

DOI: 10.11779/CJGE201407012

基于数值流形法的土质边坡动力稳定性分析

全宗良, 曾伟, 李俊杰

(大连理工大学, 辽宁 大连 116024)

摘要: 由于对 NMM 动力作用下边坡的稳定分析研究较少, 利用数值流形法 (NMM) 对这一问题进行了分析研究, 引入黏性阻尼来耗散系统的能量, 通过算例验证了 NMM 求解边坡永久位移的有效性; 利用地震动力时程分析得到的边坡应力场计算出了边坡的动力安全系数时程曲线, 并搜索得到地震时程下最小安全系数及其对应的边坡最危险滑裂面, 将该最危险滑裂面模型作为 NMM 的计算模型进行永久位移的计算且与 Newmark 法得到的结果进行对比, 两者结果相近。结果表明: NMM 可有效进行边坡动力稳定分析、模拟计算边坡的永久位移。

关键词: 数值流形法; 边坡动力分析; 黏性阻尼; 永久位移

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)07-1281-08

作者简介: 全宗良(1987-), 男, 山西大同人, 硕士研究生, 从事边坡动力稳定分析研究。E-mail: tzl1987@mail.dlut.edu.cn。

Dynamic stability analysis of soil slopes based on numerical manifold method

TONG Zong-liang, ZENG Wei, LI Jun-jie

(Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Due to little researches on dynamic stability of soil slopes by using the numerical manifold method (NMM), NMM is adopted to analyze such a problem. The viscous damping is introduced to dissipate the energy of the system. Through a few numerical examples, the effectiveness of NMM to solve the permanent displacement of a slope is verified. Using the stress field of the slope under dynamic seismic time history, the time history of safety coefficient is obtained, and the most dangerous sliding surface of the slope under seismic time history is searched. The most dangerous sliding surface model is introduced into NMM to obtain the permanent displacement. The results of NMM are compared with those of the Newmark method, and they are similar. This study shows that NMM can effectively solve the dynamic stability problem and simulate the permanent displacement of soil slopes.

Key words: numerical manifold method; dynamic analysis of slope; viscous damping; permanent displacement

0 引言

中国是一个多山、多地震的国家, 边坡问题在中国是一个很重大的问题, 尤其在地震作用下产生的滑坡可造成很大破坏, 国内外对于边坡静力问题的研究很多也很成熟, 但由于静荷载和动荷载的不同特点, 边坡在静力和动力作用下的变形和破坏形式是不同的, 边坡的动力问题更为复杂, 同时由于动力实验条件要求苛刻, 实验成本高, 因此数值分析成为了很重要的研究方法。

数值流形法^[1] (numerical manifold method, 简称 NMM) 是石根华利用有限覆盖技术创立的一种新的数值方法。它具有相互独立的两套网格, 即反映数值精度的数学网格和表示几何特性的物理网格, 能够解决连续和非连续的变形问题, 可理解为一种包含有限元、非连续变形分析方法在内的一种广义的数值方法。

国内外学者对于 NMM 做了相当多的理论研究和应用^[2-11], NMM 已经被成功的运用于弹塑性分析、锚固支护、地下工程的稳定性分析、施工开挖模拟、裂隙扩展等领域, 同时一些学者将二维的 NMM 扩展到了三维, 姜清辉等采用最小势能原理, 提出了四面体有限单元覆盖的三维 NMM^[12]。但是对于边坡动力问题的应用研究, 目前只见于文献[13], 且其是通过 NMM-DDA 耦合方法进行研究的, 处理动力问题时引入了黏性边界; 而对于边坡动力问题的应用研究较多的是通过非连续变形分析方法 (简称 DDA), 这些方法大多引入黏性阻尼来进行动力问题的分析。Hatzor 等首先通过对斜面块体在动力作用下运动的研究验证了 DDA 在动力作用下分析滑坡问题的有效性^[14], 之

后 Kamai 和 Hatzor 通过修正研究方法提高了斜面块体在动力作用下运动的精度, Hatzor 等通过引入 5% 的阻尼系数成功的分析了以色列 Mount Masada 在地震作用下的破坏问题, Sasaki、Wu 等研究了岩石块体在边坡上滑落的问题^[15-18]。

由于 NMM 对于边坡的动力应用研究较少, 故本文通过加入阻尼矩阵的数值流行法, 对边坡在地震作用下的永久位移进行了研究, 并基于 NMM 具有进行不连续、大变形计算的优点, 提出了一种结合 Newmark 法^[19]滑块思想的计算永久位移的方法, 该方法可直观模拟潜在滑块在地震作用下的运动, 是一种简便直观的求解滑块位移的方法。

1 Newmark 法与 NMM 地震永久位移计算方法

1.1 Newmark 有限滑动位移法简介

1965 年, Newmark 建议基于地震滑移量大小进行土石坝抗震安全评价, 并提出了估算地震永久滑移量的有限滑动位移法, 步骤如下:

