

DOI: 10.11779/CJGE201405014

波浪荷载下海床稳定性的总应力法分析

余 波^{1,2}, 丰土根^{1,2,*}, 熊中华^{1,2}

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 评价海床稳定性是海工建筑物设计所考虑的重要部分。基于经典弹性理论, 采用半逆解法, 推导了线性波浪荷载下成层弹性海床的总应力解答, 在此基础上根据莫尔库仑破坏准则进行了海床剪切破坏分析, 分析表明: 随海床深度线性增加的土体剪切模量对应力角分布具有明显影响, 特别是当海床厚度小于半倍波长时, 最容易发生破坏的位置位于海床表面以下一定深度, 而对于均质海床, 最容易发生破坏的位置位于海床表面。软弱夹层对海床的稳定性存在影响, 埋深越浅的软弱夹层越容易导致其上部土层的剪切破坏。

关键词: 海床; 波浪荷载; 总应力法; 稳定性

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)05-0905-05

作者简介: 余 波(1988-), 男, 重庆人, 硕士研究生。主要从事土动力学研究。E-mail: yuxb915@163.com。

Total stress approach for stability of seabed under wave loads

YU Bo^{1,2}, FENG Tu-gen^{1,2}, XIONG Zhong-hua^{1,2}

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The evaluation of seabed stability is an important part for the design of various marine facilities. Based on the classic theory of elasticity, the total stress solutions for layered elastic seabed under linear wave loads are derived by means of the semi-inverse method, and then according to the Mohr-Coulomb failure criterion, seabed shear failure is analyzed on the basis of the solutions. The results show that the shear modulus of soils which increases linearly along with the seabed depth has a significant effect on the distribution of stress angle, especially when the seabed thickness is less than a half times the wavelength. The easiest place to initiate shear failure is located at a certain depth below the seabed surface. However, for the homogeneous seabed, it is located at the surface of seabed. The stability of seabed is also affected by weak interlayer. The more shallow the depth of the weak interlayer, the more easily the shear failure of soil layer occurs on the weak interlayer.

Key words: seabed; wave load; total stress method; stability

0 引言

在海洋环境中, 波浪场的变化对海床稳定性的影响威胁到海底管线、石油平台和风机基础等的安全稳定, 评价海床稳定性是海工建筑物设计所考虑的重要部分。Rahman^[1]分析了可能引起海床失稳的力学机理, 包括剪切破坏和液化, 但两者存在明显区别^[2], 不仅产生的破坏区域不同, 而且适用的判别标准也不同。Okusa^[3]、Tsai^[4]、Zen 等^[5]、Jeng^[6]分别提出了不同的液化判别标准, 而对于剪切破坏常采用莫尔库仑破坏准则。对于分析由于剪切破坏引起的海床失稳问题, Henkel^[7]基于极限平衡法原理, 假设圆弧滑动面, 采用总应力法分析了海床的稳定性, 而基于 Biot 固结理论的弹性海床动力响应解析解^[8-9], 结合莫尔库仑破坏准则, 采用的方法包括有效应力法(如 Jeng^[6]、来茂田等^[10]、刘红军等^[11]的研究)和总应力法(如张永

利等^[12]的研究)。与有效应力法相比, 总应力法有一定的优势。但由于有效应力法强度指标依赖于测量仪器精度, 这必然存在一定误差。对于饱和黏性土, 存在无法确定的超静孔隙水压力, 已知的只有总应力, 在稳定和强度问题计算分析时只能采用总压力强度指标^[13]。对于渗透性低的海床, 总应力法分析是也适用的^[7], 因此本文采用总应力法分析。

由于以往分析海床剪切破坏问题都基于 Biot 固结理论得到有效应力解答, 再求得总应力。而笔者绕开 Biot 固结理论, 通过经典弹性理论直接求出总应力。为此, 采用半逆解法, 推导线性波浪荷载下成层弹性海床的总应力解答, 在此基础上根据莫尔库仑破坏准

基金项目: 国家自然科学基金项目(51009054); 教育部科学技术研究重点项目(109077); 江苏省自然科学基金项目(BE2010513)

