

DOI: 10.11779/CJGE201408003

# 筑坝土石料的统一广义塑性本构模型

朱 晟<sup>1, 2</sup>, 魏匡民<sup>1, 2</sup>, 林道通<sup>1, 2</sup>

(1. 河海大学水文水资源与水利水电工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学水电学院, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 室内三轴试验资料的分析表明: 与砾石土心墙料不同, 密实堆石料、砂砾料的破坏应力比, 随围压的增长出现明显降低; 而反映坝料剪胀特征的应力比, 随着围压的增长基本不变。根据试验资料, 建立了描述土石料剪胀状态和破坏状态的统一应力表达式; 针对现有广义塑性模型不能合理反映土石料压缩性的问题, 采用改进剪胀方程, 利用室内压缩试验和三轴剪切试验成果, 构造弹性和塑性模量, 提出了一个可以考虑土石料复杂加载特性的实用的统一广义塑性本构模型; 将上述模型编制程序, 模拟土石料的试验加载, 得到预测值与试验数据吻合良好, 可较好反映筑坝土石料的应力变形特性。

**关键词:** 弹塑性; 本构模型; 土石料; 堆石坝

中图分类号: TV641 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)08-1394-06

作者简介: 朱 晟(1965-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土石坝等水工岩土与环境岩土方面的研究。

E-mail: szhu@hhu.edu.cn。

## Generalized plasticity model for soil and coarse-grained dam materials

ZHU Sheng<sup>1, 2</sup>, WEI Kuang-min<sup>1, 2</sup>, LIN Dao-tong<sup>1, 2</sup>

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Hydraulics, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The triaxial test data show that the stress ratio at the failure state of compacted rockfill and gravel significantly decreases with the increase of confining pressure, while their stress ratio at the critical state is substantially constant with high confining pressure. The expressions for the stress ratios at the failure state and the critical state are established according to the experimental data. For the existing generalized plasticity model which does not reasonably reflect the compressibility of soil-rockfill, a practical generalized plasticity constitutive model for soil aggregates is proposed considering complex loading conditions by adopting the improved dilatancy equation and using the indoor compression and triaxial test results. The calculated values are in good agreement with the experimental data by compiling programs for the above model to simulate the test load of earth-rockfill materials. The proposed model can reasonably reflect their stress and deformation characteristics.

**Key words:** elasto-plasticity; constitutive model; earth-rockfill material; embankment dam

## 0 引言

随着中国经济的发展, 对能源需求与能源结构的要求不断提高, 西部一大批依托高坝大库的水电站亟待兴建, 其中如美、马吉、双江口等300 m级高坝采用堆石坝方案, 其大坝变形控制与变形协调的要求更为严格, 深入研究填筑紧密实的筑坝土石料的力学特性, 准确预测大坝结构行为, 尤为重要。

土体广义塑性理论由Zienkiewicz等和Pastor等提出<sup>[1-3]</sup>, 通过直接定义塑性流动方向、加载方向和塑性模量构建了非饱和土及砂土的本构模型; Ling等<sup>[4]</sup>通过重新构造塑性模量, 克服了P-Z模型不能反映围压对变形相关性影响的不足, 并应用到砂土性质的研究; 陈生水等<sup>[5-6]</sup>将其推广到堆石体的研究, 提出了考虑颗

粒破碎的本构模型。

从已有研究资料来看, 广义塑性模型大都采用了基于原始剑桥模型的剪胀方程:

$$d_g = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = (1+\alpha)(M_c - \eta) \quad , \quad (1)$$

式中,  $\eta=q/p$ 。

对式(1)而言, 当 $q \rightarrow 0$ 时,  $d_g \rightarrow (1+\alpha)M_c$ , 即静水压力 $p$ 产生了塑性剪切变形, 存在不能合理反映土石料压缩特性的共同缺陷。

为此, 本文在广义塑性理论框架下, 以Oroville、如美、双江口等典型高坝的试验资料为依据, 研究筑

坝土石料的力学特性, 以冀得到反映防渗土料和堆石等不同筑坝材料应力应变关系的统一模型。

## 1 应力变形特性

采用现代重型振动压实技术施工的堆石坝, 碾压后堆石体或心墙砾石土的填筑密实程度高, 筑坝土石体在自重、水压力等荷载共同作用下, 不但具有常规的压硬性, 而且具有较强的剪胀性, 同时伴随不同程度的颗粒破碎现象。

