

DOI: 10.11779/CJGE201408024

# Biot 动力固结方程简化模型在桩水平动力响应中适用性研究

余俊<sup>1</sup>, 尚守平<sup>2</sup>, 黄娟<sup>1</sup>, 阳军生<sup>1</sup>

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 分析不同 Biot 动力固结方程简化模型在桩水平振动中的适用性。引入势函数进行解耦, 推导了忽略土体及水体竖向连续的土层水平振动响应解析解, 结合以前研究, 讨论了单相土模型、等效单相土模型与不同渗透系数条件下忽略流体惯性项忽略竖向连续模型、考虑流体惯性项忽略竖向连续模型以及考虑流体惯性项考虑竖向连续模型的桩头阻抗频响规律, 指出 Biot 动力固结方程可进行简化的条件。

**关键词:** Biot 动力固结; 饱和土; 简化模型; 水平振动; 适用性

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)08-1558-06

**作者简介:** 余俊(1978-), 男, 湖北武汉人, 博士, 副教授, 主要从事隧道与地下工程、土-结构相互作用等方面的教学和科研。E-mail: jjyy1017@163.com。

## Applicability of simplified model of Biot's dynamic consolidation equation to response of horizontal vibration of piles

YU Jun<sup>1</sup>, SHANG Shou-ping<sup>2</sup>, HUANG Juan<sup>1</sup>, YANG Jun-sheng<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** The applicability of simplified model of Biot's dynamic consolidation equation to response of horizontal vibration of piles is analysed. The potential functions are introduced to decouple the governing differential equations, and then the analytical solution neglecting the vertical continuity of soil and water is derived. Based on the previous researches, the impedance functions of the head of piles are discussed using the single-phase soil model, the equivalent single-phase soil model and the model neglecting fluid inertia term and vertical continuity of soil and water, the model considering fluid inertia term and neglecting vertical continuity of soil and water, and the model considering fluid inertia term and vertical continuity of soil and water. It is concluded that the conditions of Biot's dynamic consolidation equation can be simplified.

**Key words:** Biot's dynamic consolidation; saturated soil; simplified model; horizontal vibration; applicability

## 0 引言

桩土相互作用理论被广泛应用于动力基础设计、建筑桥梁等结构的抗震分析中, 过去几十年广大学者进行了深入的研究。Novak 等利用弹性半空间理论中的连续介质力学模型把土体视为连续、均匀、各向同性的弹性或黏弹性体, 较系统的研究了单相土介质中桩的振动问题, 并提出了简化的平面应变模型<sup>[1-3]</sup>。Gazetas 等基于平面应变模型和分象限假定分析了单桩水平振动阻抗, 并在随后的研究中推向群桩基础<sup>[4]</sup>。这些研究均是基于单相土介质的。实际上, 土是由多相介质构成的。饱和土是工程中常见的土, 由土骨架和孔隙之间的水构成, 其动力特性比单相土复杂得多。当饱和土体孔隙流体不能渗流时, 可用单相介质来描

述<sup>[5]</sup>, 此时由波速决定的等效单相土的泊松比趋于 0.5<sup>[6]</sup>。

Biot 建立了饱和多孔介质波的传播理论, 成为以后相关研究的基础<sup>[7-9]</sup>。Zeng 等采用虚拟桩法, 通过边界积分方程分析了桩在饱和土中的动力荷载传递问题, 得到第二类 Fredholm 积分方程形式表示的半空间中桩振动解<sup>[10]</sup>。张玉红等用积分变换及刚度矩阵法分析了层状饱和土中三维非轴对称稳态响应<sup>[11]</sup>。周香莲等采用 Hankel 变换及数值逆变换得到饱和土的基本解, 利用桩土之间的变形协调条件和叠加原理得到饱

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51008311); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(20100162120037)

**收稿日期:** 2013-11-18

和土中群桩的第2类 Fredholm 积分方程,采用动力相互作用因子的方法计算群桩在水平荷载作用下的动力阻抗<sup>[12]</sup>。陆建飞用积分方程方法研究了半空间饱和土中单桩受水平简谐载荷时的动力响应<sup>[13]</sup>。

