量交换，而该过程可分为两个子过程：气体与固体之间的对流换热过程和固体与固体之间的热传导过程。除了各种介质的热传导系数和体积热容以外，影响整个温度场的参数主要还有对流换热系数、年平均气温以及地层温度，现对其分别进行分析：

(1) 对流换热系数

空气自然对流换热系数的取值范围一般为5~25 W/(m²·°C)，而寒区隧道中的固体主要为衬砌（此时未铺设保温层）与保温层两种介质，现考虑固体分别为这两种介质，对流换热系数分别取为5, 10, 15, 20和25 W/(m²·°C)时固体表面的温度，计算结果见图8(a)、8(b)所示。

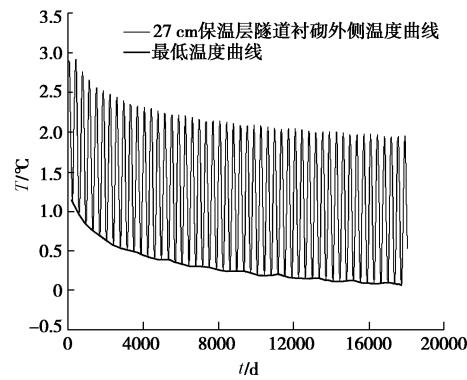


图7 50 a 不发生冻害所需保温层厚度

Fig. 7 Thickness of insulation layer without frozen heave in 50 years

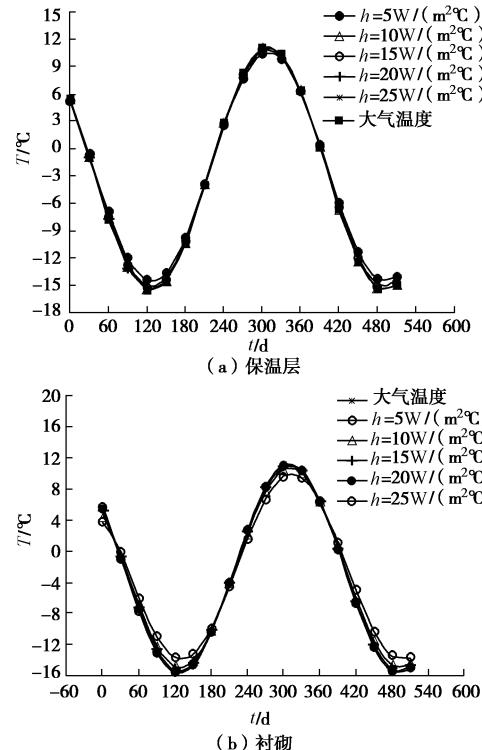


图8 不同对流换热系数固体内侧温度-时间曲线

Fig. 8 Relationship between temperature inside solid and time under different convective heat transfer coefficients

从上述结果可以看出，在不同固体介质和对流换热系数下，固体介质表面与大气温度的最大差值见表2所示。

表 2 固体表面与大气温度的最大差值

Table 2 Maximum differences between solid surface and air temperatures

固体介质	最大差值/℃	
	对流换热系数	对流换热系数
	$h=5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$	$h=25 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
保温层	1.223	0.258
衬砌	2.171	0.285

从该结果可以看出, 当固体介质不变, 对流换热系数越小时, 固体表面温度与大气温度差别越大; 当对流换热系数一定时, 固体导热系数越大, 固体表面温度与大气温度差别越大, 结合图 8 可以看出最大差值主要发生在温度曲线的波峰和波谷。

现通过计算得出在不同对流换热系数下, 保证玉希莫勒盖隧道在 50 a 内不发生冻害所需要的保温层厚度, 见表 3 所示。

表 3 对流系数对保温层厚度的影响

Table 3 Influence of convective heat transfer coefficients on thickness of insulation layer

