

DOI: 10.11779/CJGE201406004

地下水位波动下基坑周围地基土的孔压响应半解析解

应宏伟^{1, 2}, 聂文峰^{1, 2}, 黄大中^{1, 2}

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江, 杭州 310058)

摘要: 水位波动条件下的基坑性状研究是随工程实践产生的新课题, 而基坑周围的孔压响应机制是该课题的关键问题。将基坑渗流场分区, 假设土体总应力不变, 将固结方程解耦, 利用 Laplace、Fourier 变换推导了浅层含水层内地下水水位波动时板式支护基坑周围地基土孔压响应的二维近似半解析解。利用该解答, 对综合系数 θ (与土体固结系数、海床厚度、水位波动周期相关)、孔隙流体压缩系数与围护墙插入深度的影响进行分析。结果表明: 孔压波动幅值沿基坑最短渗流路径不断衰减, 滞后相位不断增大; θ 越大, 基坑周围地基土的相对孔压波动幅值越小, 滞后相位越大, 稳态渗流时的相对孔压为地下水位波动条件下不同 θ 值相对孔压波动幅值的极大值; 孔隙流体压缩系数越大, 基坑周围的波动孔压响应幅值越小, 滞后相位越大; 围护墙插入深度越大, 主动侧相对超孔压波动幅值越大, 被动侧波动幅值则越小。

关键词: 地下水位波动; 基坑; 孔压响应; 半解析解

中图分类号: TU473.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)06-1012-08

作者简介: 应宏伟(1971-), 男, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程的教学与科研工作。E-mail: ice898@zju.edu.cn。

Semi-analytical solution of pore pressure response around excavations to groundwater level fluctuation

YING Hong-wei^{1, 2}, NIE Wen-feng^{1, 2}, HUANG Da-zhong^{1, 2}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering of Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: The behavior of excavations subjected to water fluctuation is a new subject in engineering practices, with the pore pressure response around them being the focus. By dividing the seepage area around the excavations into several zones and assuming the total stress constant, the consolidation equation is decoupled, and then a semi-analytical solution of pore pressure response around a plate-supported excavation to water level fluctuation is deduced in conjunction with the Laplace and Fourier transformations. Based on the above solution, a parametric study is carried out to examine the effects of comprehensive coefficient θ (related to consolidation coefficient, seabed thickness and period) and compressibility of pore fluid on the pore pressure response. The results indicate that the amplitude of the relative pore pressure attenuates along the shortest seepage path, while the phase lag increases accordingly. The larger the θ , the smaller the amplitude of relative pore pressure and the larger the phase lag; furthermore, the maximum amplitude equals the value of the relative pore pressure in steady condition. In addition, the larger the compressibility of pore fluid, the smaller the amplitude of excess pore pressure and the larger the phase lag. The larger the embedded depth of retaining wall, the larger the amplitude of pore pressure in active side and the smaller the amplitude of pore pressure in passive side.

Key words: groundwater level fluctuation; excavation; pore pressure response; semi-analytical solution

0 引言

近年来在中国滨海或沿江地区高层建筑、地下空间开发、跨海(江)隧道、跨海大桥等重大工程建设中, 涌现了大量深基坑工程, 如横琴岛澳门大学新校区跨海隧道滨海软土筑岛围堰超深基坑工程^[1], 杭州钱江新城建设过程中也有大量高层建筑深基坑位于拥有举世闻名“钱江潮”景观的钱塘江两岸^[2]。在滨海

或沿江地区, 浅层含水层土体(如砾砂层)的透水性很强, 含水层水体与海水或江水有直接水力联系, 受波浪、潮汐或人工周期性降水的影响, 浅层含水层中的地下水位将产生波动, 此时基坑开挖受动水环境的

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51338009); 国家自然科学基金项目(51278462)

收稿日期: 2013-07-05

影响就不容忽视。

对基坑渗流问题的已有研究主要针对坑外水位为常水位或地下水位稳定补给条件。Li 等^[3]基于一维固结理论得到了由开挖卸荷引起的基坑内外负超静孔压的解析表达式；李早云等^[4]利用图解法（流网）求得了基坑周围的水土压力分布；Fox 等^[4]利用 Schwarz-Christoffel 变换给出了基坑内外定水头差下二维渗流的解析解；Harr^[6]总结了保角变换方法求解基坑二维稳态渗流问题的一类解答；Bereslavskii^[7]给出了板桩墙周围的稳态渗流精确解析解；Kavvas 等^[8]利用拟合分析给出了板桩围护基坑中水压力的近似解析表达式；黄大中等^[9]将基坑周围渗流场分区，利用 Fourier 变换求解了稳态条件下基坑周围孔压响应半解析解。

目前对于变荷载或边界孔压变化下地基土中孔压响应的研究主要针对半无限土体的一维情况。Baligh 等^[10]基于 Terzaghi 理论分析了矩形波载情况下单层土的固结；栾茂田等^[11]针对层状饱和土体，运用分离变量法得出了孔隙水压力和固结度的解析计算公式；谢康和^[12]给出了荷载随时间任意变化及起始孔压沿深度任意分布情况下双层地基和任意层地基的一维固结解析解；吴世明等^[13]推导了以积分形式表达的任意荷载单层土一维固结方程的通解；蔡袁强等^[14]通过 Laplace 逆变换计算了成层饱和地基在循环荷载下的一维变形及有效应力；Conte 等^[15]通过 Duhamel 积分得到了水位波动时单层土一维固结解析解。

对于水位波动条件下海床中孔压响应的已有研究主要针对自由海床或直立式防波堤、沉箱类防波堤、暗埋式防波堤、海底管线等特定海洋结构形式周围的海床。如 Hsu 等^[16]给出了三维短峰波作用下有限厚度海床在波浪作用下孔压响应的解析解；Mynett 等^[17]运用边界层近似法得到了波浪作用下饱和海床中矩形沉箱底部的孔压与有效应力解析解；Spijrenburg^[18]利用保角变换推导无限厚度均质刚性海床在波浪作用下管道附近的孔压响应解析解。

