

DOI: 10.11779/CJGE201407004

格子 Boltzmann 方法研究岩石粗糙裂隙渗流特性

盛金昌¹, 王璠¹, 张霞², 李凤滨¹, 黄青富¹

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 云南省水利水电勘测设计研究院, 云南 昆明 650021)

摘要: 为研究岩石粗糙裂隙水力特性, 建立了基于格子 Boltzmann 的压力模型。通过对 3 组不同试件(平板光滑裂隙、矩形非吻合裂隙、随机隙宽裂隙)的模拟, 拟合出流量与平均隙宽的关系。研究结果表明, 在所计算的 10 种工况中, 3 组裂隙中的水流都接近于层流。只有平行光滑裂隙中的水流的流量与平均隙宽近似成立方关系, 矩形非吻合裂隙和随机隙宽裂隙中的流量与平均隙宽呈现超立方关系。改变平均隙宽和进出口压力都会导致流量与平均隙宽的关系变化。同时, 进出口压力的改变也会造成两者之间产生次立方关系。

关键词: 格子 Boltzmann 方法; 压力模型; 粗糙裂隙; 平均隙宽

中图分类号: TU451 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)07-1213-05

作者简介: 盛金昌(1969-), 男, 安徽人, 博士, 教授, 博士生导师, 从事岩土工程渗流及其流固热化学多场耦合研究。E-mail: sh901@sina.com。

Lattice Boltzmann method for rough fracture seepage characteristics of rock

SHENG Jin-chang¹, WAN Fan¹, ZHANG Xia², LI Feng-bin¹, HUANG Qing-fu¹

(1. College of Water Conservancy and Hydropower, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Water Conservancy and Hydropower

Investigation Design Academy of Yunnan Province, Kunming 650021, China)

Abstract: To study the hydraulic characteristics of rough rock fracture, a pressure model based on the lattice Boltzmann model is established. Based on simulations of three groups of different specimens (flat smooth fracture, rectangular non-match fracture and random gap width fracture), the relationship between the flow and the average gap width can be fitted. The research results show that under the calculated 10 kinds of working conditions, the flows of the three groups of fractures are close to the laminar ones. Only in parallel smooth cracks, the relationship between the flux and average gap width is approximately a cubic one, and that for rectangular mismatching crack and random gap width fissure shows a super-cubic relationship. Changing the average gap width and import and export pressures may lead to the variation of relationship between the flux and average gap width. In the meantime, the later can also cause the presence of cubic relationship between them.

Key words: lattice Boltzmann method; pressure model; rough fracture; average gap width

0 引言

格子 Boltzmann 模型 (LBM) 源于格子气自动机 (LGA), 在引入 BGK 碰撞机制后, 逐渐成为分析流体运动的一种比较成熟的方法。LBM 方法作为连接宏观和微观的桥梁, 既克服了宏观分子动力学模型引入连续性假设所带来的计算精度问题, 同时又克服了微观分子动力学模型在时间和空间的限制^[1]。近年来, 国内在该领域的研究逐渐深入, LBM 方法被应用于有效模拟多孔介质的渗透率^[2], 在多孔介质内化学溶质的溶解与沉淀^[3]。Zhang^[4]提出在多孔介质内用格子 Boltzmann 方法建立多维模型, 并详细给出了流动和溶质运移的细节参数。然而, 对于边界复杂的岩石裂隙流, 国内的研究还不深入, 格子 Boltzmann 方法以其较为容易的边界处理和高并行性的优点, 成为研究

岩石裂隙渗流特性的优质方法。本文基于格子 Boltzmann 压力模型^[5]编制了计算程序, 模拟水流在平行光滑、矩形非吻合、随机隙宽 3 种裂隙中的流态, 分析拟合得到流量与平均隙宽的关系, 及改变平均隙宽和进出口压力而导致的流量与平均隙宽的关系变化, 为更深入地研究岩石粗糙裂隙的水流特性提供了一个较好的基础。

