

DOI: 10.11779/CJGE201407016

# 联结式排桩隔振系统及其数值模拟

陆建飞, 张旭, 李传勋

(江苏大学土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

**摘要:** 在低频入射波作用下, 传统的自由式排桩结构的隔振效果并不理想。基于此, 提出了一种新型的排桩隔振结构, 即联结式排桩, 并建立了数值模型对其隔振效果进行数值模拟。为了建立联结式排桩的隔振计算模型, 利用序列 Fourier 变换及边界元方法, 建立了波数域内桩-土耦合的边界元模型。基于上述边界元模型, 利用桩顶和梁端的联结条件, 波数域内的周期性条件及上部联结梁的传递矩阵, 建立了波数域内联结式排桩的计算模型。对排桩波数域内的解进行序列 Fourier 逆变换, 即得空间域内排桩的解。基于所建立的模型, 本文研究了在圆形载荷作用下, 单排及双排联结式排桩的隔振效果。数值结果表明, 联结式排桩的隔振效果要明显优于自由式排桩, 因此, 联结式排桩是一种更为有效的隔振设施。

**关键词:** 联结式排桩; 隔振; 波数域边界元方法(WDBEM); 序列 Fourier 变换

**中图分类号:** TU470

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2014)07-1316-10

**作者简介:** 陆建飞(1967-), 男, 江苏南通人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程、固体力学等领域的研究。E-mail: ljfdoctor@yahoo.com。

## Vibration isolation system for linked pile rows and its numerical simulation

LU Jian-fei, ZHANG Xu, LI Chuan-xun

(Department of Civil Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

**Abstract:** The conventional pile rows can not achieve a good vibration isolation effect when exposed to low-frequency incident waves. In view of this, a new kind of pile structure, namely, linked periodic pile rows, is proposed for the vibration isolation facility in this study. Moreover, a numerical model is developed for the simulation of the vibration isolation via linked periodic pile rows. To establish the numerical model for the linked periodic pile rows, a wave number domain boundary element method (WDBEM) model for the half-space soils and periodic pile rows is established using the sequential Fourier transform and the boundary element method. By using the WDBEM model, the coupling conditions between the pile tops and the linking beams, and the periodicity condition for the periodic system as well as the transfer matrices for the linking beams, a wave number domain numerical model for the linked periodic pile rows is proposed. By means of the proposed model, the vibration isolation effects of a single linked pile row and two linked pile rows are investigated. The numerical results indicate that compared with the conventional pile rows, the linked pile rows usually produce a better vibration isolation effect. Hence, the linked pile rows are a more effective vibration isolation facility than the conventional pile ones.

**Key words:** linked pile row; vibration isolation; wave number domain boundary element method; sequential Fourier transform

## 0 引言

随着中国经济的快速发展, 高速铁路、高速公路、地铁和轻轨等现代交通设施迅速在全国普及; 与此同时, 上述交通设施所引起的振动问题也越来越引起土木工程界的关注。此外, 城市中的动力机器振动及施工过程中的爆破和打桩等所引起的振动也日益严重<sup>[1-2]</sup>。因此, 如何有效地消除或减轻这些振动是研究者们一直关注的问题。众所周知, 在地基中设置屏障是达到此目的的有效方法<sup>[3]</sup>。排桩作为一种非连续的隔振屏障, 在隔振工程中已得到了一些应用, 因此对排桩

隔振问题进行进一步研究有一定的理论和实际意义。

由于非连续屏障隔振的复杂性, 早期学者多用试验方法对此问题进行研究: Woods 等<sup>[4]</sup>以全息照相技术为基础, 研究了非连续屏障的隔振效果, 认为满足圆柱孔径大于  $1/6$  入射波波长, 且孔间净距小于  $1/4$  入射波波长的非连续排孔的隔振效果较好; Liao 等<sup>[5]</sup>以模型桩作为隔振屏障, 进行了流体中声波隔振的比

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51078171)

收稿日期: 2013-06-05

例模型试验。随后不少学者利用解析及数值方法对排桩隔振问题进行了研究。Aviles 等<sup>[6-7]</sup>采用波函数展开方法, 分析了单排桩对 P 波、SH 波和 SV 波的隔离效果。Kattis 等<sup>[8-9]</sup>采用三维频域边界元方法分析了单排圆形截面及方形截面混凝土排桩和孔洞的隔振效果。Tsai 等<sup>[10]</sup>应用三维边界元方法分析了 4 种类型的圆形截面排桩对无质量方形基础振动的隔离效果。高广运<sup>[11]</sup>通过数值计算及试验方法研究了排桩隔振的设计方法, 突破了 Woods 等提出的非连续屏障隔振体系中桩直径必须大于被屏蔽波波长 1/6 的结论。徐平等<sup>[12-13]</sup>从波散射的解析解出发, 研究了平面 P 波和 SH 波单独入射时排桩的隔振效果。最近, Lu 等<sup>[14]</sup>利用 Muki 的虚拟桩方法和叠加原理研究了排桩隔振问题。

由此可见, 国内外学者采用理论和试验方法已对排桩隔振问题进行了大量的研究。值得指出的是, 上述研究均通过对少数桩的计算分析, 来研究排桩的隔振效果, 这与实际情况并不符合。此外, 已有的研究表明, 在低频弹性波入射的情况下, 排桩的隔振效果并不理想。因此, 有必要发展新型的排桩隔振结构, 以进一步提高排桩的隔振效果。基于此, 本文提出一种新型的排桩隔振结构, 即联结式排桩隔振结构, 该结构最显著特点是排桩的顶部附加联结梁, 且联结梁和桩顶刚性联结(图 1)。此外, 为了模拟联结式排桩的隔振效果, 本文还建立了联结式排桩的计算模型, 基于该模型对联结式排桩的隔振效果进行了分析。本文的研究表明, 与自由式排桩相比, 联结式排桩可明显地提高排桩的隔振效果, 因此, 联结式排桩是一种更为有效的隔振设施。

## 1 问题的描述

如上所述, 为了提高排桩的隔振效果, 本文提出一种新型的排桩结构, 即联结式排桩。联结式排桩由排桩和上部联结梁构成, 联结梁和排桩桩顶刚性联结(图 1)。为模拟工程实际中包含大量桩基础的隔振排桩, 本文中假设排桩沿走向包含无穷多根桩。此外, 为了便于建立波数域内排桩的计算模型, 假设半空间土体为均质线弹性体, 且排桩和上部联结梁沿排桩走向呈周期性。为保证周期性, 联结式排桩须满足下列条件: 各排桩中桩基础的几何和材料参数须相同, 不同排中桩基础的参数可不同; 各排桩中的桩沿排桩走向保持固定距离, 此距离称为联结式排桩的周期; 同组联结梁须相同, 不同组联结梁可不同, 因此, 对图 1(a)、(b)所示的单排桩, 所有相邻桩的联结梁须相同, 对图 1(c)所示的双排桩, 联结梁则可分成 4 组。值得指出的是, 对多排桩, 桩顶联结梁的布置方式并

不唯一, 图 1(c)只是其中一种可能的布置方式。假设有  $N_R$  排排桩埋置于半空间土体中, 排桩的走向为  $x$  轴方向, 排桩中相邻桩的间距为  $L$ , 则排桩所对应的格矢为  $\mathbf{R} = nL\mathbf{e}_x$ , 其中  $\mathbf{e}_x$  表示沿着  $x$  轴方向的基矢,  $n$  为任意整数。由于存在周期性, 联结式排桩可分解为一系列等同的组成元胞(图 1), 每个元胞内包含  $N_R$  根桩, 显然, 对单排桩  $N_R$  为 1, 双排桩  $N_R$  则为 2。

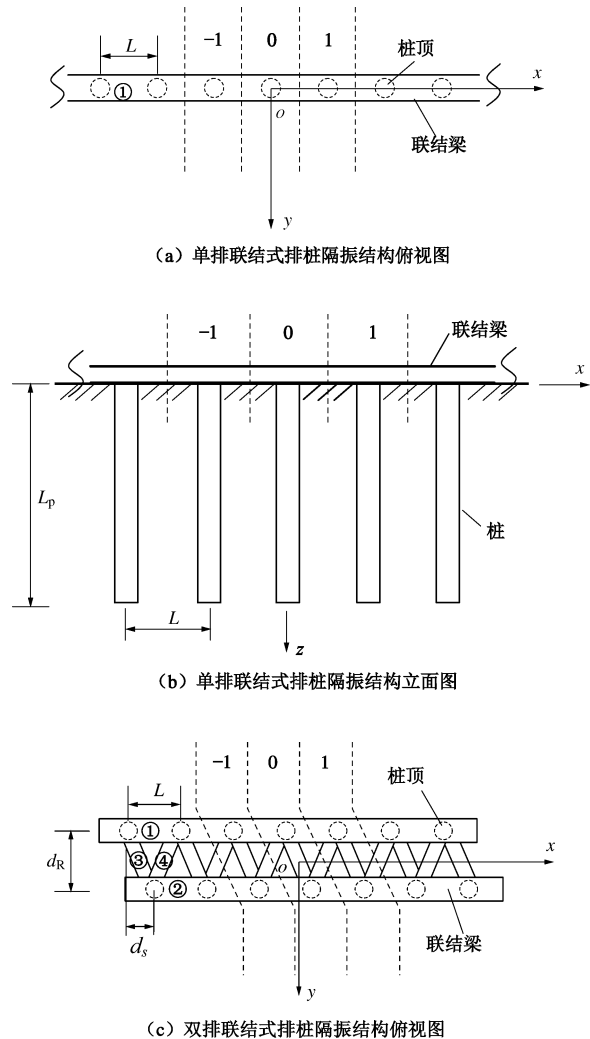


图 1 半空间土体中周期性联结式排桩隔振结构示意图

Fig. 1 Illustrations for linked periodic pile rows embedded in half-space soils used as discrete wave barrier

