

DOI: 10.11779/CJGE201405003

柔性基础下筋箍碎石桩复合地基变形机理及 其沉降分析方法

曹文贵, 赵聚才, 贺 敏, 王江营

(湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 筋箍碎石桩复合地基是一种新型的软土地基处理方法, 其沉降分析是地基处理加固设计的重要依据。因此, 首先结合柔性基础下筋箍碎石桩复合地基的工程特点, 通过深入研究筋箍碎石桩复合地基变形力学机理, 将复合地基划分为碎石桩筋箍段、非筋箍段和下卧层三部分, 建立出筋箍碎石桩复合地基沉降计算模型。然后, 通过考虑筋箍碎石桩复合地基筋箍段桩土相对滑移和非筋箍段桩土径向变形即“鼓胀效应”特点, 引入典型桩土单元分析模型, 分别建立出碎石桩筋箍段和非筋箍段压缩变形计算方法, 进而提出了柔性基础下筋箍碎石桩复合地基沉降分析新方法。最后, 通过工程实例计算, 并与实测值及现有方法计算结果进行对比分析, 表明该方法更能反映工程实际情况, 克服了现有方法分析结果偏于危险的缺陷。

关键词: 柔性基础; 筋箍碎石桩复合地基; 沉降; 桩土相对滑移; 径向变形; 碎石桩; 筋箍段; 非筋箍段

中图分类号: TU473.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2014)05-0818-09

作者简介: 曹文贵(1963-), 男, 湖南南县人, 博士(后), 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程教学与研究工作。
E-mail: cwglyp@21cn.com。

Deformation mechanism and settlement analysis method of reinforced-hoop-gravel-pile composite ground under flexible foundation

CAO Wen-gui, ZHAO Ju-cai, HE Min, WANG Jiang-ying

(Geotechnical Engineering Institute of Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: The reinforced-hoop-gravel-pile composite ground is a new method for treating soft soil ground, and its settlement analysis method is an important basis of the ground foundation reinforcement design. Firstly, the mechanical mechanism of the reinforced-hoop-gravel-pile composite ground under flexible foundation is discussed based on its engineering characteristics. The composite ground is divided into three sections: reinforced-hoop section, unreinforced-hoop section of gravel-pile and substratum section. A settlement analysis model for the reinforced-hoop-gravel-pile composite ground is developed. Secondly, the pile-soil relative slip of the reinforced-hoop section and the radial deformation (e.g., lateral displacement of gravel pile) of the unreinforced-hoop section are taken into account. An analytical model with typical pile-soil element is imported, and the compressive deformation analysis methods for the reinforced-hoop and unreinforced-hoop sections are established respectively. Therefore, a new settlement analysis method for the reinforced-hoop-gravel-pile composite ground under flexible foundation is put forward. Finally, the settlement calculation and analysis of a practical engineering are carried out by means of the proposed method and other existing analytical methods. The analytical results are compared with the measured settlement values. It is shown that this proposed method can better reflect the reality of engineering practice than the other methods and overcomes the defect that the calculated results by the other existing methods are more dangerous.

Key words: flexible foundation; reinforced-hoop-gravel-pile composite ground; settlement; pile-soil relative slip; radial deformation; gravel pile; reinforced-hoop section; unreinforced-hoop section

0 引言

碎石桩复合地基已在各类软土地基处理工程中得到了广泛应用, 但是, 由于地基所受荷载过大, 往往使其上部发生鼓胀破坏, 从而导致地基承载力降低,

沉降显著加大, 致使软土地基加固不能满足工程要求^[1]。

基金项目: 国家自然科学基金项目(51378198); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20130161110017)

收稿日期: 2013-09-12

为此, 工程中常在碎石桩顶部一定深度范围内围以土工格栅套筒, 以限制碎石桩顶部鼓胀变形, 从而达到提高碎石桩复合地基承载力和减小地基沉降的目的, 即所谓的“筋箍碎石桩复合地基”^[2]。它与普通碎石桩复合地基在承载和变形机理上存在显著差别, 从而导致筋箍碎石桩复合地基沉降分析计算不能简单套用普通碎石桩复合地基的计算方法^[3-4]。因此, 探讨筋箍碎石桩复合地基沉降分析方法势在必行, 这正是本文研究的出发点。

碎石等散体材料桩复合地基沉降分析方法主要包括应力修正法、桩身压缩量法和复合模量法^[5-6]。前两种方法只是简单考虑了桩和土体的荷载分担, 没有考虑二者间的相互作用, 而后一种方法则假定桩土变形协调, 通过桩土复合地基面积置换率得到复合模量, 进而采用均质地基沉降分析方法计算该类复合地基沉降。上述3种方法均未能考虑桩和土的微观变形机理对复合地基沉降分析的影响, 如不能反映桩土滑移和桩土体径向变形的特征。

为了考虑复合地基桩体及桩周土体的微观变形特性, Alamgir等^[7]提出了“桩土单元体”分析模型, 这为复合地基沉降分析方法研究开辟了一条新的途径; 之后, 李海芳等^[8]和杨涛^[9]对此进行了改进和完善, 张定^[3]和孙林娜等^[4]在 Brauns^[10]研究基础上, 通过探讨桩土变形过程中体积变化规律, 建立出了碎石等散体材料桩复合地基沉降计算方法, 但这些方法均不能反映桩土相对滑移对复合地基沉降的影响, 于是, 曹文贵等^[11]通过对前述方法中桩周土位移模式的改进, 提出了可考虑桩土相对滑移影响的复合地基沉降计算方法, 值得指出的是该方法不能反映桩体径向变形对沉降的影响。