收稿日期: 2013-08-19

*通讯作者

则进行海床的稳定性分析。

1 基本方程

不考虑波浪场与海床表面之间的相互作用, 单独将波浪压力作为外荷载施加到海床表面。波浪参数 $k=2\pi/L$, H 为波高, γ_w 为水的重度, L 为波长, w 为圆频率, d 为水深, p_0 为波压力幅值。当采用线性波理论时, 海床表面波压力为^[8]

$$p = p_0 \cos(kx - wt) = \frac{\gamma_w H}{2 \cosh(kd)} \cos(kx - wt) \quad (1)$$

假设海床为弹性体, 由 n 层不同厚度 h_i 不同弹性模量 E_i 组成。海床表面不排水, 海床底部为不透水刚性基岩, 如图 1 所示。

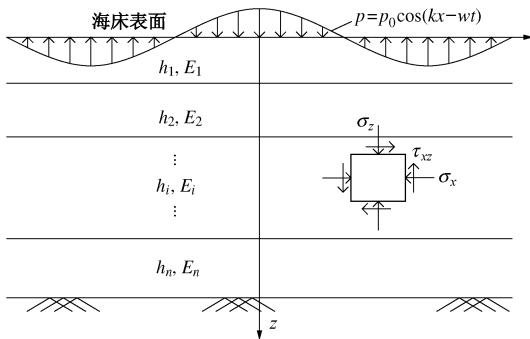


图 1 波浪荷载及海床示意

Fig. 1 Sketch of seabed and wave load

假设为平面应变问题, 不考虑惯性力的影响。各应力分量呈周期性响应, 不考虑相位迟滞现象。由对称性可知, 在 $t=nT/2$ 时刻 ($n=0, 1, 2, \dots$), 剪应力关于原点对称, 因此可采用半逆解法, 假设第 i 层剪应力分量为

$$\tau_{xz}^i = f_i(z) p_0 \sin(kx - wt) \quad (2)$$

则应力函数为

$$\varphi_i = - \iint \tau_{xz}^i dx dz = \frac{p_0 \cos(kx - wt)}{k} \int f_i(z) dz + g_i(z) \quad (3)$$

这里只考虑波浪荷载引起的附加应力, 不计体力, 则其余应力分量为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z^i &= \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} = -kp_0 \cos(kx - wt) \int f_i(z) dz, \\ \sigma_x^i &= \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} = \frac{p_0 \cos(kx - wt)}{k} f'_i(z) + g''_i(z). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于平面应变问题, 有

$$\sigma_y^i = \nu(\sigma_z^i + \sigma_x^i) \quad (5)$$

式中, ν 为泊松比。

将式(3)代入相容方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} \right) = 0 \quad , \quad (6)$$

得到

$$f_i^{(4)}(z) - 2k^2 f_i''(z) + k^4 f_i(z) + kg_i^{(5)}(z) = 0 \quad . \quad (7)$$

由于 σ_x^i 变化, 呈周期性, 而 $g_i''(z)$ 与 x 无关, 所以 $g_i''(z) = 0$, $g_i^{(5)}(z) = 0$, 因此解方程(7)得到

$$f_i(z) = C_1^i e^{kz} + C_2^i e^{-kz} + C_3^i z e^{kz} + C_4^i z e^{-kz}, \quad (8)$$

式中, C_1^i , C_2^i , C_3^i , C_4^i 为常数项。将式(8)代入式(2)、(4) 得到

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z^i &= \left[\left(-C_1^i + C_3^i/k - C_3^i z \right) e^{kz} + \right. \\ &\quad \left. \left(C_2^i + C_4^i/k + C_4^i z \right) e^{-kz} \right] p_0 \cos(kx - wt), \\ \sigma_x^i &= \left[\left(C_1^i + C_3^i/k + C_3^i z \right) e^{kz} - \right. \\ &\quad \left. \left(C_2^i - C_4^i/k + C_4^i z \right) e^{-kz} \right] p_0 \cos(kx - wt), \\ \tau_{xz}^i &= (C_1^i e^{kz} + C_2^i e^{-kz} + C_3^i z e^{kz} + C_4^i z e^{-kz}) \cdot \\ &\quad p_0 \sin(kx - wt). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由几何方程和物理方程可得海床各层竖向位移 u_i 和水平位移 w_i 分别为