(1) 确定屈服加速度 a_y , 屈服加速度为使潜在滑动体处于临界极限平衡状态所施加的水平向地震加速度。

(2) 对给定的加速度时程中大于屈服加速度的部分进行二次积分求得滑块的总位移 D_N ,

$$D_N = \iint [a(t) - a_y] dt^2 , \quad (1)$$

式中, $a(t)$ 为加速度时程中大于屈服加速度的部分, 具体计算原理如图 1 所示。

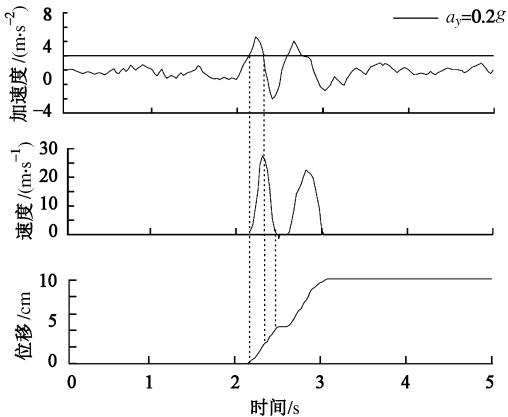


图 1 Newmark 法滑块位移计算示意图

Fig. 1 Schematic of Newmark sliding method

1.2 边坡动力时程分析方程

在对边坡进行动力分析时, 为了得到各地震分量, 需要进行地震动力时程分析,

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M][J]\{\ddot{u}_g\} . \quad (2)$$

式中 $[M]$, $[C]$, $[K]$ 分别为坡体的质量矩阵、阻尼矩阵、总体刚度矩阵; $\{\ddot{u}\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{u\}$ 分别为坡体

节点的加速度矩阵、速度矩阵和位移矩阵; $\{\ddot{u}_g\}$ 为输入的地震加速度矩阵; $[J]$ 为地震分量的指示矩阵^[20]。通过式(2)输入地面地震加速度时程, 利用数值积分方法求解坡体的运动方程, 从而可以得以得到坡体的各点位移、速度、加速度、应力等各种地震反应量。

1.3 阻尼矩阵的加入

利用 NMM 求解滑裂面永久位移需要引入阻尼以耗散系统产生的动能, 本文中引入黏性阻尼, 则作用于流形单元 i 上的阻尼力为

$$\begin{cases} \{F\} = C\{\dot{u}\} , \\ C = \alpha M , \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{又 } \{u\}^T = [T_i][D_i] . \quad (4)$$

故阻尼力对单元 i 做的功为

$$\begin{aligned} \Pi &= -\iint_i \{u\} \{F\} dx dy \\ &= -\iint \alpha M \{u\} \left[\frac{\partial u}{\partial t} \right] dx dy \\ &= \alpha M \iint [D_i]^T [T_i]^T [T_i] \frac{\partial [D_i]}{\partial t} dx dy . \end{aligned} \quad (5)$$

根据最小势能原理, 其对单元 i 的刚度矩阵的贡献为

$$\frac{\alpha M}{\Delta} \iint [T_i]^T [T_i] dx dy \rightarrow [K_{ii}] , \quad (6)$$

式中, α 为阻尼系数, M 为流形单元 i 的质量, $[D_i]$ 为流形单元 i 当前时步的位移增量, $[T_i]$ 为流形单元的变形矩阵, Δ 为计算所选取的时间步长, $[K_{ii}]$ 为阻尼对刚度的贡献矩阵。

阻尼系数的选取很多文献中有过研究^[10, 15, 17-18, 21], 位伟等对准静力学问题的阻尼进行过研究^[10], 给出了与质点速度有关的黏性阻尼以及与质点加速度有关的自适应阻尼, Miki 引入了 5% 的阻尼系数成功分析了以色列 Mount Masada 在地震作用下的破坏问题^[15], Koo 指出可以通过场地实验反演分析得到相应的阻尼系数^[17], Sasaki 等引入 0.02 的阻尼系数来研究岩石下落问题^[18], 而姜清辉等加入了 0.3 的阻尼系数理想预测了块体的位移^[21]。以上文献也验证了 Koo 和 Ohnishi 的观点, 即动力作用下阻尼系数的选取是没有一个通用准则的, 阻尼系数主要是通过试错法以及通过实验进行反演分析来选取的, 而且一个问题的阻尼系数可能并不适用于其他动力问题。

1.4 NMM 边坡永久位移计算原理

NMM 计算边坡永久位移可分为如下 3 步:

(1) 首先利用加入阻尼的 NMM 通过式(2)计算得到每一地震步作用下的边坡应力场 σ_x , σ_y , τ_{xy} 。

(2) 将应力场导入编制的外部有限元程序中, 对于平面应变问题, 可假设滑裂曲线为 $y=y(x)$, 通过式(7)可计算出指定滑裂面的安全系数, 改变滑裂曲线位置找到其中安全系数最小的滑裂面, 将该滑裂面作

为最危险滑裂面^[21-22]。土体抗剪强度采用莫尔-库仑强度准则, 通过应力积分法对指定滑裂面的抗滑力和下滑力进行积分便可得到滑裂面的安全系数, 即

$$F_s = \frac{\int_0^l (c + \sigma_n \tan \varphi) dl}{\int_0^l \tau dl} , \quad (7)$$