Zienkiewicz 等在 Biot 理论上,根据不同的简化假设,按基本未知量的不同,将运动方程改写为  $u-U-p$ ,  $u-U$ ,  $u-p$ ,  $u-w$  等形式,并指出除高频振动的情况外,可以将流体相对于土骨架运动的惯性力忽略不计<sup>[14]</sup>。在黏土中,这种假定是合理的,但在砂土中,由于渗透系数较大以及砂土黏聚力很小,即使振动频率不是很高,流体惯性项也不可忽略<sup>[6]</sup>。现有的研究基本上基于 Zienkiewicz 的几种假定所建立的模型,即忽略流体惯性项忽略竖向连续模型、考虑流体惯性项忽略竖向连续模型以及考虑流体惯性项考虑竖向连续模型。但现有的研究并未完整或明确的给出可以简化的量化条件。

已有的研究均表明<sup>[15-16]</sup>,渗透系数对 Biot 动力固结的影响是至关重要的。笔者曾给出了忽略流体惯性项忽略竖向连续模型<sup>[15]</sup>、考虑流体惯性项考虑竖向连续模型<sup>[16]</sup>的解析解,在这里给出考虑流体惯性项忽略竖向连续模型的土层振动解,结合以前的研究,讨论桩土相互作用体系中不同的简化假定的适用性,并给出可简化的渗透系数条件。

## 1 饱和土层水平振动基本方程

忽略土体及土中流体的竖向振动,在非轴对称情况下柱坐标系下的土骨架运动方程为

$$G\nabla^2 u_r + (\lambda + G)\frac{\partial e}{\partial r} - \frac{G}{r^2}\left(2\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r\right) - \alpha\frac{\partial p_f}{\partial r} = \rho\ddot{u}_r + \rho_f\ddot{w}_r, \quad (1)$$

$$G\nabla^2 u_\theta + (\lambda + G)\frac{1}{r}\frac{\partial e}{\partial \theta} - \frac{G}{r^2}\left(u_\theta - 2\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right) - \alpha\frac{1}{r}\frac{\partial p_f}{\partial \theta} = \rho\ddot{u}_\theta + \rho_f\ddot{w}_\theta. \quad (2)$$

流体的运动方程为

$$-\frac{\partial p_f}{\partial r} = \frac{1}{k'_d}\dot{w}_r + \rho_f\ddot{u}_r + \frac{\rho_f}{n}\dot{w}_r, \quad (3)$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial p_f}{\partial \theta} = \frac{1}{k'_d}\dot{w}_\theta + \rho_f\ddot{u}_\theta + \frac{\rho_f}{n}\dot{w}_\theta. \quad (4)$$

土体的渗流连续方程为

$$M\left(\frac{\partial \dot{w}_r}{\partial r} + \frac{\dot{w}_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \dot{w}_\theta}{\partial \theta}\right) + \alpha M\left(\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \dot{u}_\theta}{\partial \theta}\right) = -\dot{p}_f. \quad (5)$$

式中  $u_r$ ,  $u_\theta$  为土骨架径向和切向位移;  $w_r$ ,  $w_\theta$  为流体相对土骨架的径向和切向位移;  $\rho$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_f$  分别为两相介质、土骨架和流体的质量密度,且有  $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$ ,  $n$  为土体的孔隙率;  $\lambda$ ,  $G$  为 Lamé

常数;  $p_f$  为超静孔隙水压力;  $k'_d$  为土的动力渗透系数,  $k'_d = k_d/(\rho_f g)$ ,  $g$  为重力加速度,  $e$  为土骨架的体积应变;  $\partial/r\partial r + \partial^2/r^2\partial\theta^2$  为 Laplace 算子。  $1/M = (\alpha - n)/K_s + n/K_f$ ,  $\alpha = 1 - K_b/K_s$ ,  $K_s$ ,  $K_f$ ,  $K_b$  分别为土颗粒、流体及土骨架的体积模量。