## 2 波数域内桩-土边界元耦合模型的建立

### 2.1 序列 Fourier 变换

波数域内排桩边界元模型的建立涉及序列 Fourier 变换, 本节将引入序列 Fourier 变换及其卷积的定义。鉴于本文所研究的联结式排桩只在一个方向呈周期性, 这里仅介绍一维序列 Fourier 变换。设一维 Bravais 晶格中, 两相邻格点间的距离为  $L$ <sup>[15]</sup>, 则上述

Bravais 晶格的格矢为  $\mathbf{R}=n\mathbf{Le}$ , 其中  $\mathbf{e}$  为沿一维 Bravais 晶格的基矢,  $n$  为任意整数。设  $f(\mathbf{R})$  ( $f(n\mathbf{L})$ ) 为定义在上述 Bravais 晶格上的一个离散函数, 对此函数可定义如下的序列 Fourier 正、逆变换<sup>[16-17]</sup>:

$$\tilde{f}(\boldsymbol{\kappa}) = \tilde{f}(\boldsymbol{\kappa}) = \sum_{\mathbf{R}} f(\mathbf{R}) \mathbf{e}^{\mathbf{i}\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{R}} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(n\mathbf{L}) \mathbf{e}^{\mathbf{i}n\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{L}}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(\mathbf{R}) = f(n\mathbf{L}) &= \frac{1}{V_b} \int_{V_b} \tilde{f}(\boldsymbol{\kappa}) \mathbf{e}^{-\mathbf{i}\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{R}} d\boldsymbol{\kappa} \\ &= \frac{L}{2\pi} \int_{-\pi/L}^{\pi/L} \tilde{f}(\boldsymbol{\kappa}) \mathbf{e}^{-\mathbf{i}n\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{L}} d\boldsymbol{\kappa}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中, 符号~表示序列 Fourier 变换;  $\boldsymbol{\kappa}$  和  $V_b$  分别表示波数及倒格矢中原胞的体积, 其中  $\boldsymbol{\kappa}=\boldsymbol{\kappa}\mathbf{e}$ 。对定义在上述格矢上的两个函数  $f$  和  $g$ , 其卷积及卷积的序列 Fourier 变换分别为<sup>[16]</sup>

$$f \cdot g = \sum_{n_r} f(n_r L) g[(n_q - n_r)L], \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F\{f \cdot g\} &= \sum_{n_q} \left\{ \sum_{n_r} f(n_r L) g[(n_q - n_r)L] \right\} \mathbf{e}^{\mathbf{i}n_q \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{L}} \\ &= \tilde{f}(\boldsymbol{\kappa}) \tilde{g}(\boldsymbol{\kappa}), \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $f \cdot g$  表示函数  $f$  和  $g$  的卷积, 符号  $F$  表示序列 Fourier 变换。

## 2.2 波数域内半空间土体与桩基础的边界积分方程

弹性介质在频域内的运动方程可表示为<sup>[18]</sup>

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} = -\rho \omega^2 u_i, \quad (5)$$

式中,  $\lambda$  和  $\mu$  表示弹性介质的 Lamé 常数,  $\omega$  表示角频率,  $\rho$  表示弹性介质的密度,  $u_i$  表示位移分量。上述弹性介质的本构关系为<sup>[18]</sup>

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda e \delta_{ij}, \quad (6)$$

式中,  $\sigma_{ij}$  表示弹性介质的应力分量,  $\varepsilon_{ij}$  表示应变分量,  $e$  表示体积应变,  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号。

半空间土体边界上的位移及面力可分解为

$$\left. \begin{aligned} u_j^{(s)}(\mathbf{x}) &= u_j^{(s_1)}(\mathbf{x}) + u_j^{(s_n)}(\mathbf{x}), \\ t_j^{(s)}(\mathbf{x}) &= t_j^{(s_1)}(\mathbf{x}) + t_j^{(s_n)}(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma^{(s)}). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中  $u_j^{(s)}$  和  $t_j^{(s)}$  分别表示半空间土体边界的总位移及总面力;  $u_j^{(s_1)}$  和  $t_j^{(s_1)}$  分别表示自由波场所产生的土体边界的位移及面力;  $u_j^{(s_n)}$  和  $t_j^{(s_n)}$  表示散射波场所对应土体边界的位移及面力; 符号  $s$  表示半空间土体;  $\mathbf{x}$  表示土体边界上的任意点;  $\Gamma^{(s)}$  表示半空间土体的边界。上式中的  $u_j^{(s_1)}$  和  $t_j^{(s_1)}$  由自由波场给定, 因此, 其已知, 而  $u_j^{(s_n)}$  和  $t_j^{(s_n)}$  则未知且满足如下的边界积分方程<sup>[19-20]</sup>:

$$\begin{aligned} c_{ij} u_j^{(s_n)}(\mathbf{x}) &= \int_{\Gamma^{(s)}} [U_{ij}^{(s)}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) t_j^{(s_n)}(\mathbf{y}) - T_{ij}^{(s)}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) u_j^{(s_n)}(\mathbf{y})] d\Gamma(\mathbf{y}) \\ (\mathbf{x} \in \Gamma^{(s)}) \quad, \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $U_{ij}^{(s)}$  及  $T_{ij}^{(s)}$  表示频域内土体的格林函数,  $c_{ij}$  表示边界系数。对空间域内半空间土体的边界积分方程应用序列 Fourier 变换方法, 可得如下波数域内土体的边界积分方程<sup>[21-22]</sup>:

$$\begin{aligned} c_{ij} \tilde{u}_j^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x}^{(e)}) &= \int_{\Gamma_e^{(s)}} \tilde{U}_{ij}^{(s_F)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x}^{(e)} - \mathbf{y}^{(e)}) \tilde{t}_j^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{y}^{(e)}) d\Gamma(\mathbf{y}^{(e)}) - \\ &\int_{\Gamma_e^{(s)}} \tilde{T}_{ij}^{(s_F)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x}^{(e)} - \mathbf{y}^{(e)}) \tilde{u}_j^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{y}^{(e)}) d\Gamma(\mathbf{y}^{(e)}) \\ (\mathbf{x}^{(e)} \in \Gamma_e^{(s)}) \quad, \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $\tilde{u}_j^{(s_n)}$  和  $\tilde{t}_j^{(s_n)}$  分别表示波数域内半空间土体边界的位移及面力,  $\tilde{U}_{ij}^{(s_F)}$  及  $\tilde{T}_{ij}^{(s_F)}$  表示波数域内土体的格林函数<sup>[21-22]</sup>,  $\Gamma_e^{(s)}$  表示半空间土体边界属于代表性元胞的部分。为方便计, 上述代表性元胞也可理解为 0 号元胞 (图 1)。

对第  $n$  号元胞中的第  $\alpha$  根桩, 可类似地建立其边界积分方程<sup>[19-20]</sup>:

$$\begin{aligned} c_{ij} u_j^{(p,\alpha)}(\mathbf{x}) &= \int_{\Gamma_n^{(p,\alpha)}} [U_{ij}^{(p,\alpha)}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) t_j^{(p,\alpha)}(\mathbf{y}) - \\ &T_{ij}^{(p,\alpha)}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) u_j^{(p,\alpha)}(\mathbf{y})] d\Gamma(\mathbf{y}) \\ (\mathbf{x} \in \Gamma_n^{(p,\alpha)}; \alpha = 1 \sim N_R; -\infty < n < +\infty), \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $U_{ij}^{(p,\alpha)}$  及  $T_{ij}^{(p,\alpha)}$  表示桩基础的格林函数,  $u_j^{(p,\alpha)}$  及  $t_j^{(p,\alpha)}$  分别表示桩基础边界的位移及面力,  $\Gamma_n^{(p,\alpha)}$  表示第  $n$  号元胞中第  $\alpha$  根桩的边界。类似地, 利用桩基础的上述边界积分方程, 可得如下波数域内桩基础的边界积分方程<sup>[22]</sup>:

$$\begin{aligned} c_{ij} \tilde{u}_j^{(p,\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x}^{(e)}) &= \int_{\Gamma_e^{(p,\alpha)}} U_{ij}^{(p,\alpha)}(\mathbf{y}^{(e)} - \mathbf{x}^{(e)}) \tilde{t}_j^{(p,\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{y}^{(e)}) d\Gamma(\mathbf{y}^{(e)}) - \\ &\int_{\Gamma_e^{(p,\alpha)}} T_{ij}^{(p,\alpha)}(\mathbf{y}^{(e)} - \mathbf{x}^{(e)}) \tilde{u}_j^{(p,\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{y}^{(e)}) d\Gamma(\mathbf{y}^{(e)}) \\ (\mathbf{x}^{(e)} \in \Gamma_e^{(p,\alpha)}; \alpha = 1 \sim N_R), \end{aligned} \quad (11)$$