式中, τ 为滑裂面主应力, σ_n 为法向应力, c 为黏聚力, φ 为内摩擦角, l 为滑裂面长度。

(3) 通过(2)确定每一个地震子步的最危险滑裂面和安全系数, 从而可得到地震动力安全系数时程曲线, 将动力安全系数时程曲线中最小的安全系数对应的滑裂面作为整个地震过程中的最危险滑裂面, 将之作为 NMM 进行永久位移计算的贯穿滑块模型。

按滑动体位移的思想, 滑裂面的破坏为剪切破坏, 单元的抗剪强度遵循莫尔-库仑定律, 即

$$\tau = c + \sigma_n \tan \alpha . \quad (8)$$

在地震过程中的某一时刻 t , 当滑动力大于 τ 时, 滑裂面发生滑动, 位移记为 $u(t)$, 若 $u(t) > 0$ 认为滑裂面向下运动, 若 $u(t) < 0$ 认为滑裂面向上滑动; 当滑动力小于等于 τ 时, 则认为滑块保持静止, 不产生永久位移, 从而将每一地震时步产生的永久位移叠加即可得到滑裂面的永久位移:

$$u_p = \sum u(t) . \quad (9)$$

具体过程如图 2 所示。

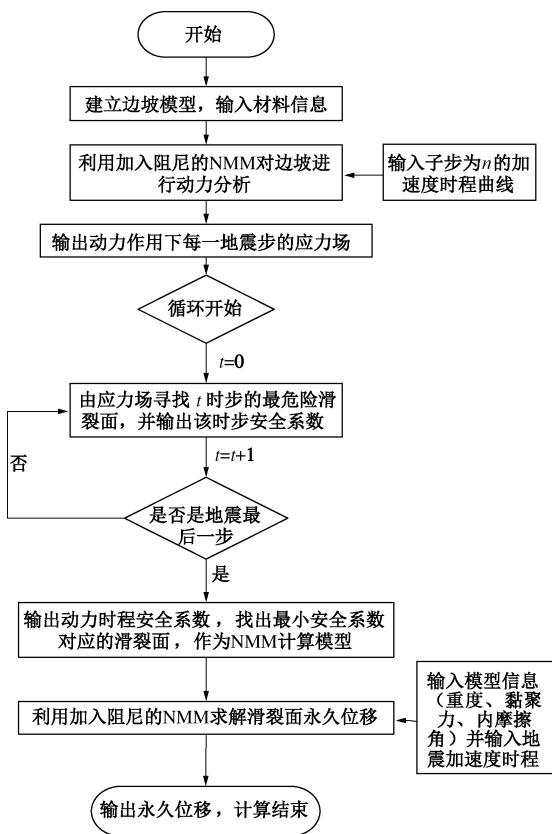


图 2 NMM 永久位移计算流程图

Fig. 2 Flow chart of displacement calculation of NMM

2 NMM 位移计算有效性验证算例

在计算边坡永久位移之前首先需要验证无阻尼情况下 NMM 计算块体位移的能力和精度, 建立如图 3 所示的模型, 斜面坡角为 30° , 大块体固定, 在大块体顶上放一静止的受重力作用的小块体, 将水平向加速度时程直接加到小块体上。

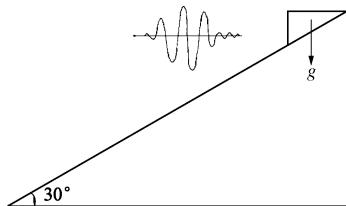


图 3 斜面块体位移计算模型图

Fig. 3 Block displacement model on inclined plane

大块体和小块体选用相同的材料参数: 块体密度为 $\rho=2 \text{ g/cm}^3$, 弹性模量为 $E=20 \text{ MPa}$, 罚系数取为 $p=20E$, 泊松比为 $\nu=0.3$, 选取计算时步为 $\Delta=0.001 \text{ s}$, 计算采用的 NMM 网格如图 4 所示。取小块体形心为测点, 将该点位移作为小块体的位移。

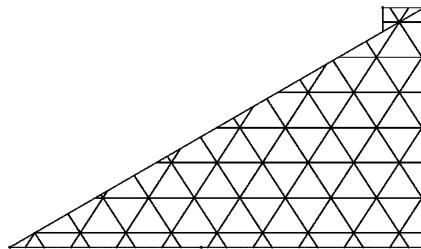


图 4 块体位移 NMM 计算模型图

Fig. 4 Block displacement model of NMM

2.1 重力作用下块体的滑动

静止的小块体在只有重力的作用下向下滑动, 解析解为^[24-25]

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{(gsin\alpha - gcos\alpha\tan\varphi)t^2}{2} , \quad (10)$$

式中, g 为重力加速度, α 为坡角, φ 为块体与斜面的内摩擦角, 利用 NMM 分别计算内摩擦角为 0° , 10° , 20° 3 个工况并与理论值对比, 结果如图 5 所示:

通过分析图 5 结果可得当摩擦角分别为 0° , 10° , 20° 时, 最大误差分别为 3.48% , 2.88% , 3.59% , 由以上分析可知 NMM 计算的结果与理论结果的最大误差不超过 5% , 说明 NMM 在计算块体位移方面能得到理想的结果。