## 2 方程求解

当单桩做水平简谐振动时,其侧面土体将发生水平振动。假设桩身沿  $\theta=0$  方向产生水平位移为  $u_1 e^{i\omega t}$ , 土层在圆孔壁处的边界条件为

$$u_r(r_0, \theta, t) = u_1 e^{i\omega t} \cos \theta, \quad (6)$$

$$u_\theta(r_0, \theta, t) = -u_1 e^{i\omega t} \sin \theta. \quad (7)$$

分别对土骨架与流体引入势函数:  $u_r = \frac{\partial \phi_1}{\partial r} +$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta}, \quad u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi_1}{\partial r}, \quad w_r = \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi_2}{\partial \theta}, \quad w_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \phi_2}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi_2}{\partial r},$$

式中,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  分别为土骨架及流体位移势函数,可知  $e = \nabla^2 \phi_1$ 。将势函数代入式

(1) ~ (5), 并写成矩阵形式,可以得到

$$\begin{bmatrix} (\lambda + 2G + \alpha^2 M)\nabla^2 + \rho\omega^2 & \alpha M\nabla^2 + \rho_f\omega^2 \\ \alpha M\nabla^2 + \rho_f\omega^2 & M\nabla^2 + \frac{\rho_f}{n}\omega^2 - \frac{i\omega}{k'_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G\nabla^2 + \rho\omega^2 & \rho_f\omega^2 \\ \rho_f\omega^2 & \frac{\rho_f}{n}\omega^2 - \frac{i\omega}{k'_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

要使微分算子方程有非零解,必须使微分算子行列式为零,可得

$$(\nabla^4 - d_1\nabla^2 + d_2)\phi_{1,2} = 0, \quad (10)$$

$$(\nabla^2 - \beta_3^2)\phi_{1,2} = 0. \quad (11)$$

式中,

$$d_1 = [2\alpha M\rho_f\omega^2 - (\lambda + 2G + \alpha^2 M) \cdot$$

$$(\frac{\rho_f}{n}\omega^2 - \frac{i\omega}{k'_d}) - \rho\omega^2 M]/(\lambda + 2G)M, \quad (12)$$

$$d_2 = \frac{\rho\omega^2\left(\frac{\rho_f}{n}\omega^2 - \frac{i\omega}{k'_d}\right) - \rho_f^2\omega^4}{(\lambda + 2G)M}, \quad (13)$$

$$\beta_3^2 = -\frac{\rho\omega^2}{G} + \frac{\rho_f^2\omega^4}{G\left(\frac{\rho_f}{n}\omega^2 - \frac{i\omega}{k'_d}\right)}. \quad (14)$$

对于式(10),可化为

$$(\nabla^2 - \beta_1^2)(\nabla^2 - \beta_2^2)\phi_{1,2} = 0, \quad (15)$$

式中,

$$\beta_{1,2}^2 = \frac{d_1 \pm \sqrt{d_1^2 - 4d_2}}{2}. \quad (16)$$

由算子分解理论, 并结合在无限远处, 位移衰减为零, 有

$$\varphi_1 = [A_1 K_1(\beta_1 r) + A_2 K_1(\beta_2 r)] \cos \theta e^{i\omega t}, \quad (17)$$

$$\varphi_2 = [A_4 K_1(\beta_1 r) + A_5 K_1(\beta_2 r)] \cos \theta e^{i\omega t}, \quad (18)$$

$$\phi_1 = A_3 K_1(\beta_3 r) \sin \theta e^{i\omega t}, \quad (19)$$

$$\phi_2 = A_6 K_1(\beta_3 r) \sin \theta e^{i\omega t}. \quad (20)$$

式中,  $K_1(\beta_1 r)$ ,  $K_1(\beta_2 r)$ ,  $K_1(\beta_3 r)$  分别为变型 Bessel 函数。

由于  $\phi_1$  与  $\phi_2$ ,  $\varphi_1$  与  $\varphi_2$  的相关性, 将方程解(17)~(20)代入式(8)、(9)中, 可有

$$\begin{cases} A_4 = \alpha_1 A_1, \\ A_5 = \alpha_2 A_2, \\ A_6 = \alpha_3 A_3, \end{cases} \quad (21)$$