式中,  $\tilde{u}_j^{(p,\alpha)}$  及  $\tilde{t}_j^{(p,\alpha)}$  分别表示波数域内桩基础边界的位移及面力,  $\Gamma_e^{(p,\alpha)}$  表示代表性元胞中第  $\alpha$  根桩的边界。

## 2.3 波数域内桩 - 土耦合边界元模型

利用边界元方法对波数域内半空间土体的边界积分方程 (9) 进行离散, 并对所有土体代表性元胞中的边界单元进行积分, 可得波数域内半空间土体的边界元列式:

$$\tilde{\mathbf{G}}^{(s)}(\boldsymbol{\kappa}) \tilde{\mathbf{t}}^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa}) = \tilde{\mathbf{H}}^{(s)}(\boldsymbol{\kappa}) \tilde{\mathbf{u}}^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa}), \quad (12)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{u}}^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa})$  及  $\tilde{\mathbf{t}}^{(s_n)}(\boldsymbol{\kappa})$  表示波数域内半空间土体代表性元胞边界节点的位移及面力向量,  $\tilde{\mathbf{G}}^{(s)}(\boldsymbol{\kappa})$  及  $\tilde{\mathbf{H}}^{(s)}(\boldsymbol{\kappa})$  表示相应的系数矩阵。类似地, 利用波数域内桩基础的边界积分方程 (11), 可得波数域内代表性元胞中第  $\alpha$  根桩的边界元列式:

$$\mathbf{G}^{(p,\alpha)} \tilde{\mathbf{t}}^{(p,\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{H}^{(p,\alpha)} \tilde{\mathbf{u}}^{(p,\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}) \quad (\alpha = 1 \sim N_R), \quad (13)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{u}}^{(p,\alpha)}(\kappa)$  及  $\tilde{\mathbf{t}}^{(p,\alpha)}(\kappa)$  表示波数域内代表性元胞中第  $\alpha$  根桩边界节点的位移及面力向量,  $\mathbf{G}^{(p,\alpha)}$  及  $\mathbf{H}^{(p,\alpha)}$  表示相应的系数矩阵。

代表性元胞内半空间土体的边界可分为桩土界面及半空间土体的自由表面, 桩基础边界可分为桩土界面和桩顶边界。利用桩、土边界元列式及桩土界面处的位移及面力连续性条件, 可得如下波数域内桩 - 土耦合的边界元方程<sup>[22]</sup>:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[ \begin{array}{cccc} \mathbf{H}_1^{(p)} & -\mathbf{G}_1^{(p)} & \mathbf{H}_T^{(p)} & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{H}}_1^{(s)}(\kappa) & \tilde{\mathbf{G}}_1^{(s)}(\kappa) & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{H}}_H^{(s)}(\kappa) \end{array} \right] \tilde{\mathbf{A}} \\ & = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{R}}^{(s)}(\kappa) \end{array} \right\}, \\ & \tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{t}}_1^{(p)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_H^{(s)T}(\kappa)]^T. \end{aligned} \right. \quad (14)$$

式中  $T$  表示向量的转置;  $\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{t}}_1^{(p)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{u}}_T^{(p)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p)}(\kappa)$ ,  $\mathbf{G}_1^{(p)}$ ,  $\mathbf{H}_1^{(p)}$ ,  $\mathbf{G}_T^{(p)}$ ,  $\mathbf{H}_T^{(p)}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1^{(s)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}_1^{(s)}(\kappa)$  及  $\tilde{\mathbf{R}}^{(s)}(\kappa)$  的表达式见附录。

对于联结式排桩, 由于联结梁和桩顶刚性联结, 因此, 式 (14) 中的  $\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p)}(\kappa)$  一般不为零, 其需通过联结梁作用在桩顶的力来确定。设在整体坐标系中, 联结梁作用在第  $\alpha$  根桩桩顶的力为

$$\tilde{\mathbf{f}}_p^{(\alpha)}(\kappa) = [\tilde{F}_{px}^{(\alpha)}(\kappa) \tilde{F}_{py}^{(\alpha)}(\kappa) \tilde{F}_{pz}^{(\alpha)}(\kappa) \tilde{M}_{px}^{(\alpha)}(\kappa) \tilde{M}_{py}^{(\alpha)}(\kappa) \tilde{M}_{pz}^{(\alpha)}(\kappa)]^T \quad (\alpha = 1 \sim N_R). \quad (15)$$

式中  $\tilde{F}_{px}^{(\alpha)}$ ,  $\tilde{F}_{py}^{(\alpha)}$  和  $\tilde{F}_{pz}^{(\alpha)}$  分别表示联结梁作用在第  $\alpha$  根桩桩顶的沿  $x$ ,  $y$  及  $z$  方向的力;  $\tilde{M}_{px}^{(\alpha)}$ ,  $\tilde{M}_{py}^{(\alpha)}$  及  $\tilde{M}_{pz}^{(\alpha)}$  分别表示联结梁作用在桩顶的对  $x$ ,  $y$  及  $z$  轴的力矩。通过假设与式 (15) 中力及力矩相应的桩顶面力分布形式, 第  $\alpha$  根桩桩顶面力可通过其桩顶合力  $\tilde{\mathbf{f}}_p^{(\alpha)}(\kappa)$  表示为

$$\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p,\alpha)}(\kappa) = \mathbf{T}_f^{(p,\alpha)} \tilde{\mathbf{f}}_p^{(\alpha)}(\kappa) \quad (\alpha = 1 \sim N_R), \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{T}_f^{(p,\alpha)}$  表示  $3N_T^{(p,\alpha)} \times 6$  的矩阵, 利用它可由桩顶合力向量计算桩顶面力向量,  $N_T^{(p,\alpha)}$  表示桩顶边界元节点数。对所有代表性元胞内的  $N_R$  根桩应用式 (16), 所有桩顶边界元节点的面力有如下表达式:

$$\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p)}(\kappa) = \mathbf{T}_f^{(p)} \tilde{\mathbf{f}}_p(\kappa), \quad (17)$$

式中,

$$\left\{ \begin{aligned} & \mathbf{T}_f^{(p)} = \left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{T}_f^{(p,1)} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{T}_f^{(p,N_R)} \end{array} \right], \\ & \tilde{\mathbf{f}}_p(\kappa) = [\tilde{\mathbf{f}}_p^{(1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{f}}_p^{(2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{f}}_p^{(N_R)T}(\kappa)]^T. \end{aligned} \right. \quad (18)$$

把式 (17) 代入式 (14), 桩 - 土耦合边界元方程可进一步表示为

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[ \begin{array}{ccccc} \mathbf{H}_1^{(p)} & -\mathbf{G}_1^{(p)} & \mathbf{H}_T^{(p)} & \mathbf{0} & -\mathbf{G}_T^{(p)} \mathbf{T}_f^{(p)} \\ \tilde{\mathbf{H}}_1^{(s)}(\kappa) & \tilde{\mathbf{G}}_1^{(s)}(\kappa) & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{H}}_H^{(s)}(\kappa) & \mathbf{0} \end{array} \right] \tilde{\mathbf{A}}^{(L)} \\ & = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{R}}^{(s)}(\kappa) \end{array} \right\}, \\ & \tilde{\mathbf{A}}^{(L)} = [\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{t}}_1^{(p)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_H^{(s)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{f}}_p^T(\kappa)]^T. \end{aligned} \right. \quad (19)$$

### 3 联结式排桩补充方程的建立

由于方程 (19) 中的  $\tilde{\mathbf{f}}_p(\kappa)$  未知, 因此, 必须建立补充方程来求解上述桩 - 土耦合边界元方程。本节将利用传递矩阵法对联结梁进行分析, 以建立上述桩 - 土耦合边界元方程的补充方程。

由于在边界元模型中桩基础是三维的弹性体, 而本文中联结梁则处理成一维的弹性体。因此, 为了实现联结梁和桩顶的耦合, 定义如下第  $\alpha$  根桩桩顶的一维等效位移:

$$\tilde{\mathbf{q}}_p^{(\alpha)}(\kappa) = [\tilde{u}_{px}^{(\alpha)}, \tilde{u}_{py}^{(\alpha)}, \tilde{u}_{pz}^{(\alpha)}, \tilde{\theta}_{px}^{(\alpha)}, \tilde{\theta}_{py}^{(\alpha)}, \tilde{\theta}_{pz}^{(\alpha)}] \quad (\alpha = 1 \sim N_R). \quad (20)$$