对流换热系数/(W·m ⁻² ·°C ⁻¹)	5	10	15	20	25
所需保温层厚度/cm	25.7	26	26.2	26.2	26.2

由表 3 结果可知, 不同对流换热系数下所需保温层厚度基本相当, 误差在 2% 左右, 所以认为该因素的影响较小。

(2) 年平均气温

年平均气温对寒区隧道保温层的设计有着重要的影响, 图 9 显示在不同年平均气温下, 保证隧道在特定年限内不发生冻害所需保温层的厚度。

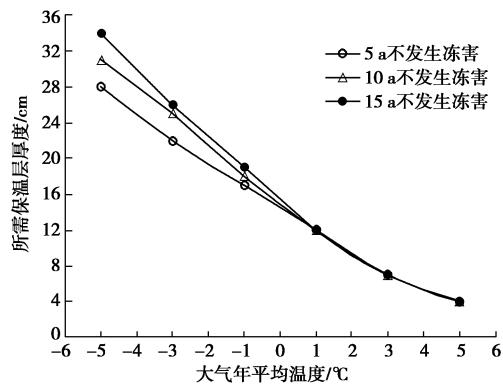


图 9 保温层厚度与大气年平均温度的关系

Fig. 9 Relationship between thickness of insulation layer and annual mean temperature

从该结果中可以看出, 玉希莫勒盖隧道的地温为 2.9°C, 保证一定年限内不发生冻害所需保温层厚度随着年平均气温的升高而逐渐减小; 当年平均气温大于 0°C 时, 保证在 5 a, 10 a 和 15 a 内不发生冻害所需的

保温层厚度基本相同。

(3) 地层温度

地层温度是大体判断该地区为多年冻土区或季节性冻土区的指标, 本文主要针对季节性冻土区进行研究, 现对地层温度分别取 1°C, 2°C, 2.9°C, 4°C 和 5°C, 并铺设 5 cm 保温层时, 计算衬砌外侧的温度, 其结果见图 10 和表 4 所示。

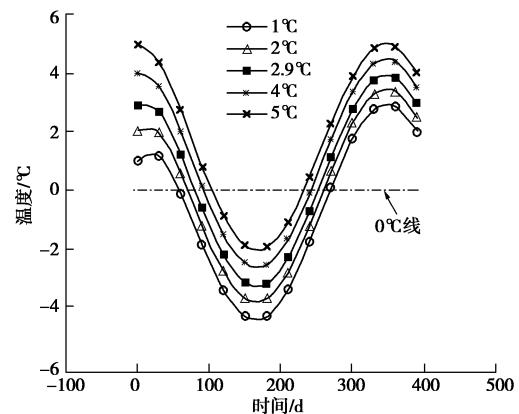


图 10 不同地层温度时衬砌外侧温度

Fig. 10 Temperature at outer edge of lining under different formation temperatures

保证隧道在设计年限内不发生冻害所需要的最小保温层厚度见表 4 所示。

表 4 不同地层温度所需保温层厚度

Table 4 Thickness of insulation layer under different formation temperatures

序号	地层温度/℃	所需保温层厚度/cm
1	1.0	66.0
2	2.0	36.0
3	2.9	26.2
4	4.0	20.0
5	5.0	17.0

从计算结果可以看出, 随着地层气温的升高, 衬砌外缘的最低温度逐渐升高, 保证隧道在设计年限内不发生冻害所需的保温层最小厚度逐渐减小。

(4) 结果分析

由以上分析可知, 对流换热系数对保温层厚度的设计影响较小, 所以着重考虑年平均气温和地层温度的影响, 对地层温度和大气年平均温度的不同组合进行计算, 并对计算结果与地层温度按双曲线规律进行拟合, 即 $y = E + F/T_0$, 其中, y 表示所需保温层的厚度, E 和 F 为与大气年平均温度有关的参数, 结果见图 11 和表 5 所示。

从上述结果可以看出, 相关系数均在 0.995 以上, 说明拟合效果良好, 其中参数 E 和 F 是大气年平均温度的函数, 现对参数 E 进行多项式拟合, 对 F 进行线性拟合, 结果如图 12 和表 6 所示。

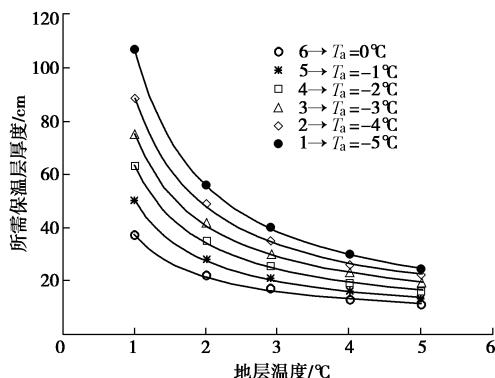


图 11 保温层厚度与地层温度的拟合曲线

Fig. 11 Fitting curves between insulation layer thickness and formation temperature