1 基于 LBM 的压力模型

1.1 格子 Boltzmann 法

LBM 从介观层次出发, 建立离散的速度模型, 在满足三大守恒定律的条件下, 得出粒子分布函数, 通

通过对粒子分布函数的统计计算, 得到压力、流速等宏观变量。它的主要思想就是以简单规则的微观粒子运动代替复杂多变的宏观现象。LBM 的演化过程主要分为 2 个步骤: ①迁移, 粒子从一个节点在一个时步内, 以恒定的速度运动到相邻节点; ②碰撞, 在一个节点上从相邻节点运动来的粒子发生碰撞, 根据三大守恒定律改变粒子的速度, 然后各个粒子又以改变后的速度迁移。这 2 个步骤交替循环, 直到流场达到收敛^[6]。本文采用 LBM 方法的基本模型 DdQm^[7] (d 维空间, m 个离散速度) 系列中的 D2Q9 模型。图 1 给出了 D2Q9 模型的示意图, 图中 0~8 代表 9 个方向。

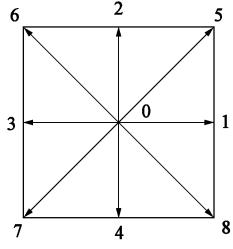


图 1 D2Q9 格子模型

D2Q9 模型的演化方程为

$$f_\alpha(r + v_\alpha dt, t + dt) - f_\alpha(r, t) = -\frac{1}{\tau} [f_\alpha(r, t) - f_\alpha^{\text{eq}}(r, t)], \quad (1)$$

其中,

$$v_\alpha = \begin{cases} (0,0) & (\alpha = 0) \\ c \left(\cos \left[(\alpha - 1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[(\alpha - 1) \frac{\pi}{2} \right] \right) & (\alpha = 1, 2, 3, 4) \\ \sqrt{2} c \left(\cos \left[(2\alpha - 1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[(2\alpha - 1) \frac{\pi}{4} \right] \right) & (\alpha = 5, 6, 7, 8) \end{cases}, \quad (2)$$

$$c = dx/dt, \quad (3)$$

$$f_\alpha^{\text{eq}} = \rho \omega_\alpha \left[1 + \frac{v_\alpha \cdot u}{c_s^2} + \frac{(v_\alpha \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right], \quad (4)$$

$$c_s^2 = c^2/3, \quad (5)$$

$$\omega_\alpha = \begin{cases} 4/9 & (\alpha = 0) \\ 1/9 & (\alpha = 1, 2, 3, 4) \\ 1/36 & (\alpha = 5, 6, 7, 8) \end{cases}. \quad (6)$$

式中 v_α 为各个方向的离散速度; $f_\alpha(r, t)$ 为粒子分布函数, 表示 t 时刻 r 节点上 α 方向的粒子密度分布; $f_\alpha^{\text{eq}}(r, t)$ 为平衡态分布函数; τ 为无量纲松弛时间; c 为格子迁移速度; dx , dt 分别表示格子步长和时间步长; ρ 为流体密度; u 为宏观速度; c_s 为格子声速; ω_α 为权系数, 权系数是粒子速度的函数。

根据质量和动量守恒定律, 模型的宏观密度、速度和压力分别定义如下:

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha, \quad (7)$$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_\alpha f_\alpha v_\alpha, \quad (8)$$

$$p = \rho c_s^2. \quad (9)$$

1.2 压力模型

上述的 D2Q9 模型是用速度驱动速度分布函数进行演化计算, 但在研究岩石裂隙渗流时, 需要用压力进行驱动。He 等^[5]提出了一种压力模型, 该模型用 P 替代 f 来进行计算。其中, 未知参数可以在上述模型介绍中找到的。压力分布函数 P_α 和上述所介绍的密度分布函数 f_α 关系为

$$P_\alpha = c_s^2 f_\alpha, \quad (10)$$

P_α 所对应的演化方程满足:

$$P_\alpha^+ (r, t) - P_\alpha (r, t) = -\frac{1}{\tau} [P_\alpha (r, t) - P_\alpha^{\text{eq}} (r, t)], \quad (11)$$