式中  $\tilde{\mathbf{q}}_p^{(\alpha)}(\kappa)$  表示第  $\alpha$  根桩桩顶的一维等效位移向量;  $\tilde{u}_{px}^{(\alpha)}$ ,  $\tilde{u}_{py}^{(\alpha)}$  及  $\tilde{u}_{pz}^{(\alpha)}$  是桩顶等效平动位移分量;  $\tilde{\theta}_{px}^{(\alpha)}$ ,  $\tilde{\theta}_{py}^{(\alpha)}$  及  $\tilde{\theta}_{pz}^{(\alpha)}$  是桩顶等效转动角位移分量。上述第  $\alpha$  根桩桩顶的一维等效位移可通过桩顶各边界元节点的各三维位移分量而得到, 即

$$\tilde{\mathbf{q}}_p^{(\alpha)}(\kappa) = \mathbf{T}_u^{(p,\alpha)} \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p,\alpha)}(\kappa) \quad (\alpha = 1 \sim N_R), \quad (21)$$

式中,  $\mathbf{T}_u^{(p,\alpha)}$  表示  $6 \times 3N_T^{(p,\alpha)}$  的转换矩阵, 通过它可由桩顶各节点的三维位移分量计算一维等效位移。上述第  $\alpha$  根桩桩顶的一维等效位移在整体坐标系下取得分量, 在和第  $\alpha$  根桩桩顶联结的第  $j$  根梁的局部坐标系 ( $o^{(\alpha_j)} x^{(\alpha_j)} y^{(\alpha_j)} z^{(\alpha_j)}$ ) 下, 上述位移的分量为 (图 2)

$$\left\{ \begin{aligned} & \tilde{\mathbf{q}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) = \mathbf{T}_{6 \times 6}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)}) \tilde{\mathbf{q}}_p^{(\alpha)}(\kappa) = \mathbf{T}_{6 \times 6}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)}) \mathbf{T}_u^{(p,\alpha)} \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p,\alpha)}, \\ & \tilde{\mathbf{q}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) = [\tilde{u}_{px}^{*(\alpha_j)}, \tilde{u}_{py}^{*(\alpha_j)}, \tilde{u}_{pz}^{*(\alpha_j)}, \tilde{\theta}_{px}^{*(\alpha_j)}, \tilde{\theta}_{py}^{*(\alpha_j)}, \tilde{\theta}_{pz}^{*(\alpha_j)}] \\ & (\alpha = 1 \sim N_R; j = 1 \sim N_b^{(\alpha)}). \end{aligned} \right. \quad (22)$$

式中  $\tilde{\mathbf{q}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa)$  表示桩顶在局部坐标系  $o^{(\alpha_j)} x^{(\alpha_j)} y^{(\alpha_j)} z^{(\alpha_j)}$  中的等效位移;  $N_b^{(\alpha)}$  表示和第  $\alpha$  根桩桩顶联结的梁数; 星号\*表示局部坐标系  $o^{(\alpha_j)} x^{(\alpha_j)} y^{(\alpha_j)} z^{(\alpha_j)}$  中的分量。式 (22) 中的矩阵  $\mathbf{T}_{6 \times 6}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)})$  表示  $xoy$  平面绕  $z$  轴转动  $\gamma^{(\alpha_j)}$  角所对应的变换矩阵, 其表达式见附录。

假设和第  $\alpha$  根桩桩顶联结的第  $j$  根梁通过截面  $S_+^{(\alpha_j)}(0)$  作用在桩顶的力为 (图 2)

$$\tilde{\mathbf{f}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) = \{\tilde{F}_{px}^{*(\alpha_j)}, \tilde{F}_{py}^{*(\alpha_j)}, \tilde{F}_{pz}^{*(\alpha_j)}, \tilde{M}_{px}^{*(\alpha_j)}, \tilde{M}_{py}^{*(\alpha_j)}, \tilde{M}_{pz}^{*(\alpha_j)}\}^T \quad (\alpha = 1 \sim N_R; j = 1 \sim N_b^{(\alpha)}). \quad (23)$$

需要说明的是,  $S_+^{(\alpha_j)}(0)$  的变量 0 表示沿  $x^{(\alpha_j)}$  轴的坐

标, 下标+号表示截面的外法向指向  $x^{(\alpha_j)}$  的正方向。由于共有  $N_b^{(\alpha)}$  根梁和第  $\alpha$  根桩桩顶联结, 因此, 在整体坐标系下作用在第  $\alpha$  根桩桩顶的合力可表示为

$$\tilde{\mathbf{f}}_p^{(\alpha)}(\kappa) = \sum_{j=1}^{N_b^{(\alpha)}} \tilde{\mathbf{f}}_p^{(\alpha_j)}(\kappa) = \sum_{j=1}^{N_b^{(\alpha)}} \mathbf{T}_{6 \times 6}^{(H)-1}(\gamma^{(\alpha_j)}) \tilde{\mathbf{f}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) \quad (\alpha = 1 \sim N_R) \quad (24)$$

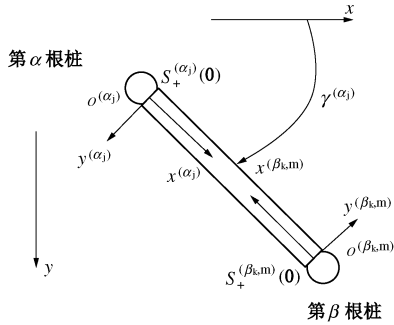


图2 桩与联结梁的整体及局部坐标系

Fig. 2 Global and local coordinate systems for pile and connected beams

局部坐标系下桩顶的等效位移  $\tilde{\mathbf{q}}_p^{(\alpha_j)}(\kappa)$  及第  $j$  根梁通过截面  $S_+^{(\alpha_j)}(0_+)$  作用在桩顶的力  $\tilde{\mathbf{f}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa)$  构成如下和联结第  $\alpha$  根桩桩顶的第  $j$  根梁相关的位移-力向量:

$$\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) = \{\tilde{\mathbf{q}}_p^{*(\alpha_j)T}(\kappa), \tilde{\mathbf{f}}_p^{*(\alpha_j)T}(\kappa)\}^T \quad (\alpha = 1 \sim N_R; j = 1 \sim N_b^{(\alpha)}) \quad (25)$$

在外载作用下, 和第  $\alpha$  根桩桩顶联结的第  $j$  根梁可发生面内及面外振动, 因此, 其截面的状态向量可表示为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, x^{(\alpha_j)}) &= \{\tilde{\mathbf{q}}_b^{*(\alpha_j)T}, \tilde{\mathbf{f}}_b^{*(\alpha_j)T}\}^T, \\ \tilde{\mathbf{q}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, x^{(\alpha_j)}) &= \{\tilde{u}_b^{*(\alpha_j)}, \tilde{v}_b^{*(\alpha_j)}, \tilde{w}_b^{*(\alpha_j)}, \tilde{\phi}_b^{*(\alpha_j)}, \tilde{\theta}_{bl}^{*(\alpha_j)}, \tilde{\theta}_{bo}^{*(\alpha_j)}\}^T, \\ \tilde{\mathbf{f}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, x^{(\alpha_j)}) &= \{\tilde{N}_b^{*(\alpha_j)}, \tilde{Q}_{bo}^{*(\alpha_j)}, \tilde{Q}_{bl}^{*(\alpha_j)}, \tilde{m}_b^{*(\alpha_j)}, \tilde{M}_{bl}^{*(\alpha_j)}, \tilde{M}_{bo}^{*(\alpha_j)}\}^T \end{aligned} \right\} \quad (\alpha = 1 \sim N_R; j = 1 \sim N_b^{(\alpha)}) \quad (26)$$

式中  $\tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, x^{(\alpha_j)})$ ,  $\tilde{\mathbf{q}}_b^{*(\alpha_j)}$  及  $\tilde{\mathbf{f}}_b^{*(\alpha_j)}$  分别表示与第  $\alpha$  根桩联结的第  $j$  根梁截面的状态矢量, 位移及内力矢量;  $\tilde{u}_b^{*(\alpha_j)}$ ,  $\tilde{v}_b^{*(\alpha_j)}$  和  $\tilde{w}_b^{*(\alpha_j)}$  分别表示梁截面沿  $x^{(\alpha_j)}$ ,  $y^{(\alpha_j)}$  及  $z^{(\alpha_j)}$  方向的位移;  $\tilde{\phi}_b^{*(\alpha_j)}$ ,  $\tilde{\theta}_{bl}^{*(\alpha_j)}$  和  $\tilde{\theta}_{bo}^{*(\alpha_j)}$  分别表示梁截面相对于  $x^{(\alpha_j)}$ ,  $y^{(\alpha_j)}$  及  $z^{(\alpha_j)}$  轴的转角;  $\tilde{N}_b^{*(\alpha_j)}$ ,  $\tilde{Q}_{bo}^{*(\alpha_j)}$  和  $\tilde{Q}_{bl}^{*(\alpha_j)}$  分别表示梁截面上沿  $x^{(\alpha_j)}$ ,  $y^{(\alpha_j)}$  及  $z^{(\alpha_j)}$  方向的内力;  $\tilde{m}_b^{*(\alpha_j)}$ ,  $\tilde{M}_{bl}^{*(\alpha_j)}$  和  $\tilde{M}_{bo}^{*(\alpha_j)}$  表示梁截面上相对于  $x^{(\alpha_j)}$ ,  $y^{(\alpha_j)}$  及  $z^{(\alpha_j)}$  轴的力矩。

