

DOI: 10.11779/CJGE201409011

单轴压缩湿砂样局部及整体体积应变的数字图像相关方法观测

王学滨^{1, 2, 3}, 杜亚志¹, 潘一山¹

(1. 辽宁工程技术大学力学与工程学院, 辽宁 阜新 123000; 2. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083;
3. 辽宁工程技术大学计算力学研究所, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 确定体积应变局部化区域对于涉及孔隙流体的地质灾害研究具有重要意义。体积应变局部化区域可能比最大剪切应变局部化区域更接近于孕灾地点。在单轴压缩位移控制加载条件下, 测试了3个湿砂样(含水率为12.7%~17.1%)的应力-纵向应变曲线, 在微裂纹出现之前及稍后, 利用自主开发的基于粒子群优化的数字图像相关(DIC)方法计算了砂样的局部体积应变的变化规律。研究发现, 在加载过程中, 局部体积应变由均匀分布(近似线性阶段)向不均匀分布(硬化阶段)转变, 直至出现局部体积应变局部化现象。在剪切带切向上, 和最大剪切应变的相对均匀分布相比, 局部体积应变的分布具有多峰性, 这应与周期性的微裂纹出现有关。在微裂纹出现稍前, 剪切带的变形是以膨胀为主, 剪切带已较为显著, 带内的最大剪切应变和局部体积应变分别比带外多2倍和4倍, 但在此前, 剪切带的膨胀和收缩现象共存。计算了所有测点所围区域的整体体积应变随纵向应变的演变规律。基于DIC方法的整体体积应变计算方法的优越性在于: 具有亚像素精度, 考虑了应变二阶量的影响。

关键词: 湿砂样; 膨胀; 剪切带; 体积应变; 数字图像相关方法; 地质灾害

中图分类号: TU454 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2014)09-1648-09

作者简介: 王学滨(1975-), 男, 黑龙江双鸭山人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土材料的变形、破坏及稳定性研究。E-mail: wxbbb@263.net。

Measurements of local and global volumetric strains for wet sand specimens under uniaxial compression using digital image correlation method

WANG Xue-bin^{1, 2, 3}, DU Ya-zhi¹, PAN Yi-shan¹

(1. College of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China; 2. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China; 3. Institute of Computational Mechanics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: Determination of volumetric strain localization regions in shear bands is significant for studies on geological hazards related to pore fluids. Possibly, compared with those of the maximum shear strain localization, the positions of the volumetric strain localization are closer to sites for the source of hazards. Stress-longitudinal strain curves of three wet sand specimens (water contents=12.7%~17.1%) under uniaxial displacement-controlled loading are measured. Using a developed digital image correlation (DIC) method based on the particle swarm optimization algorithm, the distribution of local volumetric strain in sand specimens is calculated before and slightly beyond microcracks are initiated. It is found that as deformation proceeds, the uniform distribution of the local volumetric strain at the approximately linear stage is changed to the nonuniform one at the strain-hardening stage until the local volumetric strain localization occurs. In the tangential direction of a shear band, compared with the relatively uniform distribution of the maximum shear strain, the distribution of the local volumetric strain exhibits several peaks, which is related to the periodic occurrence of microcracks. When microcracks will be initiated, the deformation in the shear band is basically dilatational; the shear bands are more apparent; and the maximum shear strain and local volumetric strain in the shear band are two and four times larger than those outside the band, respectively. However, at the earlier stage, the dilatational and contractive regions are

coexistent in the shear band. Evolution of the global volumetric strain of the region surrounded by all points with the

基金项目: 国家自然科学基金项目(51374122); 高等学校博士点专项科研基金联合资助项目(20132121110006)

收稿日期: 2014-01-10

longitudinal strain is calculated. The proposed DIC method to calculate the global volumetric strain has the sub-pixel accuracy and the influence of the second-order strains is considered.

Key words: wet sand specimen; dilatation; shear band; volumetric strain; digital image correlation method; geological hazard

0 引言

众所周知, 岩土材料在压应力作用下体积会发生变化, 试样的体积应变可通过测量纵向和侧向或环向应变获得。对于受压的某些岩石, 在扩容点之后, 试样的体积会膨胀; 在峰后, 甚至会出现试样的体积大于原始体积的反常现象, 这种现象常称之为扩容或剪胀^[1-2]。对于松砂或正常固结黏土, 在纵向应变持续增加条件下, 试样的体积会持续降低, 出现剪缩现象; 但对于密砂或超固结黏土, 在纵向应变持续增加条件下, 试样的体积会先降后升, 出现剪缩和剪胀现象^[3-4]。目前, 对于岩土材料扩容或剪胀的机理解释主要包括下列几点^[5-6]: 裂隙的扩张效应超过了闭合效应; 滑动块体在凹凸表面上抬升; 在压应力或剪应力作用下, 颗粒间相互位置发生变化, 增大了颗粒间的孔隙。

受压的岩土材料在破坏之前, 通常都能观察到剪切带。在剪切带内部, 塑性变形较大, 且分布不均匀。在塑性变形过程中, 剪切带内材料的体积也将发生变化, 从而引起不均匀的体积应变分布^[7]。在一些商业软件中, 可以通过规定正的扩容角^[8-10], 计算岩土材料发生塑性变形时的体积变化规律。在剪切带各处具有相同扩容角的前提下, 计算出的剪切带内的体积应变是不均匀的, 剪切带内各处均发生膨胀。数字图像相关(digital image correlation, DIC)方法可以方便地获取试样表面的位移及应变分布规律, 因而可在岩土材料剪切带研究中发挥重要的作用。目前, 在剪切带的观测研究中, 对于线应变、剪应变及最大剪应变关注较多, 而对于体积应变的研究并不多见^[11-13]; 对于剪切带内部体积应变的了解一般停留在一些数值或理论结果上, 这在多大程度上与实际吻合并不清楚。

当离面位移较小且忽略剪应变引起的体积变化时, 局部体积应变可由两个方向的线应变之和近似。为了获得微裂纹出现之前及稍后湿砂样(含水率为12.7%~17.1%)在单轴压缩位移控制加载条件下的局部体积变化规律, 采用自主开发的DIC方法^[14-15]进行计算。阐明了最大剪切应变与局部体积应变的区别和联系。为了准确计算砂样整体体积应变的演变规律, 提出利用DIC方法计算得到的各测点的实时坐标进行计算, 将该方法的计算结果和通过计算砂样轮廓线内像素个数变化的方法的计算结果进行了比较。发现了微裂纹出现之前一段时期内剪切带内部膨胀区和收缩

区共存的现象以及微裂纹出现之后显著和不显著膨胀区相间隔出现的现象。

1 局部体积应变 ε_{vl} 和最大剪切应变 γ_{max}

DIC方法通过对变形过程中前后采集的物体表面的两幅图像(散斑场)进行相关运算, 以实现物体上测点的位移和应变的测量。测点的位移是指以测点为中心的子区(像素块)中心点的位移, 而测点的应变是指子区的平均应变。子区是一个包含若干像素的区域, 其形状一般为正方形(图1)。当被测物体表面呈矩形时, 测点一般等间距布置, 呈m行n列, 间距为 Δ 。

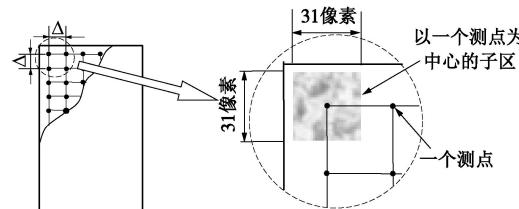


图1 测点的间距及以一个测点为中心的子区

Fig. 1 Spacing of monitored points and a subset

采用先粗后细的相关搜索方法^[14-15]。在粗搜索过程中, 采用粒子群优化算法进行整像素位移的搜索, 其目的是为了避免传统的迭代方法易于陷入局部最优和迭代初值不易确定的弊端。在细搜索过程中, 采用Newton-Raphson(N-R)迭代方法进行亚像素位移和应变的搜索。在N-R迭代中, 同时搜索位移和应变, 一般可以保障位移计算结果的准确性。上述方法适于坚硬材料(例如岩石、混凝土等)和相对比较软弱材料(例如砂土、相似材料等)的变形测量, 但不适于特别软弱材料的变形测量。

鉴于N-R迭代方法直接计算出的应变的分散性较大, 所以, 通过对位移场进行中心差分获取水平线应变 ε_x , 垂直线应变 ε_y 和剪应变 γ_{xy} 。

当剪切带出现之后, 若剪切带的切向、法向与砂样被拍摄表面的法向两两垂直时, 所拍摄表面的离面位移一般不大。这是由于砂样的变形主要发生在面内。所以, 在计算砂样内部的局部体积应变 ε_{vl} 时, 可以不计及离面位移。另外, 再假定 γ_{xy} 不引起体积变化。这样, ε_{vl} 可以表示为

$$\varepsilon_{vl} = \varepsilon_x + \varepsilon_y \quad . \quad (1)$$

式中 ε_x 、 ε_y 及 ε_{vl} 的正负号意义如下：大于零代表拉伸或膨胀，反之，代表压缩。最大剪切应变 γ_{\max} 依赖于 ε_x 、 ε_y 和 γ_{xy} ：

$$\gamma_{\max} = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \quad . \quad (2)$$

2 试验过程及结果分析

2.1 试验步骤

砂样的制备过程与文献[14]所述相同。利用微机控制电液伺服试验机对砂样进行单轴条件下等应变速率压缩加载。这种试验的剪切速度快，试验时试样内的水没有时间排出，所以可以认为是不排水条件下的剪切试验^[16]。在本文中，轴向应变速度在 5.6%~12.4% 之间，未见水从试件中排出。在试验过程中，砂样没有用橡皮膜包裹。这种单轴压缩试验简单、实用、便于采用 DIC 方法进行观测。共开展了 30 余个非饱和砂样的单轴压缩试验。在试验过程中，用数码相机拍摄砂样一个喷涂了散斑的表面的图像。试验结束后，利用 DIC 方法程序^[14-15]，对所拍摄的部分图像进行计算。计算前，在砂样表面布置 4183 (89×47) 个测点，子区尺寸为 31×31 像素，测点间距为 10 像素。限于篇幅，本文仅重点分析了#7、#8 及 #22 砂样（图 2）的计算结果。砂样的基本参数、加载时间及加载速率见表 1。取比重 $G_s=2.66$ ，通过计算可得#7、#8 及 #22 砂样的孔隙比分别为 0.57, 0.5 及 0.46。3 个砂样的孔隙比有一定差异，一方面，其原因可能是由于砂样的体积测量误差较大，从而导致湿密度误差较大所致；另一方面，可能是由于不同含水率的砂样的干燥程度不同，孔隙比会存在差异^[17]。砂样的含水率通过计算试验前湿砂样的重量和试验后破坏的砂样烘干后的重量获得。砂土的最大颗粒直径为 2 mm。当砂样烘干后，分别测得其离面应变为 0.07, 0.07 及 0.11。应当指出，这是当纵向应变 $\varepsilon_a=0.36, 0.25$ 及 0.22 时的结果。对于每个砂样，本文仅选择微裂纹出现之前的若干图片和微裂纹出现之后的两张图片进行分析， ε_a 的最大值分别为 0.24, 0.17 及 0.16。因此，离面位移的影响非常小。

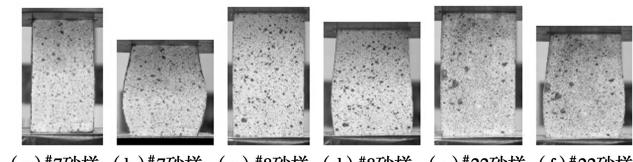


图 2 砂样在加载初期及微裂纹出现之前的图像

Fig. 2 Images at the initial loading stage and before the occurrence of microcracks for sand specimens

表 1 3 个砂样的基本信息

Table 1 Basic information for three sand specimens

编 号	含水率 /%	加载总 时间/s	加载速度 /(mm·min ⁻¹)	高度×宽度× 厚度 (cm×cm×cm)	湿密度 (10 ³ kg·m ⁻³)
#7	17.1	186	11	8.9×5×3.8	2.04
#8	13.8	259	5	8.9×5×3.8	2.06
#22	12.7	243	5	9×5.2×3.6	2.10

2.2 图片说明

图 3~6 分别给出了#7 砂样在微裂纹出现之前 6 个不同时刻的局部体积应变 ε_{vl} 、垂直线应变 ε_y 、水平线应变 ε_x 和最大剪切应变 γ_{\max} 的分布规律。6 个时刻所对应的纵向应变 ε_a 不同，已在图中注明。

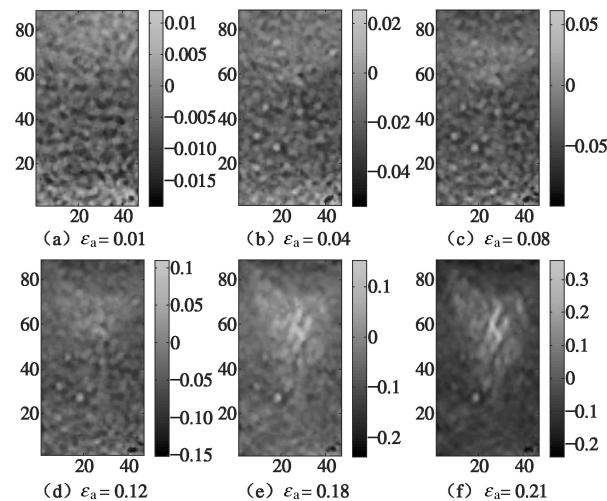


图 3 #7 砂样不同纵向应变 ε_a 时局部体积应变 ε_{vl} 分布规律

Fig. 3 Distribution of local volumetric strains (ε_{vl}) for different longitudinal strains (ε_a) of sand specimen No. 7

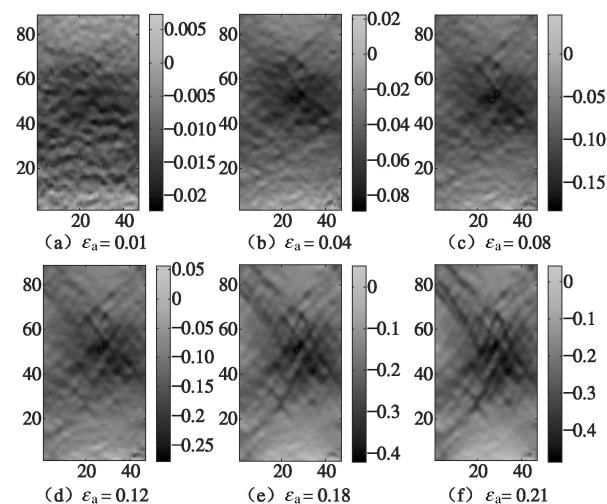


图 4 #7 砂样不同纵向应变 ε_a 时垂直线应变 ε_y 分布规律

Fig. 4 Distribution of vertical strains (ε_y) for different longitudinal strains (ε_a) of sand specimen No. 7

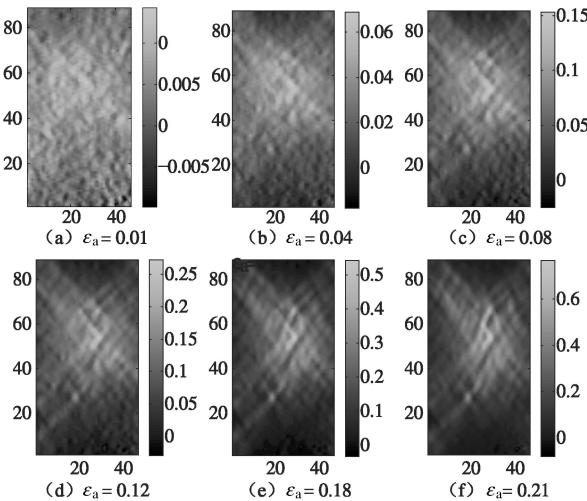
图 5 #7 砂样不同纵向应变 ε_a 时水平线应变 ε_x 分布规律

Fig. 5 Distribution of horizontal strains (ε_x) for different longitudinal strains (ε_a) of sand specimen No. 7

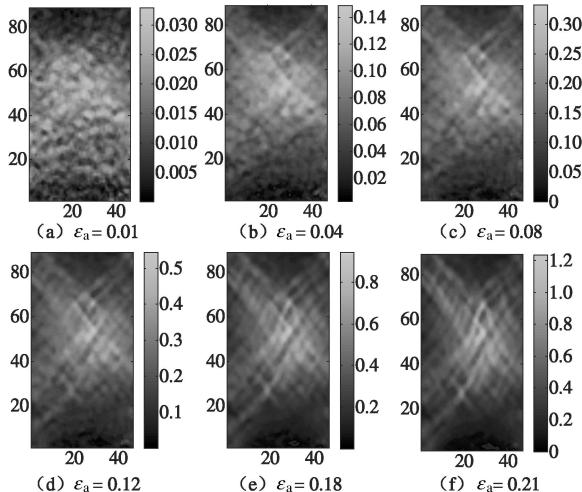
图 6 #7 砂样不同纵向应变 ε_a 时最大剪切应变 γ_{\max} 分布规律

Fig. 6 Distribution of maximum shear strains (γ_{\max}) for different longitudinal strains (ε_a) of sand specimen No. 7

图 7, 8 分别给出了 #8 和 #22 砂样在 5 个不同时刻的 ε_{vl} 和最后一个时刻的 γ_{\max} 的分布规律。图 9 给出了 #8 砂样一条剪切带发展过程中 γ_{\max} 和 ε_{vl} 的演变规律。图 10 给出了基于 DIC 方法的砂样整体体积应变的计算原理。图 11 给出了 3 个砂样的压应力 σ_a - 纵向应变 ε_a 曲线, 同时还给出了采用两种方法计算得到的砂样整体体积应变 ε_{vg} 随 ε_a 的变化规律。

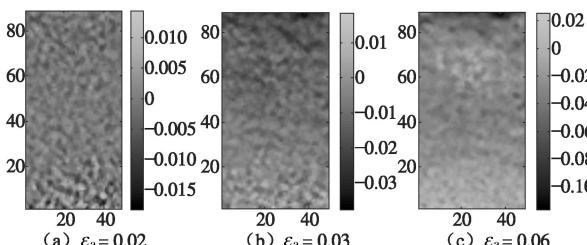
图 7 #8 砂样不同纵向应变 ε_a 时局部体积应变 ε_{vl} (a~e) 和 $\varepsilon_a=0.15$ 时最大剪切应变 γ_{\max} (f) 分布规律

Fig. 7 Distribution of local volumetric strains (ε_{vl}) (a~e) for different longitudinal strains (ε_a) and maximum shear strain (γ_{\max}) (f) at $\varepsilon_a=0.15$ of sand specimen No. 8

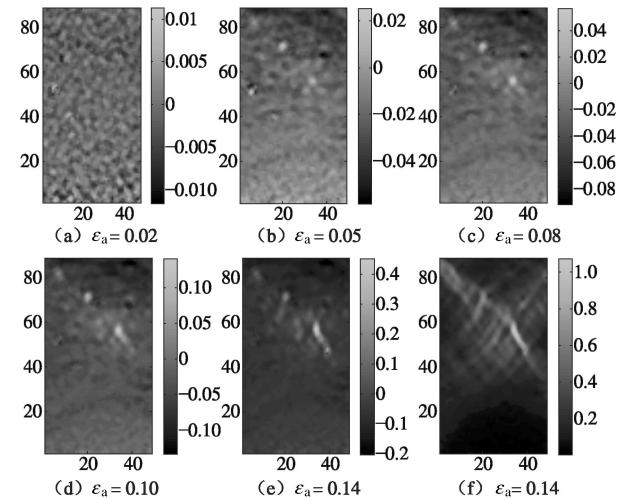
图 8 #22 砂样不同纵向应变 ε_a 时局部体积应变 ε_{vl} (a~e) 和 $\varepsilon_a=0.14$ 时最大剪切应变 γ_{\max} (f) 分布规律

Fig. 8 Distribution of local volumetric strains (ε_{vl}) (a~e) for different longitudinal strains (ε_a) and maximum shear strain (γ_{\max}) (f) at $\varepsilon_a=0.14$ of sand specimen No. 22

2.3 局部体积应变 ε_{vl} 的分布及演变规律

由图 11 可以发现, #7、#8 砂样的 $\sigma_a - \varepsilon_a$ 曲线经历了两个阶段: 近似线性阶段和硬化阶段, 而 #22 砂样除了经历上述两个阶段, 在变形破坏后期还经历了微弱的软化阶段, 这与 #22 砂样的含水率较低有关。

当砂样处于近似线性阶段 (图 3 (a), 图 7 (a), 图 8 (a)) 时, ε_{vl} 的分布具有下列特点:

(1) 总体上, ε_{vl} 的分布相对比较均匀, ε_{vl} 的值基本上为负值, 代表砂样各处体积收缩。

(2) 在靠近砂样两端附近, ε_{vl} 的值比较分散, 有的区域的 ε_{vl} 为正, 而有的区域的 ε_{vl} 为负, 但其均值接近于零。这意味着在这些区域, 体积变形相对很小, 根据 DIC 方法计算得到的结果将受到标准偏差的影响。所以, 在靠近砂样两端的区域, 零星的 ε_{vl} 正值区的出现并不代表砂样局部体积膨胀。

由于 ε_{vl} 是根据 ε_x 和 ε_y 计算得到的, 因而分析近似线性阶段 ε_x 和 ε_y 的分布规律有助于全面把握砂样近似线性阶段的体积变化规律。下面, 以^{#7} 砂样为例进行分析:

(1) 总体上, ε_y 表现为负值, 代表垂直方向的收缩(图 4(a)); ε_x 表现为正值, 代表侧向的膨胀(图 5(a))。但相比之下, 膨胀量小于收缩量。因而, 砂样总体上表现为收缩; ε_y 与 ε_{vl} 的分布规律比较类似。

(2) 和砂样中部广大区域相比, 在靠近砂样两端的区域, ε_x 和 ε_y 比较分散(图 4~5(a)), 这反映了这两个区域受端面束缚的影响而变形较小的客观事实。

(3) 在砂样中部, ε_y 的分布呈现水平条纹状(图 4(a)), ε_x 的分布呈现垂直条纹状(图 5(a)), 这说明, 在砂样中部, 变形较为均匀。

^{#7} 砂样处于近似线性阶段时, γ_{max} 的分布(图 6(a))具有下列特点:

(1) 在砂样中部的广大区域之内, γ_{max} 相对较高, 高值区呈斑点状或块状。

(2) 在靠近砂样两端的区域, γ_{max} 较小, 分散性大。

在微裂纹出现之前, 且当砂样处于近似线性阶段之后的硬化阶段时(图 3(b)~(f), 图 7(b)~(e), 图 8(b)~(e))时, ε_{vl} 的分布具有下列特点:

(1) 随着 ε_a 的增加, ε_{vl} 的分布由相对比较均匀向相对不均匀, 直至向局部化模式转变。

(2) 随着 ε_a 的增加, 砂样总体上表现为压缩, 但在砂样中部一定范围内, ε_{vl} 出现正值, 这不同于近似线性阶段 ε_{vl} 的正值区呈零星分布的特点。 ε_{vl} 在一定范围之内逐渐出现正值, 是砂样局部体积膨胀的客观反映。在微裂纹出现稍前(图 3(f)、图 7(e)及图 8(e)), 体积应变局部化现象变得较为明显, 那些具有较高 ε_{vl} 的正值区形成带状, 有的彼此交叉。

(3) 对于^{#7} 砂样, 当 ε_a 分别为 0.01, 0.04, 0.08, 0.12, 0.18 及 0.21 时, ε_{vl} 的正最大值分别为 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.12 及 0.35; ε_{vl} 的负最大值分别为 -0.02, -0.05, -0.1, -0.15, -0.22 及 -0.22(图 3)。对于^{#8} 砂样, 当 ε_a 分别为 0.002, 0.03, 0.06, 0.10 及 0.15 时, ε_{vl} 的正最大值分别为 0.013, 0.02, 0.02, 0.02 及 0.2; ε_{vl} 的负最大值分别为 -0.018, -0.035, -0.11, -0.18 及 -0.22(图 7(a)~(e))。对于^{#22} 砂样, 当 ε_a 分别为 0.02, 0.05, 0.08, 0.10 及 0.14 时, ε_{vl} 的正最大值分别为 0.01, 0.022, 0.05, 0.14 及 0.43; ε_{vl} 的负最大值分别为 -0.01, -0.05, -0.07, -0.12 及 -0.2(图 8)

(a)~(e))。因此, 随着 ε_a 的增加, 砂样局部区域的膨胀或收缩均越来越明显。

在微裂纹出现之前的硬化阶段, ε_x , ε_y 及 γ_{max} 的分布具有下列特点(以^{#7} 砂样为例, 见图 4~6):

(1) 随着 ε_a 的增加, 砂样中部的 ε_v 分布变得越来越不均匀, 条纹由水平变得倾斜, 倾斜的角度渐趋恒定, 约为 59° ~ 61° ; 砂样中部的 ε_x 分布条纹由垂直变得倾斜, 其余规律同 ε_y 。

(2) 随着 ε_a 的增加, 砂样中部的 γ_{max} 分布由斑点状变成倾斜状。

2.4 局部体积应变 ε_{vl} 与最大剪切应变 γ_{max} 的关系

仔细对比相同 ε_a 时 ε_{vl} 和 γ_{max} 的分布规律, 可以发现下列现象:

(1) 在临近微裂纹出现时(图 3(f)与图 6(f), 图 7(e)~(f)及图 8(e)~(f)), ε_{vl} 的强烈集中区域都位于 γ_{max} 的高值区上, 即剪切带上。但是, 显然只有部分剪切带上的 ε_{vl} 为正值, 大部分剪切带上的 ε_{vl} 为负值。这说明, 剪切带内部不都发生膨胀, 发生膨胀的区域只占少数。这与剪切带内部只发生纯粹的膨胀或收缩的传统观点不同, 也意味着采用同一扩容角去表征剪切带不同位置或不同剪切带的体积变化特征的作法值得商榷。

(2) 从方便识别局部化现象的角度, 显然, 通过观察 γ_{max} 更直接、及时与方便, 因为 γ_{max} 的高、低值区泾渭分明。随着变形的增加, 剪切带越来越清晰地叠加在低背景值之上, 与低背景值形成了越来越鲜明的对比。与 γ_{max} 取决于 ε_x , ε_y 及 γ_{xy} 三者不同, 本文中的 ε_{vl} 只依赖于 ε_x 和 ε_y , 通过对它们求和计算 ε_{vl} 。显然, ε_{vl} 的值可正可负, 当某个区域两个方向的变形相反, 且变形量相差不大时, ε_{vl} 将接近于零。

(3) 尽管通过观察 ε_{vl} 的分布及演变规律可能给局部化问题的分析带来困难, 但其却包含 γ_{max} 不具备的信息, 它能确定哪些区域发生了收缩或膨胀。这对于涉及孔隙流体的一些地质灾害的机理分析及失稳破坏过程研究十分有利。岩土材料内部体积的变化可能导致孔隙流体的迁移和孔隙压力的改变, 从而直接影响岩土材料局部的力学性能, 并可能导致正反馈的灾变性失稳破坏。所以, 尽管体积应变的高度集中区域尺寸小, 分布及演变规律复杂, 但可能更接近于一些涉及孔隙流体的地质灾害的孕育地点, 而应变局部化区域可能在更大的范围内出现。

2.5 微裂纹出现前、后两种应变的演变规律定量分析

上文只给出了微裂纹出现之前的结果。在微裂纹出现稍前, 剪切带仍是潜在的剪切带, 还是已发展成

为较为显著的剪切带? 在微裂纹出现之后, 剪切带如何进一步发展? 这些问题尚需进一步考察。为此, 需要在源图像上布置若干新的监测点, 以监测一些特殊位置上各种应变的发展规律。下面, 以[#]8 砂样为例进行分析, 在微裂纹出现稍前, 该砂样右上角附近已发展出了一条较清晰的剪切带(图 7(f)), 将关注这条剪切带发展过程中其法向及切向上两种应变的分布及演变规律。应当指出, 由于新监测点不都位于原来测点上(89 行 47 列), 所以, 欲获取这些新监测点的应变, 需要对应变场进行插值。选取光滑性较好的双三次样条函数作为插值函数。

由于剪切带可能不完全平直, 所以采用弧坐标 s 描述新监测点的位置比较方便。取 o 点为坐标原点, 该点特意选择在将来局部体积应变较明显的一点上, 这是为了考察剪切带内、外局部体积应变的差异。当 $s=0$ 时, 在与弧坐标垂直的方向上设置新的坐标 s' 。

图 9(a)~(d) 给出了不同 ε_a 时的 $\gamma_{\max} - s$ 曲线、 $\varepsilon_{vl} - s$ 曲线、 $\gamma_{\max} - s'$ 曲线及 $\varepsilon_{vl} - s'$ 曲线, 坐标 s 、 s' 及原点 o 见图 9(c)。 s 及 s' 的单位为像素, 1 像素为 0.09 mm。可以发现: 在 s 及 s' 方向上, γ_{\max} 由均匀向不均匀分布转变。在 s 方向上, γ_{\max} 随着 ε_a 的增加而增加; 但在 s' 方向上, 一些位置上的 γ_{\max} 增加到一定程度后, 不再增加, 这些位置必然位于剪切带之外。但是, 有些位置的 γ_{\max} 随着 ε_a 的增加不趋于定值, 而是快速增加, 这些位置必然位于剪切带(带宽约为 4.5 mm)之内。

前文已指出, 当 $\varepsilon_a=0.15$ 时, 微裂纹即将出现。此时, 剪切带中心的 γ_{\max} 已达到 1, 而带外 γ_{\max} 的平均值仅为 0.3(图 9(c))。因此, 带内的 γ_{\max} 比带外多 2 倍多。同时, γ_{\max} 的梯度达到 $\pm 0.31 \text{ mm}^{-1}$ 。因此, 此时的剪切带不能称之为潜在的剪切带, 而是较为显著的剪切带。当微裂纹出现之后($\varepsilon_a=0.16$ 及 $\varepsilon_a=0.17$ 时), 剪切带将更加显著(图 9(c))。

由图 9(b) 可以发现, 在微裂纹出现稍前($\varepsilon_a=0.15$), 在 s 方向上, ε_{vl} 基本上已从全面的负值转变为全面的正值。这说明, 剪切带基本上已由压缩状态转变成膨胀状态, 处于压缩状态的区域很小。当 $\varepsilon_a < 0.15$ 时, 在 s 方向上, 随着 ε_a 的增加, ε_{vl} 首先表现为负值(代表压缩), 压缩量越来越大; 然后, 当 $0.09 \leq \varepsilon_a \leq 0.15$ 时, 某些位置开始表现为正值(代表膨胀), 压缩和膨胀共存的现象较为明显。

由 s 方向上 γ_{\max} 和 ε_{vl} 的分布规律(图 9(a)~(b)) 可见:

(1) γ_{\max} 显然比 ε_{vl} 的分布规律简单, 其分布比

较均匀, 峰值较少, 而 ε_{vl} 的分布十分不均匀, 峰值较多。

(2) 在 ε_{vl} 的峰值位置, 从 γ_{\max} 上看不到明显特征。

(3) 在微裂纹出现之后, s 方向上不同位置膨胀的程度不同, 有的位置膨胀程度大, 而有的位置膨胀程度小。一个膨胀大的区域两侧膨胀程度小。该现象与剪切带内部微裂纹的等间距性应该有联系, 某一位置的膨胀抑制了其两侧的膨胀。

在微裂纹出现稍前($\varepsilon_a=0.15$), 在 s' 方向上, 剪切带内部的 ε_{vl} 的最大值已接近 0.2, 而带外为负值(约为 -0.05)。带内的 ε_{vl} 比带外的多 4 倍。所以, 在微裂纹出现稍前, 剪切带内、外的 ε_{vl} 差别已非常明显。

由图 9(d) 还可以发现, 在未来剪切带的中心处($s'=0$), 当 $\varepsilon_a=0.09$ 时, ε_{vl} 的值较高, 代表开始膨胀。当 $\varepsilon_a=0.13$ 时, ε_{vl} 开始出现正值。而此时, γ_{\max} 已经表现出了一定的应变集中现象。总之:

(1) 在微裂纹出现稍前, 剪切带内、外的 γ_{\max} 和 ε_{vl} 相差已比较明显; 剪切带已经得到了一定程度的发展, 不能称之为潜在剪切带。

(2) 在微裂纹出现之前, 剪切带内的膨胀和收缩共存现象发生在 $0.09 \leq \varepsilon_a \leq 0.15$ 时。但是, 在微裂纹出现稍前, 剪切带的变形是以膨胀为主。在微裂纹出现之后, 剪切带的膨胀越来越明显。

(3) 在理论上, 若剪切带完全贯通, 剪切带内整体上都将出现膨胀, 并控制着整个砂样的宏观变形行为, 出现应变软化。但是, 实际上, 由于砂样的不均匀性及试验边界的影响, 剪切带会提前出现, 尽管剪切带内部发生了一定程度的膨胀和软化, 但由于尺寸不大, 所以对砂样整体宏观行为的影响不大。

(4) ε_{vl} 的分布规律和 γ_{\max} 相比更加复杂, 它能反映剪切带内的局部收缩和膨胀, 能反映显著和不显著膨胀区(这应与微裂纹的周期性出现密切有关), 但从此 γ_{\max} 上无法反映出这一点。

2.6 砂样整体体积应变 ε_{vg} 的两种计算结果比较

在不计及离面位移的影响时, 欲计算砂样整体的体积变化规律, 可以采用下列 3 种方法:

方法 1: 利用位移计测量试样的纵向应变和平均侧向应变进行计算。适于侧向变形较均匀情况。

方法 2: 通过计算观测平面的砂样轮廓线内像素个数的变化进行计算。轮廓线由边缘检测算法确定。限于所拍摄图片的质量, 试样轮廓线可能模糊化, 其厚度往往会有几到十几个像素, 这会引起一定的误差。

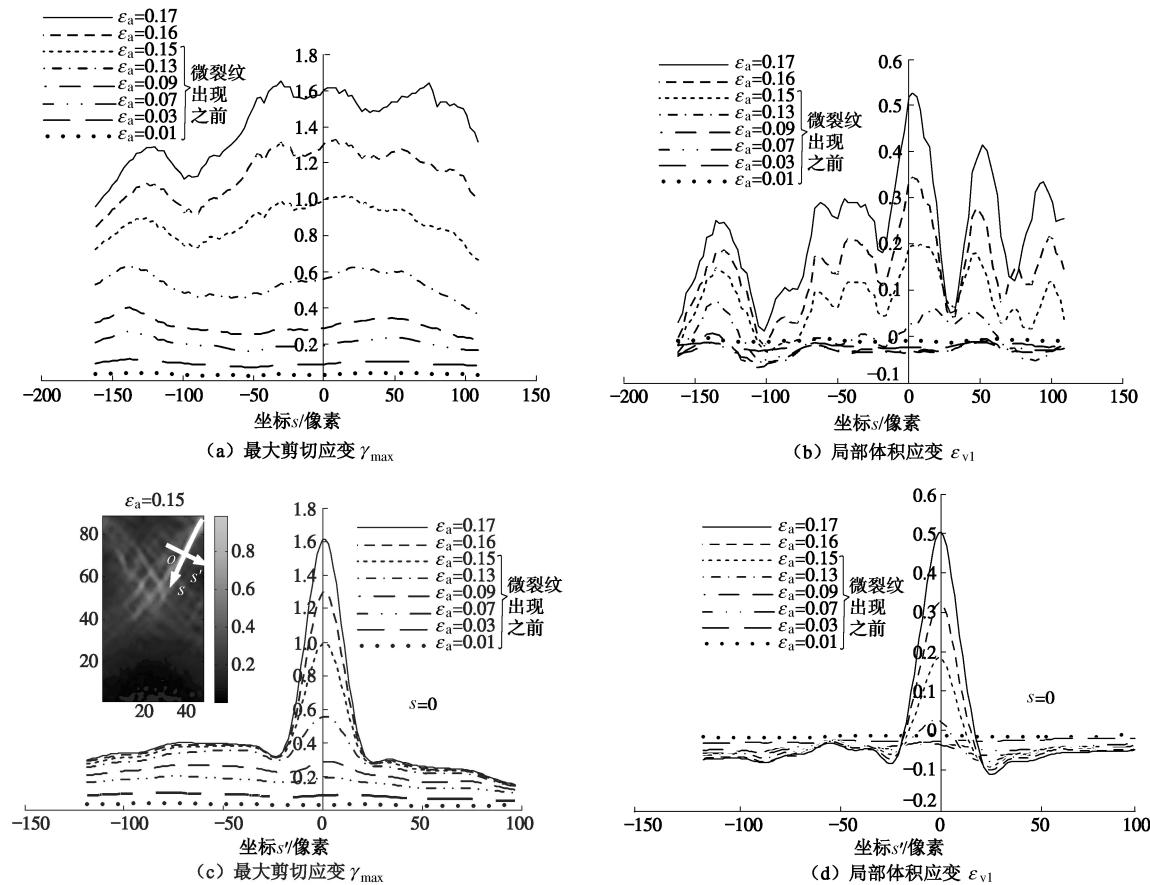


图 9 “8 砂样一条剪切带发展过程中最大剪切应变和局部体积应变的演变规律

Fig. 9 Evolution of maximum shear strains and local volumetric strain during development of a shear band for sand specimen No. 8

方法3：利用DIC方法计算得到的各测点实时坐标进行计算。由于源图像上的测点等间距排列，所以4个相邻测点将构成一个正方形（图1，图10（a））。而在变形后的图像上这一正方形将变成任意四边形（图10（b））。

在DIC方法计算的结果中，能否利用所有测点所围区域的4个外边界计算该区域的面积？对于侧向变形较均匀的情形，这是容易做到的。但是，当侧向变形不均匀或变形较大时（图10（b）），4个边界均变成曲线，此时难于准确计算平均纵向应变和侧向应变。

需要指出的是，测点布置在砂样喷涂散斑的表面上，但距离砂样的轮廓线有一定的距离（最小距离为子区尺寸的1/2）。所以，方法2和3的结果（在理论上更加准确）可能会有差别。

方法3的实质是通过计算试样局部（由4个相邻测点构成的一个正方形）的实时面积，进而通过求和获得测点所围区域的实时面积。能否采用局部体积应变来计算呢？即通过将每个测点的局部体积应变求和再平均计算测点所围区域的整体体积应变。这种方法在理论上并不可行。一个测点的局部体积应变是这个测点周围的一定范围（取决于测点的间距和子区的尺寸）

内平均效果。所有测点的局部体积应变的平均值一般不等于测点所围区域的整体体积应变。

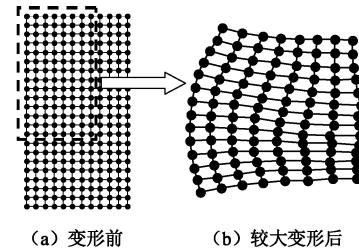


图 10 测点所围区域

Fig. 10 Regions surrounded by monitored points

方法3的主要优越性在于：

(1) 容易实现，精度高。不需要除了测点位移之外的信息，直接利用DIC方法计算得到的各测点实时坐标进行计算，本文DIC方法具有亚像素精度。

(2) 适用广泛，不限于两个方向的变形是否均匀。当变形不均匀时，通过微小区域面积的求和获得大区域的面积，实质上已经考虑了应变的二阶量（例如，纵向应变和侧向应变的乘积等）。

由图11可以发现，方法2（轮廓线计算结果）和3（DIC方法计算结果）计算得到的砂样的整体体积应

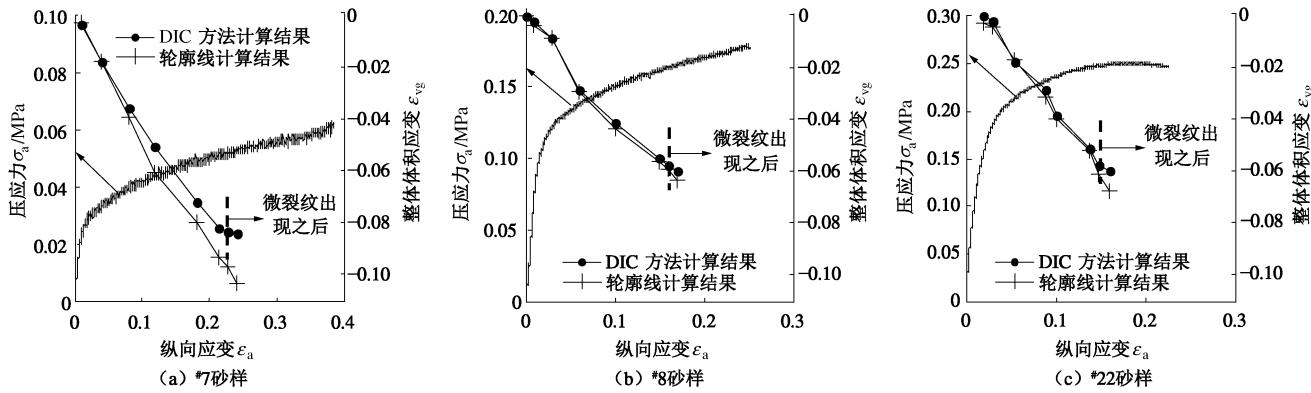


图 11 砂样的应力 σ_a -应变 ε_a 曲线及砂样整体体积应变 ε_{vg} 的演变规律

Fig. 11 Stress (σ_a) - strain (ε_a) curves of sand specimens and evolution of global volumetric strains (ε_{vg}) with strains

变 ε_{vg} 的结果基本接近。但方法3的结果呈较为明显的上凹形, 这应更符合实际情况。另外, 可以发现下列两点:

(1) 随着 ε_a 的增加, ε_{vg} 越来越小(代表体积收缩), 但体积收缩越来越慢。

(2) 在 3 个砂样中, 当 ε_a 相同时, 含水率高的砂样的体积收缩量较大。随着 ε_a 的增加, 含水率高的砂样体积减小得较快。

3 结 论

(1) 在微裂纹出现之前, 单轴压缩湿砂样(含水率为 12.7%~17.1%)在经历近似线性阶段及随后的硬化阶段过程中, 砂样的局部体积应变由均匀向不均匀分布转化, 直至出现体积应变局部化现象。

(2) 在微裂纹出现稍前, 剪切带中心处的最大剪切应变已达到 1, 最大剪切应变的梯度达到 $\pm 0.31 \text{ mm}^{-1}$, 剪切带的宽度约为 4.5 mm。此时的剪切带已较为显著。剪切带内的最大剪切应变比带外多 2 倍多, 剪切带内的体积应变比带外多 4 倍。

(3) 在微裂纹出现之后, 随着纵向应变的增加, 剪切带的膨胀愈发显著, 这与常识相符。在微裂纹出现稍前, 剪切带的变形是以膨胀为主。但是, 再往前, 剪切带就已出现, 剪切带的膨胀和收缩现象共存。

(4) 在剪切带切向上, 和最大剪切应变的相对均匀分布相比, 体积应变的分布更加复杂, 它具有多峰性, 这反映了剪切带内的显著和不显著膨胀区相间隔出现, 这应与微裂纹在剪切带内的周期性出现有关。

(5) 可利用 DIC 方法获得的所有测点的位移信息, 计算得到砂样整体体积应变随纵向应变的演变规律。其优越性在于: 所需信息少(只需要各测点位移), 容易实现, 精度高(具有亚像素精度), 计及了应变二阶量的影响。

致谢: 执行本文终审的常务编委指出了原稿件中孔隙比计算方面的一些疏忽, 特此由衷地表示感谢。

参 考 文 献:

- [1] NUR A. A note on the constitutive law for dilatancy[J]. Pure and Applied Geophysics, 1975, **113**(1): 197~206.
- [2] HOLCOMB D J. A quantitative model of dilatancy in dry rock and its application to westerly granite[J]. Journal of Geophysical Research, 1978, **83**(B10): 4941~4950.
- [3] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. Géotechnique, 1986, **36**(1): 65~78.
- [4] LI X S, DAFAELIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, **50**(4): 449~460.
- [5] CHERRY J T, SCHOCK R N, SWEET J. A theoretical model of dilatant behavior of a brittle rock[J]. Pure and Applied Geophysics, 1975, **113**(1): 183~196.
- [6] GERBAULT M, POLIAKOV A N B, DAIGNIERES M. Prediction of faulting from the theories of elasticity and plasticity: what are the limits?[J]. Journal of Structural Geology, 1998, **20**: 301~320.
- [7] 曾亚武, 黎玲, 熊俊, 等. 基于塑性体积应变的梯度塑性理论研究[J]. 长江科学院院报, 2012, **29**(8): 7~11, 51. (ZENG Ya-wu, LI Ling, XIONG Jun, et al. Gradient plasticity theory based on plastic bulk strain[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2012, **29**(8): 7~11, 51. (in Chinese))
- [8] 郭保华. 岩样尺度、孔道及端部摩擦效应的数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(增刊 2): 3391~3401. (GUO Bao-hua. Numerical analysis of size scale, inner hole and end restraint effects of rock samples[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(S2): 3391~3401. (in Chinese))

- Chinese))
- [9] 赵金勇, 蒋刚, 杨磊, 等. 剪胀角对地基极限承载力影响的有限元极限分析[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2008, **30**(5): 28 - 32. (ZHAO Jin-yong, JIANG Gang, YANG Lei, et al. Effect of shear dilatancy angle on ultimate bearing capacity of foundation by FEM limit analysis[J]. Journal of Nanjing University of Technology (Natural Science Edition), 2008, **30**(5): 28 - 32. (in Chinese))
- [10] 王学滨, 潘一山, 张智慧. 扩容角对圆形巷道岩爆过程的影响[J]. 中国工程科学, 2010, **12**(2): 40 - 46. (WANG Xue-bin, PAN Yi-shan, ZHANG Zhi-hui. Numerical simulation of the rockburst processes of a circular tunnel at different dilation angles[J]. Engineering Science, 2010, **12**(2): 40 - 46. (in Chinese))
- [11] 李元海, 朱合华, 上野胜利, 等. 基于图像相关分析砂土试验模型变形场量测[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(1): 36 - 41. (LI Yuan-hai, ZHU He-hua, UENO Katsutoshi, et al. Deformation field measurement for granular soil model using image analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(1): 36 - 41. (in Chinese))
- [12] 邵龙潭, 王助贫, 刘永禄. 三轴土样局部变形的数字图像测量方法[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(2): 159 - 163. (SHAO Long-tan, WANG Zhu-pin, LIU Yong-lu. Digital image processing technique for measurement of the local deformation of soil specimen in triaxial test[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(2): 159 - 163. (in Chinese))
- [13] MICHALOWSKI R L, SHI L. Deformation patterns of reinforced foundation sand at failure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2003, **129**(6): 439 - 449.
- [15] 王学滨, 杜亚志, 潘一山. 基于 DIC 粗-细搜索方法的单轴压缩砂样的应变分布及应变梯度的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(11): 2050 - 2057. (WANG Xue-bin, DU Ya-zhi, PAN Yi-shan. Experimental studies of strain distribution and strain gradients for sand specimens in uniaxial compression based on the digital image correlation with coarse-fine search method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(11): 2050 - 2057. (in Chinese))
- [16] 王学滨, 杜亚志, 潘一山, 等. 基于 DIC 粗-细搜索方法的单向压缩砂样的侧向变形观测研究[J]. 工程力学, 2013, **30**(4): 184 - 190. (WANG Xue-bin, DU Ya-zhi, PAN Yi-shan, et al. Lateral deformation measurements for sand specimens under uniaxial compression based on digital image correlation with coarse-fine search method[J]. Engineering Mechanics, 2013, **30**(4): 184 - 190. (in Chinese))
- [17] 松冈元. 土力学[M]. 罗汀, 姚仰平, 译. 北京: 中国水利水电出版社, 2001. (MATSUOKA H. Soil mechanics[M]. LUO Ting, YAO Yang-ping, trans. Beijing: China Water Power Press, 2001. (in Chinese))
- [18] 栾茂田, 汪东林, 杨庆, 等. 非饱和重塑土的干燥收缩试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(1): 118 - 122. (LUAN Mao-tian, WANG Dong-lin, YANG Qing, et al. Experimental study on drying shrinkage of unsaturated compacted soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(1): 118 - 122. (in Chinese))