$$\begin{aligned} u_i &= \int \varepsilon_z^i dz = \frac{1}{E_i} \int [\sigma_z^i - \nu(\sigma_x^i + \sigma_y^i)] dz \\ &= \left\{ \left[(1+\nu)C_1^i/k + (1-\nu-2\nu^2)C_3^i/k^2 + (1+\nu)C_3^i z/k \right] e^{kz} - \right. \\ &\quad \left. \left[(1+\nu)C_2^i/k - (1-\nu-2\nu^2)C_4^i/k^2 + (1+\nu)C_4^i z/k \right] e^{-kz} \right\} \cdot \\ &\quad \frac{p_0 \sin(kx - wt)}{E_i}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} w_i &= \int \varepsilon_x^i dx = \frac{1}{E_i} \int [\sigma_x^i - \nu(\sigma_z^i + \sigma_y^i)] dx \\ &= - \left\{ \left[(1+\nu)C_1^i/k - 2(1-\nu^2)C_3^i/k^2 + (1+\nu)C_3^i z/k \right] e^{kz} - \right. \\ &\quad \left. \left[(1+\nu)C_2^i/k + 2(1-\nu^2)C_4^i/k^2 + (1+\nu)C_4^i z/k \right] e^{-kz} \right\} \cdot \\ &\quad \frac{p_0 \cos(kx - wt)}{E_i}. \end{aligned} \quad (11)$$

若有 n 层土层, 则式(9)包含 $4n$ 个未知数, 为求解方程, 对每层引入局部坐标 (坐标原点在每层土的顶面), 相邻两层(i , $i+1$)交界面上满足应力和位移连续条件, 即

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z^{i+1} \Big|_{z=0} &= \sigma_z^i \Big|_{z=h_i}, & \tau_{xz}^{i+1} \Big|_{z=0} &= \tau_{xz}^i \Big|_{z=h_i}, \\ u_{i+1} \Big|_{z=0} &= u_i \Big|_{z=h_i}, & w_{i+1} \Big|_{z=0} &= w_i \Big|_{z=h_i}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

则可解出 4 个常数 C_1^i , C_2^i , C_3^i , C_4^i 。

对第一层 $z=0$ 应满足应力边界条件

$$\tau_{xz}^1 \Big|_{z=0} = 0, \quad \sigma_z^1 \Big|_{z=0} = p_0 \cos(kx - wt), \quad (13)$$

在最后一层底部 $z=h_n$ 应满足位移边界条件

$$u^n \Big|_{h_n} = w^n \Big|_{h_n} = 0. \quad (14)$$

求解思路: 假设第一层常数 C_1^1 , C_2^1 , C_3^1 , C_4^1 已知, 由式(9)~(12)可求得第二层顶部应力和位移边界条件, 则第二层常数可由第一层常数表示, 同理依次将各层的常数由上一层常数表示, 由此可得到第

n 层底部用第一层常数表示的位移, 联立已知边界条件式(13)、(14), 则可求得第一层常数, 同时其它各层未知常数也可得出。至此, 成层弹性海床各层总应力解答便可全部得到。

特别地, 对均质单层有限厚度弹性海床, 各常数可求得

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= [4(1-2\nu)(v-1)-2k^2h^2]/C, \\ C_2 &= [4(2\nu-1)(v-1)+2(kh)^2]/C, \\ C_3 &= [(3-4\nu)e^{-2kh}+2hk+1]k/C, \\ C_4 &= [(3-4\nu)e^{2kh}-2hk+1]k/C. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中, $C=(3-4\nu)(e^{-2kh}+e^{2kh})+8(1-2\nu)(1-\nu)+4k^2h^2+2$ 。

当海床为半无限弹性体 $h \rightarrow +\infty$ 时, 并假设海床不排水 $\nu=0.5$, $C_1=C_2=C_3=0$, $C_4=k$, 可得到如下解答

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= p_0(1+kz)e^{-kz}\cos(kx-wt), \\ \sigma_x &= p_0(1-kz)e^{-kz}\cos(kx-wt), \\ \tau_{xz} &= p_0kze^{-kz}\sin(kx-wt). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

值得注意的是, 式(16)与 Yamamoto^[8]基于准静态的 Biot 控制方程而求解的总应力(当土体渗透各向同性, 孔隙水不可压缩时)表达式相同。可见, 在上述假定前提下, 总应力可由相对简单的总应力法直接求出。