表 5 拟合参数

Table 5 Fitting parameters

线号	E	F	R^2
1	4.0623	103.1400	0.9998
2	5.7433	83.7900	0.9986
3	5.8050	69.7110	0.9982
4	4.8983	58.4831	0.9986
5	4.6429	45.6615	0.9979
6	5.2753	32.0823	0.9951

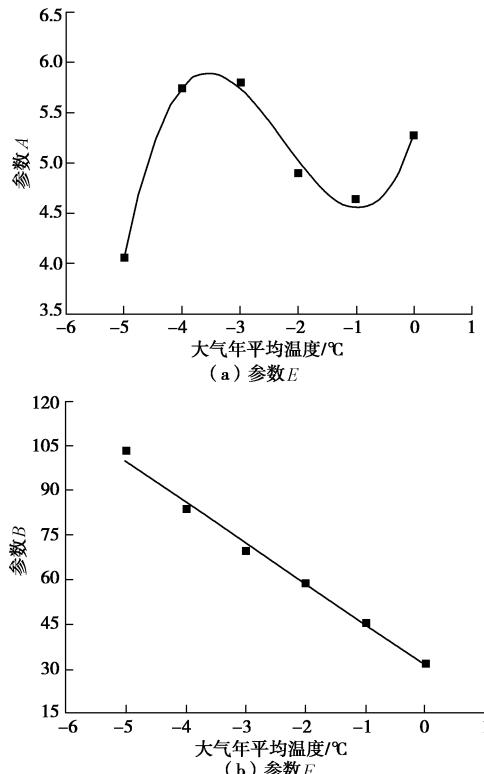


图 12 参数与年平均气温的拟合曲线

Fig. 12 Fitting curves of parameters and annual mean temperatures

表 6 参数与年平均气温的拟合结果

Table 6 Fitting results of parameters and annual mean temperatures

参数	拟合方程	R^2
E	$E = 5.2992 + 1.6779T_a + 1.0915T_a^2 + 0.1611T_a^3$	0.9689
F	$F = 31.1279 - 13.74T_a$	0.9907

将表 6 中 E 和 F 的拟合公式代入双曲线型的拟合公式，即可得到考虑地层温度和大气年平均温度两主要因素时，所需保温层厚度的拟合公式为

$$y = 5.2992 + 1.6779T_a + 1.0915T_a^2 + 0.1611T_a^3 + \frac{31.1279 - 13.74T_a}{T_0} \quad (28)$$

6 结 论

(1) 在考虑对流换热过程中，通过对玉希莫勒盖隧道保温层厚度确定问题进行 Laplace 变换及逆变换数值计算，建立了多层介质寒区隧道保温层计算的解析分析方法，可以为物理模拟和数值模拟提供理论依据。

(2) 计算显示，玉希莫勒盖隧道现场只铺设 5 cm 厚的保温层不能保证隧道围岩不发生冻胀现象；保温层、衬砌和围岩中的温度都随时间呈简谐振动，但随着半径的增大振幅逐渐减小。

(3) 通过对玉希莫勒盖隧道实际需要保温层厚度的计算可知，保证其在设计年限内不发生冻胀所需的最小保温层厚度为 27 cm。

(4) 通过对对流换热系数、年平均气温以及地层温度 3 个因素的敏感性进行分析得出，对流换热系数对整个温度场的最大值和最小值略有影响，但对保温层厚度的确定影响较小；随着年平均气温的升高所需的保温层厚度逐渐减小，保证隧道不发生冻害的年限越大所需要的厚度也越大；而随着地层温度的升高，所需保温层厚度逐渐减小。

(5) 通过对地层温度和年平均气温两主要影响因素进行拟合分析，得出所需保温层厚度的拟合计算公式，即式 (28)，它可为该地区其他隧道的修建提供一定的指导意义。

(6) 隧道温度场的热控制方程是包括保温层在内的 3 层介质，所以在确定保温层厚度公式的推导中认为保温层起到保温隔热作用而不发生相变；此外，为了得到完备解析解，假设隧道内轮廓线为圆形，也将使得该解析解与实际情况会有一定的偏差。