2.2 典型谐波 $a_t = A\sin\omega t$ 作用下块体滑动

在重力与水平向典型谐波 $a_t = A\sin\omega t$ 的共同作用下小块体屈服加速度、速度、位移的理论解分别为

$$a_y = \tan(\varphi - \alpha)g \quad , \quad (11)$$

当 $a_t > a_y$ 时,

$$v_t = \int_{\theta}^t a_t dt = \frac{A}{\omega} [-\cos(\omega t) + \cos(\omega \theta)] \quad , \quad (12)$$

$$d_t = \frac{A}{\omega} \left[\frac{-\sin(\omega t)}{\omega} + \frac{\sin(\omega \theta)}{\omega} + (t - \theta) \cos(\omega \theta) \right] \quad , \quad (13)$$

式中, A 为振幅, ω 为频率, θ 表示该时间之前块体不运动, θ 对应的时间可由屈服加速度求得:

$$\theta = \sin^{-1}(a_y / A) \quad . \quad (14)$$

在本算例中, A 取 10, g 为重力加速度, 简谐波取周期 $T=0.5$ s 的谐波, 即 $\omega=4\pi$, 摩擦角 φ 取 30° , 即 $\theta=0$, 式 (11) ~ (13) 可化为

$$a_y = 0 \quad , \quad (15)$$

$$v_t = \frac{2.5}{\pi} [1 - \cos(4\pi t)] \quad , \quad (16)$$

$$d_t = \frac{2.5}{\pi} \left(t - \frac{\sin(4\pi t)}{4\pi} \right) \quad . \quad (17)$$

选取 $t=2$ s 即 4 个周期作为简谐波作用时间进行计算, 图 6 所示为典型谐波下的块体速度、位移的理论解。

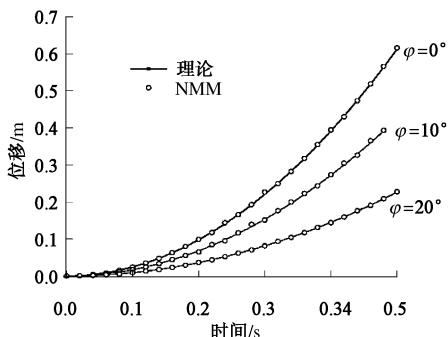


图 5 重力作用下不同摩擦角对位移的影响

Fig. 5 Influence of different friction angles on displacement under gravity

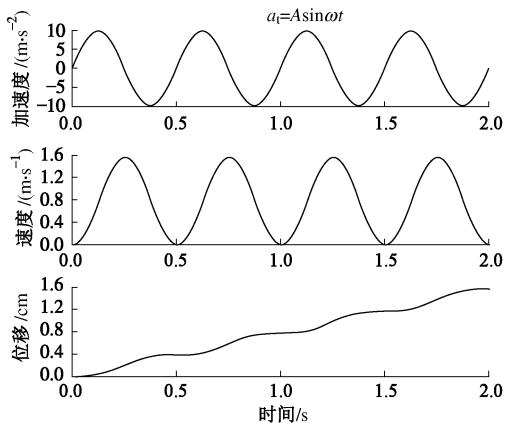


图 6 典型简谐波的加速度、速度、位移理论值

Fig. 6 Analytical solutions of acceleration, velocity, displacement
典型谐波下块体的理论解和 NMM 计算得到的位

移值对比结果如图 7 所示。

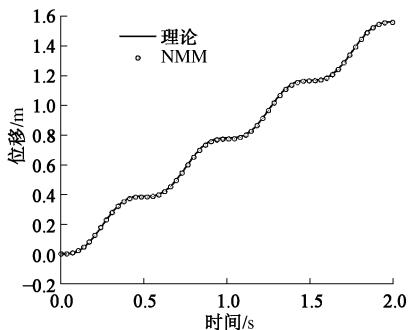


图 7 典型简谐波的理论、NMM 位移值

Fig. 7 Comparison between analytical and NMM solutions for displacement

由图 7 可以看出在谐波作用下 NMM 计算的结果在块体运动的每一周期后期位移值会比理论值有相应的减小, 但下一周期又会很好的吻合, 而且最大误差不超过 5%, 结果理想, 证明了 NMM 具有计算块体位移的能力和精度。

2.3 任意地震作用下块体的滑动

通过以上算例证明在重力作用下或者重力与谐波协同作用下 NMM 能够很好的计算出块体在斜面上滑动的位移, 本算例通过 NMM 计算了在不规律加速度作用下块体的位移。为便于与 Newmark 法对比, 施加图 1 中水平向地震波, 由文献[26]可得屈服加速度作用下块体的速度和永久位移, 见图 1。

因 $a_y = 0.2g$, 而斜坡为 30° , 由式 (11) 可得利用 NMM 计算所需的内摩擦角为 41.3° , 于是利用 NMM 得到与 Newmark 法对比的结果, 见图 8。