### 1.1 强度特性

大量试验成果表明: 高围压作用下, 颗粒破碎导致堆石料的强度明显降低, Duncan 等<sup>[7]</sup>用对数衰减关系直接描述了内摩擦角随围压的降低, De Mello<sup>[8]</sup>用幂函数关系体现了破坏面上剪应力与正应力之间的非线性关系。姚仰平等<sup>[9]</sup>则提出了  $p-q$  平面内广义非线性强度计算式。

考虑到心墙砾石土存在抗拉强度  $\sigma_c$ <sup>[10]</sup>, 令  $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \sigma_c$ , 则土石料的破坏强度可统一描述为

$$q_f = M_{f0} \cdot p_r \cdot \left( \frac{p}{p_r} \right)^{n_f}, \quad (2a)$$

式中,  $p_r = p_a + \sigma_c$ ,  $p_a$  为大气压力。对于堆石和砂砾料而言, 由于抗拉强度为 0, 则  $p_r = p_a$ ,  $p$  即为平均主应力。

根据式 (2a), 土石料的破坏应力比  $M_f$  可表示为

$$M_f = M_{f0} \cdot \left( \frac{p}{p_r} \right)^{n_f-1} \quad (2b)$$

分别计算砂砾料<sup>[7]</sup>、堆石<sup>[11-12]</sup>和砾石土<sup>[13]</sup>破坏时的应力比  $M_f (q_f/p)$  及对应  $p/p_r$ , 见图 1。利用式 (2b) 进行拟合, 得到参数  $M_{f0}$  为 2.590, 2.268, 2.322 和 1.284,  $n_f$  为 0.897, 0.846, 0.888 和 0.993。

由于砾石土料缺少抗拉强度试验资料, 上述整理强度参数时, 暂以三轴压缩试验的黏聚力 (0.166 MPa) 和内摩擦角 ( $31.4^\circ$ ) , 推算其抗拉强度  $\sigma_c=0.272$  MPa。

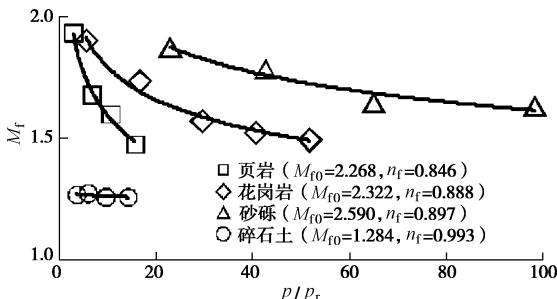


图 1 试验土石料的破坏线

Fig. 1 Shear failure line of test earth-rockfill materials

图 1 中各拟合曲线的相关系数均大于 0.98, 说明本文采用与围压相关的强度模式, 能够较好反映土石料的强度特性。从堆石、砂砾料和砾石土料的试验结果看,  $n_f$  值越来越接近于 1.0, 曲线更接近线性, 强度随围压降低的程度逐渐减小, 其颗粒破碎率随之减小; 由于密实的花岗岩堆石料破碎率相对更小<sup>[14]</sup>, 其  $n_f$  值比页岩堆石料更大。

### 1.2 剪胀特性

图 2 为不同围压条件下坝料试验的体积变形出现剪胀、剪缩转换时刻的广义剪应力  $q$  与对应  $p$  之间的关系。可见, 无论堆石、砂砾料还是砾石土料, 两者之间均具有良好的线性关系 (拟合相关系数均大于 0.95), 可表示为