式中, P_α^+ 表示碰撞后的分布函数, P_α^{eq} 为 P_α 的平衡态分布函数, 满足:

$$P_\alpha^{\text{eq}} = c_s^2 f_\alpha^{\text{eq}} = \omega_\alpha \left\{ P + P_0 \left[1 + \frac{v_\alpha \cdot u}{c_s^2} + \frac{(v_\alpha \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \right\}. \quad (12)$$

压力 P 和密度 ρ 满足关系: $P = c_s^2 \rho$, $P_0 = c_s^2 \rho_0$, ρ_0 为流体的固有密度, 运动黏滞系数 $\nu = (2\tau - 1)dx^2/(6 \cdot dt)$ 。经过统计分析, 宏观压力和宏观速度满足:

$$\left. \begin{aligned} P &= \sum_\alpha P_\alpha, \\ P_0 u &= \sum_\alpha P_\alpha v_\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

1.3 程序编制

根据压力模型编制程序, 具体流程见图 2。模型计算过程中均采用格子单位。当相邻 2 个时步的流体粒子速度满足相对误差小于 1.0×10^{-7} 时结束计算, 输出各个节点上流体粒子的速度和压力。如果不满足, 则回到第 3 步, 继续计算, 直至收敛。

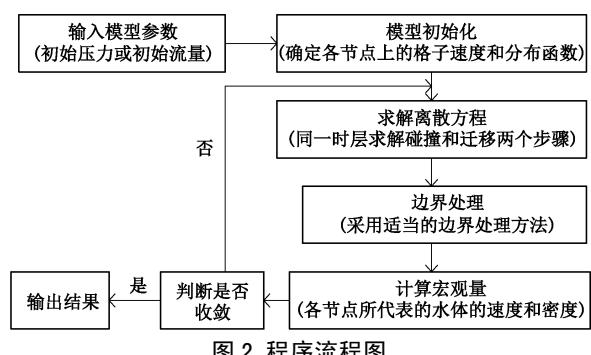


图 2 程序流程图

Fig. 2 Flow chart of program realization

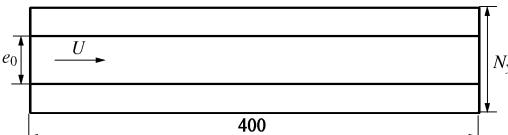
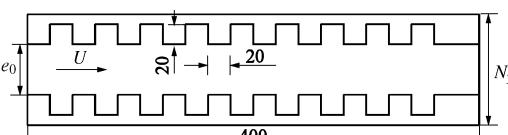
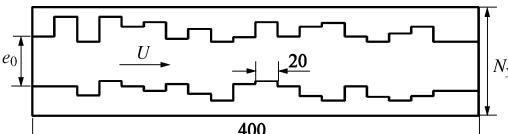
2 岩石粗糙裂隙水力特性数值模拟

2.1 粗糙裂隙参数

渗流分析中, 单宽流量 q 与水力梯度 J 的关系^[8-11] 可总结为

表 1 试件基本情况表

Table 1 Basic situations of specimens

名称	形状	说明
平板光滑裂隙		上下板为光滑平板, 隙宽不变。
矩形非吻合裂隙		凸起或凹陷均为 20×20 的小正方形。
随机隙宽裂隙		凸起或凹陷不定, 是随机产生的, 但间隔恒定, 均为 20。

$$q = aJ^k, \quad (14)$$

式中, 指数 k 对于不同粗糙度的裂隙取值有差别。当 k 近似等于 1 时, 满足达西定律, 当 k 不等于 1 时即为非达西流。系数 a 与平均隙宽 \bar{e} 有关。此关系同样适用于压力梯度。本文针对粗糙裂隙, 构造压力驱动模型。对 3 组不同试件: 平板光滑裂隙、矩形非吻合裂隙、随机隙宽裂隙(分别简称为平板、非吻合和随机)的水流流态进行模拟, 得到数值模拟数据后, 提出单宽流量与压力梯度、平均隙宽之间的关系。其中平均隙宽采用的是机械隙宽, 即裂隙中所容纳水的体积除以模型长度。压力梯度采用的是进出口压力差除以模型长度, 即 $\Delta P/L_x$ 。