式中,

$$\alpha_1 = -\frac{(\lambda + 2G)\beta_1^2 + (\rho - \alpha\rho_f)\omega^2}{\frac{i\omega}{k'_d} + \rho_f \omega^2 \left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)}, \quad (22)$$

$$\alpha_2 = -\frac{(\lambda + 2G)\beta_2^2 + (\rho - \alpha\rho_f)\omega^2}{\frac{i\omega}{k'_d} + \rho_f \omega^2 \left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)}, \quad (23)$$

$$\alpha_3 = -\frac{\rho_f \omega^2}{\frac{i\omega}{k'_d} - \frac{\rho_f}{n} \omega^2}. \quad (24)$$

故有

$$u_r = \{A_1 [K_1(\beta_1 r)]' + A_2 [K_1(\beta_2 r)]' + \frac{1}{r} A_3 K_1(\beta_3 r)\} \cos \theta e^{i\omega t}, \quad (25)$$

$$w_r = \{\alpha_1 A_1 [K_1(\beta_1 r)]' + \alpha_2 A_2 [K_1(\beta_2 r)]' + \frac{1}{r} \alpha_3 A_3 K_1(\beta_3 r)\} \cos \theta e^{i\omega t}, \quad (26)$$

$$u_\theta = \left\{ -\frac{1}{r} A_1 K_1(\beta_1 r) - \frac{1}{r} A_2 K_1(\beta_2 r) - A_3 [K_1(\beta_3 r)]' \right\} \sin \theta e^{i\omega t}, \quad (27)$$

$$w_\theta = \left\{ -\frac{1}{r} \alpha_1 A_1 K_1(\beta_1 r) - \frac{1}{r} \alpha_2 A_2 K_1(\beta_2 r) - \alpha_3 A_3 [K_1(\beta_3 r)]' \right\} \sin \theta e^{i\omega t}. \quad (28)$$

式中,  $[K_1(\beta_1 r)]'$ ,  $[K_2(\beta_2 r)]'$ ,  $[K_3(\beta_3 r)]'$  分别表示括号中表达式对  $r$  取一次导数。

由式(6)、(7)并联系到桩土接触面不透水, 即  $w_r|_{r=r_0} = 0$ , 可以得到  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  关于  $u_1$  的表达式。

可有薄层圆孔处土层厚度的水平向合力  $q_n$ :

$$\begin{aligned} q_n = & -\pi r_0 e^{i\omega t} \cdot [(\lambda + 2G + \alpha M + \alpha_1 M) \cdot \\ & A_1 \beta_1^2 K_1(\beta_1 r_0) + (\lambda + 2G + \alpha M + \alpha_2 M) \cdot \\ & A_2 \beta_2^2 K_1(\beta_2 r_0) + G A_3 \beta_3^2 K_1(\beta_3 r_0)] \end{aligned} \quad (29)$$

令

$$q_n = G(C_{11} + iC_{12})u_1 e^{i\omega t}, \quad (30)$$

可有:

$$C_{11} = \operatorname{Re}(q_n / e^{i\omega t}) / (Gu_1), \quad (31)$$

$$C_{12} = \operatorname{Im}(q_n / e^{i\omega t}) / (Gu_1). \quad (32)$$

式中,  $C_{11}$  为水平刚度系数,  $C_{12}$  为水平阻尼系数。

桩的水平振动响应分析及桩头阻抗可以参照文献[15], 在这里不再赘述。

### 3 不同简化模式参数分析对比

从以前的研究可知, 渗透系数对 Biot 不同简化模式的影响最大。这里讨论 Novak 单相解<sup>[2-3]</sup>、Novak 等效单相解<sup>[2-3]</sup>与渗透系数分别为  $1 \times 10^{-3}$ ,  $1 \times 10^{-5}$ ,  $1 \times 10^{-6}$ ,  $1 \times 10^{-7}$ ,  $1 \times 10^{-10}$  m/s 时忽略流体惯性项忽略竖向连续解、考虑流体惯性项忽略竖向连续解、考虑流体惯性项考虑竖向连续解 5 种不同简化模式下桩头阻抗的频域变化规律, 探讨不同简化模式的适用范围。由于水平阻抗、摇摆阻抗以及摇摆-水平阻抗的变化规律基本一致, 这里仅讨论水平阻抗刚度因子  $f_{h1}$ 、阻尼刚度因子  $f_{h2}$  的规律。由于 Novak 单相解、Novak 等效单相解结果与渗透系数的无关, 讨论中以这两种解为参照。分析时饱和土的参数按以下取值:  $K_s=36$  GPa,  $K_f=2$  GPa, 泊松比  $\nu=0.3$ ,  $G=20$  MPa,  $\rho_f=1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_s=1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $r_0=1$  m,  $L=20$  m,  $n=0.375$ 。单相土的密度  $\rho$  按饱和土密度取为 2030 kg/m<sup>3</sup>, 其余所用参数参照饱和土参数。等效单相土泊松比取为 0.4999, 其余参数同单相土参数。