可以发现，现有对基坑周围渗流性状的研究主要针对坑外水位稳定或水源稳定补给情况，对变荷载或水位波动条件下地基土中孔压响应的研究主要是针对一维问题或自由海床、防波堤、海底管线等几种特定结构形式下的二维问题。水位波动条件下基坑周围的孔压响应则是随工程实践产生的新课题，需要进行深入的研究。本文根据渗流条件将基坑周围渗流场分区，将 Biot 固结方程解耦，利用 Laplace、Fourier 变换给出了水位波动条件下基坑周围孔压响应的二维半解析解。

1 地下水位波动下基坑二维渗流模型

滨海与沿江地区地下水位受潮汐的波动而变化，当基坑距离海水或江水等波动水体较近，且浅层含水层渗透性较大时，可将浅层含水层中的地下水位波动简化为与海水或江水同相位同幅值波动，而一般潮汐运动可以概化为正弦波，故文中将受潮汐影响的地下水位波动方程简化为正弦波。水位波动下基坑的二维渗流简化分析模型如图 1 所示。板式围护墙（隔渗墙）厚度与深度相比数值很小，研究渗流问题时可忽略其厚度影响。利用对称性，取半截面研究。

假定基坑周围为均质地基，基坑外侧水深为 d_1 ，内侧水深为 d_2 ，基坑宽度的一半为 b ，支护墙底部至不透水底边界距离为 L ，地下水位引起的下卧可渗透土层顶面的孔压波动假定为简谐波动， $p = p_0 \sin \omega t$ ，式中 p 为孔压， p_0 为孔压波动幅值（ $p_0 = \gamma_w h_0$ ， γ_w 为水的重度， h_0 为地下水位波动幅度）， ω 为波动圆频率， t 为波动时间。

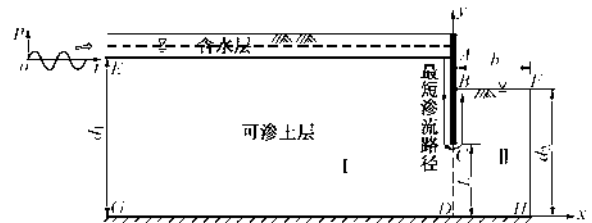


图 1 含水层地下水位波动下基坑分析模型

Fig. 1 Analysis model of seepage around excavation with water level fluctuation in aquifer layer

2 控制方程与边界条件

2.1 控制方程

当水位在含水层中波动时，由于含水层中土的天然重度和饱和重度相差很小，故可以假设含水层与其下土层交界面处的边界孔压波动，而总应力不变，地下水位波动过程中基坑周围土体的总应力变化也可以忽略。

首先将多孔介质二维 Biot 固结方程简化为

$$\frac{1}{\gamma_w} \left(k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = n \beta_f \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{K} \frac{\partial (p - \sigma)}{\partial t} \quad (1)$$

式中 t 为时间； K 为土体体积模量； p 为超静孔压； σ 为平均总应力变化； k_x ， k_y 分别为土的水平 and 竖向渗透系数； γ_w 为流体的重度； n 为孔隙率； β_f 为孔隙流体的压缩系数：

$$\beta_f = S_r / K_w + (1 - S_r) / P_{w0} \quad (2)$$

其中， P_{w0} 为绝对水压， S_r 为饱和度， K_w 为水的真实压缩模量（ $S_r=1.0$ 时水的压缩模量为 2100 MPa）。

以基坑挡墙及其延长线(图 1 中的 ABCD)为分界线,将基坑渗流场分为区域 I 和区域 II。假设地基中平均总应力变化 $\sigma = 0$, 则

$$\frac{1}{K} \frac{\partial(p-\sigma)}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)可得 I、II 区的控制方程分别为

$$c_h \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + c_v \frac{\partial^2 p_1}{\partial y^2} = \beta \frac{\partial p_1}{\partial t} \quad (\text{I 区}), \quad (4)$$

$$c_h \frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2} + c_v \frac{\partial^2 p_2}{\partial y^2} = \beta \frac{\partial p_2}{\partial t} \quad (\text{II 区}), \quad (5)$$

式中, p_1 和 p_2 分别为地下水位波动在区域 I 和区域 II 引起的超静孔压, $\beta = 1 + nK\beta_f$, c_h , c_v 分别为土的水平向和竖向固结系数, $c_h = \frac{k_x K}{\gamma_w}$, $c_v = \frac{k_y K}{\gamma_w}$ 。

2.2 边界条件

定义区域 I 和区域 II 的分界线 CD ($x=0$, $0 \leq y \leq L$) 上的水力梯度为 $f(y, t)$ 。则区域 I 的孔压边界条件为上边界 AE ($y=d_1$): $p_1 = p_0 \sin(\omega t)$;

下边界 DG ($y=0$): $\frac{\partial p_1}{\partial y} = 0$; 左边界 EG ($x=-\infty$):

$$\frac{\partial p_1}{\partial x} = 0; \quad \text{右边界 } ABCD (x=0):$$

$$\begin{cases} \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0 & (L < y < d_1) \\ \frac{\partial p_1}{\partial x} = f(y, t) & (0 \leq y \leq L) \end{cases}.$$

区域 II 的边界条件为上边界 BF ($y=d_2$): $p_2 = 0$;

下边界 DH ($y=0$): $\frac{\partial p_2}{\partial y} = 0$; 左边界 BCD ($x=0$):

$$\begin{cases} \frac{\partial p_2}{\partial x} = 0 & (L < y < d_2) \\ \frac{\partial p_2}{\partial x} = f(y, t) & (0 < y < L) \end{cases}; \quad \text{右边界 } FH (x=b):$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial x} = 0.$$