参 考 文 献：

- [1] 张学富, 喻文兵, 刘志强. 寒区隧道渗流场和温度场耦合问题的三维非线性分析[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1095 - 1100. (ZHANG Xue-fu, YU Wen-bing, LIU Zhi-qiang. Three-dimensional nonlinear analysis for coupled problem of seepage field and temperature field of cold regions tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(9): 1095 - 1100. (in Chinese))

- [2] BONACINA C, COMINI G, FASANO A, et al. Numerical solution of phase-change problems[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1973, **16**(6): 1852 - 1832.
- [3] TAKUMI K, TAKASHI M, KOUICHI F. An estimation of inner temperature at cold region tunnel for heat insulator design[J]. Journal of Structural Engineering (A), 2008, **54**(A): 32 - 38.
- [4] LAI Yuan-ming, LIU Song-yu, WU Zi-wang, et al. Approximate analytical solution for temperature fields in cold regions circular tunnels[J]. Cold Regions Science and Technology, 2002, **13**(4): 43 - 49.
- [5] 张学富, 赖远明, 喻文兵, 等. 寒区隧道温度场三维空间非线性分析 [J]. 土木工程学报, 2004, **37**(2): 47 - 53. (ZHANG Xue-fu, LAI Yuan-ming, YU Wen-bing, et al. Nonlinear analysis for the three-dimensional temperature fields in cold region tunnels[J]. Journal of Civil Engineering, 2004, **37**(2): 47 - 53. (in Chinese))
- [6] 张 耀, 何树生, 李靖波. 寒区有隔热层圆形隧道温度场解析计算[J]. 冰川冻土, 2009, **31**(1): 113 - 118. (ZHANG Yao, HE Shu-sheng, LI Jing-bo. Analytic solutions for the temperature fields of a circular tunnel with insulation layer in cold region[J]. Journal of glaciology and geocryology, 2009, **31**(1): 113 - 118. (in Chinese))
- [7] 冯 强, 蒋斌松. 寒区隧道温度场 Laplace 变换解析计算[J]. 采矿与安全工程学报, 2012, **29**(3): 391 - 395. (FENG Qiang, JIANG Bin-song. Analytical calculation on temperature field of tunnels in cold region by laplace integral transform[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2012, **29**(3): 391 - 395. (in Chinese))
- [8] 夏才初, 张国柱, 肖素光. 考虑衬砌和隔热层的寒区隧道温度场解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(9): 1767 - 1773. (XIA Cai-chu, ZHANG Guo-zhu, XIAO Su-guang. Analytical solution to temperature fields of tunnel in cold region considering lining and insulation layer[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(9): 1767 - 1773. (in Chinese))
- [9] TOUTAIN J, BATTAGLIA J L, et al. Numerical inversion of laplace transform for time resolved thermal characterization experiment[J]. Journal of Heat Transfer, 2011, **133**(4): 1 - 3.
- [10] Peter den Iseger. Numerical transform inversion using Gaussian quadrature[J]. Probability in Engineering and Informational Sciences, 2006, **20**(1): 1 - 44.
- [11] 刘利强. Laplace 反变换的一种数值算法[J]. 内蒙古工业大学学报, 2002, **21**(1): 47 - 49. (LIU Li-qiang. The inverse Laplace transform in numerical form[J]. Journal of Inner Mongo Lia University of Technology, 2002, **21**(1): 47 - 49. (in Chinese))
- [12] 王照亮, 张克舫, 李华玉. 一种求解复合圆筒壁非稳态导热问题的新方法[J]. 石油大学学报, 2005, **29**(2): 89 - 92. (WANG Zhao-liang, ZHANG Ke-fang, LI Hua-yu. A new approximate solution for multiple-layer cylindrical walls of unsteady-state heat conduction[J]. Journal of the University of Petroleum, China, 2005, **29**(2): 89 - 92. (in Chinese))
- [13] 谢鸿政, 杨枫林. 数学物理方程[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 272 - 287. (XIE Hong-zheng, YANG Feng-lin. Differential equations in mathematical physics[M]. Beijing: Science Press, 2008: 272 - 287. (in Chinese))
- [14] 于 涛. 数学物理方程与特殊函数[M]. 北京: 科学出版社, 2008. (YU Tao. Differential equations in mathematical physics and special function[M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese))