

DOI: 10.11779/CJGE201410012

# 一种新的岩石非线性流变损伤模型研究

杨圣奇, 徐 鹏

(中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221008)

**摘要:** 传统岩石流变模型由线性元件组合而成, 不能很好地描述流变过程中的加速流变阶段, 通过分析岩石流变过程中微裂纹的压闭和扩展过程, 将损伤力学引入岩石流变模型中, 采用 Kachanov 提出的损伤律, 将岩石流变过程分为阶段一(衰减、稳态蠕变阶段)和阶段二(加速蠕变阶段)两个部分, 推导了岩石在两阶段中损伤演化方程, 通过参数敏感性分析发现应力水平的大小对损伤演化过程有较大影响。结合有效应力观点建立了岩石非线性损伤流变模型, 该模型能较好的描述岩石的衰减、稳态和加速流变阶段, 同时简要分析了模型的松弛特性。采用该岩石非线性损伤流变模型对泥岩在围压为 5 MPa 与轴向偏应力水平为 43 MPa 的蠕变试验结果进行了模拟, 验证了损伤流变模型的合理性, 保持其他参数不变, 更改应力水平的大小, 得到不同应力水平下的非线性损伤蠕变模型曲线, 与试验结果较为相符, 而采用西原流变模型对试验结果进行模拟, 在加速流变阶段两者差别较大。

**关键词:** 岩石力学; 非线性流变; 损伤变量; 加速蠕变; 本构模型

中图分类号: TU485 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)10-1846-09

**作者简介:** 杨圣奇(1978-), 男, 江苏盐城人, 博士后, 教授, 博士生导师, 主要从事深部岩石力学与地下工程方面的教学和研究工作。E-mail: yangsqi@hotmail.com。

## A new nonlinear rheological damage model for rock

YANG Sheng-qi, XU Peng

(State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou  
221008, China)

**Abstract:** The traditional rheological models for rock consisting of linear components can not describe very well the accelerating creep stage. The closure and expansion of microcracks in the process of rock rheology are analyzed, and the damage mechanics is introduced to construct a new rheological model. The damage law put forward by Kachanov is adopted and the rheological process of rock is divided into the first phase (the initial attenuation creep stage and the steady-state creep stage) and the second phase (the accelerating creep stage), and the corresponding damage evolution equations are deduced. By analyzing the sensitivity of creep parameters, the stress level has a great influence on the damage evolution characteristics. The nonlinear rheological damage model for rock is established based on the effective stress law, and the stress relaxation property is also analyzed. This nonlinear rheological model can describe the complete creep curve very well. Using this model to simulate the whole creep process of mudstone under the confining pressure of 5 MPa and axial deviatoric stress of 43 MPa, it shows that the nonlinear rheological damage model is right and reasonable. Several calculated damage model curves under different stress levels are shown, which are coincident with practical curves. By comparing the creep test curves with those of Nishihara visco-elastoplastic rheological model, the difference is great between the model curves and the practical ones especially at the accelerating creep stage.

**Key words:** rock mechanics; nonlinear rheology; damage variable; accelerating creep; constitutive model

## 0 引言

岩石流变是岩石工程围岩变形失稳的重要原因之一, 研究岩石的流变特性对于保障重大岩石工程的长期稳定与安全运营具有重要的理论意义与实践价值<sup>[1]</sup>。通常而言, 建立流变本构模型的方法主要有两种: 一种是通过岩体或岩石的流变试验, 直接将岩石流变试

验曲线用经验方程来拟合, 这种方法拟合效果较好, 但模型的物理意义并不明确; 或者根据流变试验结果, 通过采用传统模型元件串并联组合而成, 然后通过对

基金项目: 国家自然科学基金项目(41272344); 国家重点基础研究发展计划项目(2014CB046905); 江苏省自然科学基金项目(BK2012568)

收稿日期: 2013-11-25

元件模型进行辨识以及参数反演法等, 确定出待定的流变模型元件参数<sup>[2]</sup>。陶波等<sup>[3]</sup>对西原模型的适应性进行了研究, 给出了模型参数的确定方法, 夏才初等<sup>[4-5]</sup>提出了同时包含黏弹性、黏塑性、黏性和黏弹塑性 4 种基本流变力学态的统一流变力学模型, 给出了模型的辨识方法, 尽管如此, 由于传统流变模型是由线性元件线性组合而成的, 因此, 无论模型中元件有多少, 模型多复杂, 最终模型只能反映线粘弹塑性的特征, 不能描述加速流变阶段<sup>[1]</sup>, 因此, 越来越多的非线性流变模型被提出。邓贵荣等<sup>[6]</sup>提出一种非线性粘滞阻尼器, 该阻尼器所受应力与其蠕变加速度大小成正比, 用该模型描述加速流变阶段取得了较好效果; 宋勇军等<sup>[7]</sup>提出了一种含分数阶的软体元件 FC 元件, 来反映岩石的粘弹性; 杨圣奇等<sup>[9]</sup>通过假定岩石非线性剪切流变模型是时间的 Weibull 分布函数, 提出了一个新的非线性流变元件 NRC 模型, 并与时间函数结合来描述加速流变阶段; 杨圣奇等<sup>[10]</sup>考虑剪切流变试验中黏聚力和内摩擦系数随时间的变化关系, 建立了考虑黏聚力和内摩擦系数的非线性黏塑性体 (FC-NVPB), 并据此提出了非线性黏弹塑性模型, 取得了较好效果; 张治亮等<sup>[11]</sup>对徐卫亚等提出的 NRC 模型进行改进, 与传统 Kelvin 模型结合组成四元件非线性黏弹塑性流变模型。另一种是采用内时理论、断裂力学以及损伤力学理论来建立岩石流变本构模型, 根据这种方法建立的流变本构模型能较好的描述岩石的加速流变阶段。秦跃平等<sup>[12]</sup>在两条基本假定的基础上改进了 Kachanov 提出的蠕变损伤模型, 推导了适用于任何应变不减小的加载和卸载过程的损伤演化统一微分方程; 朱昌星等<sup>[13]</sup>在非线性黏弹塑性流变模型的基础上, 根据时效损伤和损伤加速门槛值的特点, 建立了非线性蠕变损伤模型; 徐卫亚等<sup>[14]</sup>通过对绿片岩全程蠕变曲线的分析, 定义了绿片岩蠕变损伤变量随时间变化的分段函数, 认为蠕变损伤仅出现在加速流变阶段, 将损伤变量引入广义的 Bingham 模型得到绿片岩的蠕变损伤本构模型; 朱杰兵等<sup>[15]</sup>、黄耀英等<sup>[16]</sup>将岩石的蠕变损伤变量假定为负指数函数形式, 采用损伤 Burgers 模型来描述岩石的蠕变特性; 刘桃根等<sup>[17]</sup>将 Kachanov 提出的蠕变损伤模型改进为分段函数, 用于描述加速流变阶段; 张耀平等<sup>[18]</sup>在传统的 Burgers 模型基础上引入损伤软化函数和硬化函数, 建立了一个统一的非线性蠕变方程。