$$M_c = q/p. \quad (3)$$

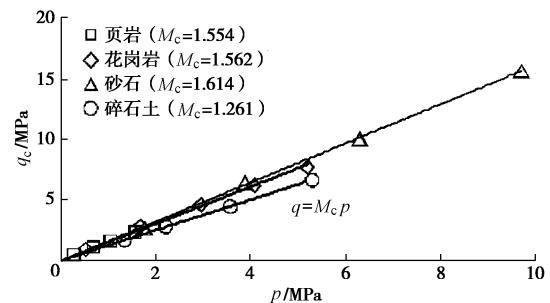
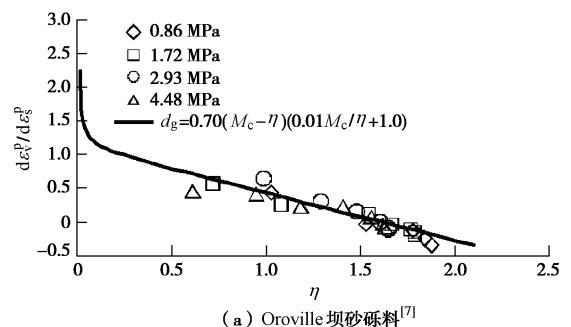


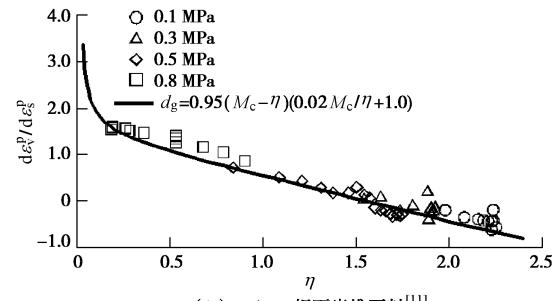
图 2 试验土石料的剪胀应力比

Fig. 2 Stress ratio of dilatation of test earth-rockfill materials

定义  $d_g = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} \approx \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_s}$ , 将土石料  $d_g$  与对应  $\eta = \frac{q}{p}$  的试验测点绘于图 3。



(a) Oroville 坝砂砾料<sup>[7]</sup>



(b) Lechago 坝页岩堆石料<sup>[11]</sup>

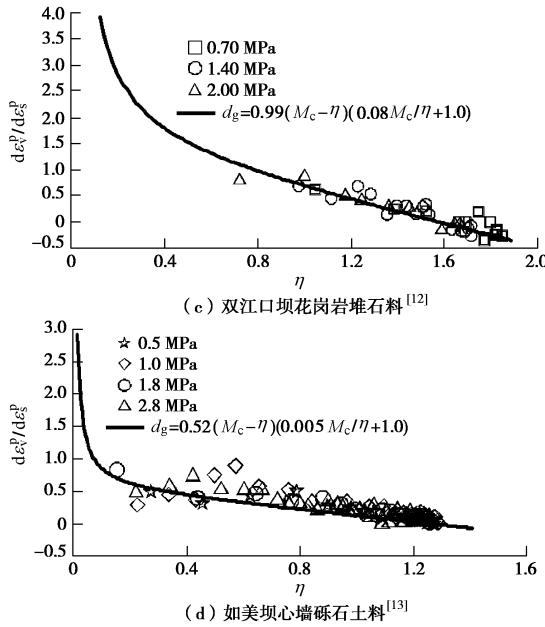


图 3 试验土石料的剪胀规律

Fig. 3 Dilatation rule of test earth-rockfill materials

目前, 对于土石料的剪胀方程, 研究成果较多<sup>[15-18]</sup>, 本文采用 Lagioia 建议的方程:

$$d_g = \alpha \cdot \left( 1 + \beta \frac{M_c}{\eta} \right) (M_c - \eta) . \quad (4)$$

对试验点进行拟合的曲线示于图 3 中, 可见式(4)较好地反映了土石料的剪胀规律, 且当  $\eta \rightarrow 0$  时  $d_g \rightarrow \infty$ , 满足等向压缩条件。

对于式(4)而言, 当  $\beta=0$  时, 即为 Pastor 剪胀方程; 当  $\beta=1$  且  $\alpha=0.5$  时, 则退化为修正剑桥模型的剪胀方程。

### 1.3 压缩性

土石料的压缩性, 常用等向压缩试验结果反映。参考 Nakai 等的研究成果<sup>[19-20]</sup>, 本文采用下述幂函数:

$$\varepsilon_v^e = c_e \left[ \left( p / p_r \right)^m - \left( p_0 / p_r \right)^m \right] , \quad (5a)$$

$$\varepsilon_v^p = (c_t - c_e) \left[ \left( p / p_r \right)^m - \left( p_0 / p_r \right)^m \right] , \quad (5b)$$