从图 1 可以看出, 渗透系数较大时, 流体的惯性项对阻抗刚度因子影响较大, 当频率稍高时, 忽略流体惯性项忽略竖向连续解会过高估计桩头阻抗刚度, 当频率越高, 这种简化差异也越大; 在考虑流体惯性项时, 忽略和考虑竖向连续主要差异体现在低频段, 忽略竖向连续将会低估低频段的刚度阻抗和高估低频段的阻尼阻抗, 在高频段, 两者差异基本可以忽略, 这和单相土中 Novak 的研究结果基本一致; 当不考虑流体惯性项时, 忽略流体惯性项忽略竖向连续解与 Novak 单相土解基本一致, 这主要是由于渗透系数较大时且不考虑流体惯性项的影响, 桩头阻抗主要体现在土骨架的影响, 此时的解误差较大; Novak 等效单相土解与其他解相差较大, 已经不能适用; 水平阻尼刚度除 Novak 等效单相土解外, 其他解相差不大, 只是忽略了竖向连续会高估低频段的阻尼刚度, 在高频时, 基本上可以相互替代。从图 1 还可以看出, 渗透系数较大的土如砂土中桩头阻抗随着振动频率的增大而急剧减小, 这说明, 在进行砂土等渗透系数较大的土体中桩基振动问题分析或砂土液化分析时, 不能忽略流体的惯性项。

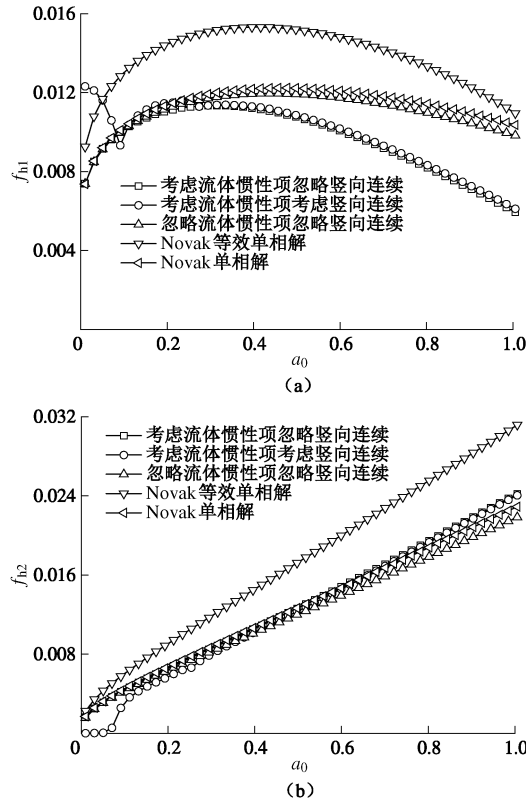
图 1  $k'_d=1\times 10^{-3}$  m/s 时不同模型水平阻抗

Fig. 1 Impedance functions of different models with permeability coefficient of  $1\times 10^{-3}$  m/s

如图 2 所示, 随着渗透系数的减小, 桩头阻抗刚度有往介于 Novak 单相解、Novak 等效单相解之间的区域移动的趋势; 其余变化规律与渗透系数为  $1\times 10^{-3}$  m/s 基本类似, 只是忽略竖向连续与考虑竖向连续时出现差异的低频区域略有增大。