区域 I 和区域 II 之间满足连续条件:

$$p_1|_{x=0} = p_2|_{x=0}, \quad 0 \leq y \leq L.$$

初始条件为 $p_1|_{t=0} = p_2|_{t=0} = 0$ 。

3 模型求解

对区域 I 的控制方程进行 Laplace 变换后可得

$$c_h \frac{\partial^2 \bar{p}_1}{\partial x^2} + c_v \frac{\partial^2 \bar{p}_1}{\partial y^2} = \beta m \bar{p}_1 \quad (6)$$

对区域 I 的边条件进行 Laplace 变换后可得:

$$y = d_1 \text{ 时, } \bar{p}_1 = \frac{p_0 \omega}{m^2 + \omega^2}; \quad y = 0 \text{ 时, } \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial y} = 0; \quad x = 0 \text{ 时,}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} = 0 & (L < y < d_1) \\ \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} = f(y, m) & (0 \leq y \leq L) \end{cases}, \quad x = -\infty: \quad \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} = 0.$$

其中 $\bar{p}_1 = \int_0^\infty p_1 e^{-mt} dt$, m 为 Laplace 变换参数。

令 $\tilde{p}_1 = \bar{p}_1 - \frac{p_0 \omega}{m^2 + \omega^2}$, 则式(6)和边界条件可转化为

$$c_h \frac{\partial^2 \tilde{p}_1}{\partial x^2} + c_v \frac{\partial^2 \tilde{p}_1}{\partial y^2} = m \beta \tilde{p}_1 + \beta \frac{p_0 m \omega}{m^2 + \omega^2}, \quad (7)$$

$$y = d_1 \text{ 时, } \tilde{p}_1 = 0; \quad y = 0 \text{ 时, } \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial y} = 0; \quad x = 0 \text{ 时,}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x} = 0 & (L < y < d_1) \\ \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x} = f(y, m) & (0 \leq y \leq L) \end{cases}; \quad x = -\infty \text{ 时, } \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x} = 0.$$

对式(7)和求解条件进行 Fourier 变换可得

$$\frac{\partial^2 \hat{p}_1}{\partial x^2} - \left(\frac{c_v}{c_h} \frac{M^2}{d_1^2} + \frac{m}{c_h} \beta \right) \hat{p}_1 + (-1)^k \frac{d_1}{M} \frac{p_0 \omega m \beta}{(m^2 + \omega^2)} = 0, \quad (8)$$

$$\text{式中, } \hat{p}_1 = \int_0^{d_1} \tilde{p}_1 \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) dy, \quad M = \left(k - \frac{1}{2}\right)\pi,$$

$k = 1, 2, 3, \dots$ 。

求解方程(8)可得

$$\hat{p}_1 = \frac{e^{x\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}}}{\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}} \int_0^L f(y, m) \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) dy +$$

$$(-1)^k \frac{d_1}{M} \frac{p_0 \omega m \beta}{c_h \left(\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}\right) (m^2 + \omega^2)}, \quad (9)$$

$$\text{式中, } \chi_n = \frac{M}{d_1 \sqrt{\alpha}}, \quad \alpha = \frac{c_h}{c_v}.$$

对方程(9)进行 Fourier 逆变换可得

$$\bar{p}_1 = \frac{p_0 \omega}{m^2 + \omega^2} + \frac{2}{d_1} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{e^{x\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}}}{\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}} \int_0^L f(y, m) \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) dy +$$

$$(-1)^k \frac{d_1}{M} \frac{p_0 \omega m \beta}{c_h \left(\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}\right) (m^2 + \omega^2)} \right] \cos\left(\frac{My}{d_1}\right). \quad (10)$$

对区域 II 的控制方程和边界条件进行 Laplace 变换后可得

$$c_h \frac{\partial^2 \bar{p}_2}{\partial x^2} + c_v \frac{\partial^2 \bar{p}_2}{\partial y^2} = \beta m \bar{p}_2, \quad (11)$$

$y = d_2$ 时, $\bar{p}_2 = 0$; $y = 0$ 时, $\frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} = 0$; $x = 0$ 时,

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial x} = 0 & (L < y < d_2) \\ \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial x} = f(y, m) & (0 \leq y \leq L) \end{cases}; \quad x = b \text{ 时}, \quad \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial x} = 0.$$

式中, $\bar{p}_2 = \int_0^\infty p_2 e^{-mt} dt$, m 为 Laplace 变换参数。

对式 (11) 和求解条件进行 Fourier 变换可得

$$\frac{\partial^2 \hat{p}_2}{\partial x^2} - \left(\frac{c_v}{c_h} \frac{M^2}{d_2^2} + \frac{m}{c_h} \beta \right) \hat{p}_2 = 0, \quad (12)$$

式中, $\hat{p}_2 = \int_0^{d_2} \bar{p}_2 \cos\left(\frac{My}{d_2}\right) dy$, $M = \left(k - \frac{1}{2}\right)\pi$,

$k = 1, 2, 3, \dots$ 。

解方程 (12) 可得

$$\hat{p}_2 = - \frac{\int_0^L f(y, m) \cos\left(\frac{My}{d_2}\right) dy \cosh\left[(x-b) \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right]}{\sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}} \sinh\left(b \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right)}, \quad (13)$$

式中, $\beta_m = \frac{M}{d_2 \sqrt{\alpha}}$ 。

对式 (13) 进行 Fourier 逆变换可得

$$\bar{p}_2 = - \frac{2}{d_2} \sum_{k=1}^\infty \frac{\int_0^L f(y, m) \cos\left(\frac{My}{d_2}\right) dy \cosh\left[(x-b) \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right]}{\sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}} \sinh\left(b \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right) \cos\left(\frac{My}{d_2}\right)}, \quad (14)$$