在联结式排桩中, 由于桩顶与上部联结梁刚性联结 (图1), 因此, 在截面  $S_+^{(\alpha_j)}(0_+)$  处第  $j$  根梁的状态向量  $\tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, 0_+)$  和状态向量  $\mathbf{S}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa)$  满足如下连续性条件

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, 0) &= \mathbf{T}_{bp} \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa), \\ \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) &= \mathbf{T}_{pb} \tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, 0) = \mathbf{T}_{bp}^{-1} \tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\alpha = 1 \sim N_R; j = 1 \sim N_b^{(\alpha)}) \quad (27)$$

由于式 (27) 中的位移-力向量  $\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa)$  各分量的符号由坐标轴的方向确定, 而状态向量  $\tilde{\mathbf{w}}_b^{*(\alpha_j)}(\kappa, 0_+)$  各分量的符号则由材料力学规定来确定, 因此, 上式中的  $\mathbf{T}_{bp}$  表示两种符号系统的转换矩阵, 其表达式见附录。

设一联结梁两端分别与  $\alpha$  桩及  $\beta$  桩联结 (图2),  $\alpha$  桩属于 0 号元胞,  $\beta$  桩则属于  $m$  号元胞; 设上述联结梁在  $\alpha$  桩及  $\beta$  桩的联结梁中的编号分别为  $j$  和  $k$ 。因此, 该梁与  $\alpha$  桩和  $\beta$  桩联结处的截面分别为  $S_+^{(\alpha_j)}(0)$  和  $S_+^{(\beta_k, m)}(0)$ , 其对应的位移-力矢量分别为:  $\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\beta_k, m)}(\kappa)$ , 这里上标  $m$  表示元胞号。利用方程 (27) 和梁的传递矩阵, 可得上述两个状态向量的如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\beta_k, m)}(\kappa) &= \mathbf{T}(\beta_k, m; \alpha_j) \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa), \\ \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) &= \mathbf{T}(\alpha_j; \beta_k, m) \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\beta_k, m)}(\kappa), \\ \mathbf{T}(\beta_k, m; \alpha_j) &= \mathbf{T}_{pb} \mathbf{T}_b^{(\pi)} \mathbf{T}_b^{*(\alpha_j)}(\mathbf{L}_b^{(\alpha_j)}) \mathbf{T}_{bp}, \\ \mathbf{T}(\alpha_j; \beta_k, m) &= \mathbf{T}_{pb} \mathbf{T}_b^{(\pi)} \mathbf{T}_b^{*(\beta_k)}(\mathbf{L}_b^{(\beta_k)}) \mathbf{T}_{bp} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中  $\mathbf{T}_b^{*(\alpha_j)}(\mathbf{L}_b^{(\alpha_j)})$  及  $\mathbf{T}_b^{*(\beta_k)}(\mathbf{L}_b^{(\beta_k)})$  分别表示该梁在局部坐标系  $o^{(\alpha_j)}x^{(\alpha_j)}y^{(\alpha_j)}z^{(\alpha_j)}$  及  $o^{(\beta_k, m)}x^{(\beta_k, m)}y^{(\beta_k, m)}z^{(\beta_k, m)}$  中的传递矩阵;  $\mathbf{T}_b^{(\pi)}$  表示坐标系  $o^{(\beta_k, m)}x^{(\beta_k, m)}y^{(\beta_k, m)}z^{(\beta_k, m)}$  相对坐标系  $o^{(\alpha_j)}x^{(\alpha_j)}y^{(\alpha_j)}z^{(\alpha_j)}$  的  $180^\circ$  转动所对应的梁的状态向量的转换矩阵 (图2)。值得指出的是这里的  $\mathbf{T}(\beta_k, m; \alpha_j)$  是自逆矩阵。利用  $\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\beta_k, m)}(\kappa)$  所满足的波数域内的周期性条件<sup>[22]</sup>, 式 (28) 可改写为

$$\mathbf{T}(\beta_k, m; \alpha_j) \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa) - e^{-im\kappa L} \tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\beta_k)}(\kappa) = \mathbf{0}, \quad (29)$$

式 (29) 给出了代表性元胞内两个位移-力向量  $\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\alpha_j)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_p^{*(\beta_k)}(\kappa)$  间的关系。利用式 (29), 可建立单排及双排联结式排桩系统所需的补充方程。

根据式 (19)、(24) 及 (29), 可得波数域内联结式排桩的解, 对波数域内的解进行式 (2) 所示的序列 Fourier 逆变换, 即可得到联结式排桩在空间域内的解。

## 4 数值结果及分析

根据上面所建立的联结式排桩的计算模型, 在本节中, 将对联结式排桩的隔振进行数值模拟。将考察桩土弹性模量比对单排和双排联结式排桩隔振效果的影响, 并与相同几何及材料参数的自由式排桩的隔振效果进行比较。本文中桩基础采用圆形截面, 上部联结梁则采用矩形截面, 振源为一垂直均布圆形载荷。

#### 4.1 半空间土体表面的离散格式

单排及双排排桩系统中, 代表性元胞的取法如图 3 (a)、(b) 所示。对单排桩, 半空间表面属于代表性元胞的部分由距离  $y$  轴  $\pm L/2$  两条垂直线包围 (图 3 (a)); 对双排桩, 代表性元胞邻近桩顶区域的表面由两根沿  $x$  轴方向相距  $L$  的两条平行斜线包围, 两条平行斜线的斜率等于桩中心连线的斜率, 而其余区域通过距离为  $L$  的两条垂直线包围 (图 3 (b))。

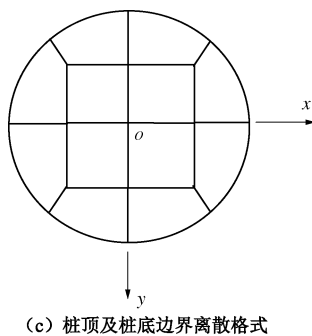
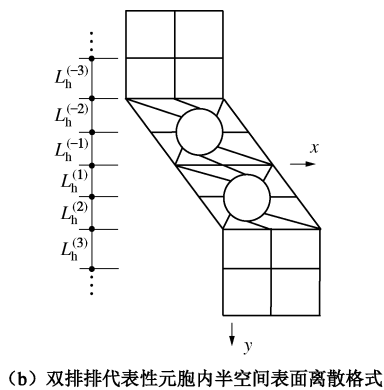
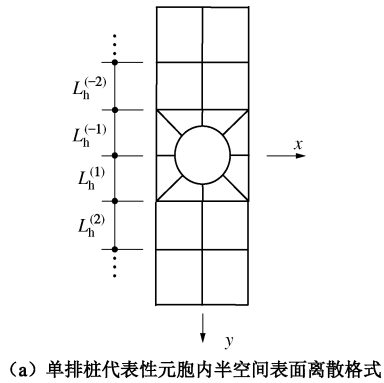


图 3 单排及双排桩代表性元胞内半空间表面及桩顶和桩底的离散格式

Fig. 3 BEM discretization schemes for surface of half-space soils belonging to generic cells for single and two pile rows and for top and bottom of pile

为了实施上述波数域内桩-土耦合的边界元模型, 桩和土体的边界应进行适当的离散。在本文中用八节点的二维等参数边界单元对桩和土体的边界进行离散。由于桩基础的横截面为圆形, 因此用 12 个八节点的二维等参数边界单元对桩顶和桩底进行离散 (图

3 (c))。桩的侧面等分成若干段, 每一段均匀离散成 8 个八节点的二维等参边界单元。

代表性元胞内桩土边界处的土体边界的离散格式和桩基础相同。对属于代表性元胞的半空间土体表面, 由于其沿  $y$  轴正负方向无限延伸, 因此, 必须进行截断。对单排桩, 邻近桩顶区域用 8 个单元离散, 这 8 个单元构成一中空的矩形区域 (图 3 (a)); 对两排桩, 每个桩顶邻近区域均用 8 个单元离散, 这 8 个单元构成一中空的平行四边形区域 (图 3 (b))。值得指出的是, 由于在本文中假设两排桩相同, 因此, 两排桩桩顶的平行四边形区域相同。对属于代表性元胞的半空间表面的一般区域, 本文中用一系列的水平边界单元层来离散, 每层含有两个边界单元 (图 3 (a)、(b))。此外, 为了减少截断土体表面所需的边界元节点数, 离散一般区域的水平边界单元层的尺寸随层数编号的增加而呈指数式增加。这样, 代表性元胞内离散半空间表面边界单元层的尺寸可表示为

$$L_h^{(n)} = \begin{cases} L_h^{(p)} & (n \leq N_R), \\ L_h^{(p)} \alpha^{n-N_R} & (n > N_R), \end{cases} \quad (1 \leq n \leq \frac{N_h}{2}), \quad (30)$$

$$L_h^{(-n)} = L_h^{(n)} \quad (1 \leq n \leq \frac{N_h}{2}).$$

式中  $L_h^{(p)}$  表示邻近桩顶区域的边界单元层的尺寸;  $L_h^{(n)}$  为第  $n$  水平边界单元层的尺寸;  $\alpha$  表示水平边界单元层的尺寸放大系数;  $N_h$  表示水平边界单元层总数 (即  $y$  轴正向到  $y$  轴负向半空间表面所有的边界单元总层数);  $N_R$  为排桩的排数。