式中,  $p_0$  为试验应力  $p$  的初始值,  $m$  为材料参数,  $c_t$  为压缩指数,  $c_e$  为回弹指数。

## 2 本构模型

### 2.1 模型构成

土石料的应力应变关系可以表示为

$$\Delta\sigma = \mathbf{D}^{ep} : \Delta\varepsilon , \quad (6)$$

式(6)中的总应变, 分解为弹性应变  $\Delta\varepsilon_{ij}^e$  和塑性应变

$$\Delta\varepsilon_{ij}^p :$$

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^e + \Delta\varepsilon_{ij}^p . \quad (7)$$

其弹塑性矩阵可表示为

$$\mathbf{D}^{ep} = \mathbf{D}^e - \frac{\mathbf{D}^e : \mathbf{n}_{gLU} : \mathbf{n}^T : \mathbf{D}^e}{H_{LU} + \mathbf{n}^T : \mathbf{D}^e : \mathbf{n}_{gLU}} , \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{n}_{gLU}$  为加载/卸载时的塑性流动方向,  $\mathbf{n}$  为加载方向,  $H_{LU}$  为加载/卸载时的塑性模量。

### 2.2 弹性矩阵

根据广义 Hooke 定律, 由式(5a)可推导得到土石料的弹性模量为

$$E = \frac{3(1-2\nu)p_r^m}{mc_e p^{m-1}} , \quad (9)$$

式中,  $\nu$  为泊松比, 一般认为是常数, 可取 0.3。利用  $E$  和  $\nu$ , 即可计算弹性矩阵  $\mathbf{D}^e$ 。

### 2.3 塑性矩阵

由式(8)可知, 塑性矩阵主要有塑性模量  $H_{LU}$ 、塑性流动方向  $\mathbf{n}_{gLU}$  和加载方向  $\mathbf{n}$  构成。经过土石料试验资料的大量分析试算, 提出的塑性模量, 以及塑性流动方向、加载方向分别介绍如下。

#### (1) 塑性流动方向与加载方向<sup>[2]</sup>

加载时的塑性流动方向为

$$\mathbf{n}_{gL} = \left( \frac{d_g}{\sqrt{1+d_g^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+d_g^2}} \right)^T . \quad (10)$$

为模拟卸载体缩现象, 定义卸载时的塑性流动方向:

$$\mathbf{n}_{gU} = \left( -\text{abs} \left( \frac{d_g}{\sqrt{1+d_g^2}} \right), \frac{1}{\sqrt{1+d_g^2}} \right)^T . \quad (11)$$

采用非关联流动法则, 加载方向定义为

$$\mathbf{n} = \left( \frac{d_f}{\sqrt{1+d_f^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+d_f^2}} \right)^T , \quad (12)$$

其中,

$$d_f = \alpha \cdot \left( 1 + \beta \frac{M_f}{\eta} \right) (M_f - \eta) . \quad (13)$$

#### (2) 塑性模量

定义加载时的塑性模量为

$$H_L = \frac{p_r^m \cdot \Omega}{m(c_t - c_e)p^{m-1}} , \quad (14)$$

式中,  $\Omega = \frac{1+(\eta/M_f)^2}{1+(\eta/M_c)^2} \cdot \frac{1+\eta/M_f}{1+\eta/M_c} \cdot (1-\eta/M_f)^d \cdot e^{\frac{\eta}{M_c}}$ ,

$d$  为土石料的材料参数。

当  $\eta=M_f$  时, 材料处于剪切破坏状态,  $\Omega=0$ ,  $H_L=0$ ; 当  $\eta=0$  时,  $\Omega=1$ , 式(14)退化为等向压缩时的塑性模量。

在复杂加载条件下, 再加载塑性模量需要反映应力历史和硬化行为的影响, 定义为

$$H_{RL} = \frac{p_r^m \cdot \Omega}{m(c_t - c_e)p^{m-1}} H_{DM} H_{den} , \quad (15)$$

式中,  $H_{DM} = (\eta/\eta_{max})^{-\gamma_{DM}}$  可反映应力历史影响。

采用老化函数  $H_{\text{den}}$  反映材料的硬化行为<sup>[21]</sup>

$$H_{\text{den}} = \exp(\gamma_{\text{den}} \cdot \varepsilon_{v0}^p) , \quad (16)$$