根据连续条件, 可得

$$\begin{aligned} & \frac{p_0 \omega}{m^2 + \omega^2} + \frac{2}{d_1} \sum_{k=1}^\infty \left[\frac{e^{x \sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}}}{\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}} \int_0^L f(y, m) \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) dz + \right. \\ & \quad \left. (-1)^k \frac{d_1}{M} \frac{p_0 \omega m \beta}{c_h \left(\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}\right) (m^2 + \omega^2)} \right] \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) \\ & = - \frac{2}{d_2} \sum_{k=1}^\infty \frac{\int_0^L f(y, m) \cos\left(\frac{My}{d_2}\right) dy \cosh\left[(x-b) \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right]}{\sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}} \sinh\left(b \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right) \cos\left(\frac{My}{d_2}\right)}. \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $f(y)$ 无法直接求解, 将分界线 CD ($y=0 \sim L$

区间) 离散为 N 小段 (经试算, N 取 20 计算精度已足够), 假定第 i 段 ($y_i \sim y_{i+1}$ 区间) 的水力梯度 $f(y, m)$ 为定值 $f_i(m)$, 则方程 (15) 可转化为

$$\begin{aligned} & \frac{p_0 \omega}{m^2 + \omega^2} + \frac{2}{d_1} \sum_{k=1}^\infty \left[\frac{e^{x \sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}}}{\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}} \frac{d_1}{M} \sum_{i=1}^N f_i \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_1}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_1}\right) \right] + \right. \\ & \quad \left. (-1)^k \frac{d_1}{M} \frac{p_0 \omega m \beta}{c_h \left(\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}\right) (m^2 + \omega^2)} \right] \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) \\ & = - \frac{2}{d_2} \sum_{k=1}^\infty \frac{\frac{d_2}{M} \sum_{i=1}^N f_i \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_2}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_2}\right) \right] \cosh\left[(x-b) \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right]}{\sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}} \sinh\left(b \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right) \cos\left(\frac{My}{d_2}\right)}. \end{aligned} \quad (16)$$

令 $y = \bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, N$), 即在 CD 线上

每个小段的中心处水头连续, 则可得

$$[a_{ij}] \{f_i\} = \{b_j\} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N). \quad (17)$$

式中,

$$\begin{aligned} a_{ij} & = - \frac{2}{d_2} \sum_{k=1}^\infty \frac{\frac{d_2}{M} \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_2}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_2}\right) \right] \cosh\left[(x-b) \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right]}{\sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}} \sinh\left(b \sqrt{\beta_m^2 + \beta \frac{m}{c_h}}\right) \cos\left(\frac{M\bar{y}_j}{d_2}\right)} \\ & \quad - \frac{2}{d_1} \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{\sqrt{\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}}} \frac{d_1}{M} \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_1}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_1}\right) \right] \cos\left(\frac{M\bar{y}_j}{d_1}\right), \\ b_j & = \frac{p_0 \omega}{m^2 + \omega^2} + \frac{2}{d_1} \sum_{k=1}^\infty (-1)^k \frac{d_1}{M} \frac{p_0 \omega m \beta}{c_h \left(\chi_n^2 + \beta \frac{m}{c_h}\right) (m^2 + \omega^2)} \cos\left(\frac{M\bar{y}_j}{d_1}\right). \end{aligned}$$

设 $s = \frac{d_1^2 m}{c_v}$, $\theta = \frac{\omega d_1^2}{c_v}$, $T_v = \frac{c_v t}{d_1^2}$, $\lambda = \frac{d_1}{d_2}$, 则

$$\begin{aligned} a_{ij} & = -2 \sum_{k=1}^\infty \frac{\frac{d_1 \sqrt{\alpha}}{M} \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_2}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_2}\right) \right] \cosh\left[\frac{(x-b)}{d_1 \sqrt{\alpha}} \sqrt{\lambda^2 M^2 + \beta s}\right]}{\sqrt{\lambda^2 M^2 + \beta s} \sinh\left(\frac{b}{d_1 \sqrt{\alpha}} \sqrt{\lambda^2 M^2 + \beta s}\right) \cos\left(\frac{M\bar{y}_j}{d_2}\right)} \\ & \quad - 2 \sum_{k=1}^\infty \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{M^2 + \beta s}} \frac{d_1}{M} \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_1}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_1}\right) \right] \cos\left(\frac{M\bar{y}_j}{d_1}\right), \\ b_j & = \frac{d_1^2}{c_v} \left[\frac{p_0 \theta}{s^2 + \theta^2} + 2 \sum_{k=1}^\infty (-1)^k \frac{p_0 \theta s \beta}{M (M^2 + \beta s) (s^2 + \theta^2)} \cos\left(\frac{M\bar{y}_j}{d_1}\right) \right], \\ p_1 & = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{p}_1 e^{mt} dm, \\ \bar{p}_1 & = \frac{d_1^2}{c_v} \left[\frac{p_0 \theta}{s^2 + \theta^2} + 2 \sum_{k=1}^\infty (-1)^k \frac{p_0 \theta s \beta}{M (M^2 + \beta s) (s^2 + \theta^2)} \cos\left(\frac{My}{d_1}\right) \right] + \\ & \quad 2 \sum_{k=1}^\infty \frac{\sqrt{\alpha} e^{\frac{x}{d_1 \sqrt{\alpha}} \sqrt{M^2 + \beta s}}}{\sqrt{M^2 + \beta s}} \frac{d_1}{M} \sum_{i=1}^N f_i \left[\sin\left(\frac{My_{i+1}}{d_1}\right) - \sin\left(\frac{My_i}{d_1}\right) \right] \cos\left(\frac{My}{d_1}\right), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{p}_2 = -2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d_1 \sqrt{\alpha} \sum_{i=1}^N f_i \left[\sin \left(\frac{My_{i+1}}{d_2} \right) - \sin \left(\frac{My_i}{d_2} \right) \right]}{M \sqrt{\lambda^2 M^2 + \beta s}} \cdot \frac{\cosh \left[\frac{(x-b)}{d_1 \sqrt{\alpha}} \sqrt{\lambda^2 M^2 + \beta s} \right]}{\sinh \left(\frac{b}{d_1 \sqrt{\alpha}} \sqrt{\lambda^2 M^2 + \beta s} \right)} \cos \left(\frac{My}{d_2} \right) \quad (19)$$