Kachanov 提出的蠕变损伤模型能反映岩石蠕变损伤的稳态、加速蠕变阶段, 但不能反映衰减蠕变阶段特性, 实质上, 衰减蠕变阶段的蠕变特性是由于损

伤的不断增加, 有效应力随之增大, 从而使应变速率不断增加的结果<sup>[12]</sup>, 而传统的模型流变方程只能描述衰减和稳态流变阶段, 无法较好的描述加速流变阶段。因此, 在加速流变阶段引入蠕变损伤能较好的完整描述岩石的流变过程<sup>[9-10, 15-16]</sup>, 秦跃平等<sup>[12]</sup>认为, 如果岩石不存在明显的缺陷, 则其破坏机理并不随应变的增大发生突变, 其本构方程在全应变范围内应当只有一个, 据此建立了统一流变损伤流变方程, 但不能很好的描述低应力水平下岩石的挤压密实、原始裂纹的压闭等特性, 因此, 本文将损伤力学引入岩石流变模型中, 通过探究岩石流变过程中损伤变量的变化, 得到岩石的统一损伤流变模型, 该模型能较好的描述不同应力水平下岩石的衰减、稳态和加速流变特性。

## 1 损伤变量的提出

岩体是基于孔隙基质并含有节理、裂隙的非连续体<sup>[19]</sup>, 孙钧等<sup>[2]</sup>通过观察单轴和三轴压缩蠕变试验的结果, 认为低应力水平下岩石的蠕变变形主要由介质的挤压密实、原始裂纹的压闭等引起, 随时间增长几乎没有任何新的微观损伤产生, 较高水平的持续应力作用下, 岩石的微观组构随时间不断变化, 不仅表现在蠕变变形过程中大量微观裂纹的产生和扩展, 而且可以逐渐形成微观主裂纹并持续发展。这里, 引入损伤变量  $D$  来描述岩石的裂纹扩展及损伤变化情况。由于原岩中含有不同尺度的初始裂隙或损伤, 可以认为, 在不同的应力水平下, 岩石在加载瞬时产生的损伤变量初始值并不为零, 即  $D|_{t=0} \neq 0$ 。在岩石蠕变过程中, 应力作用下微裂纹的产生和发展会引起损伤变量的增加, 反过来, 在较低应力水平下, 岩石的挤压密实、原始裂纹的压闭可以使损伤变量的值逐渐减小。

通过分析岩石的流变试验曲线, 根据岩石的应变变化率以及岩石的损伤变量随时间的变化规律可以将岩石流变曲线分为两个阶段。阶段一即衰减、稳态蠕变阶段, 在阶段一中, 岩石应变变化率随时间逐渐减小, 即  $\dot{\varepsilon}'' \leq 0$ , 岩石内部发生挤压密实, 原始裂纹压闭, 损伤变量减小, 即  $D' < 0$ ; 阶段二即加速蠕变阶段, 在阶段二中, 岩石应变变化率随时间逐渐增大, 即  $\dot{\varepsilon}'' > 0$ , 岩石内部的初始裂隙已经基本压缩闭合, 新的裂纹或损伤随时间逐渐产生, 因此损伤变量逐渐变大, 即  $D' > 0$ 。岩石的典型蠕变曲线如图 1 所示, 岩石的损伤变量在蠕变过程中的变化情况如图 2 所示。

损伤变量的提出最早出现在损伤力学中, Kachanov<sup>[19]</sup>对高温环境下工作的构件的脆性破坏进行了理论分析, 引入了一个连续性因子  $\Phi$  来描述材料

的损伤状态，并假定材料一旦受载，材料中的裂纹即开始扩展。基于上述假定，Kachanov 提出了如下演变方程

$$\frac{d\phi}{dt} = -a \left( \frac{\sigma_m}{\phi} \right)^n \quad . \quad (1)$$

式中  $a, n$  为材料常数； $\sigma_m$  为拉伸应力。其中连续性因子  $\Phi$  与损伤变量  $D$  满足如下关系式， $\Phi+D=1$ 。

带入上式可得，损伤变量的演化方程为

$$\frac{dD}{dt} = a \left( \frac{\sigma}{1-D} \right)^n \quad . \quad (2)$$

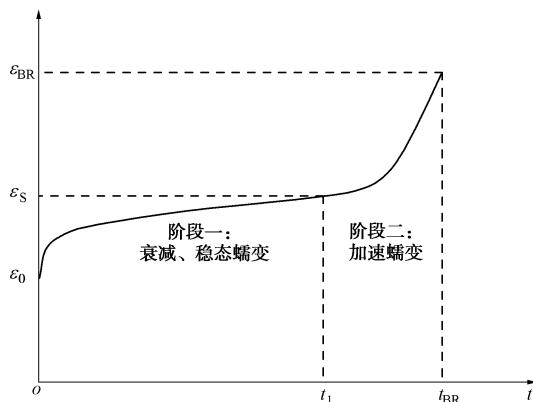


图 1 岩石的典型蠕变曲线

Fig. 1 Typical creep curve of rock

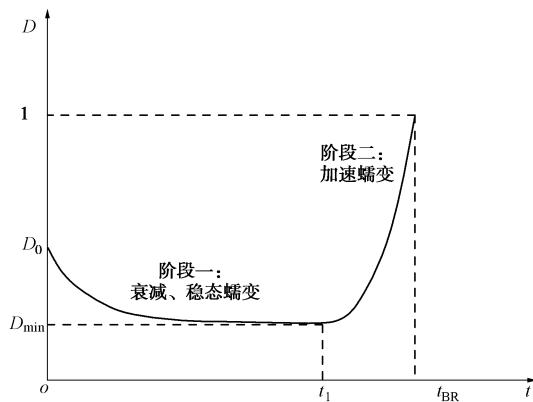


图 2 损伤变量全程变化曲线

Fig. 2 Evolution of damage variable with time

### 1.1 衰减与稳态蠕变过程中的损伤演化方程

岩石蠕变试验表明<sup>[1]</sup>，在岩石的衰减、稳态蠕变过程中，岩石蠕变速率随时间增加而减小，同时，在应力作用下，岩石的损伤变量将发生变化。采用 Kachanov 提出的演变方程作为损伤变量的损伤律，根据方程 (2)，同时考虑本文提出的边界条件，即  $D|_{t=0}=D_0 \neq 0$ ，将式 (2) 积分可得

$$\frac{(1-D_0)^{n+1}}{n+1} - \frac{(1-D)^{n+1}}{n+1} = a_1 \sigma^n t \quad , \quad (3)$$

式中， $D_0$  为损伤变量初始值， $n, a_1$  为材料常数， $\sigma$

为蠕变应力， $t$  为时间。为了分析得到各参数对损伤变量的影响，这里对岩石损伤演化方程中的参数逐一讨论。图 3 和图 4 均描述了方程参数变化时岩石的损伤变量与时间的关系。从图 3, 4 可以看出，应力水平增大时，模型的损伤变量急剧减小，试样迅速从衰减、稳态蠕变过渡到加速蠕变阶段，保持其余参数值不变，损伤变量初始值  $D_0$  越大，损伤变量衰减率越大，试样的衰减、稳态蠕变持续时间也随之增加。同时，方程参数  $n, a_1$  的取值对损伤变量也有较大影响，参数  $n$  越大，或参数  $a_1$  值越小，损伤变量随着时间的增加衰减得越迅速。

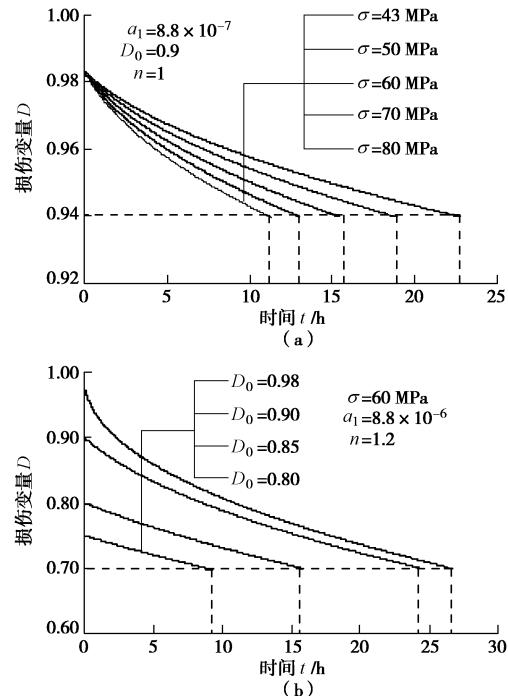


图 3 衰减与稳态蠕变过程中方程参数  $\sigma$  和  $D_0$  对损伤演化过程的敏感性分析

Fig. 3 Effect of creep damage parameters  $\sigma$  and  $D_0$  on damage evolution curve during primary and steady-state creep stages

由于在衰减、稳态蠕变过程中，岩石内部发生挤压密实，原始裂纹压缩闭合，损伤变量减小，即  $D' < 0$ ，由式 (2) 可得，此时材料常数  $a_1 < 0$ 。

当某一时刻，岩石的裂纹闭合程度达到极限状态，此时损伤变量减小到最小值  $D_{min}$  时，衰减、稳定蠕变阶段达到临界状态，此时，时间  $t_1$  为

$$t_1 = \frac{(1-D_0)^{n+1} - (1-D_{min})^{n+1}}{a_1 \sigma^n (n+1)} \quad . \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出，岩石衰减、稳态蠕变状态持续时间  $t_1$  与应力水平  $\sigma$  成反比，与损伤变量初始值  $D_0$  成正相关，与损伤变量最小值  $D_{min}$  成负相关。

将式 (4) 带入式 (3)，可得，当  $t \leq t_1$  时，岩石衰减、稳态蠕变过程中的损伤演化方程为

$$D = 1 - (1 - D_0) \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{1 - D_{\min}}{1 - D_0} \right)^{n+1} \right] \frac{t}{t_1} \right\}^{\frac{1}{n+1}} \quad (t \leq t_1) \quad (5)$$

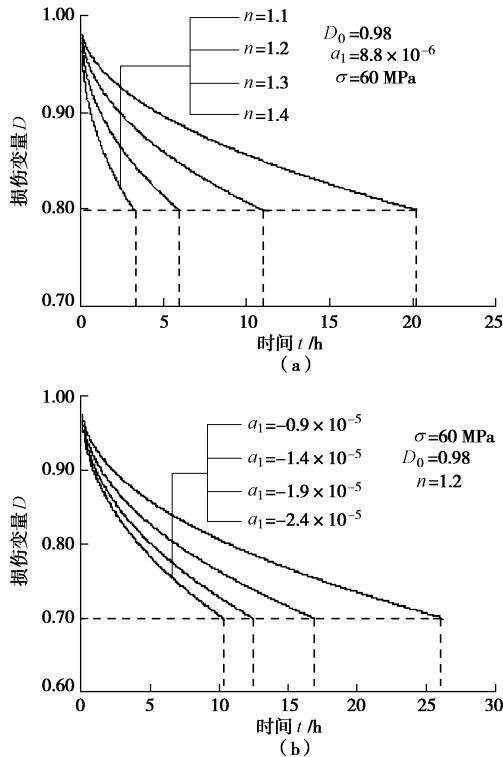


图4 衰减与稳态蠕变过程中方程参数  $n$  和  $a_1$  对损伤演化过程的敏感性分析

Fig. 4 Effect of creep damage parameters  $n$  and  $a_1$  on damage evolution curve during primary and steady-state creep stages

## 1.2 加速蠕变过程中的损伤演化方程

在岩石加速蠕变过程中, 应变速率随时间逐渐增大, 直至岩石破坏, 微裂纹迅速发展, 引入损伤变量描述这一过程中岩石微裂纹变化情况, 损伤律同样采用 Kachanov 提出的演变方程。根据方程(2)积分可得

$$A - \frac{(1 - D)^{m+1}}{m + 1} = a_2 \sigma^m t \quad (t > t_1) \quad , \quad (6)$$

式中,  $A$  为待定常数, 考虑蠕变过程的连续性, 加速蠕变阶段的损伤变量初始值应等于衰减、稳态蠕变阶段的临界值, 即  $D|_{t=t_1} = D_{\min} \neq 0$ , 由此待定常数  $A$  可以确定为

$$A = a_2 \sigma^m t_1 + \frac{(1 - D_{\min})^{m+1}}{m + 1} \quad . \quad (7)$$

在加速流变的最后阶段, 岩石中产生和扩展出大量细观裂纹, 而且可以逐渐形成细观主裂纹并持续发展, 最终形成脆性破坏。考虑岩石达到脆性破坏时的损伤变量变化情况, 可以认为当  $D=1$  时, 岩石发生脆性破坏, 因此脆性破坏时间  $t_{BR}$  可以由式(6)、(7)

求出

$$t_{BR} = t_1 + \frac{(1 - D_{\min})^{m+1}}{(m + 1) a_2 \sigma^m} \quad . \quad (8)$$

在加速流变阶段, 岩石内部的初始裂隙已经基本压缩闭合, 新的裂纹或损伤随时间逐渐增加, 损伤变量逐渐变大, 即  $D' > 0$ , 将式(6)代入式(2)可得参数  $a_2 > 0$ 。

岩石在加速蠕变过程中的损伤演化方程可以由方程(6)、(7)得到, 如下所示:

$$D = 1 - \left[ (m + 1) a_2 \sigma^m (t_{BR} - t) \right]^{\frac{1}{m+1}} \quad (t_1 < t \leq t_{BR}) \quad , \quad (9)$$

式中,  $D_{\min}$  为损伤变量最小值,  $m$ ,  $a_2$  为材料常数,  $\sigma$  同样为蠕变应力,  $t$  为时间,  $t_1$  为加速蠕变开始时间。

为了定性讨论参数对损伤变量-时间曲线的影响, 这里对部分参数进行敏感性分析, 各参数的初始值为  $a_2 = 9.0 \times 10^{-6}$ ,  $D_{\min} = 0.6$ ,  $m = 1.6$ , 应力初始值为 43 MPa, 图 5 反映了方程参数变化时岩石的损伤变量与时间的关系曲线, 从图 5 中可以看出, 随着蠕变应力的增加, 损伤变量变化率急剧变大, 试样迅速达到破坏时间。

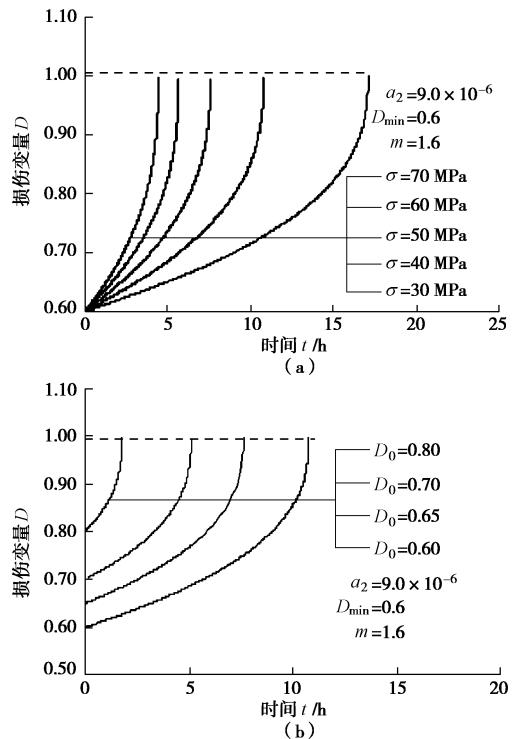


图5 加速蠕变过程中蠕变应力和损伤变量初始值对损伤演化过程的敏感性分析

Fig. 5 Effect of creep stress and initial damage parameter on damage evolution curve during tertiary creep stage

值得注意的是, 岩石材料的脆性性质, 使得岩石的损伤变量变化曲线随时间的变化不一定是光滑的, 尤其是在临界状态条件下, 但在微观条件下可以认为

曲线是连续的。

## 2 非线性流变损伤模型的建立

流变模型中应用最广泛的是元件组合模型, 这主要是由于组合模型的概念清楚又能反映流变介质的各种流变特性。然而, 由于现有模型理论中的元件及组合都只能描述衰减蠕变和稳态蠕变 2 阶段, 无法描述加速蠕变阶段<sup>[18]</sup>, 同时模型参数较多, 尤其是非线性模型, 这给模型参数的辨识带来了极大困难, 同时元件模型的适用性受到很大的限制。

为避免流变方程中参数过多, 使得流变方程过于复杂, 这里采用应力 - 应变基本公式, 不引入模型元件, 将损伤变量引入岩石的流变模型中, 得出岩石非线性损伤流变模型。

根据基本的应力 - 应变关系, 同时采用有效应力观点可得

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E(1-D)}, \quad (10)$$

式中,  $E$  为岩石材料弹性模量,  $D$  为损伤变量,  $\sigma$  为应力水平, 在岩石流变过程中, 应力水平  $\sigma$  和材料弹性模量  $E$  均可视作不变量, 应变  $\varepsilon$  的变化仅与损伤变量  $D$  有关。

采用微分原理, 当损伤变量  $D$  变化量为  $\Delta D$ , 应变  $\varepsilon$  的变化量  $\Delta \varepsilon$  为

$$\Delta \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \frac{\Delta D}{(1-D-\Delta D)(1-D)}. \quad (11)$$

由于在岩石流变过程中, 在某一恒定应力水平下, 其应变总是增大的, 即  $\Delta \varepsilon \geq 0$ , 而损伤变量变化值在不同阶段其符号是不同的, 为使上述等式恒成立, 同时考虑岩石加载流变过程中应变随时间的递增关系, 这里认为

$$\Delta \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \frac{|\Delta D|}{(1-D-\Delta D)(1-D)}. \quad (12)$$

当时间间隔  $\Delta t$  很小时, 可以认为

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\sigma}{E} \frac{|\Delta D|}{\Delta t (1-D)^2} = \frac{\sigma}{E} \frac{|\dot{D}|}{(1-D)^2}. \quad (13)$$

### 2.1 衰减与稳态蠕变过程中的损伤模型

在衰减、稳态蠕变过程中, 岩石蠕变变形量随时间逐渐增加, 则  $\dot{\varepsilon} > 0$ , 同时, 损伤变量由于微裂隙的闭合而逐渐减小, 则  $D' < 0$ , 将式 (2) 带入式 (12) 可得

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{\sigma}{E} \frac{\dot{D}}{(1-D)^2} = \frac{-a_1 \sigma^{n+1}}{E(1-D)^{n+2}} \quad (t \leq t_1, a_1 < 0). \quad (14)$$

当  $t \leq t_1$  时, 由于  $a_1 < 0$ , 由式 (14) 可得,  $\dot{\varepsilon} > 0$ , 岩石的蠕变变形随时间逐渐增大。

将式 (14) 对时间  $t$  求一阶导数, 可以得到应变对时间的二次导数为

$$\ddot{\varepsilon} = -\frac{a_1^2 \sigma^{2n+1} (n+2)}{E(1-D)^{2n+3}} \quad (t \leq t_1, a_1 < 0). \quad (15)$$

当  $t \leq t_1$  时,  $D' < 0$ , 且  $a_1 < 0$ , 从式 (15) 可以得出,  $\ddot{\varepsilon} \leq 0$ , 岩石的蠕变变形速率随时间逐渐减小。

根据式 (14) 得到的微分方程, 考虑蠕变过程中的边界条件, 当  $t=0$  时,  $D=D_0$ , 应变  $\varepsilon=\varepsilon_0$ , 将式 (14) 积分可得岩石衰减、稳态蠕变过程中的损伤流变方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{E(1-D_0)} - \\ &\quad \frac{\sigma}{E} \left[ (1-D_0)^{n+1} - (n+1)a_1 \sigma^n t \right]^{-\frac{1}{n+1}} \end{aligned} \right\} \quad (t \leq t_1). \quad (16)$$

式中  $\varepsilon_0$  为瞬时变形量,  $D_0$  为加载瞬时产生的损伤变量初始值,  $t_1$  为衰减、稳态蠕变状态持续时间, 当  $t \geq t_1$  时, 岩石进入加速流变阶段, 此时方程 (16) 将不再适用。

### 2.2 加速蠕变过程中的损伤模型

在加速蠕变过程中, 岩石的蠕变变形量逐渐增加, 则  $\dot{\varepsilon}' > 0$ , 同时, 损伤变量由于细观微裂纹的产生以及闭合裂隙的重新张开而随时间逐渐变大, 即  $D' > 0$ , 据此, 将式 (2) 带入式 (13) 中可得

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E} \frac{|\dot{D}|}{(1-D)^2} = \frac{\sigma}{E} \frac{|\dot{D}|}{(1-D)^2} = \frac{a_2 \sigma^{m+1}}{E(1-D)^{m+2}} \quad (t > t_1, a_2 > 0). \quad (17)$$

当  $t > t_1$  时, 由于  $a_2 > 0$ , 由式 (17) 可得,  $\dot{\varepsilon}' > 0$ , 岩石的蠕变变形随时间逐渐增大。

将式 (17) 对时间  $t$  求导, 可以得到岩石的应变变化率与时间  $t$  的变化关系式如下

$$\ddot{\varepsilon} = \frac{a_2 \sigma^{n+1} (m+2)}{E(1-D)^{m+3}} \dot{D} = \frac{a_2^2 \sigma^{2n+1} (m+2)}{E(1-D)^{2m+3}} \quad (t > t_1, a_2 > 0). \quad (18)$$

当  $t > t_1$  时,  $D' > 0$ , 且  $a_2 > 0$ , 从式 (18) 可以得出,  $\ddot{\varepsilon} \geq 0$ , 说明岩石的蠕变变形速率随时间逐渐增大, 岩石出现加速流变现象。

根据式 (17) 得到的微分方程, 考虑加速蠕变阶段的应变初始值等于衰减、稳态蠕变阶段的临界值, 代入式 (16), 当  $t=t_1$  时,  $D=D_{\min}$ , 应变  $\varepsilon=\varepsilon_s$ , 将式 (17) 积分可得岩石在加速流变过程中的损伤流变方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_s - \frac{\sigma}{E(1-D_{\min})} + \\ &\quad \frac{\sigma}{E} \left[ a_2 \sigma^m (t_1 - t) (m+1) + (1-D_{\min})^{m+1} \right]^{-\frac{1}{m+1}} \end{aligned} \right\} \quad (t \geq t_1). \quad (19)$$

式中

$$\varepsilon_s = \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{E(1-D_0)} - \frac{\sigma}{E(1-D_{\min})} , \quad (20)$$

式中,  $\varepsilon_1$  为加速蠕变阶段开始时的初始变形量,  $D_{\min}$  为加速蠕变阶段开始时的损伤变量初始值,  $t_1$  为衰减、稳态蠕变状态持续时间, 当  $t > t_1$  时, 岩石进入加速流变阶段。

当  $t=t_{\text{BR}}$  时, 此时损伤变量  $D=1$ ,  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , 岩石出现脆性破坏。

同时, 由于岩石蠕变曲线的光滑性和连续性, 可以得到, 当时间  $t=t_1$  时, 有  $\varepsilon^1|_{t=t_1} = \varepsilon^2|_{t=t_1}$ , 显然式(16)与式(19)满足连续条件, 同时  $\varepsilon'^1|_{t=t_1} = \varepsilon'^2|_{t=t_1}$ , 根据式(13)、(16)可以得出

$$-\frac{a_1 \sigma^{n+1}}{(1-D_{\min})^{n+2}} = \frac{a_2 \sigma^{m+1}}{(1-D_{\min})^{m+2}} , \quad (21)$$

式中,  $m$ ,  $n$  用于描述某种岩石的损伤变量变化情况, 考虑单一岩石在衰减稳态流变和加速流变过程中其损伤性质不会发生很大变化, 同时为了简化模型, 减少型参数, 可以取  $m=n$ , 由此代入式(19), 可以得到  $-a_1=a_2=a$ , 其中  $a>0$ 。

此时, 式(16)与式(19)可简化为如下形式

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{E(1-D_0)} - \frac{\sigma}{E} \left[ (1-D_0)^{n+1} + (n+1)a\sigma^n t \right]^{-\frac{1}{n+1}} \\ &\quad (t \leq t_1) \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 - \frac{\sigma}{E(1-D_{\min})} + \frac{\sigma}{E} \left[ a\sigma^n (t_{\text{BR}} - t)(n+1) \right]^{-\frac{1}{n+1}} \\ &\quad (t_1 < t \leq t_{\text{BR}}) \end{aligned} \right\} . \quad (22)$$

### 2.3 模型的松弛特性

岩石的流变包括蠕变、松弛和弹性后效, 当岩石应变保持不变时, 应力随时间增加而减小的现象称为岩石流变过程中的松弛特性。采用本文建立的损伤流变模型同样能描述岩石的松弛特性, 选用式(3)作为损伤律来描述岩石的损伤变量变化情况。

在某时刻  $t$  保持试样的应变  $\varepsilon$  不变, 等式(10)两边对时间  $t$  求导数可得

$$\dot{\sigma} = E\varepsilon(-\dot{D}) . \quad (23)$$

根据式(13), 岩石在恒定压应力作用下,  $\varepsilon' \geq 0$  恒成立, 因此在松弛条件下, 有  $\sigma' \leq 0$ , 据此将式(23)改写为

$$\dot{\sigma} = -E\varepsilon|\dot{D}| . \quad (24)$$

当损伤流变模型参数  $|a_1|=|a_2|=a$ , ( $a>0$ ) 时, 将式(2)带入式(24)可得

$$\dot{\sigma} = -E\varepsilon a \left( \frac{\sigma}{1-D} \right)^n . \quad (25)$$

等式(25)两边对时间求导可得

$$\ddot{\sigma} = -nE\varepsilon a \left( \frac{\sigma}{1-D} \right)^{n-1} \frac{\dot{\sigma}(1-D) + \sigma \dot{D}}{(1-D)^2} . \quad (26)$$

当  $t \leq t_1$  时, 即模型在衰减稳态流变阶段, 将式(3)代入上式, 可得  $\sigma''>0$ , 因此模型在衰减稳态流变阶段的松弛曲线呈上凹形; 当  $t > t_1$ , 即在加速流变阶段, 将式(10)与式(23)代入上式, 可得  $\sigma''=0$ , 模型在加速流变阶段的松弛曲线呈直线下降, 岩石应力迅速减小至 0。

### 3 非线性流变损伤模型的试验验证

本文提出的非线性流变损伤模型参数较多, 且参数相关性较强, 辨识较为困难, 为了较好的得出模型拟合结果, 这里, 将方程(16)、(19)变形为如下形式:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2(1-\alpha_3 \cdot t)^{\alpha_4} & (t \leq t_1) \\ \varepsilon = \beta_1 + \beta_2 [\beta_3(t_1 - t) + 1]^{\beta_4} & (t > t_1) \end{array} \right. . \quad (27)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{E(1-D_0)}, \quad \alpha_2 = \alpha_1 - \varepsilon_0, \quad \alpha_3 = \frac{(n+1)a_1\sigma^n}{(1-D_0)^{n+1}}, \\ \alpha_4 &= -\frac{1}{n+1}, \quad \beta_1 = \varepsilon_1 - \frac{\sigma}{E(1-D_{\min})}, \quad \beta_2 = \varepsilon_1 - \beta_1, \\ \beta_3 &= \frac{(m+1)a_2\sigma^m}{(1-D_{\min})^{m+1}}, \quad \beta_4 = -\frac{1}{m+1}. \end{aligned} \right.$$

在简化情况下, 可以认为  $m=n$ ,  $-a_1=a_2$ , 则  $\alpha_4=\beta_4$ , 同时  $\varepsilon_0$  可以由试验曲线直接得到, 由此模型的独立参数减少到 5 个, 分别为  $E$ ,  $D_0$ ,  $D_{\min}$ ,  $-a_1=a_2$  和  $m=n$ 。对试验曲线衰减蠕变部分采用方程(22)中的式(1)进行拟合, 得到衰减、稳态蠕变阶段的损伤蠕变模型拟合曲线, 同理, 对试验曲线的加速蠕变部分采用方程(22)中的式(2)进行拟合, 可以得到加速蠕变阶段的损伤蠕变模型拟合曲线, 为了保证损伤蠕变模型曲线的连续性和光滑性, 采用方程(20)作为拟合限制条件来保证拟合两拟合曲线在某时刻  $t_1$  相切, 此时, 两曲线的切点  $(t_1, \varepsilon_1)$  即为衰减、稳态蠕变和加速蠕变阶段的分界点。

为了验证本文提出的岩石损伤非线性流变模型的正确性和合理性, 这里采用泥岩三轴压缩蠕变试验结果来进行验证, 其中泥岩岩样在围压为 5 MPa、偏应力水平为 43 MPa 时, 其流变全程曲线具有明显的衰减、稳态和加速蠕变阶段。如下图 6 所示。

根据泥岩的三轴压缩蠕变试验结果, 采用本文提出的非线性流变损伤模型进行拟合, 为了减少因模型参数过多而带来的拟合误差同时加快拟合速度, 这里



表 1 岩石非线性损伤流变模型参数

Table 1 Parameters of nonlinear rheological damage model for rock

模型参数	$\alpha_1/10^{-3}$	$\alpha_2/10^{-3}$	$\alpha_3/h^{-1}$	$\alpha_4$	$\beta_1/10^{-3}$	$\beta_2/10^{-3}$	$\beta_3/h^{-1}$	$\beta_4$
拟合结果	9.726	4.986	-0.804	-0.25	2.725	4.386	0.05	-0.25

取  $m=n$ , 采用上述参数辨识方法得到模型参数如下表 1 所示。采用表 1 中的拟合参数, 代入式(4)算得模型在  $t=t_1=17.27\text{ h}$  进入加速蠕变阶段, 代入式(8)可得模型破坏时间  $t_{BR}=37.27\text{ h}$ , 与试验所得的破坏时间相比略大, 这可能是由于岩石在加速阶段最后部分发生了脆性破坏, 缩短了试样的破坏时间。采用本文提出的非线性损伤流变模型的拟合结果如图 6 所示, 从图 6 中可以看出, 模型曲线与试验数据拟合较好, 拟合精度  $R^2=0.99$ , 尤其是在衰减蠕变阶段和加速蠕变阶段。在加速蠕变阶段的最后阶段, 泥岩试样已经被压坏, 使得轴向应变急剧增加, 此时其损伤变量不再满足损伤演化模型, 因此与模型曲线差别较大。

为了比较分析, 本文同时给出了传统的西原流变模型对泥岩三轴蠕变试验结果的拟合曲线, 如图 6 所示, 从图 6 中可以看出, 西原流变模型能够较好的描述泥岩的衰减蠕变阶段和稳定蠕变阶段, 模型曲线和试验数据拟合较好, 但在泥岩流变试验中的加速蠕变阶段, 西原模型拟合结果与试验数据差别较大。

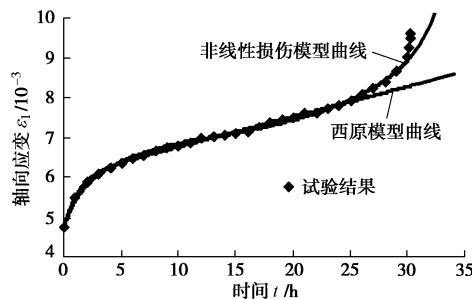


图 6 泥岩蠕变试验曲线和模型曲线

Fig. 6 Creep curves of mudstone specimens and models

对影响非线性损伤流变模型的主要参数进行敏感性分析, 根据泥岩岩样在围压为 5 MPa、偏应力水平为 43 MPa 的非线性损伤流变模型计算参数, 可以得到不同偏应力水平下的非线性损伤流变模型曲线, 如图 7 所示。从图 7 中可以看出, 在不同偏应力水平下, 衰减、稳态蠕变阶段持续时间  $t_1$  以及脆性破坏时间  $t_{BR}$  大小不同, 随着偏应力水平的增大,  $t_1$  逐渐变小, 同时应变速率显著增大, 试样脆性破坏时间  $t_{BR}$  急剧减小, 当偏应力水平增大到 70 MPa 时, 试样经过极短的衰减、稳态蠕变阶段后即进入加速蠕变状态, 应变急剧增大, 试样迅速发生失稳流变破坏。

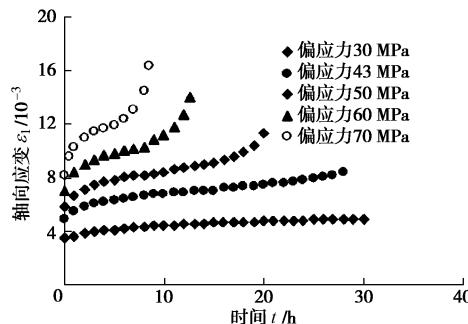


图 7 不同偏应力下非线性流变损伤模型曲线

Fig. 7 Nonlinear rheological damage model curves under different stress levels

## 4 结 论

(1) 岩石流变过程中的衰减、稳态和加速蠕变阶段虽然复杂且各具特点, 但它们构成了岩石流变这一连续过程, 因此各阶段之间有着本质联系。通过引入流变过程中的损伤变量这一连续变量, 并根据损伤力学观点建立了非线性流变损伤模型。

(2) 提出了两条假定: 岩石在加载瞬时产生的损伤变量  $D|_{t=0}=D_0 \neq 0$ ; 将岩石蠕变过程分为两阶段, 在阶段一中, 微裂纹被压密, 损伤变量  $D$  逐渐减小, 表现为岩石的衰减、稳态蠕变阶段, 在阶段二中被压密的微裂纹逐渐张开, 新裂纹逐渐生成, 损伤变量  $D$  逐渐增大, 表现为岩石的加速蠕变阶段。由此根据损伤力学推导出了两阶段的损伤演化方程, 并对方程的参数进行了敏感性分析。

(3) 根据损伤演化方程, 并采用有效应力的观点, 推导得出了非线性流变损伤模型, 该模型仅与应力水平以及材料参数有关, 采用简化计算方法, 使模型的独立参数减少到了 5 个, 同时给出了参数的确定方法。对模型的松弛特性进行了简要分析, 该损伤流变模型具有松弛现象。对流变模型的参数进行敏感性分析, 其他参数不变时, 发现应力水平的增大能显著缩短岩石的破坏时间, 增大流变过程中应变变化率。

(4) 采用泥岩在围压 5 MPa、轴向偏应力水平为 43 MPa 下的流变试验结果对模型进行了验证, 同时采用传统西原流变模型对试验结果进行了描述, 通过对比分析发现西原模型只能较好地描述流变试验中的衰减和稳态蠕变阶段, 但不能很好地描述泥岩的加速蠕变阶段, 然而提出的非线性流变损伤模型能够较好的描述泥岩的衰减、稳态与加速流变试验结果。