式中,  $\varepsilon_{v0}^p$  表示当前再加载起点的塑性体积应变(受压或0)。

$\gamma_{\text{den}}$  是无量纲参数, 卸载模量表示为

$$H_U = \begin{cases} \frac{\Omega \cdot p_r^m}{mc_e p^{m-1}} H_{\text{DM}} H_{\text{den}} \left( \frac{M_c}{\eta_u} \right)^{\gamma_u} & \left( \left| \frac{M_c}{\eta_u} \right| > 1 \right) \\ \frac{\Omega \cdot p_r^m}{mc_e p^{m-1}} H_{\text{DM}} H_{\text{den}} & \left( \left| \frac{M_c}{\eta_u} \right| \leq 1 \right) \end{cases} . \quad (17)$$

式中,  $\eta_u$  为上一次卸载发生时的应力比,  $\gamma_{\text{DM}}$ ,  $\gamma_{\text{den}}$ ,  $\gamma_u$  为无量纲模型参数。

## 2.4 关于土石料剪胀性的讨论

由于堆石料在加载过程中存在一定颗粒破碎, 对其剪胀性会不会产生影响呢?

图4为不同围压条件下双江口花岗岩堆石料剪胀特征点的应力关系。可以看出, 随着围压的增加, 剪胀线存在轻微的向下弯曲现象, 这与已有文献研究成果是一致的<sup>[5]</sup>。为此, 用式(18a)的幂函数关系, 拟合土石料出现剪胀时刻的广义剪应力  $q$  与对应  $p$  之间的关系:

$$q_c = M_{c0} \cdot p_r \cdot (p / p_r)^{n_c} . \quad (18a)$$

为便于应用, 可将式(18a)改写为

$$M_c = M_{c0} \cdot (p / p_r)^{n_c - 1} . \quad (18b)$$

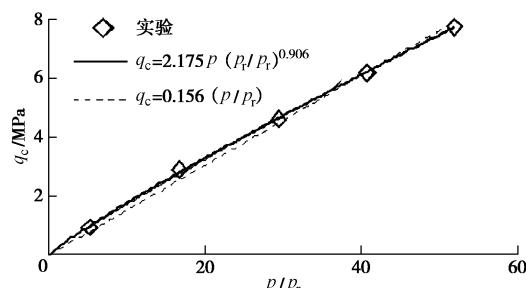


图4 花岗岩堆石料的剪胀应力比拟合

Fig. 4 Stress ratio of dilatation of test mixed granite rockfill

表1为分别采用直线(式(3))和幂函数(式(18a))方程拟合土石料剪胀特性的参数。可见, 砂砾土料剪胀应力比为直线关系, 砂砾料和花岗岩堆石料的剪胀应力比基本为直线; 只有母岩较软的页岩堆石料, 在加载过程中剪胀应力比随围压增大而出现轻微的降低现象, 但降低程度远低于其破坏线, 分析原因可能是

出现剪胀时的颗粒破碎率大大低于破坏状态引起。从表中拟合的相关系数来看, 线性函数式(3)和幂函数式(18a)均能较好地反映土石料的剪胀特性。

实际使用时, 如果需要考虑剪胀应力比的变化, 则整理式(4)的剪胀方程参数时可采用直线假定, 计算过程中用式(18)进行修正。

表1 剪胀应力比的拟合参数

Table 1 Parameters of stress ratio of dilatancy

材料名	与围压无关的函数式(3)		与围压相关的函数式(18a)			
	$M_c$	$R^2$	$M_{c0}$	$n_c$	$R^2$	
堆石	页岩	1.554	0.953	2.132	0.872	0.982
	花岗岩	1.562	0.980	2.175	0.906	0.995
砂砾料		1.614	0.998	1.871	0.973	0.999
砾石土		1.261	0.998	1.261	0.995	0.999

## 2.5 模型的三维化

由于上述广义塑性本构模型, 是在三轴试验和等向压缩试验基础上建立的。引入应力 Lode 角考虑中主应力的影响, 将其推广至一般应力状态。当土石体处于压缩或拉伸状态时, 剪胀应力比修正为

$$M'_c = \frac{6 \sin \varphi_{cv}}{3 \mp \sin \varphi_{cv} \cdot \sin 3\theta_\sigma} , \quad (19)$$