则得到地下水位波动在区域 I 和区域 II 引起的超静孔压表达式为

$$p_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{p}_1 e^{mt} dm = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{p}_1 \frac{c_v}{d_1^2} e^{sT_v} ds \quad (20)$$

$$p_2 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{p}_2 e^{mt} dm = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{p}_2 \frac{c_v}{d_1^2} e^{sT_v} ds \quad (21)$$

4 解的验证

为验证上述解的正确性, 利用 PLAXIS 软件对图 1 所示的模型进行有限元分析。图 2 给出了典型算例 ($d_1=35$ m, $d_2=28$ m, $L=16$ m, $b=16$ m, $\alpha=1.0$) 在地下水位波动 $t=T/4$ ($T=2\pi/\omega$ 为波动周期) 时刻围护墙及其延长线两侧超静孔压分布的数值解与半解析解计算结果, 可以发现在不同 θ 与 β 情况下的数值解与半解析解结果均吻合较好, 验证了本文解的正确性。

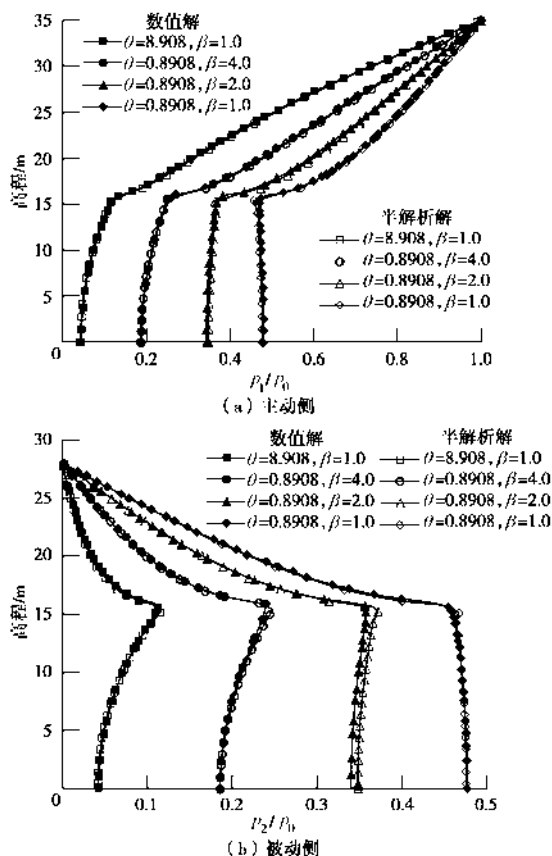


图 2 $t=T/4$ 时超静孔压分布半解析解与数值解的对比

Fig. 2 Comparison of excess pore pressure between semi-analytical and numerical results when $t=T/4$

5 算例分析

除特别说明以外, 算例基本计算参数为: 基坑开挖深度为 7.0 m, 开挖宽度为 32.0 m, 围护墙插入深度为 12.0 m, 地下水位波动周期 $T=0.5$ d, 水位波动引起的边界孔压波动幅值 $p_0=20$ kPa, 即 $d_1=35$ m, $d_2=28$ m, $L=16$ m, $b=16$ m, $\alpha=1.0$, $\beta=1.0$, $\theta=0.891$ 。定义相对孔压波动幅值 $|p|/p_0$ 为地基中某点超静孔压绝对值的最大值与边界孔压波动幅值之比; 滞后相位为地基中某点孔压波动与边界孔压波动的相位差。

5.1 基坑周围孔压响应

图 3 给出了算例围护墙两侧的相对孔压波动幅值与滞后相位沿深度的分布。从图 3 中可以看出主动侧的相对孔压波动幅值沿深度衰减, 被动侧的波动幅值沿深度增大; 孔压滞后相位的分布规律则相反, 主动侧孔压滞后相位沿深度增加, 被动侧则沿深度减少。基坑最短渗流路径是从围护墙外侧绕过墙底后沿围护墙内侧溢出 (图 1), 联合图 3 (a)、3 (b) 可知, 相对孔压波动幅值沿基坑最短渗流路径不断衰减, 而孔压波动滞后相位则不断增大。从图还可发现, 算例中围护墙两侧的孔压波动滞后相位很明显, 主动侧达到 20° , 被动侧接近 26° 。

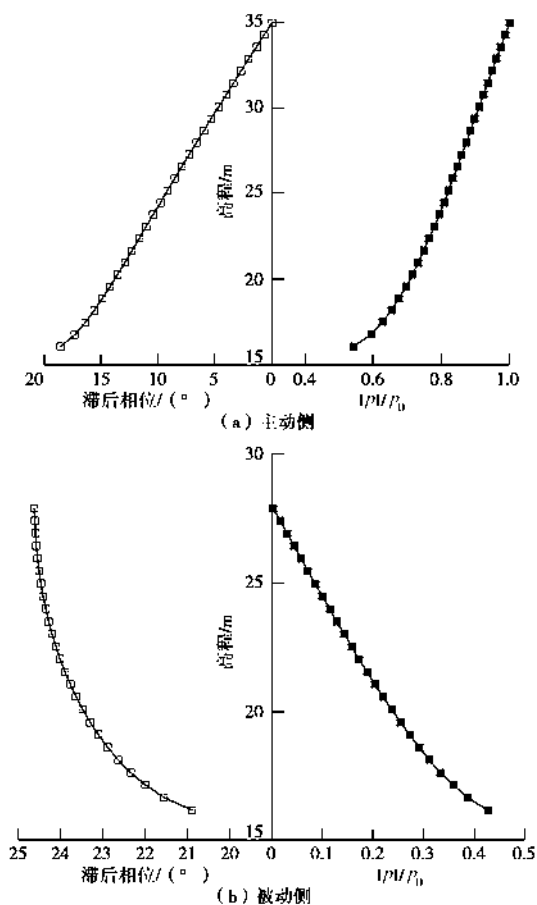


图 3 围护墙两侧的相对孔压波动幅值与滞后相位分布

Fig. 3 Amplitude and phase lag of relative pore pressure along retaining wall

图4分别给出了算例基坑周围孔压在波动稳定后的相对孔压波动幅值与滞后相位等势线。如图4所示, 基坑周围相对孔压波动幅值的分布趋势为从坑外到坑内逐渐衰减, 支护墙附近的衰减速率最大; 孔压波动滞后相位分布趋势则从坑外到坑内逐渐增大, 相位滞后效应十分明显, 主动侧最大达到 22° , 被动侧接近 30° 。

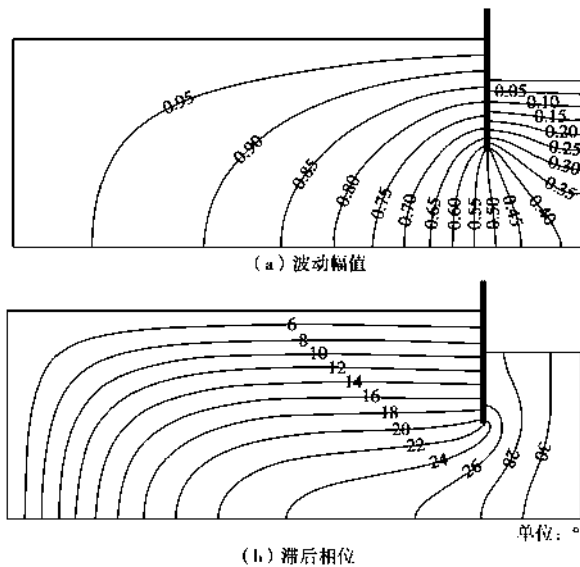


图4 基坑周围的相对孔压波动幅值与滞后相位分布

Fig. 4 Distribution of amplitude and phase lag of relative pore pressure around excavation

5.2 综合系数 θ 的影响

由参数 θ 的表达式 $\theta = \frac{\omega d_1^2}{c_v}$ 可知, θ 综合反映了

土体的竖向固结系数 c_v 、地下水位波动圆频率 ω (或周期 T)、可渗土层厚度 d_1 的影响, 可将 θ 定义为综合系数。

图5给出了不同 θ 条件下围护墙两侧的相对孔压波动幅值与滞后相位, 图5中“稳态”表示稳态渗流时的相对孔压, 即假定可渗土层顶面处的边界孔压为恒值 p_0 条件下发生稳态渗流时某点孔压与边界孔压 p_0 之比。可以看出, 不论是围护墙的主动侧还是被动侧, θ 越大, 相对孔压波动幅值越小, 孔压波动的滞后相位越大; 当 θ 较小时 (如图中 $\theta=0.0445$), 围护墙两侧的相对孔压波动幅值都接近稳态渗流时的相对孔压分布。由于稳态渗流时的 ω 为0, 结合 θ 的表达式可知稳态渗流时的 θ 为0, 故稳态渗流时的相对孔压是不同 θ 条件下相对孔压波动幅值的极大值。由 θ 的表达式进一步可以推论得, 土体固结系数 c_v 越小, 地下水位的波动频率 ω 越大 (即周期 T 越小), 可渗土层的厚度越大, 围护墙两侧的相对孔压波动幅值越小, 孔压波动滞后相位越大。

5.3 孔隙流体压缩性的影响

即使实际土体的饱和度高于95%, 其孔隙水中往

往由于有封闭气泡的存在, 而表现出一定的可压缩性^[19], 且研究表明: 孔隙流体的压缩性对土体固结行为有较大影响^[20-22]。因此, 在这种情形下孔隙流体的可压缩性不可忽略。分析中引入 $\beta=1+n\beta_f K$ 来反映孔隙流体压缩性的影响, 其中孔隙流体压缩性 β_f 随 β 增大而增大, β 越大表明土的饱和度越低。

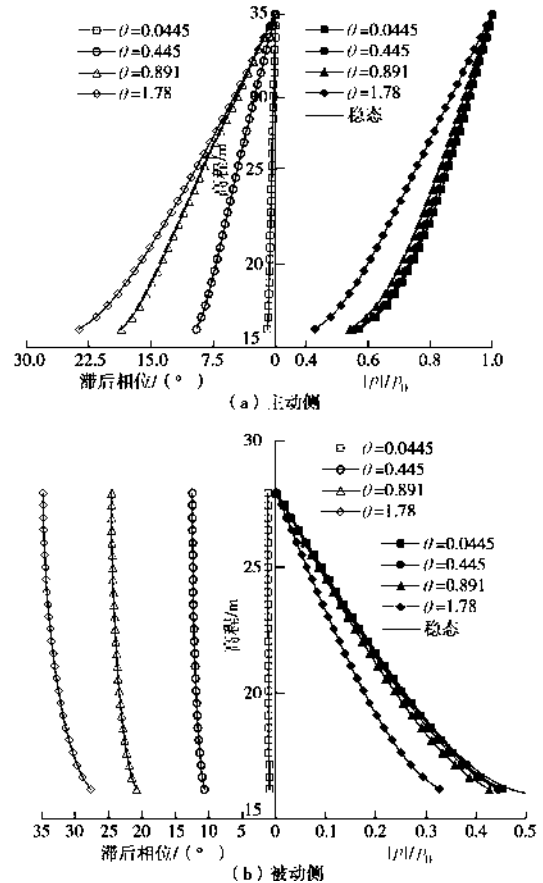
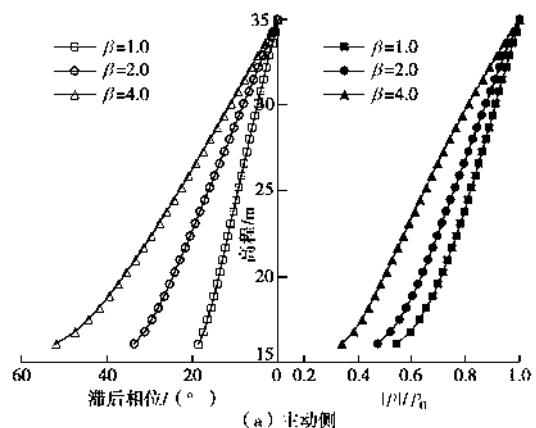