#### 4.2 联结式排桩与自由式排桩隔振效果比较

为了评价排桩的隔振效果, 定义幅值比  $A_r$  为在入射波作用下, 有排桩和无排桩时, 土体表面观测点  $\mathbf{x}_\perp$  处的竖向位移的振幅比, 其表达式为<sup>[23]</sup>

$$A_r(\mathbf{x}_\perp) = \frac{|u_z(\mathbf{x}_\perp, z=0)|}{|u_z^{(f)}(\mathbf{x}_\perp, z=0)|}, \quad (31)$$

式中,  $|u_z(\mathbf{x}_\perp, z=0)|$  表示有排桩时半空间表面观测点  $\mathbf{x}_\perp$  处的竖向位移振幅,  $|u_z^{(f)}(\mathbf{x}_\perp, z=0)|$  表示无排桩时半空间表面观测点  $\mathbf{x}_\perp$  处的竖向位移振幅, 即自由场场解。此外, Woods 还建议用平均幅值比  $\bar{A}_r$  来评价排桩隔振效果<sup>[23]</sup>, 即

$$\bar{A}_r = \frac{1}{A} \int_A \bar{A}_r dA, \quad (32)$$

式中,  $A$  表示所考察区域的面积。

##### (1) 单排桩的比较

对单排联结式排桩隔振结构, 桩基础、半空间土体及梁的参数为: 桩密度  $\rho_p = 2.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 桩泊松比  $\nu_p = 0.2$ , 桩直径  $d_p = 1.0 \text{ m}$ , 桩长  $L_p = 5.0 \text{ m}$ , 排桩中相邻桩中心距  $L = 2.0 \text{ m}$ , 两排桩中的排桩排距 (中心距)  $d_R = 1.5 \text{ m}$ , 两排桩沿排桩走向的相对错动距离

$d_s=1.0$  m, 土体密度  $\rho_s=2.0\times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, 土体剪切模量  $\mu_s=1.0\times 10^7$  Pa, 土体泊松比  $\nu_s=0.35$ , 梁密度  $\rho_b=2.4\times 10^3$  g/m<sup>3</sup>, 梁剪切模量  $\mu_b=5.0\times 10^{10}$  Pa, 梁泊松比  $\nu_b=0.25$ , 梁截面宽度  $b_b=0.8$  m, 梁截面高度  $h_b=0.5$  m. 计算中, 桩身分 8 段, 对联结式和自由式排桩, 代表性元胞的半空间表面沿  $y$  轴方向分别用 26 和 24 层边界单元进行离散 (图 3 (b)), 中间两层边界单元层的厚度  $L_h^{(p)}=L/2.0$  m, 边界单元层的尺寸放大系数  $\alpha=1.3$ . 圆形振源的中心位于  $(x, y, z)=(0.2$  m, 3.0 m, 0.2 m), 其半径为  $R=0.5$  m, 振动频率为  $f=10$  Hz. 计算波数域内土体格林函数的序列 Fourier 正变换所取的项数为 69.

图 4 给出了桩土弹性模量比分别为  $E_p/E_s=10, 50, 200$  时, 在区域  $-0.151\leq x/\lambda_R\leq 0.151$  和  $-2.0\leq y/\lambda_R\leq -0.151$  内单排联结式和自由式排桩的竖向位移幅值

比等值线图, 其中的瑞利波波长  $\lambda_R$  为 6.61 m. 在计算区域内, 对上述弹性模量比, 联结式排桩的最大幅值比分别为 0.731, 0.703, 0.661, 自由式排桩的最大幅值比分别为 0.943, 0.893, 0.836; 联结式排桩的最小幅值比分别为 0.418, 0.351, 0.303, 自由式排桩的最小幅值比分别为 0.689, 0.571, 0.491; 联结式排桩的平均幅值比分别为 0.620, 0.570, 0.523, 自由式排桩的平均幅值比分别为 0.817, 0.733, 0.635. 对上述弹性模量比, 单排联结式排桩的平均幅值比相对于自由式排桩分别降低了 24.1%, 22.2%, 17.6%. 显然, 单排联结式排桩的隔振效果明显要好于自由式排桩, 但随着桩土弹性模量比的增加, 隔振效果的提高率相应减小.

## (2) 双排桩的比较

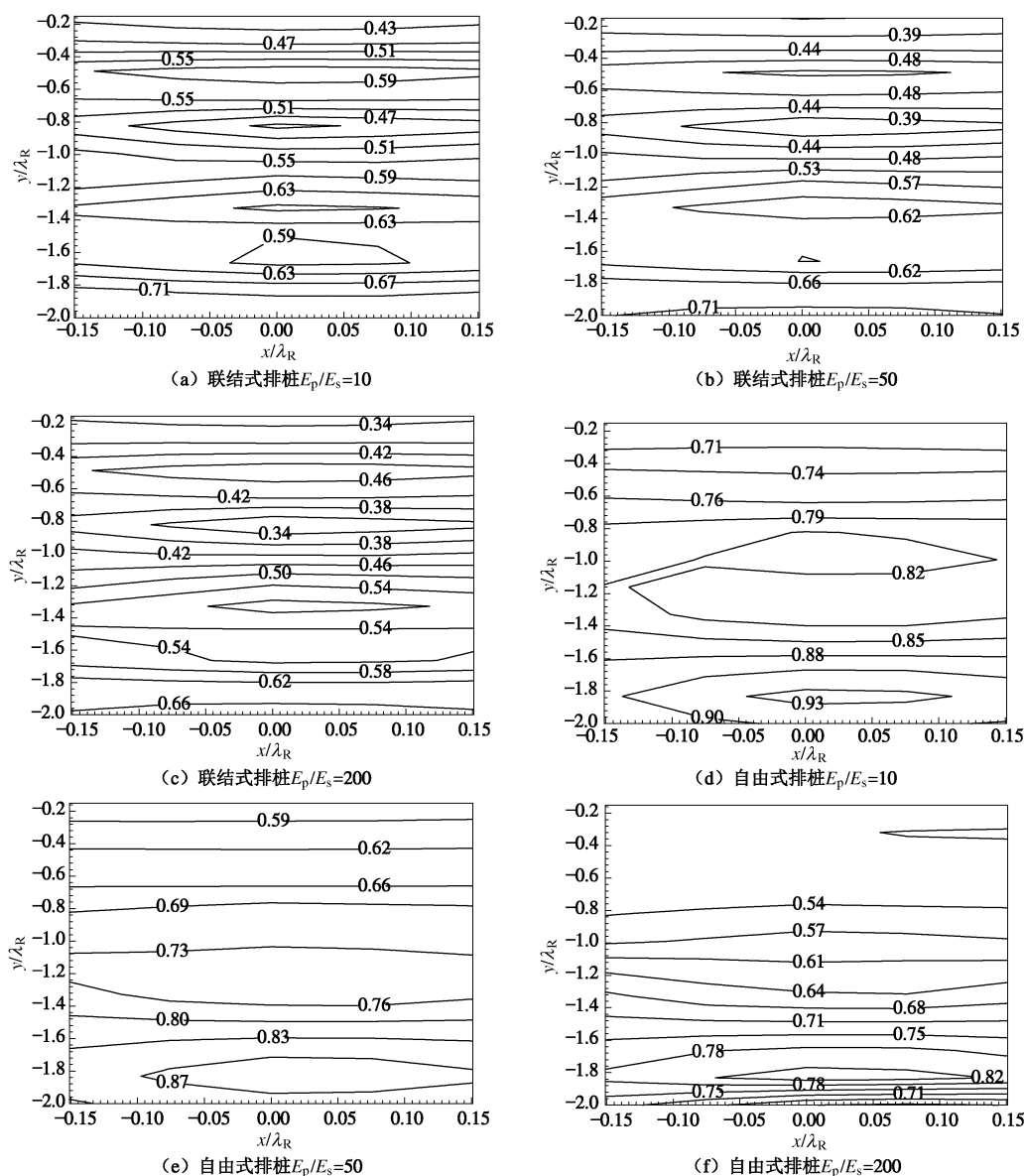


图 4 3 种不同桩土弹性模量比下单排联结式及自由式排桩隔振幅值比  $A_r$  比较

Fig. 4 Comparison of contours of amplitude reduction ratio  $A_r$  of a single linked and free pile rows for three different pile-soil Young's modulus ratios