从图 3 可以看出, 随着渗透系数的进一步减小至  $1\times 10^{-6}$  m/s 时, 桩头阻抗刚度已经介于 Novak 单相解、Novak 等效单相解之间, 基于 Biot 动力固结方程的 3 种简化模式的解在高频段已经基本重合, 忽略流体惯性项忽略竖向连续解和考虑流体惯性项忽略竖向连续解均低估低频段的刚度阻抗和高估低频段的阻尼阻抗。

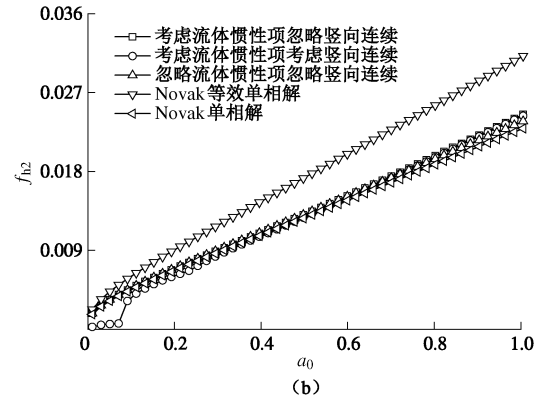
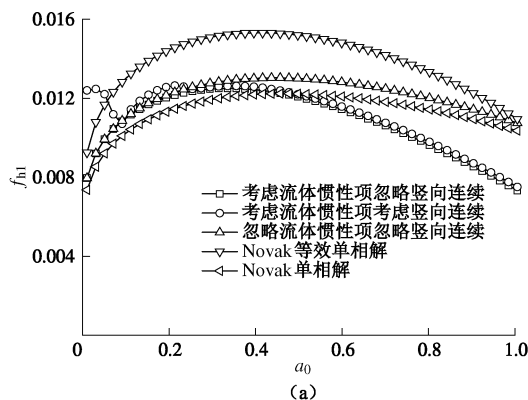
图 2  $k'_d=1\times 10^{-5}$  m/s 时不同模型水平阻抗

Fig. 2 Impedance functions of different models with permeability coefficient of  $1\times 10^{-5}$  m/s

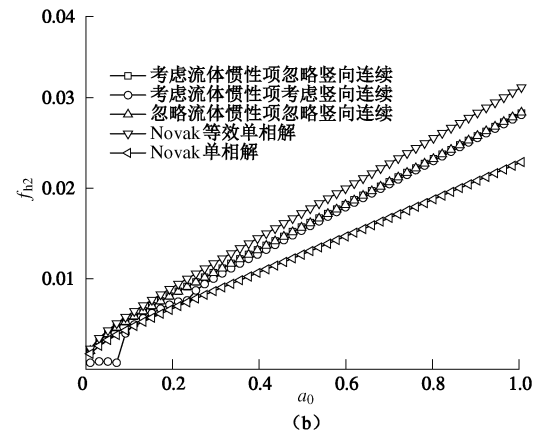
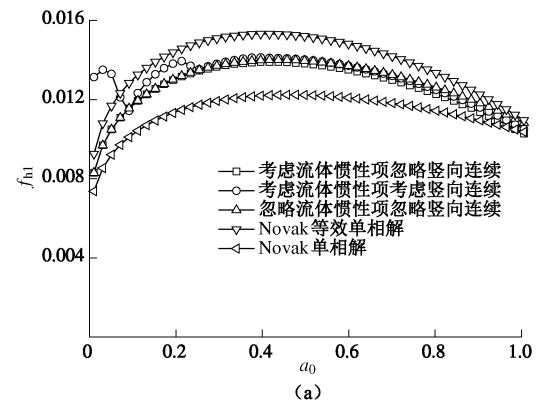
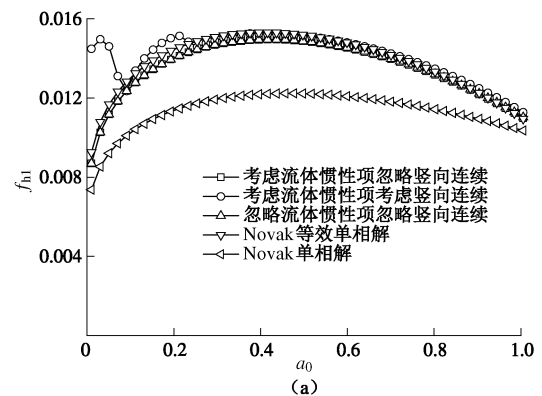
图 3  $k'_d=1\times 10^{-6}$  m/s 时不同模型水平阻抗