2 解答对比与分析

由于本文方法是基于经典弹性解答而直接求出的总应力式(9), 因此有必要与基于 Biot 固结理论得到的总应力作比较。为此参考文献[14]中图 7 的数据, 其中 $h/L=0.5$, $L=40$ m, $G=5$ MPa, $T=7$ s, 渗透系数 $K=10^{-4}$ m/s。在图 2 中, FD 表示基于考虑土骨架和孔隙水加速度的动力响应, QS 表示不考虑加速度的准静态动力响应, 这两者都是基于 Biot 固结方程得到的总应力。

从图 2 中可以看出, 本文方法求出的总应力 $|\sigma_z|/p_0$ 和 $|\tau_{xz}|/p_0$ 的分布与 QS 的分布曲线吻合度很好, 但与 FD 曲线存在一定的差别, 原因在于本文方法采用半逆解法, 并没考虑加速度的影响, 所以存在一定不足, 但本文方法求解过程更为简单。

由于本文推导了多层海床的总应力解答, 因此下面比较单层均质海床与多层非均质海床各应力分量的区别, 实际海床沉积中, 随海床深度增加, 土体因固结压力的增大而剪切模量也增大。因此, 为分析剪切模量沿深度的变化, 算例一考虑为剪切模量沿海床深度线性增加的非均质海床, 在海床表面 $G_0=1$ MPa, 在海床底部 $G_h=10$ MPa。另一算例为剪切模量为常数的均质海床, 而对于均质海床, 从式(15)可以看出,

参数中并不包括 G , 所以剪切模量对均质海床并不影响。采用本文的总应力解答求解, 对算例一, 将海床划分为细层(每层 0.2 m), 每层土体剪切模量为常值, 往下各层逐步递增, 以近似线性增加的剪切模量。

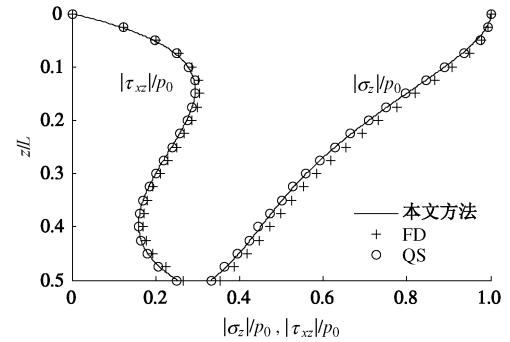


图 2 总应力($|\sigma_z|/p_0$, $|\tau_{xz}|/p_0$)沿海床深度(z/L)变化

Fig. 2 Distribution of total stress ($|\sigma_z|/p_0$, $|\tau_{xz}|/p_0$) versus seabed depth (z/L)

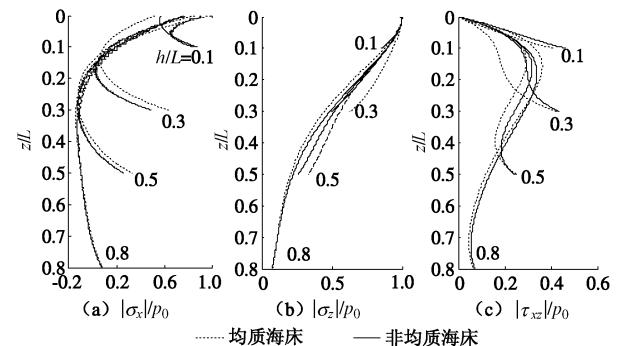


图 3 总应力($|\sigma_x|/p_0$, $|\sigma_z|/p_0$, $|\tau_{xz}|/p_0$)沿海床深度(z/L)变化

Fig. 3 Distribution of total stress ($|\sigma_x|/p_0$, $|\sigma_z|/p_0$, $|\tau_{xz}|/p_0$) versus seabed depth (z/L)

从图 3 可以看出, 当海床厚度比 $h/L < 0.5$ 时, 剪切模量对各总应力分布曲线影响显著, 当厚度比 $h/L \geq 0.5$ 时, 剪切模量的影响相对较小。对于剪应力的分布, 非均质海床明显大于均质海床, 特别是当海床厚度比等于 0.3 时, 差别最为明显。对于浅海沉积物, 沉积地层一般较薄, 海床厚度比 h/L 较小, 因此应当考虑随海床深度变化的剪切模量的影响。