模型长为 40, 宽为 l_y , 分别取为 9, 11, 13 和 15。格子步长 $dx=dy=0.1$, $\tau=1.0$ 。格子数为 $N_x \cdot N_y = 400 \cdot N_y$, N_y 分别对应为 90, 110, 130 和 150。其中 U 的指向是水流的方向。边界采用非平衡外推格式^[12]。每种 l_y 下 3 种试件的开口隙宽 e_0 是一样, 用格子数表示, 分别为 30, 50, 70, 90。开口隙宽指左侧进口处流体可以通过的宽度。工况 1~10, P_{in} 分别对应为 1.01, 1.03, 1.05, 1.07, 1.09, 1.001, 1.003, 1.005, 1.007, 1.009, P_{out} 均为 1.0。

取这 10 种压力组合的原因是, 当 P_{in} 大于 1.09 时马赫数太大, 计算难以收敛, 而这 10 组压力组合的选取覆盖了这个区间的局部特性(从 1.001 到 1.009)和总体特性(从 1.001 到 1.09)。3 种试件的基本情况见表 1。3 种试件的计算参数如表 2 所示。

表 2 各个试件的计算参数(格子单位)

Table 2 Parameters of specimens

平均隙宽 e_0	平板	非吻合	随机
30	30	47.96	78
50	50	67.96	98
70	70	87.96	118
90	90	107.96	138

2.2 粗糙裂隙模拟结果分析

通过在左侧进口和右侧出口给定压力, 得到 3 种试件在 10 种压力组合、4 组隙宽下流量和压力梯度的关系, 如图 3 所示。

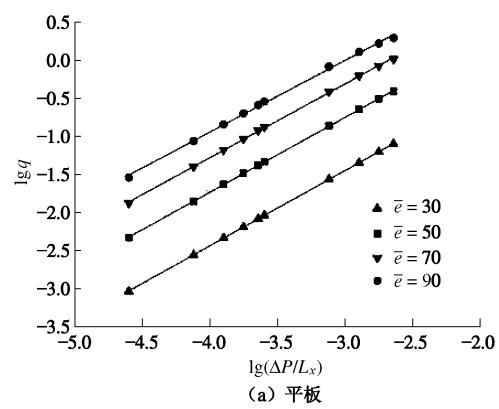
从图 3 可以看出, 对于这 3 种试件, $\lg q$ 和 $\lg(\Delta P/L_x)$ 有很好的线性关系, 可以拟合出如下关系式:

$$\lg q = \lg c_m + m \cdot \lg(\Delta P/L_x), \quad (15)$$

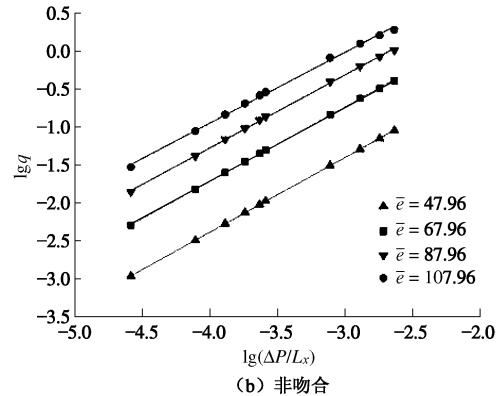
即

$$q = c_m (\Delta P/L_x)^m, \quad (16)$$

式中, m 为拟合线斜率, c_m 为拟合参数。拟合关系见表 3。



(a) 平板



(b) 非吻合

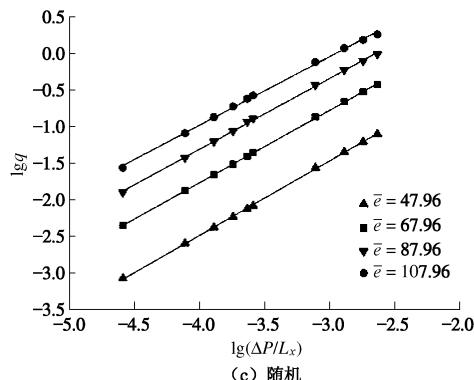


图 3 流量和压强梯度拟合图

Fig. 3 Fitting of flow and pressure gradient

从表 3 中可以看出, m 值在 1 附近, 并且随着平均隙宽 \bar{e} 的增大, m 减小。这是因为本模型中的雷诺数均较小, 在 10 以内, 大体属于层流区。然而, 在所选的这 10 组计算工况内, 后 5 组的 P_{in} 相差 0.002, 拟合出来的结果 m 值约等于 1。而前 5 组的 P_{in} 相差 0.02, 研究范围较大, 造成有的 m 值较小。 c_m 值随着平均隙宽 \bar{e} 的增大而增大。下面将探讨 c_m 值与平均隙宽 \bar{e} 的关系。

表 3 不同隙宽下线性拟合值

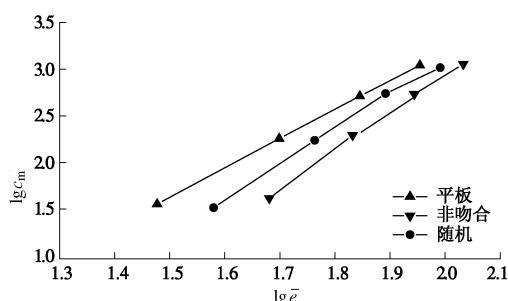
Table 3 Linear fitting values under different gap width

试件类型	\bar{e}	m	c_m	R^2
平板	30	0.9895	4.7394	1.0000
	50	0.9845	9.5573	1.0000
	70	0.9699	15.041	1.0000
	90	0.9432	20.9534	0.9999
非吻合	47.96	0.9887	5.0445	1.0000
	67.96	0.9821	9.8987	1.0000
	87.96	0.9656	15.3820	1.0000
	107.96	0.9361	21.2382	1.0000
随机	38	1.0242	4.5517	1.0000
	58	0.9973	9.3680	1.0000
	78	0.9756	15.4622	0.9996
	98	0.9439	20.4279	0.9999

由数据统计, c_m 值和平均隙宽 \bar{e} 有很好的指数关系 (如图 4 所示):

$$c_m = \beta \bar{e}^n \quad , \quad (17)$$

式中, β 为拟合参数。

图 4 c_m 值与平均隙宽的关系Fig. 4 Relationship between values of c_m and average gap width

拟合参数如表 4 所示。从而得到拟合后的公式:

$$q = \beta \bar{e}^n (\Delta P / L_x)^m \quad . \quad (18)$$

从表 4 中可以看出, 当工况在 $P_{\text{in}}=1.001 \sim 1.09$

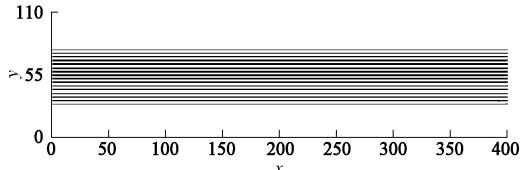
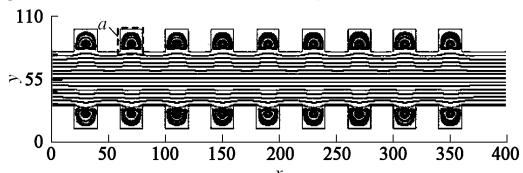
之间, n 值均大于 3.0, 流态呈现层流, 并有小幅度趋于紊流的趋势。对于平板, n 值接近 3.0, 即流量与平均隙宽近似呈现 3 次方的关系, 而对于除平板外的均大于 3.0, 呈现超立方关系。本文反复计算, 结果显示, 改变平均隙宽和进出口压力都会导致 n 值的变化, 而进出口压力的改变则会造成次立方定律的出现。