Fig. 3 Impedance functions of different models with permeability coefficient of  $1\times 10^{-6}$  m/s



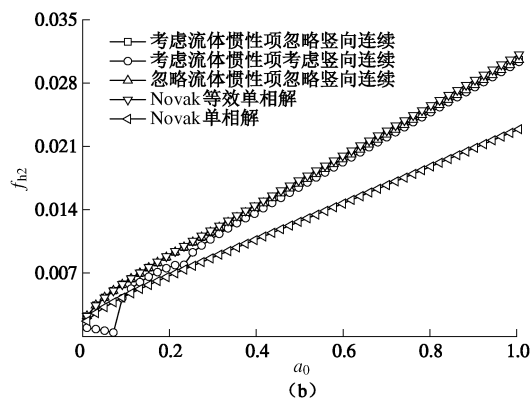


图 4  $k'_d=1\times 10^{-7}$  m/s 时不同模型水平阻抗

Fig. 4 Impedance functions of different models with permeability coefficient of  $1\times 10^{-7}$  m/s

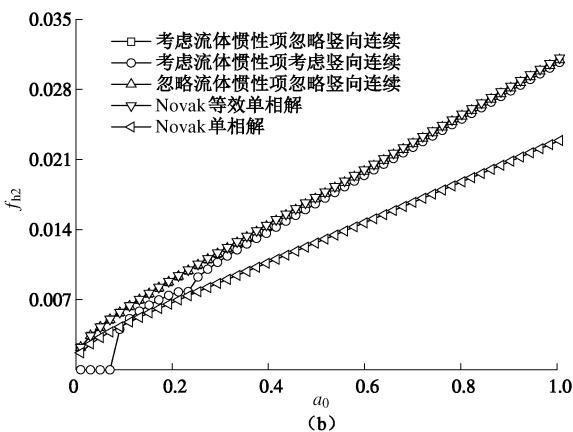
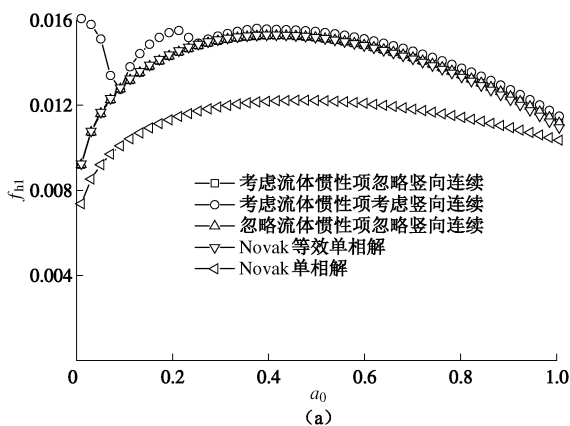


图 5  $k'_d=1\times 10^{-10}$  m/s 时不同模型水平阻抗

Fig. 5 Impedance functions of different models with permeability coefficient of  $1\times 10^{-10}$  m/s

从图 4, 5 可以看出, 随着渗透系数的进一步减小至小于  $1\times 10^{-7}$  m/s 时, 基于 Biot 动力固结方程的 3 种简化模式的解除低频段外, 基本上与 Novak 等效单相解重合, 忽略流体惯性项忽略竖向连续解、考虑流体惯性项忽略竖向连续解以及 Novak 等效单相解均低估低频段的刚度阻抗和高估低频段的阻尼阻抗; 以上

四组解与 Novak 单相解已经相差较大, 不能用单纯的单相解来替代两相饱和解。

## 4 结 论

(1) 忽略流体惯性项忽略竖向连续解、考虑流体惯性项忽略竖向连续解均低估低频段的刚度阻抗和高估低频段的阻尼阻抗, 当频率较高时, 可用考虑流体惯性项忽略竖向连续解来替代考虑流体惯性项考虑竖向连续解。