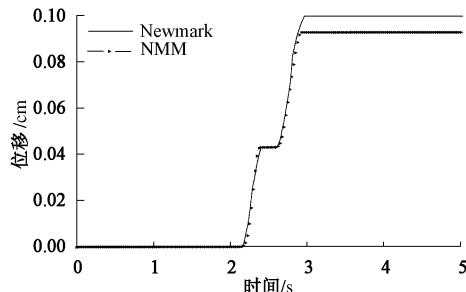


图 8 任意水平地震作用下的 Newmark、NMM 水平位移值

Fig. 8 Comparison of horizontal displacements between Newmark method and NMM

由图 8 可以看出 NMM 的结果在后期比 Newmark 法计算的结果偏小, 最大误差为 8.7%, 但两者在趋势上相同且在前期很吻合, 所以 NMM 在任意地震的作用下计算的结果是可信的。

2.4 阻尼作用下 NMM 位移验证算例

以上 3 个算例验证的均是在无阻尼情况下 NMM 计算块体位移的能力, 为验证在阻尼作用下 NMM 计

算位移的准确性, 本算例选取图 9 所示悬臂梁模型进行验证, 整个模型处于静止状态。

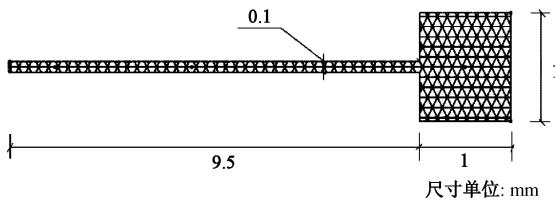


图 9 阻尼验证算例 NMM 模型

Fig. 9 Damping validation example of NMM

将图 9 中最左侧一端的边双向约束, 在大块体的形心处突然施加一个竖直向下的荷载, 表达式为

$$F_p(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ F_{p0} & (t \geq 0) \end{cases} \quad (18)$$

根据杜哈梅积分公式可得在有阻尼的情况下, 突加荷载作用下大块体形状心处的动力位移为

$$y(t) = y_{st} \left[1 - e^{-\xi \omega t} \left(\cos \omega_r t - \frac{\xi \omega}{\omega_r} \sin \omega_r t \right) \right], \quad (19)$$

式中, y_{st} 表示在静荷载 F_{p0} 作用下结构所产生的静位移, ξ 阻尼比, ω , ω_r 为体系无阻尼和有阻尼的自振圆频率, 低阻尼情况下两者关系为

$$\omega_r = \omega \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (20)$$

$$\xi = \frac{c}{2m\omega}. \quad (21)$$

本算例的计算参: 重度=10 kN/m³, 总时步=5000, 时间步长=0.01 s, 泊松比 $\nu=0.3$, 弹模=10 MPa, 突加荷载=10 N。

等截面悬臂梁的第 i 阶频率 ω_i 的理论解为

$$\omega_i = A_i \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}, \quad (22)$$

式中, A_i 表示计算第 i 阶频率时所对应的系数, I 为梁的惯性矩, m 为单位长度质量, L 为梁长。

将表 1 中相关参数带入到式 (22) 可求得图 9 所示结构的频率约为 $\omega=0.81998$ Hz, 由材料力学可求得 y_{st} 为 0.5 m, 当阻尼比 $\xi=0.1$ 时, 由式 (20) 可得 $\omega_r=0.81587$ Hz, 由式 (21) 可得 NMM 程序中需加入的阻尼系数为 $\alpha=0.2226$, 从而式 (19) 可化为

$$y(t) = 0.5 \left[1 - e^{-0.081998t} (\cos 0.81587t - 0.1 \sin 0.81587t) \right]. \quad (23)$$

由图 10 可看出在阻尼作用下 NMM 计算的结果与理论值基本一致, 从而证明了本文加入阻尼的代码是正确的, 而且也表明在阻尼作用下 NMM 对于位移的计算是有效的, 精度可以满足计算要求。

通过本章的算例证明了, 在无阻尼和有阻尼的作用下, NMM 计算位移均是有效的, 故可以将 NMM 用于计算更复杂的边坡的永久位移。

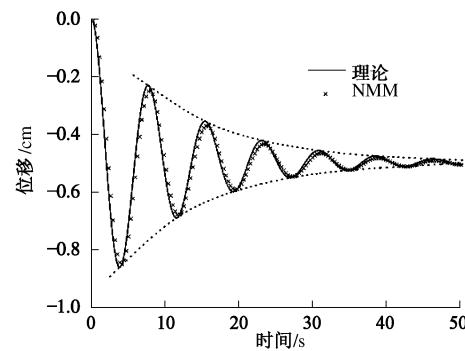


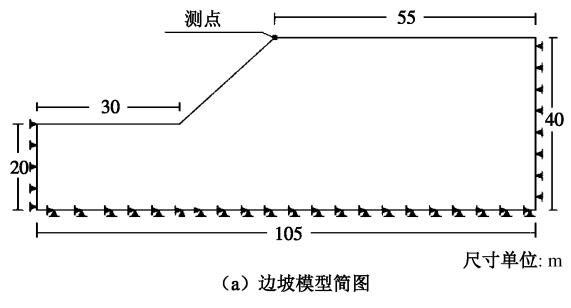
图 10 阻尼作用下块体运动的理论、NMM 位移值

Fig. 10 Comparison between analytical and NMM solutions for displacement under damping