表 4 不同试件拟合值

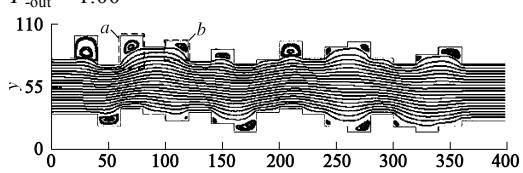
Table 4 Fitting values of different specimens

试件	n	β	R^2
平板	3.118	0.04755	0.999
非吻合	4.088	0.01346	0.997
随机	3.700	0.00535	0.996

下面给出了 5 个典型面的流场图和细节图(图 5~10), 各图中坐标单位均为格子单位。

图 5 当 $P_{\text{in}}=1.01$, $P_{\text{out}}=1.0$ 时平板裂隙流场图Fig. 5 Flow fields of flat fracture ($P_{\text{in}} = 1.01$, $P_{\text{out}} = 1.0$)图 6 当 $P_{\text{in}}=1.01$, $P_{\text{out}}=1.0$ 时矩形非吻合裂隙流场图Fig. 6 Flow fields of rectangular non-match fracture ($P_{\text{in}} = 1.01$,

$P_{\text{out}} = 1.00$

图 7 当 $P_{\text{in}}=1.01$, $P_{\text{out}}=1.0$ 时随机隙宽的裂隙流场图Fig. 7 Flow fields of random gap wide fracture ($P_{\text{in}} = 1.01$,

$P_{\text{out}} = 1.00$

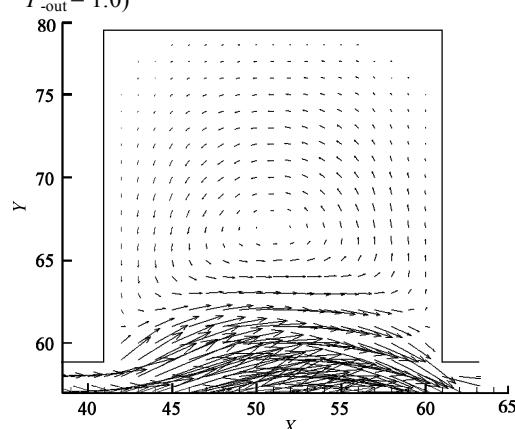


图 8 矩形非吻合裂隙 a 部分速度矢量图

Fig. 8 Velocity vectors of rectangular non match fracture part a

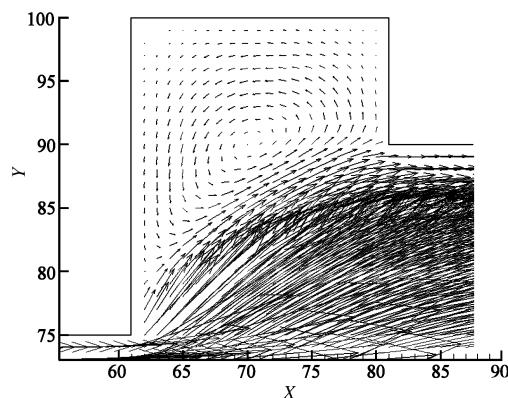


图 9 随机隙宽的裂隙 a 部分速度矢量图

Fig. 9 Velocity vectors of random gap width fracture of part a

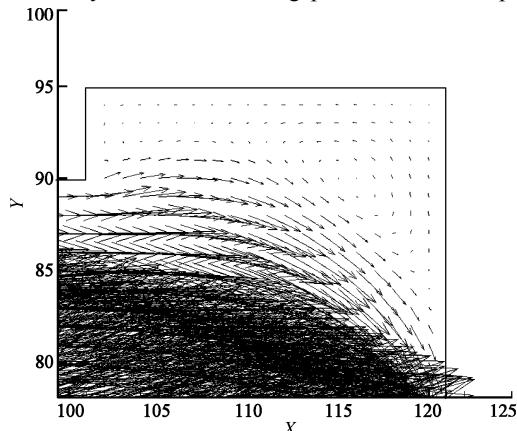


图 10 随机隙宽的裂隙 b 部分速度矢量图

Fig. 10 Velocity vectors of random gap width fracture of part b

3 结 论

(1) 采用格子 Boltzmann 方法以平行光滑、矩形非吻合、随机隙宽 3 种不同粗糙度的裂隙中的水流特性为研究对象建立压力模型。用 Fortran 语言编制边界为非平衡外推格式的计算程序。格子 Boltzmann 方法可以仅通过物理意义和边界条件进行复杂的模拟计算。