(2) 当渗透系数小于  $1\times 10^{-6}$  m/s 时, 除低频段需修正外, 可用忽略流体惯性项忽略竖向连续解来进行简化; 当渗透系数小于  $1\times 10^{-7}$  m/s 时, 可进一步用 Novak 等效单相解来进行简化分析。

(3) 当渗透系数大于  $1\times 10^{-5}$  m/s 时, 必须考虑流体惯性项的影响, 特别是进行砂土液化分析时, 不能进行简化。

## 参考文献:

- [1] NOVAK M, ABOUL E F. Dynamic stiffness and damping of piles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**(4): 574 - 598.
- [2] NOGAMI T, NOVAK M. Resistance of soil to a horizontally vibrating pile[J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamic, 1977, **5**(2): 249 - 261.
- [3] NOVAK M, NOGAMI T. Soil-Pile interaction in horizontal vibration[J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamic, 1977, **5**(2): 263 - 281.
- [4] GAZETAS G, DOBRY R. Horizontal response of piles in layered soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1984, **110**(1): 20 - 40.
- [5] 陈少林, 廖振鹏. 两相介质动力学问题的研究进展[J]. 地震工程与工程振动, 2002, **22**(2): 1 - 8. (CHEN Shao-lin, LIAO Zhen-peng. Advances in research on two-phase media dynamic problem[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, **22**(2): 1 - 8. (in Chinese))
- [6] 余俊, 尚守平, 李忠, 等. 饱和土中桩水平振动引起土层复阻抗分析研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(12): 3858 - 3864. (YU Jun, SHANG Shou-ping, LI Zhong, et al. Study of resistance factor of saturated soil caused by horizontal vibration of pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(12): 3858 - 3864. (in Chinese))
- [7] BIOT M A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I. Low-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**(2): 168 - 178.

- [8] BIOT M A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: II. Higher-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**(2): 179 - 191.
- [9] BIOT M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1962, **34**(9): 1254 - 1264.
- [10] ZENG X, RAJAPAKSE R K N D. Dynamic axial load transfer from elastic bar to poroelastic medium[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1999, **125**(9): 1048 - 1055.
- [11] 张玉红, 黄义. 两相介质饱和土三维非轴对称稳态响应分析[J]. 应用力学学报, 2002, **19**(3): 85 - 89. (ZHANG Yu-hong, HUANG Yi. Stable response of the 3-D non-axisymmetric two-phase water-saturated soil[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, **19**(3): 85 - 89. (in Chinese))
- [12] 周香莲, 周光明, 王建华. 水平简谐荷载作用下饱和土中群桩的动力反应[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(8): 1433 - 1438. (ZHOU Xiang-lian, ZHOU Guang-ming, WANG Jian-hua. Dynamic response of pile group in saturated soil subjected to horizontal loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics, 2005, **24**(8): 1433 - 1438. (in Chinese))
- [13] 陆建飞. 频域内半空间饱和土中水平受荷桩的动力分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, **21**(4): 577 - 581. (LU Jian-fei. Dynamic frequency domain analysis on laterally loaded pile in saturated soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics, 2001, **21**(4): 577 - 581. (in Chinese))
- [14] ZIENKIEWICZ O C, SHION T. Dynamic behaviour of saturated porous media; The generalized Biot formulation and its numerical solution[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1984, **8**: 71 - 96.
- [15] 尚守平, 余俊, 王海东, 等. 饱和土中桩水平振动分析[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(11): 1696 - 1702. (SHANG Shou-ping, YU Jun, WANG Hai-dong, et al. Horizontal vibration of piles in saturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(11): 1696 - 1702. (in Chinese))
- [16] 余俊, 尚守平, 李忠, 等. 饱和土中端承桩水平振动动力响应分析[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(3): 408 - 415. (YU Jun, SHANG Shou-ping, LI Zhong, et al. Dynamical characteristics of an end bearing pile embedded in saturated soil under horizontal vibration[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(3): 408 - 415. (in Chinese))

## 本期广告索引

- 封2 北京筑信达工程咨询有限公司  
封3 北京理正软件股份有限公司  
封4 上海分元土木工程科技有限公司  
后插1 台州建元勘察仪器有限公司  
后插2 西安力创材料检测技术有限公司