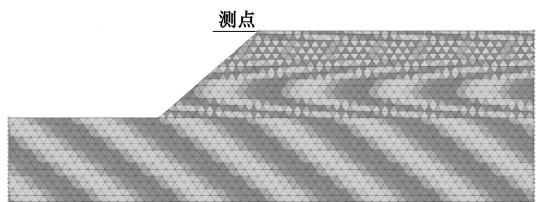
3 边坡实例分析

3.1 边坡模型基本信息

在 NMM 中建立图 11 所示的边坡模型, 边界条件采用人工截断边界, 即底边双向约束, 左右两边只约束水平向运动; NMM 边坡计算的物理力学参数: 重度=15 kN/m³, 黏聚力=0 kPa, 内摩擦角=35°, 泊松比 $\nu=0.3$, 弹性模量=10 MPa, 阻尼比 $\zeta=0.02$ 。地震波如图 12 所示, 峰值加速度为 0.2g, 水平向施加在边坡模型上。



(a) 边坡模型简图



(b) 边坡NMM计算模型

图 11 边坡模型

Fig. 11 Slope model

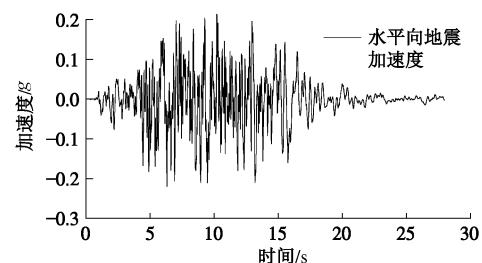


图 12 水平向地震波

Fig. 12 Time history of horizontal acceleration

3.2 边坡的动力时程分析

本文阻尼系数选取的理由是：首先通过有限元软件计算测点水平向位移时程曲线，通过在 NMM 中加入不同的阻尼系数进行试算，当 NMM 计算的测点水平位移时程曲线收敛且与有限元方法的结果相近且误差最小时认为该阻尼系数为最优，通过试算可得到适合本算例的阻尼系数为 $\alpha = 0.5$ 。

对图 11 的模型分别进行有阻尼和无阻尼两个工况的分析，通过动力时程分析输出测点的水平向位移时程曲线，可得到图 13、14 所示的结果。

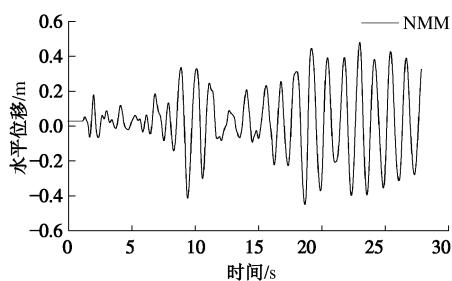


图 13 未加阻尼测点水平位移时程曲线

Fig. 13 Time-history curve of horizontal displacement at measuring point without damping

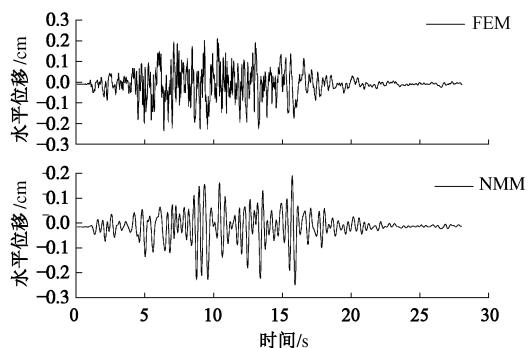


图 14 加入阻尼后测点水平位移时程曲线对比图

Fig. 14 Comparison of time-history curves between FEM and NMM for horizontal displacement at measuring point with damping

由图 13、14 对比结果可知，当不加阻尼力时，NMM 计算的测点水平向位移有明显滞后性，而加阻尼力后 NMM 计算的结果收敛性很好，且与 FEM 得到的结果相近，证明进行边坡动力分析时在 NMM 中加入阻尼是有效和必要的。

3.3 边坡的永久位移

利用加入阻尼的 NMM 对边坡进行动力时程分析，由 1.4 节中方法可得到图 11 边坡的动力安全系数时程曲线，如图 15 所示；地震时程下最小安全系数为 0.91，将其对应的滑裂面作为地震时程下最危险滑裂面，如图 16 所示。

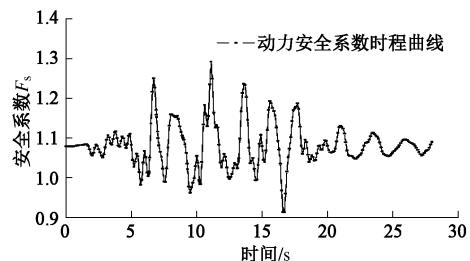


图 15 边坡动力安全系数时程曲线

Fig. 15 Dynamic safety coefficient of slope

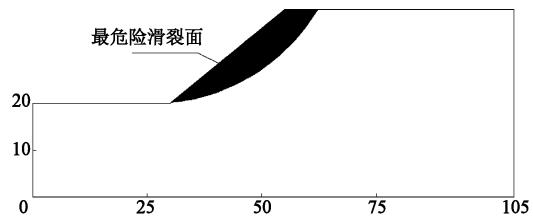


图 16 地震时程最危险滑裂面

Fig. 16 Most dangerous sliding surface under earthquake

阴影部分为地震时程下最危险滑裂面，将之作为 NMM 模型再次进行计算，在地震作用下滑裂面滑动即可得到滑裂面的永久位移，NMM 计算结果与 Newmark 法结果如图 17 所示，其中 NMM 永久位移取的是滑裂面各点的永久位移的平均值。