式中,  $\sin 3\theta_\sigma = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$ ,  $\theta_\sigma$  为应力 Lode 角,  $J_2$ ,  $J_3$  分别为应力的二次和三次不变量,  $\varphi_{cv}$  为剪胀角, 可根据常规三轴试验资料得到, 即

$$\sin \varphi_{cv} = \frac{3M_c}{6 \pm M_c} , \quad (20)$$

式中,  $M_c$  可根据式(3)或式(18)确定。

## 2.6 模型与参数验证

对不同土石料, 利用室内常规三轴试验和等向压缩试验资料, 就可以整理出本文模型的参数。由于没有等向压缩试验资料, 对应参数  $c_t$ ,  $c_e$ ,  $m$  以及  $d$  通过拟合三轴试验资料, 采用 IGA 反演确定<sup>[22]</sup>, 得到其模型参数见表2。根据表2所示土石料模型参数, 反算常规三轴试验的应力应变曲线示于图5。

图6虚线为采用表2参数计算花岗岩堆石料的室内动三轴试验结果, 试验围压 700 kPa, 静力固结比  $K_c=1.0$ , 轴向动应力极值与围压之比为 0.6, 资料取自文献[23]。

可见, 本文模型的预测值与试验值吻合较好。

表2 土石料的广义塑性模型参数

Table 2 Generalized plasticity model parameters of earth-rockfill materials

材料名	$c_t$	$c_e$	$m$	$M_{f0}$	$n_f$	$M_c$	$\alpha$	$\beta$	$d$	$\gamma_{\text{DM}}$	$\gamma_{\text{den}}$	$\gamma_u$
堆石	砂砾料	0.0055	0.0017	0.624	2.590	0.897	1.614	0.70	0.01	1.117	—	—
	页岩	0.0162	0.0027	0.735	2.268	0.846	1.554	0.95	0.02	1.019	—	—
	花岗岩	0.0074	0.0015	0.702	2.322	0.888	1.562	0.99	0.08	1.022	3.3	150
砾石土		0.0063	0.0019	0.597	1.284	0.993	1.261	0.52	0.005	1.185	—	30