3 破坏准则

波浪作用过程中, 海床中孔隙水压力消散缓慢, 破坏过程较快, 因此采用固结不排水强度指标 φ_{cu} 来表示土的抗剪强度。对正常固结土, 当无波浪作用时, 土体处于初始固结状态:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{z0} &= \gamma_s z, \\ \sigma_{x0} &= K_0 \gamma_s z. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中, γ_s 为土体浮重度, K_0 为土体静止侧压力系数, 对于海洋沉积 K_0 常取 0.5^[9]。当波浪荷载作用于海床表面时, 海床内一点的总应力为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= \sigma_{z0} + \sigma_z, \\ \bar{\sigma}_x &= \sigma_{x0} + \sigma_x, \\ \tau_{xz} &= \tau_{xz}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中, σ_z , σ_x , τ_{xz} 可由式(9)求得。因为土体强度采用固结不排水强度指标表示, 所以式(18)中总应力不包含静水压力。

土体破坏准则采用莫尔库仑准则, 虽然该准则使用在弹性应力范围, 但由于其简单保守, 在工程中仍然广泛使用。对于正常固结土, 土体单元的应力状态可由应力角 φ 表示, 即

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}, \quad (19)$$

式中, $\sigma_1 = (\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_x)/2 + \sqrt{(\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_x)^2/4 + \tau_{xz}^2}$, $\sigma_3 = (\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_x)/2 - \sqrt{(\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_x)^2/4 + \tau_{xz}^2}$ 。

当土体发生破坏时, 莫尔应力圆与强度包络线相切或相交, 此时应力角大于等于内摩擦角, 所以发生剪切破坏时 $\varphi \geq \varphi_{cu}$, 其中 φ_{cu} 表示土体的内摩擦角。

4 海床稳定性分析

由于本文采用总应力法分析海床稳定性问题, 因此有必要对比有效应力法和总应力法求得的应力角 φ 的区别, 参考黄河三角洲埕岛海域海况波浪要素^[11]: 对于 50 a 一遇, 波长 $L=87.9$ m, 波高 $H=6.7$ m, 周期 $T=8.6$ s; 水深 $d=10$ m, 海床厚度 $h=20$ m, 土体剪切模量 $G=10$ MPa。在有效应力法中土体渗透系数 $k=1 \times 10^{-6}$ m/s, 泊松比取 1/3。在总应力法中由于假设海床表面不排水, 泊松比取 0.5, 分析结果如图 4 所示。

从图 4 可以看出, 两者方法求出的应力角在海床中都有相似的变化规律, 应力角随深度的增加减小, 在水平方向, 应力角呈现周期性的变化。但是两者所得应力角的分布位置却不一样, 比如在海床 $x/L=0$ 或 1, 深度 4 m 处, 有效应力所得的应力角为 30°, 总应力法所得的为 20°, 这是由于该位置总应力中包含正的超孔压, 相对有效应力法, 莫尔应力圆会向右移动, 固然与之相切并过原点的直线斜率会减小, 故在该处总应力法求得的应力角更小。总的来说, 总应力法与有效应力法得到的应力角在海床中分布规律是一致的, 这表明采用总应力法分析海床稳定性问题是同样可行的。

由于上一节分析得出非均质海床与均质海床总应力响应存在区别, 海床的非均匀性必然对海床稳定性存在影响。为此采用黄河三角洲埕岛海域 50 a 一遇及年平均的海况, 对于年平均, 波长 $L=40$ m, 波高 $H=2$ m, 周期 $T=5.0$ s。分析结果如图 5 所示, 对非均质海床, 同样, 剪切模量 G 沿深度从 1 MPa 线性变化至