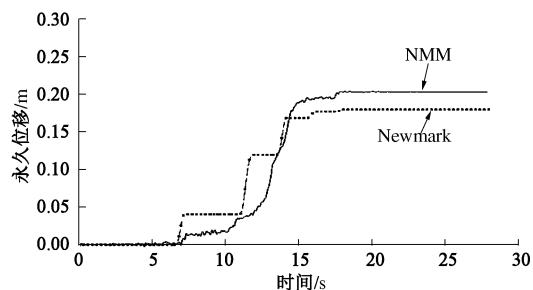


图 17 地震作用下永久位移

Fig. 17 Permanent displacement under earthquake

由图 17 可见 NMM 与 Newmark 法计算的结果相近，证明本文提出的方法是可行的，同时也可看到两者的位移曲线是不一样的，这与 Newmark 法的求解方法有关系，Newmark 法计算永久位移时只需要确定原始的屈服加速度，之后对大于屈服加速度的部分进行二次积分即可得到永久位移；但是块体是在不断运动的，因此屈服加速度会随着块体的运动而不断调整和变化，NMM 从动力学角度出发利用 NMM 可计算不连续大变形问题的优点，不需要计算边坡的屈服加速度，便可直观的模拟动力作用下边坡的运动并计算出永久位移，因此比传统的 Newmark 法更具优势。

4 结 论

本文利用 NMM 进行了边坡的动力稳定性分析，

对 NMM 的阻尼问题和永久位移进行了研究, 提出了采用地震时程下最危险滑裂面作为 NMM 计算模型进行永久位移分析的方法, 并给出了计算流程, 可得到以下结论:

(1) 斜面上块体在不同受力情况下滑动的理论解和 NMM 解结果相近, 悬臂梁在阻尼作用下 NMM 解与理论解基本一致, 证明了 NMM 具有计算块体位移的能力和精度。

(2) 在 NMM 程序中加入了黏性阻尼, 通过对比阻尼作用下悬臂梁突加荷载的 NMM 解和理论解, 验证了本文加入的阻尼代码的正确性。

(3) NMM 边坡动力时程分析的算例表明利用 NMM 对边坡进行动力稳定分析时加入阻尼是必要的, 可有效耗散边坡在动力作用下产生的能量使系统较快平衡。

(4) 对比 NMM 与 Newmark 计算的永久位移结果表明本文提出的计算边坡永久位移的方法是可行有效的。但 NMM 具有计算不连续问题的能力且从动力学角度出发可模拟边坡的位移过程, 同时可给出边坡滑裂面的震后位置, 比 Newmark 法更直观。

(5) 由于 NMM 阻尼系数的选取没有通用的准则, 本文的阻尼系数是通过试算法确定的, 因此对于阻尼的选取还有改进的地方, 需进一步的研究; 边坡在地震作用下的动力响应是一个复杂的问题, 本文得出的结论是基于一个均质的土坡模型, 且将之看成是刚性的, 没有过多考虑其他因素的影响, 因此对于该问题还需要进一步的研究与完善。

参考文献:

- [1] 石根华. 数值流形方法与非连续变形分析[M]. 裴觉民, 译. 北京: 清华大学出版社, 1997. (SHI Gen-hua. Numerical manifold method (NMM) and discontinuous deformation analysis (DDA)[M]. PEI Jue-min, trans. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese))
- [2] 王芝银, 王思敬, 杨志法. 岩石大变形的流形方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 399 - 404. (WANG Zhi-yin, WANG Si-jing, YANG Zhi-fa. Manifold method in analysis of large deformation for rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16(5): 399 - 404. (in Chinese))
- [3] 刘军, 李仲奎. 非连续变形分析方法中一些控制参数的设置[J]. 成都理工大学学报: 自然科学版, 2004, 31(5): 522 - 526. (LIU Jun, LI Zhong-kui. Choice of some control constants in DDA method[J]. Journal of Chengdu University of Technology, 2004, 31(5): 522 - 526. (in Chinese))
- [4] 焦健, 乔春生. 弹塑性数值流形方法在边坡稳定分析中的应用[J]. 工程地质学报, 2009, 17(1): 119 - 125. (JIAO Jian, QIAO Chun-sheng. Elasto-plastic based numerical manifold method for stability and deformation analysis of rock slopes[J]. Journal of Engineering Geology, 2009, 17(1): 119 - 125. (in Chinese))
- [5] 张国新, 赵妍, 石根华, 等. 模拟岩石边坡倾倒破坏的数值流形法[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(6): 800 - 805. (ZHANG Guo-xin, ZHAO Yan, SHI Geng-hua, et al. Toppling failure simulation of rock slopes by numerical manifold method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(6): 800 - 805. (in Chinese))
- [6] 王书法, 朱维申, 李术才, 等. 岩体弹塑性分析的数值流形方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 900 - 904. (WANG Shu-fa, ZHU Wei-shen, LI Shu-cai, et al. Numerical manifold method of elastoplastic analysis for rockmass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 900 - 904. (in Chinese))
- [7] 姜清辉, 王书法. 锚固岩体的三维数值流形方法模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(3): 528 - 532. (JIANG Qing-hui, WANG Shu-fa. Three-dimensional numerical manifold method simulation of anchor bolt-supported rockmass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(3): 528 - 532. (in Chinese))
- [8] 朱爱军, 邓安福, 曾祥勇. 数值流形方法对岩土工程开挖卸荷问题的模拟[J]. 岩土力学, 2006, 27(2): 179 - 183. (ZHU Ai-jun, DENG An-fu, ZENG Xiang-yong. The numerical manifold method for simulation of excavation in geotechnical engineering[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(2): 179 - 183. (in Chinese))
- [9] 曹文贵, 速宝玉. 岩体锚固支护的数值流形方法模拟及应用[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 581 - 583. (CAO Wen-gui, SU Bao-yu. A study on techniques of automatically forming of cover system of numerical manifold method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 581 - 583. (in Chinese))
- [10] 位伟, 姜清辉, 周创兵. 数值流形方法的阻尼, 收敛准则以及开挖模拟[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(11): 2011 - 2018. (WEI Wei, JIANG Qing-hui, ZHOU Chuang-bing. Damping, convergence criterion and excavation simulation algorithm for numerical manifold method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(11): 2011 - 2018. (in Chinese))
- [11] 王水林, 葛修润. 流形元方法在模拟裂纹扩展中的应用[J].

- [岩石力学与工程学报, 1997, **16**(5): 405 - 410. (WANG shui-lin, GE Xiu-run. Application of manifold method in simulating crack propagation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, **16**(5): 405 - 410. (in Chinese))]
- [12] 姜清辉, 周创兵. 四面体有限单元覆盖的三维数值流形方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(24): 4455 - 4460. (JANG Qing-hui, ZHOU Chuang-bing. Three-dimensional numerical manifold method with tetrahedron finite elements covers[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(24): 4455 - 4460. (in Chinese))]
- [13] MIKI S, SASAKI T, KOYAMA T, et al. Development of coupled discontinuous deformation analysis and numerical manifold method (NMM-DDA)[J]. International Journal of Computational Methods, 2010, **7**(1): 131 - 150.
- [14] HATZOR Y H, FEINTUCH A. The validity of dynamic block displacement prediction using DDA[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(4): 599 - 606.
- [15] HATZOR Y H, ARZI A A, ZASLAVSKY Y, et al. Dynamic stability analysis of jointed rock slopes using the DDA method: King Herod's Palace, Masada, Israel[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **41**(5): 813 - 832.
- [16] WU J H. Seismic landslide simulations in discontinuous deformation analysis[J]. Computers and Geotechnics, 2010, **37**(5): 594 - 601.
- [17] KOO C Y, CHERN J C. Modification of the DDA method for rigid block problems[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1998, **35**(6): 683 - 693.
- [18] SASAKI T, HAGIWARA I, SASAKI K, et al. Earthquake response analysis of rock-fall models by discontinuous deformation analysis[C]//Proceedings of third Asian rock mechanics symposium. Kyoto, 2004: 1267 - 72.
- [19] NEWMARK N M. Effects of earthquakes on dams embankments[J]. Géotechnique, 1965, **15**(2): 139 - 160.
- [20] 克拉夫 R, 彭津 J. 结构动力学[M]. 王光远, 译. 北京: 高等教育出版社, 2006. (CLOUGH R, PENZIEN J. Dynamics of structures[M]. WANG Guang-yuan, trans. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [21] JIANG Q, CHEN Y, ZHOU C, et al. Kinetic energy dissipation and convergence criterion of discontinuous deformations analysis (DDA) for geotechnical engineering[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013, **46**(6): 1443 - 1460.
- [22] 李俊杰, 邵龙潭, 邵 宇. 面板堆石坝地震永久变形计算方法研究[J]. 大连理工大学学报, 1998, **38**(5): 580 - 585. (LI Jun-jie, SHAO Long-tan, SHAO Yu. Study of calculation method of permanent deformation due to earthquake of concrete faced rockfill dam[J]. Journal of Dalian University of Technology, 1998, **38**(5): 580 - 585. (in Chinese))
- [23] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. (CHEN Zu-yu. Soil slope stability analysis: theory methods and programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003. (in Chinese))
- [24] SAGASETA C. On the modes of instability of a rigid block on an inclined plane[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1986, **19**(4): 261 - 266.
- [25] MACLAUGHLIN M, SITAR N, DOOLIN D, et al. Investigation of slope-stability kinematics using discontinuous deformation analysis[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(5): 753 - 762.
- [26] JIBSON R W. Predicting earthquake-induced landslide displacement using Newmark's sliding block analysis[J]. Transportation Research Record, 1993: 9 - 9.