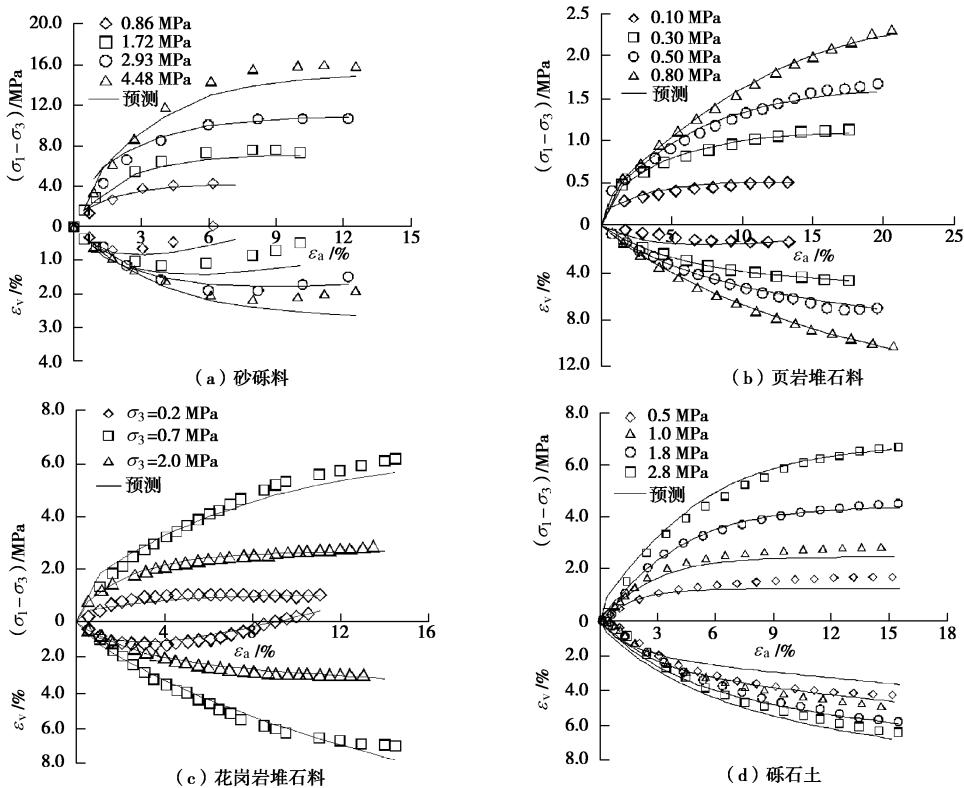


图 5 模型预测结果(常规三轴试验)

Fig. 5 Experimental results vs. model predictions (triaxial test)

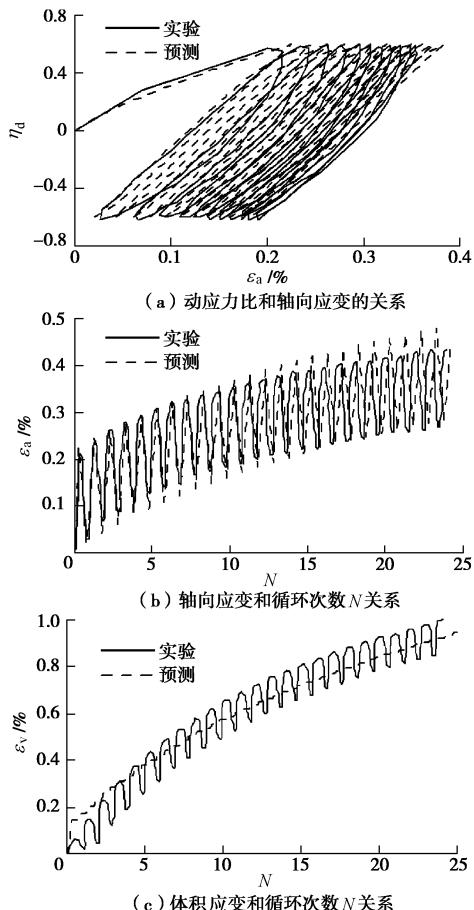


图 6 模型预测结果(花岗岩堆石料的动三轴试验)

Fig. 6 Experimental results vs. model predictions (granite dynamic triaxial tests)

### 3 结 论

(1) 筑坝堆石料与心墙砾石土料, 临近破坏状态时出现不同程度的颗粒破碎现象, 其破坏应力比表现出随围压增加而降低, 采用幂函数方程式(2)可以较好地反映其规律。

(2) 结构紧密的筑坝堆石与心墙砾石土料, 随着围压的改变, 剪胀状态应力比随围压的增加基本保持为常数, 采用式(3)或与围压相关的式(18)均可反映其规律。

(3) 采用与试验资料一致的改进剪胀方程, 提出了适用于土石料的统一广义塑性模型, 可用于土石坝等工程的静动力耦合分析。

### 参考文献:

- [1] ZIENKIEWICZ O C, MROZ Z. Generalized plasticity formulation and applications to geomechanics[C]// Mechanics of Engineering Materials. New York: Wiley, 1984: 655 - 679.
- [2] PASTOR M, ZIENKIEWICZ O C. A generalized plasticity, hierachial model for sand under monotonic and cyclic loading[C]// Numerical methods in geomechanics. London: Jackson, 1986: 131 - 150.
- [3] PASTOR M, ZIENKIEWICZ O C, CHAN A H C. Generalizedplasticity and the modeling of soil behavior[J].