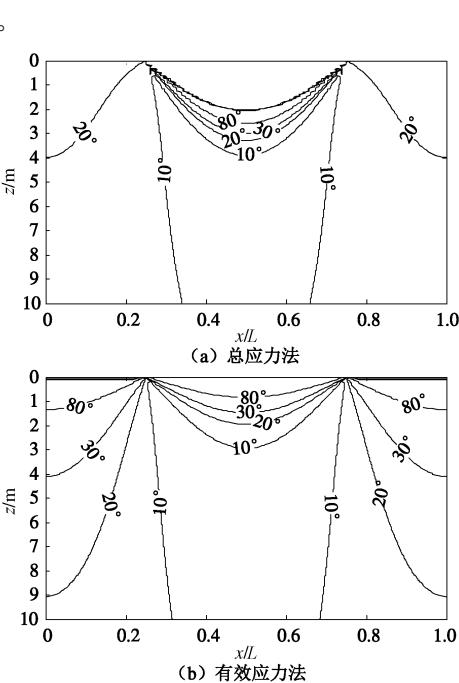


图 4 应力角 φ 等值线对比

Fig. 4 Contour maps of stress angle φ

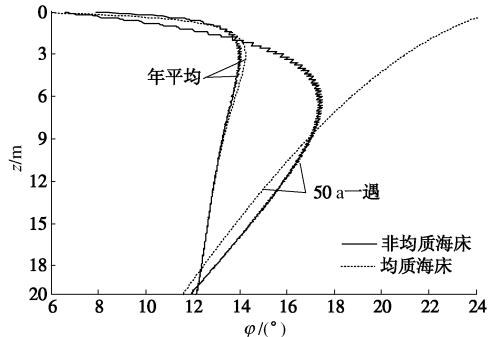


图 5 应力角 φ 沿海床深度变化

Fig. 5 Distribution of stress angle φ versus seabed depth

从图 5 可以看出, 对于年平均海况, 海床的非均质性对应力角的影响并不明显, 这主要是由于海床厚度比的影响, 由于 $h/L=0.5$, 各总应力分量受剪切模量的影响较小。而对于 50 a 一遇海况, 此时 $h/L=0.23$, 剪切模量的影响则很明显, 对均质海床, 应力角 φ 沿深度一直减小, 最易发生剪切破坏的位置位于海床表面; 而对非均质海床, 应力角沿深度先增加后减小, 最易发生剪切破坏的位置位于海床表面以下约 6 m 处。若 φ_{cu} 等于 20°, 对均质海床, 在约 4.5 m 深度范围内都发生破坏, 而对非均质海床则未发生破坏。因此, 对于较小的海床厚度比 $h/L<0.5$, 应该考虑海床非均匀性的影响。

值得注意的是, 对于年平均海况, 最容易发生剪切破坏的位置位于海床面以下约 3 m 处, 因此该位置受水动力作用的影响最大, 土颗粒更容易发生相对往复错动使土颗粒之间的空隙减小, 土体可能会趋于密实, 因此这与海床强度硬层的发育存在一定关系。

由于海床沉积往往为层状的不同土质组成, 上硬

下软的土层对海床稳定性最不利^[15], 而对于层状海床可能存在软弱夹层的情况, 为此笔者应用总应力法分析软弱夹层的分布对海床稳定性的影响。假设海床厚度 $h=20\text{ m}$, 软弱夹层厚度 $h_1=1\text{ m}$, $G_1=1\text{ MPa}$, 分别位于 $z_1=4, 9, 14\text{ m}$ 处, 其上下层 $G=10\text{ MPa}$, 波浪参数采用 50 a 一遇海况, 结果如图 6 所示。

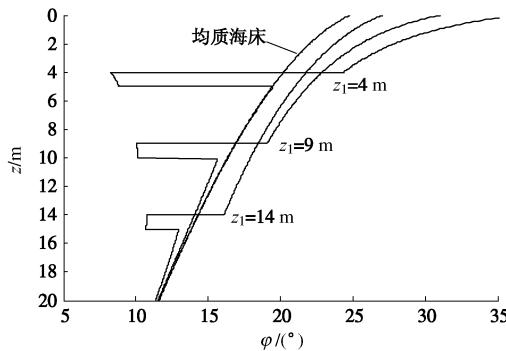


图 6 软弱夹层对应力角 φ 的影响

Fig. 6 Influence of soft interlayer on stress angle φ

从图 6 可以看出, 与均质海床相比, 由于软弱夹层的存在, 上部土层应力角明显偏大, 且随着软弱夹层埋深的减小而增大, 所以软弱夹层埋深越浅越易于导致其上部土层的剪切破坏。