(2) 数值模拟的 3 组裂隙中的水流都接近层流, 只有平行光滑裂隙中的水流流量与平均隙宽近似成立方关系, 矩形非吻合和随机隙宽裂隙的都呈现超立方关系。经过反复计算, 得到结论: 改变平均隙宽和进出口压力都会导致流量与平均隙宽的关系变化; 而进出口压力的改变则会造成次立方定律的出现。

(3) 本文只对 3 组不同粗糙度的裂隙做了模拟分析, 裂隙模型比较单一, 所得到的拟合公式的适用范围等, 还有待于进一步研究。

参考文献:

- [1] 张 霞, 李凤滨, 盛金昌, 等. 格子 Boltzmann 方法模拟土体渗流场研究[J]. 水电能源科学, 2012, 30(10): 61 - 64.
(ZHANG Xia, LI Feng-bin, SHENG Jin-chang, et al. Lattice

- Boltzmann method for simulation seepage field of soil[J]. Water Resources and Power, 2012, 30(10): 61 - 64. (in Chinese))
- [2] 朱益华, 陶 果, 方 伟, 等. 3D 多孔介质渗透率的格子 Boltzmann 模拟[J]. 测井技术, 2008, 32(1): 25 - 28. (ZHU Yi-hua, TAO Guo, FANG Wei, et al. Lattice Boltzmann simulation of permeability in 3D porous medium[J]. Well Logging Technology, 2008, 32(1): 25 - 28. (in Chinese))
- [3] KANG Q J, ZHANG D X, CHEN S Y, et al. Lattice Boltzmann simulation of chemical dissolution in porous media[J]. Physical Review E, 2002, 65(3): 036318.
- [4] ZHANG D X. Multiscale modeling of flow and transport in fractured porous media via the lattice Boltzmann method[C]// Proceedings of the 3rd Biot Conference on Poromechanics. Norman, 2005: 443 - 447.
- [5] HE X Y, LUO L S. Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation[J]. Journal of Statistical Physics, 1997, 88(3/4): 927 - 944.
- [6] 王兴勇, 程永光. Lattice Boltzmann 方法理论和应用的新进展[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2002, 30(6): 61 - 66. (WANG Xing-yong, CHENG Yong-guang. Advances in theory of Lattice Boltzmann method and its application[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2002, 30(6): 61 - 66. (in Chinese))
- [7] QIAN Y H, D'HUMIERES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for navier-stokes equation[J]. Europhysics Letters, 1992, 17(6): 479 - 484.
- [8] LEE C. Flow in fractured rock[D]. Arizona: University of Arizona, 1990.
- [9] LOUIS C. Rock hydraulics: Report. BRGM, ORLEANS, FRANCE, NO. 74 SGN 035 AME, 1974[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1975, 12(4): 59.
- [10] AMADEI B, ILLANGASEKARE T. A mathematical model for flow and solute transport in non-homogeneous rock fractures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, Pergamon, 1994, 31(6): 719 - 731.
- [11] 速宝玉, 詹美礼, 赵 坚. 仿天然岩体裂隙渗流的实验研究[J]. 岩土工程学报, 1995, 27(5): 19 - 24. (SU Bao-yu, ZHAN Mei-li, ZHAO Jian. Study on fracture seepage in the imitative nature roke[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 27(5): 19 - 24. (in Chinese))
- [12] GUO Z L, ZHENG C G, SHI B C. Non-equilibrium extrapolation method for velocity and pressure boundary conditions in the lattice Boltzmann method[J]. Chinese Physics, 2002, 11(4): 366 - 374.