- Int J Numer Analyt Meth Geomech, 1990, **14**(3): 151 – 190.
- [4] LING Hoe I, LIU Hua-bei. Pressure-level dependency and densification behaviour of sand through generalized plasticity model[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, **129**(8): 851 – 860.
- [5] 陈生水, 傅中志, 韩华强. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(10): 1489 – 1495. (CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(10): 1489 – 1495. (in Chinese))
- [6] 陈生水, 韩华强, 傅华. 循环荷载作用下堆石料应力变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(8): 1151 – 1157. (CHEN Sheng-shui, HAN Hua-qiang, FU Hua. Stress and deformation behavior s of rockfill under cyclic loadings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(8): 1151 – 1157. (in Chinese))
- [7] DUNCAN J M, BYRNE P, WONG K S, et al. Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analysis of stresses and movements in soil masses[C]// Report No. UCB.GT.80-01. Berkeley: University of California, 1980.
- [8] DE Mello V F B. Reflections on decisions of practical significance to embankment dam construction[J]. Géotechnique, 1977, **27**(3): 279 – 335.
- [9] 姚仰平, 路德春, 周安楠, 等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学 E 辑, 2004, **34**(11): 1283 – 1299. (YAO Yang-ping, LU De-chun, ZHOU An-nan, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. Science in China Ser. E Engineering & Materials Science, 2004, **34**(11): 1283 – 1299. (in Chinese))
- [10] 张辉, 朱俊高, 王俊杰. 击实砾质土抗拉强度试验研究. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(增刊 2): 4186 – 4190. (ZHANG Hui, ZHU Jun-gao, Wang Jun-jie. Experimental study on tensile strength of compacted gravel soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **25**(S2): 4186 – 4190. (in Chinese))
- [11] ALONSO E E. Dilatancy of coarse granular aggregates[J]. Springer Proceedings in Physics, 2007, **12**(3): 19 – 135.
- [12] 杨光, 孙逊, 于玉贞, 等. 不同应力路径下粗粒料力学特性试验研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(4): 1118 – 1122. (YANG Guang, SUN Xun, YU Yu-zhen, et al. Experimental study of mechanical behavior of a coarse-grained material under various stress paths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(4): 1118 – 1122. (in Chinese))
- [13] 中国水电顾问集团成勘院. 如美筑坝材料室内试验报告[R]. 成都: 中国水电顾问集团成勘院, 2011. (Chengdu Engineering Corporation. Indoor testing results of the Rumei dam materials[R]. Chengdu: Chengdu Engineering Corporation, 2011. (in Chinese))
- [14] HARDIN B. Crushing of soil particles[J]. J Geotech Engng, 1985, **111**(10): 1177 – 1192.
- [15] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[C]// Proc Roy Soc London. London, 1962, A269: 500 – 527.
- [16] LAGIOIA R, PUZRIN A M, POTTS D M. A new Versatile expression for yield and plastic potential surfaces[J]. Computers and Geotechnics 1996, **19**(3): 171 – 191.
- [17] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, **50**(4): 449 – 460.
- [18] NISHI K, KANATANI M. Constitutive relations for sand under cyclic loading based on elasto-plasticity theory[J]. Soils and Foundations, 1990, **30**(2): 43 – 59.
- [19] NAKAI T. An isotropic hardening elastoplastic model considering the stress path dependency in three dimensional stresses[J]. Soils and Foundations, 1989, **29**(1): 119 – 139.
- [20] 姚仰平, 黄冠, 王乃东. 堆石料的应力—应变特性及其三维破碎本构模型[J]. 工业建筑, 2011, **41**(9): 12 – 17. (YAO Yang-ping, HUANG Guan, WANG Nai-dong. Stress-strain characteristic and three-dimensional constitutive model of rockfill considering crushing[J]. Industrial Construction, 2011, **41**(9): 12 – 17. (in Chinese))
- [21] OLDECOP L, ALONSO E E. A model for rockfill compressibility[J]. Géotechnique, 2001, **51**(2): 127 – 140.
- [22] 朱晟, 王永明, 胡祥群. 免疫遗传算法在土石坝筑坝粗粒料本构模型参数反演中的应用研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(3): 961 – 966. (ZHU Sheng, WANG Yong-ming, HU Xiang-qun. Application of immune genetic algorithm to back analysis for parameters in model of rockfill dam coarse grain materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(3): 961 – 966. (in Chinese))
- [23] 杨光, 孙逊, 于玉贞, 等. 循环荷载作用下粗粒料变形特性的试验研究[J]. 水力发电学报, 2010, **29**(4): 154 – 159. (YANG Guang, SUN Jiang-long, YU Yu-zhen, et al. Experimental study on the deformation characteristics of coarse-grained materials under cyclic loading[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, **29**(4): 154 – 159. (in Chinese))