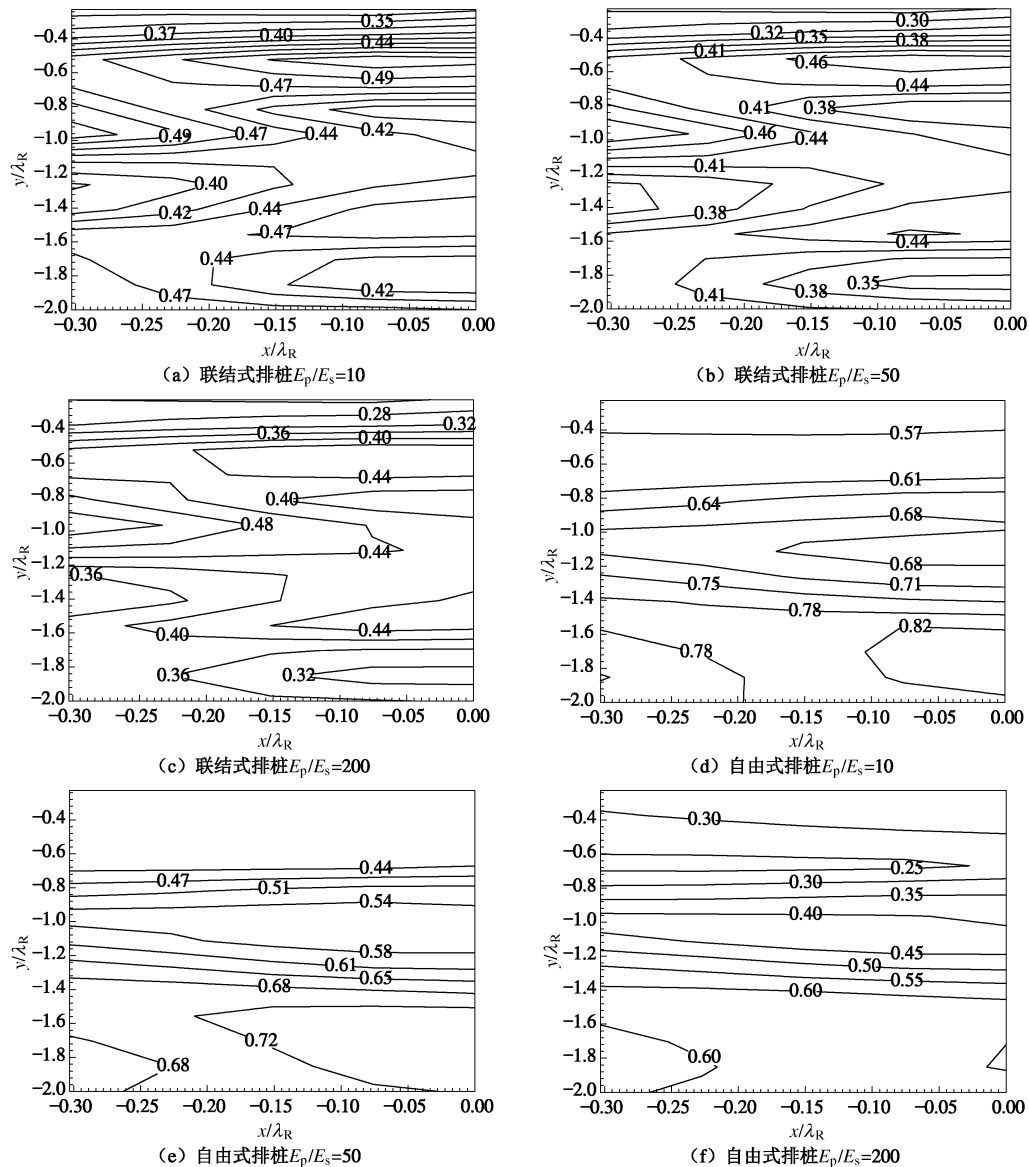


图 5 3 种不同桩土弹性模量比下双排联结式及自由式排桩隔振幅值比  $A_r$  比较

Fig. 5 Comparison of contours of amplitude reduction ratio  $A_r$  of two linked and free pile rows for three different pile-soil Young's modulus ratios

对双排联结式排桩, 桩基础的离散格式同单排桩; 对联结式和自由式排桩, 代表性元胞的半空间表面沿  $y$  轴方向 30 和 28 层边界单元来离散 (图 3 (c)), 其相应参数取值同单排桩; 圆形荷载圆心位于  $(x, y, z) = (0.2 \text{ m}, 3.5 \text{ m}, 0.1 \text{ m})$ ; 其余计算参数同单排桩的情形。

图 5 给出了桩土弹性模量比分别为  $E_p/E_s=10, 50, 200$  时, 在区域  $-0.303 \leq x/\lambda_R \leq 0.0$  和  $-2.0 \leq y/\lambda_R \leq -0.227$  内双排联结式和自由式排桩的竖向位移幅值比等值线图。在计算区域内, 对上述弹性模量比, 联结式排桩的最大幅值比分别为 0.548, 0.535, 0.569, 自由式排桩的最大幅值比分别为 0.839, 0.747, 0.659; 联结式排桩的最小幅值比分别为 0.303, 0.258, 0.234, 自由式排桩的最小幅值比分别为 0.543, 0.394, 0.214; 联结式排桩的平均幅值比分别为 0.443, 0.405, 0.398,

自由式排桩的平均幅值比分别为 0.698, 0.584, 0.464。对上述弹性模量比, 双排联结式排桩的平均幅值比相对于自由式排桩分别降低了 36.5%, 30.7%, 14.2%。显然, 双排联结式排桩的平均隔振幅值比明显低于自由式排桩, 其隔振效果明显优于自由式排桩, 但随着桩土弹性模量比的增加, 隔振效果的提高率随之减小。

## 5 结 语

本文提出了一种新型的排桩隔振结构, 即联结式排桩, 并建立了该隔振结构的数值模型来对其隔振效果进行数值模拟。本文所建立的周期性联结式排桩的波数域内边界元模型, 能将空间域内的一排桩化归为波数域内一根桩, 因而大大地减少了计算时间及所需的计算机内存。基于所建立的模型, 本文对圆形荷载作用下, 联结式排桩的隔振效果进行了数值模拟。计



算结果表明, 联结式排桩的隔振效果要优于自由式排桩, 因此, 和自由式排桩相比, 联结式排桩是一种更为有效的隔振设施。

联结式排桩隔振效果优于自由式排桩的力学机理如下: 首先, 桩基础顶部附加联结梁后, 排桩整体刚度增加, 这自然会提高联结式排桩的隔振效果; 其次, 由于行波效应, 排桩中各桩所受的激励存在相位差, 而上部联结梁的存在使得上述存在相位差的激励能够相互抵消; 此外, 上部联结梁的传递作用, 使得局部激励能够较容易地分配到各远近桩基础, 因而减小了局部响应。