5 结 论

基于经典弹性理论, 采用半逆解法, 推导了线性波浪荷载下成层弹性海床的总应力解答, 并与有效应力法进行了对比, 表明该方法是简单可行的。在此基础上进行了海床剪切破坏分析, 得到以下 2 点结论。

(1) 随海床深度线性增加的剪切模量对海床总应力及应力角分布具有明显影响, 特别是当海床厚度小于半倍波长时, 最容易发生破坏的位置位于海床表面以下一定深度, 而对于均质海床, 最容易发生破坏的位置位于海床表面。

(2) 软弱夹层对海床的稳定性存在影响, 由于软弱夹层的存在, 埋深越浅的软弱夹层越容易导致其上部土层的剪切破坏。

参考文献:

- [1] RAHMAN M S. Wave-induced instability of seabed: Mechanism and conditions[J]. Marine Geotechnology, 1991, **10**(3/4): 277 - 299.
- [2] KOUKI Z, JENG D S, HSU J R C, et al. Wave-induced seabed instability: Difference between liquefaction and shear failure[J]. Soils and Foundations, 1998, **38**(2): 37 - 47.
- [3] OKUSA S. Wave-induced stress in unsaturated submarine sediments[J]. Géotechnique, 1985, **35**(4): 517 - 532.
- [4] TSAI C P. Wave-induced liquefaction potential in a porous seabed in front of a breakwater[J]. Ocean Engineering, 1995, **22**(1): 1 - 18.
- [5] ZEN K, YAMAZAKI H. Mechanism of wave-induced liquefaction and densification in seabed[J]. Soils and Foundations, 1990, **30**(4): 161 - 179.
- [6] JENG D S. Wave-induced seabed instability in front of a breakwater[J]. Ocean Engineering, 1997, **24**(10): 887 - 917.
- [7] HENKEL D J. The role of waves in causing submarine landslides[J]. Géotechnique, 1970, **20**(1): 75 - 80.
- [8] YAMAMOTO T, KONING H L, SELLMEIJER H. On the response of a poro-elastic bed to water waves[J]. Fluid Mechanics, 1978, **87**(1): 193 - 206.
- [9] JENG D S. Porous models for wave-seabed interactions[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2013.
- [10] 栾茂田, 张晨明, 王栋, 等. 波浪作用下海床孔隙水压发展过程与液化的数值分析[J]. 水利学报, 2004, **35**(2): 94 - 101. (LUAN Mao-tian, ZHANG Chen-ming, WANG Dong, et al. Numerical analysis residual pore water pressure development and evaluation of liquefaction potential of seabed under wave loading[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, **35**(2): 94 - 101. (in Chinese))
- [11] 刘红军, 王虎, 张民生, 等. 波浪作用下黄河三角洲粉质土海床动力响应分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(7): 2065 - 2071. (LIU Hong-jun, WANG Hu, ZHANG Min-sheng, et al. Analysis of wave-induced dynamicl responsa of silty seabed in Yellow River delta[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(7): 2065 - 2071. (in Chinese))
- [12] 张永利, 李杰. 基于总应力法的波致海床剪切破坏准则[J]. 力学季刊, 2010, **31**(3): 342 - 349. (ZHANG Yong-li, LI Jie. Wave-induced sealed shear failure criterion based on total stress approach[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2010, **31**(3): 342 - 349. (in Chinese))
- [13] 李广信. 岩土工程 50 讲[M]. 北京: 人民交通出版社, 2010. (LI Guang-xin. 50 Geotechnical lectures[M]. Beijing: China Communications Press, 2010. (in Chinese))
- [14] JENG D S, LEE T L. Dynamic response of porous seabed to ocean waves[J]. Computers and Geotechnics, 2001, **28**(2): 99 - 128.
- [15] 郭秀军, 朱大伟, 孟庆生, 等. 波浪作用下黄河口多层粉质土海床动力响应特征差异性分析[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(12): 2270 - 2276. (GU Xiu-jun, ZHU Da-wei, MENG Qing-sheng, et al. Differences in dynamic response characteristics of multi-lager silty seabed under waves in Yellow River Estuary[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(12): 2270 - 2276. (in Chinese))