## 参考文献:

- [1] 杨圣奇. 裂隙岩石力学特性研究及时间效应分析[M]. 北京: 科学出版社, 2011. (YANG Sheng-qi. Study on the mechanical behavior of fissured rocks and time effect analysis[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese))
- [2] 孙 钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1081 - 1106. (SUN Jun. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1081 - 1106. (in Chinese))
- [3] 陶 波, 伍法权, 郭改梅, 等. 西原模型对岩石流变特性的适应性及其参数确定[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17): 3165 - 3171. (TAO Bo, WU Fa-quan, GUO Gai-mei, et al. Flexibility of visco-elastoplastic model to rheological characteristic of rock and solution of rheological parameters[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3165 - 3171. (in Chinese))
- [4] 夏才初, 许崇帮, 王晓东, 等. 统一流变力学模型参数的确定方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(2): 425 - 431. (XIA Cai-chu, XU Chong-bang, WANG Xiao-dong, et al. Method for parameters determination with unified rheological mechanical model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(2): 425 - 431. (in Chinese))
- [5] 夏才初, 王晓东, 许崇帮, 等. 用统一流变力学模型理论辨识流变模型的方法和实例[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1594 - 1600. (XIA Cai-chu, WANG Xiao-dong, XU Chong-bang, et al. Method to identify rheological models by unified rheological model theory and case study[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(8): 1594 - 1600. (in Chinese))
- [6] 邓荣贵, 周德培, 张倬元, 等. 一种新的岩石流变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 780 - 784. (DENG Rong-gui, ZHOU De-pei, ZHANG Zhuo-yuan, et al. A new rheological model for rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(6): 780 - 784. (in Chinese))
- [7] 宋勇军, 雷胜友, 韩铁林. 一种新的岩石非线性黏弹塑性流变模型[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2076 - 2080. (SONG Yong-jun, LEI Sheng-you, HAN Tie-lin. A new nonlinear viscoelasto-plastic rheological model for rocks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(7): 2076 - 2080. (in Chinese))
- [8] 杨圣奇, 倪红梅, 于世海. 一种岩石非线性流变模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2007, 35(4): 388 - 392. (YANG Sheng-qi, NI Hong-mei, YU Shi-hai. A kind of nonlinear rheological model for rocks[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2007, 35(4): 388 - 392. (in Chinese))
- [9] 杨圣奇, 徐卫亚, 杨松林. 龙滩水电站泥板岩剪切流变力学特性研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(5): 895 - 902. (YANG Sheng-qi, XU Wei-ya, YANG Song-lin. Investigation on shear rheological mechanical properties of shale in Longtan Hydropower Project[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(5): 895 - 902. (in Chinese))
- [10] 杨圣奇, 朱运华, 于世海. 考虑黏聚力与内摩擦系数的岩石黏弹塑性流变模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2007, 35(3): 291 - 297. (YANG Sheng-qi, ZHU Yun-hua, YU Shi-hai. Nonlinear visco-elasto-plastic rheological model of rock with consideration of cohesion and internal friction coefficient[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2007, 35(3): 291 - 297. (in Chinese))
- [11] 张治亮, 徐卫亚, 王如宾, 等. 含弱面砂岩非线性黏弹塑性流变模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊1): 2634 - 2639. (ZHANG Zhi-liang, XU Wei-ya, WANG Ru-bin, et al. Study of nonlinear viscoelasto-plastic rheological model of sandstone with weak plane[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(S1): 2634 - 2639. (in Chinese))
- [12] 秦跃平, 王 林, 孙文标, 等. 岩石损伤流变理论模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(增刊2): 2291 - 2295. (QING Yue-ping, WANG Lin, SUN Wen-biao, et al. Study on rheological theory model of rock damage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(S2): 2291 - 2295. (in Chinese))
- [13] 朱昌星, 阮怀宁, 朱珍德, 等. 岩石非线性蠕变损伤模型的研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(10): 1510 - 1513. (ZHU Chang-xing, RUAN Huai-ning, ZHU Zhen-de, et al. Non-linear rheological damage model of rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(10): 1510 - 1513. (in Chinese))
- [14] 徐卫亚, 周家文, 杨圣奇, 等. 绿片岩蠕变损伤本构关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(增刊1): 3093 - 3097. (XU Wei-ya, ZHOU Jia-wen, YANG Sheng-qi, et al. Study on creep damage constitutive relation of greenschist specimen[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(S1): 3093 - 3097. (in Chinese))
- [15] 朱杰兵, 汪 斌, 邬爱清. 锦屏水电站绿砂岩三轴卸荷流变实验及非线性损伤蠕变本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 528 - 534. (ZHU Jie-bing, WANG Bin,

- WU Ai-qing. Study of unloading triaxial rheological tests and its nonlinear damage constitutive model of Jinping hydropower station green sandstone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 528 – 534. (in Chinese))
- [16] 黄耀英, 郑 宏. 节理岩体等效损伤流变模型初步研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(12): 3566 – 3570. (HUANG Yao-ying, ZHENG Hong. Preliminary study of equivalent damage rheological model for jointed rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(12): 3566 – 3570. (in Chinese))
- [17] 刘桃根, 王 伟, 吴斌华, 等. 基于损伤力学的砂岩蠕变模型研究与参数辨识[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2010, 32(6): 55 – 60. (LIU Tao-gen, WANG Wei, WU Bin-hua, et al. Sandstone creep model study and parameter identification based on damage mechanics[J]. Journal of China Three Gorges University (Natural Sciences), 2010, 32(6): 55 – 60. (in Chinese))
- [18] 张耀平, 曹 平, 赵延林. 软岩黏弹性流变特性及非线性蠕变模型[J]. 中国矿业大学学报, 2009, 38(1): 34 – 40. (ZHANG Yao-ping, CAO Ping, ZHAO Yan-lin. Visco-plastic rheological properties and a nonlinear creep model of soft rock[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2009, 38(1): 34 – 40. (in Chinese))
- [19] 王 军. 损伤力学的理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 5 – 20. (WANG Jun. The theory and application of damage mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1997: 5 – 20. (in Chinese))

## 《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于 1979 年, 是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办, 国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学的研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿, 倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿, 并优先刊用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊, 并在建筑类核心期刊中位于前列; 本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”(中国科技核心期刊)及“中国科技论文与引文数据库”收录; 本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录; 本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录; 本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据

库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址 ([www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)) 全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊, A4 开, 双栏排版, 192 页, 每月中旬出版, 每期定价 25 元, 全年 300 元。

本刊国际标准刊号 ISSN 1000 - 4548, 国内统一刊号 CN 32 - 1124/TU, 国内发行代号 28 - 62, 国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购, 也可在编辑部订购(不另收邮费)。编辑部订购地址: 南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部; 邮编: 210024; 联系电话: 025-85829534, 85829543, 85829553, 85829556; 传真: 025-85829555; E-mail: ge@nhri.cn.

(本刊编辑部)