### 参考文献:

- [1] 茅玉泉. 交通运输车辆引起的地面振动特性和衰减[J]. 建筑结构学报, 1987, 7(1): 67 - 77. (MAO Yu-quan. Characteristic and attenuation of the ground vibration generated by traffic [J]. Journal of Building Structures, 1987, 7(1): 67 - 77. (in Chinese))
- [2] 侯爱军. 地铁隧道开挖爆破对地表建筑物的振动影响[J]. 四川建筑科学研究, 2010, 36(3): 154 - 157. (HOU Ai-jun. Seismic effects of blasting vibration in metro tunnel excavation[J]. Sichuan Building Science, 2010, 36(3): 154 - 157. (in Chinese))
- [3] 杨先健. 工业环境振动中的土动力学问题[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(2): 82 - 88. (YANG Xian-jian. Soil dynamics problems in industrial environment[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 14(2): 82 - 88. (in Chinese))
- [4] WOODS R D, BARNETT N E, SAGESSER R. Holography-a new tool for soil dynamic[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1974, 100(11): 1231 - 1247.
- [5] LIAO S, SANGREY D A. Use of piles as isolation barriers[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1978, 104(9): 1139 - 1152.
- [6] AVILÉS J, SÁNCHEZ-SESMA F. Piles as barriers for elastic waves[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1983, 109(9): 1133 - 1146.
- [7] AVILÉS J, SÁNCHEZ-SESMA F. Foundation isolation from vibrations using piles as barriers [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1988, 114(11): 1854 - 1870.
- [8] KATTIS S E, POLYZOS D, BESKOS D E. Modelling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1999, 18(1): 1 - 10.
- [9] KATTIS S E, POLYZOS D, BESKOS D E. Vibration isolation by a row of piles using a 3-D frequency domain BEM[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46(5): 713 - 728.
- [10] TSAI P H, FENG Z Y, JEN T L. Three-dimensional analysis of the screening effectiveness of hollow pile barriers for foundation-induced vertical vibration[J]. Computers and Geotechnics, 2008, 35(3): 489 - 499.
- [11] 高广运. 非连续屏障地面隔振理论与应用[D]. 杭州: 浙江大学, 1998. (GAO Guang-yun. Theory and application of ground vibration isolation by discontinuous barriers [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1998. (in Chinese))
- [12] 徐平, 周新民, 夏唐代. 非连续弹性圆柱实心桩屏障对弹性波的隔离[J]. 振动工程学报, 2007, 20(4): 388 - 395. (XU Ping, ZHOU Xin-min, XIA Tang-dai. Discontinuous barrier used a row of elastic piles for incident elastic waves[J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(4): 388 - 395. (in Chinese))
- [13] 徐平, 夏唐代, 周新民. 单排空心管桩屏障对平面 SV 波的隔离效果研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(1): 131 - 136. (XU Ping, XIA Tang-dai, ZHOU Xin-min. Study of effect of barrier of a row of hollow of pipe piles on isolation of incident plane SV waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(1): 131 - 136. (in Chinese))
- [14] LU J F, XU B, WANG J H. A numerical model for the isolation of moving-load induced vibrations by pile rows embedded in layered porous media[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(21): 3771 - 3781.
- [15] KITTEL C. Introduction to solid state physics[M]. 7th ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1996.
- [16] OPPENHEIM A V, WILLISKY A S, YOUNG I T. Signals and Systems[M]. 2nd ed. New Jersey: Englewood Cliffs, 1983.
- [17] PAPOULIS A. The fourier integral and its application[M]. New York: McGraw-Hill, 1962.
- [18] ACHENBACH J D. Wave propagation in elastic solids[M]. North-Holland Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1973.
- [19] BANERJEE P K, BUTTERFIELD R. Boundary element methods in engineering science[M]. London: McGraw-Hill, 1981.
- [20] MANOLIS G D, BESKOS D E. Boundary element methods in elastodynamics[M]. London: Unwin Hyman, 1988.
- [21] CLOUTEAU D, ELHABRE M L, AUBRY D. Periodic BEM and FEM-BEM coupling[J]. Computational Mechanics, 2000, 25(6): 567 - 577.
- [22] ZHANG X, LU J F. A Wavenumber domain boundary element method model for the simulation of vibration isolation by periodic pile rows[J]. Engineering Analysis with

Boundary Elements, 2013, 37(7/8): 1059 – 1073.

[23] WOODS R D. Screening of surface waves in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 94(SM4): 951 – 979.

## 附录：式 (14)、(22)、(27)、(28) 中相关向量及矩阵的表达式

式 (14) 中的  $\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{t}}_1^{(p)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{u}}_T^{(p)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p)}(\kappa)$ ,  $\mathbf{G}_1^{(p)}$ ,  $\mathbf{H}_1^{(p)}$ ,  $\mathbf{G}_T^{(p)}$ ,  $\mathbf{H}_T^{(p)}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1^{(s)}(\kappa)$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}_1^{(s)}(\kappa)$  及  $\tilde{\mathbf{R}}^{(s)}(\kappa)$  的表达式如下：

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p,1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_1^{(p,2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{u}}_1^{(p,N_R)T}(\kappa)]^T, \\ \tilde{\mathbf{t}}_1^{(p)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{t}}_1^{(p,1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{t}}_1^{(p,2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{t}}_1^{(p,N_R)T}(\kappa)]^T, \\ \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{u}}_T^{(p,1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p,2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{u}}_T^{(p,N_R)T}(\kappa)]^T, \\ \tilde{\mathbf{t}}_T^{(p)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p,1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{t}}_T^{(p,2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{t}}_T^{(p,N_R)T}(\kappa)]^T,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_1^{(p)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1^{(p,1)} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{G}_1^{(p,N_R)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H}_1^{(p)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{(p,1)} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}_1^{(p,N_R)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_T^{(p)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_T^{(p,1)} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{G}_T^{(p,N_R)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H}_T^{(p)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_T^{(p,1)} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}_T^{(p,N_R)} \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{G}}_1^{(s)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{G}}_1^{(s,1)}(\kappa) \tilde{\mathbf{G}}_1^{(s,2)}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{G}}_1^{(s,N_R)}(\kappa)], \\ \tilde{\mathbf{H}}_1^{(s)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{H}}_1^{(s,1)}(\kappa) \tilde{\mathbf{H}}_1^{(s,2)}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{H}}_1^{(s,N_R)}(\kappa)],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}}^{(s)}(\kappa) &= [\tilde{\mathbf{H}}_1^{(s)}(\kappa) \tilde{\mathbf{H}}_H^{(s)}(\kappa)] \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1^{(s_1)}(\kappa) \\ \tilde{\mathbf{u}}_H^{(s_1)}(\kappa) \end{Bmatrix} - \\ &[\tilde{\mathbf{G}}_1^{(s)}(\kappa) \tilde{\mathbf{G}}_H^{(s)}(\kappa)] \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{t}}_1^{(s_1)}(\kappa) \\ \tilde{\mathbf{t}}_H^{(s_1)}(\kappa) \end{Bmatrix},\end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_1^{(s_1)}(\kappa) = [\tilde{\mathbf{u}}_1^{(s_1,1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{u}}_1^{(s_1,2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{u}}_1^{(s_1,N_R)T}(\kappa)]^T,$$

$$\tilde{\mathbf{t}}_1^{(s_1)}(\kappa) = [\tilde{\mathbf{t}}_1^{(s_1,1)T}(\kappa) \tilde{\mathbf{t}}_1^{(s_1,2)T}(\kappa) \cdots \tilde{\mathbf{t}}_1^{(s_1,N_R)T}(\kappa)]^T. \quad (\text{A.1})$$

式中  $\tilde{\mathbf{u}}_1^{(p,\alpha)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{t}}_1^{(p,\alpha)}(\kappa)$  ( $\alpha=1 \sim N_R$ ) 分别表示代表性元胞中第  $\alpha$  根桩桩土界面边界处的位移及面力向量,  $\mathbf{G}_1^{(p,\alpha)}$  及  $\mathbf{H}_1^{(p,\alpha)}$  ( $\alpha=1 \sim N_R$ ) 为相应的系数矩阵;  $\tilde{\mathbf{u}}_T^{(p,\alpha)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{t}}_T^{(p,\alpha)}(\kappa)$  ( $\alpha=1 \sim N_R$ ) 分别表示代表性元胞中第  $\alpha$  根桩桩顶边界处的位移及面力向量,  $\mathbf{G}_T^{(p,\alpha)}$  及  $\mathbf{H}_T^{(p,\alpha)}$  ( $\alpha=1 \sim N_R$ ) 为相应的系数矩阵;  $\tilde{\mathbf{u}}_1^{(s_1,\alpha)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{t}}_1^{(s_1,\alpha)}(\kappa)$  ( $\alpha=1 \sim N_R$ ) 表示代表性元胞中土体在第  $\alpha$  根

桩桩土界面边界上由自由波场所产生的位移及面力向量,  $\tilde{\mathbf{G}}_1^{(s,\alpha)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{H}}_1^{(s,\alpha)}(\kappa)$  ( $\alpha=1 \sim N_R$ ) 表示土体在相应边界处的系数矩阵;  $\tilde{\mathbf{u}}_H^{(s_1)}(\kappa)$  及  $\tilde{\mathbf{t}}_H^{(s_1)}(\kappa)$  为代表性元胞中土体自由表面由自由波场所引起的位移和面力向量,  $\tilde{\mathbf{G}}_H^{(s)}(\kappa)$  和  $\tilde{\mathbf{H}}_H^{(s)}(\kappa)$  为土体相应边界的系数矩阵。

式 (22) 中  $\mathbf{T}_{6 \times 6}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)})$  的表达式为

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{6 \times 6}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{3 \times 3}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{3 \times 3}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_{3 \times 3}^{(H)}(\gamma^{(\alpha_j)}) &= \begin{bmatrix} \cos(\gamma^{(\alpha_j)}) & \sin(\gamma^{(\alpha_j)}) & 0 \\ -\sin(\gamma^{(\alpha_j)}) & \cos(\gamma^{(\alpha_j)}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A}) \\ &(\alpha=1 \sim N_R, j=1 \sim N_b^{(\alpha)}).\end{aligned}$$

式 (22) 中  $\mathbf{T}_{bp}$  的表达式为

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{bp} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_b \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_a &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3 \times 3}^{(a)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_b &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3 \times 3}^{(b)} \end{bmatrix}, \quad (\text{B}) \\ \mathbf{I}_{3 \times 3}^{(a)} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{I}_{3 \times 3}^{(b)} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  表示  $3 \times 3$  的单位矩阵,  $\mathbf{T}_{bp} = \mathbf{T}_{bp}^{-1} = \mathbf{T}_{pb}$ 。式 (28) 中  $\mathbf{T}_b^{(\pi)}$  的表达式为

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_b^{(\pi)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{bu}^{(\pi)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{bf}^{(\pi)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_{bu}^{(\pi)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_u \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_{bf}^{(\pi)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_f \end{bmatrix}, \quad (\text{C}) \\ \mathbf{A}_u &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_f &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$