图5 θ 对相对孔压波动幅值与滞后相位分布的影响

Fig. 5 Influence of θ on amplitude and phase lag of relative pore pressure

图6给出了不同 β 条件下围护墙两侧的相对孔压波动幅值与滞后相位分布。从图6中可以发现, β 对围护墙两侧的孔压响应影响明显, β 越大, 即孔隙流体压缩系数越大, 围护墙两侧的相对孔压波动幅值越小, 且孔压波动滞后相位越大。



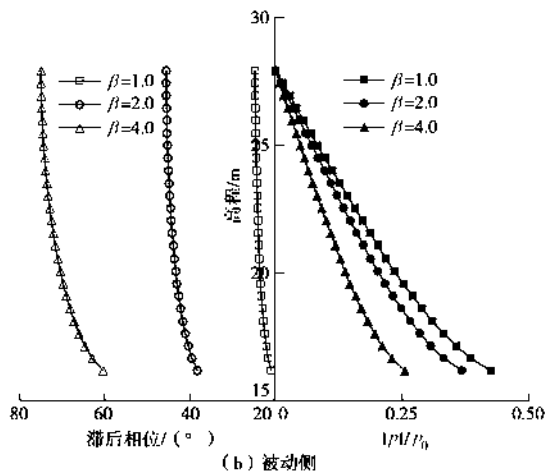
图 6 β 对相对孔压波动幅值与滞后相位分布的影响

Fig. 6 Influence of β on amplitude and phase lag of relative pore pressure

5.4 围护墙底部到下部不透水边界距离 L 的影响

围护墙的插入深度是控制基坑稳定变形的一个重要因素, 对于按渗流控制的工程, 一般按抗渗流稳定确定围护墙入土深度, 对水位波动作用下的基坑工程更为重要。

图 7 给出了不同 L 条件下围护墙两侧的相对超孔压波动幅值与滞后相位分布。如图 7 所示, L 越小 (即围护墙入土深度越大), 围护墙主动侧的相对超孔压波动幅值越大, 被动侧的相对超孔压波动幅值越小; 主动侧

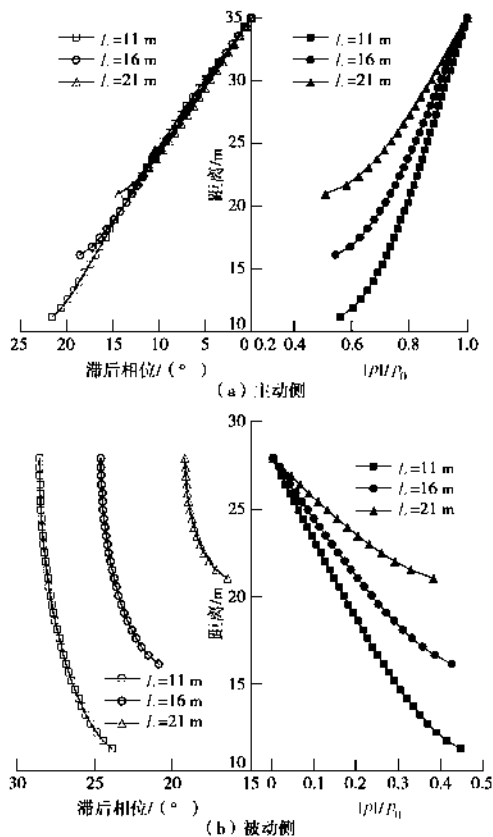
图 7 L 对相对孔压波动幅值与滞后相位分布的影响

Fig. 7 Influence of L on amplitude and phase lag of relative pore pressure

的相对孔压波动滞后相位随 L 的变化不大, 而 L 越小, 被动侧相位滞后越明显, 这主要是由于围护墙两侧的渗流路径随围护墙插入深度的改变发生相应变化的结果。

6 结 论

将基坑周围渗流场分区, 假定土体总应力不变将 Biot 固结方程解耦, 然后利用 Laplace、Fourier 变换推导了地下水位波动条件下基坑周围孔压响应的二维半解析解, 利用 PLAXIS 软件的数值解验证了本文解的正确性。通过典型算例, 分析了地下水位波动时基坑周围地基土的孔压响应规律, 并讨论了综合系数、孔隙流体压缩性与围护墙入土深度的影响, 得到以下 4 点结论。

(1) 沿基坑围护墙两侧最短渗流路径方向, 孔压波动幅值不断衰减, 滞后相位不断增大, 这与基坑周围孔压响应规律一致。

(2) 综合系数 θ 越大, 基坑周围地基土的相对孔压波动幅值越小, 滞后相位越大, 稳态渗流时的相对孔压为水位波动条件下不同 θ 时相对孔压波动幅值的极大值。

(3) 孔隙流体压缩系数越大, 基坑周围地基土的波动孔压响应幅值越小, 滞后相位越大。

(4) 围护墙入土深度越大, 围护墙主动侧的相对超孔压波动幅值越大, 被动侧的相对超孔压波动幅值越小。

参考文献:

- [1] 刘涛, 陈允斌, 刘浩. 滨海软土筑岛围堰深基坑工程实例分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(增刊): 773 - 778. (LIU Tao, CHEN Yun-bin, LIU Hao. Case study of ultra-deep foundation pit by island and cofferdam construction in soft soils in coastal areas[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(S0): 773 - 778.
- [2] 杨迎晓, 龚晓南, 张雪禅, 等. 钱塘江边海积粉土基坑性状研究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(增刊): 750 - 755. (YANG Ying-xiao, GONG Xiao-nan, ZHANG Xue-chan, et al. Behaviors of alluvial silt foundation pits along Qiantang River[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(S0): 750 - 755. (in Chinese))
- [3] LI Y Q, YING H W, XIE K H, On the dissipation of negative excess porewater pressure induced by excavation in soft soil[J]. Journal of Zhejiang University Science, 2005, 6A(3): 188 - 193.
- [4] 刘早云, 李广信. 考虑渗透力的基坑水土压力计算[J]. 工

- 业建筑, 2002, **32**(9): 34 - 36. (LIU Zhao-yun, LI Guang-xin. Computation of water and earth pressure in consideration of seepage[J]. Industry Construction, 2002, **32**(9): 34 - 36. (in Chinese))
- [5] FOX E N, MACNAMEE J. The two-dimensional potential problem of seepage into a cofferdam[J]. Philosophical Magazine Series 7, 1948, **39**: 165 - 203.
- [6] HARR M E. Groundwater and seepage[M]. New York: McGraw-Hill, 1962.
- [7] BERESLAVSKII E N. The flow of ground waters around a Zhukovskii sheet pile[J]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2011, **75**: 210 - 217.
- [8] KAVVADAS M, GIOLAS A, PAPACHARALAMBOUS G. Drainage of supported excavations[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 1992, **10**: 141 - 157.
- [9] 黄大中, 谢康和, 应宏伟. 渗透各向异性土层中基坑二维稳定渗流半解析解[J]. 浙江大学学报(工学版), 录用待刊. (HUANG Da-zhong, XIE Kang-he, YING Hong-wei. Semi-analytical solution of two dimensional steady seepage around the foundation pit in soil layer with anisotropical permeability[J]. Journal of Zhejiang University, accepted (in Chinese))
- [10] BALIGH M, LEVADOUX J N. Consolidation theory for cyclic loading[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1978, **104**: 415 - 431.
- [11] 栾茂田, 钱令希. 层状饱和土体一维固结分析[J]. 岩土力学, 1992, **13**(4): 45 - 56. (LUAN Mao-tian, QIAN Ling-xi. One dimension consolidation analysis of layered saturated soils[J]. Soil and Mechanics, 1992, **13**(4): 45 - 56. (in Chinese))
- [12] 谢康和. 双层地基一维固结理论与应用[J]. 岩土工程学报, 1994, **16**(5): 24 - 35. (XIE Kang-he. Theory of one dimension consolidation of double-layered ground and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **16**(5): 24 - 35. (in Chinese))
- [13] 吴世明, 陈龙珠, 杨 丹. 周期荷载作用下饱和粘土的一维固结[J]. 浙江大学学报, 1998, **22**(5): 60 - 70. (WU Shi-ming, CHEN Long-zhu, YANG Dan. 1-D consolidation of saturated clay under cyclic loadings[J]. Journal of Zhejiang University, 1998, **22**(5): 60 - 70. (in Chinese))
- [14] 蔡袁强, 徐长节, 丁狄刚. 循环荷载下成层饱水地基的一维固结[J]. 振动工程学报, 1998, **11**(2): 184 - 193. (CAI Yuan-qiang, XU Chang-jie, DING Di-gang. One dimension consolidation of layered and saturated soils under cyclic loading[J]. Journal of Vibration Engineering, 1998, **11**(2): 184 - 193. (in Chinese))
- [15] CONTE E, TRONCONE A. Soil layer response to pore pressure variations at the boundary[J]. Géotechnique, 2008, **58**(1): 37 - 44.
- [16] HSU J R C, JENG D S. Wave-induced soil response in an unsaturated anisotropic seabed of finite thickness[J]. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994, **18**: 785 - 807.
- [17] MYNETT A E, MEI C C. Wave-induced stresses in a saturated poroelastic seabed beneath a rectangular caisson[J]. Géotechnique, 1982, **32**: 235 - 248.
- [18] SPIERENBURG S E J. Wave-induced pore pressures around submarine pipelines[J]. Coastal Engineering, 1986, **10**: 33 - 48.
- [19] YUE Z Q, SELVADURAI A P S, LAW K T. Excess pore water pressure in a porelastic seabed saturated with a compressible fluid[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**: 989 - 1003.
- [20] CHEN G J. Consolidation of multilayered half space with anisotropic permeability and compressible constituents[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, **41**(16/17): 4567 - 4586.
- [21] SENJUNTICHAL T, RAJAPAKSE R K N D. Exact stiffness method for quasi-statics of a multi-layered poroelastic medium[J]. International Journal of Solids and Structures, 1995, **32**(11): 1535 - 1553.
- [22] 徐 进, 蔡正银, 王旭东. 考虑孔隙流体可压缩性的土体平面应变固结半解析数值分析[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(1): 89 - 93. (XU Jin, CAI Zheng-yin, WANG Xu-dong. Semi-analytical numerical analysis for plane strain consolidation of anisotropic soil with compressive constituents[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(1): 89 - 93. (in Chinese))