综上所述, 上述沉降分析方法均只能反映桩土复合地基部分微观变形力学机理, 尤其是仅适用于普通散体材料桩复合地基沉降计算, 将它们应用于筋箍碎石桩复合地基必然存在一定的局限性与不合理性。于是, 曹文贵等^[12]在前人分析基础上, 通过深入研究柔性基础下碎石桩加筋复合地基(即本文所称的“筋箍碎石桩复合地基”)不同区域桩与土变形机理, 根据复合地基桩土接触面力学特性将加固区分为加筋区、非加筋塑性区和非加筋弹性区, 考虑加筋区和非加筋塑性区桩土相对滑移特性以及非加筋弹性区桩周土体径向变形(即鼓胀)的影响, 建立出了碎石桩加筋复合地基沉降计算方法, 使碎石桩加筋复合地基沉降分析方法研究取得了长足的进步, 但是, 仍然存在明显的局限性和不合理性。其一, 该方法认为加固区最底部即非加筋弹性区存在径向变形, 这虽然无可厚非, 但它认为其上部区域即非加筋塑性区并不存在径向变形

(即鼓胀), 这显然是不合理的。实际上, 非加筋塑性区桩土应力较非加筋弹性区更大, 非加筋塑性区桩土径向变形要大于非加筋弹性区, 因此, 忽略塑性区桩土体径向变形影响存在明显不足。其二, 将加固区按桩土接触面力学特性划分为3个区域, 其合理性值得商榷, 因为加筋区下是否存在塑性区与桩土间应力水平直接相关, 复合地基受荷载作用时应力随深度衰减很快, 未必会出现非加筋塑性区。其三, 非加筋塑性区考虑桩土相对滑移影响存在一定的不合理性, 因为非加筋塑性区桩土之间不存在明显的界面, 碎石等散体材料与土体相互咬合, 一般会保持协调变形, 并不存在明显的桩土相对滑移。其四, 从利用该方法得到的沉降计算结果来看, 理论分析结果小于实测结果, 而实测结果一般要小于地基最终沉降值, 因此致使理论计算值较地基最终沉降值更小, 从而导致计算结果偏于危险。由此可以看出, 筋箍碎石桩复合地基沉降分析方法仍需进一步研究。如何建立出能够反映筋箍碎石桩复合地基变形特点以及与工程实际相吻合的沉降分析方法已成为地基处理中亟待解决的重要问题, 这也正是本文研究的核心内容。

为此, 本文将结合筋箍碎石桩复合地基工程特点, 从研究筋箍碎石桩复合地基变形力学机理入手, 充分考虑其加固区不同深度桩土变形特征, 引入“桩土单元体”^[7]分析方法, 对柔性基础下筋箍碎石桩复合地基沉降分析与计算方法进行深入系统研究, 以期完善筋箍碎石桩复合地基沉降分析方法。

1 筋箍碎石桩复合地基变形机理与沉降分析模型

筋箍碎石桩复合地基变形力学机理是其沉降分析方法确定的基础, 而其沉降变形力学机理与基础型式直接相关。由于本文旨在探讨柔性基础下筋箍碎石桩复合地基沉降计算新方法, 因此, 有必要首先对柔性基础下该复合地基变形力学机理进行研究, 为此, 本文结合筋箍碎石桩复合地基工程特点及现有的相关研究成果^[1-2], 总结归纳出如下所述的柔性基础下筋箍碎石桩复合地基变形力学机理。

如图1所示, 筋箍碎石桩复合地基从上至下包括垫层、加固区和下卧层。一般来讲, 垫层厚度很小, 其压缩变形也很小, 所以垫层的压缩变形可忽略不计, 这也是目前研究较普遍的做法^[5]。而加固区可根据碎石桩是否筋箍划分为筋箍段和非筋箍段, 因此, 筋箍碎石桩复合地基沉降 s_s 可由加固区筋箍段压缩变形 s_{s11} 、加固区非筋箍段压缩变形 s_{s12} 和下卧层压缩变形 s_s2 组成, 即

$$s_s = s_{s11} + s_{s12} + s_{s2} \quad (1)$$

式(1)即为本文建立的筋箍碎石桩复合地基沉降分析模型,其中,下卧层压缩变形 s_{s2} 已有较成熟的计算方法^[13-14],可首先采用分层总和法计算相应天然地基压缩变形 s_{s20} ,再将其乘以扩大系数 λ 得到,即^[13]

$$s_{s2} = \lambda s_{s20} \quad (2)$$

式中,参数 λ 一般取1.03~1.05。由此可以看出,柔性基础下筋箍碎石桩复合地基沉降计算的关键在于加固区筋箍段压缩变形 s_{s11} 和加固区非筋箍段压缩变形 s_{s12} 的计算方法,其必须反映加固区的变形与受力特点,为此,首先对加固区变形机理进行深入研究,可得如下结论。

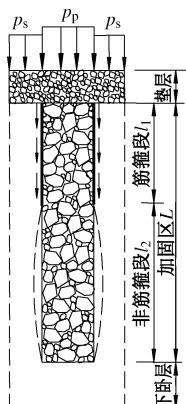


图1 单元体模型

Fig. 1 Unit cell model

(1) 加固区碎石桩筋箍段

筋箍段位于复合地基加固区上部,由于筋箍的存在,碎石桩受到筋箍材料的约束,其刚度大幅度提高,因而,筋箍段径向变形极小,可以忽略。另外,由于筋箍的存在,桩土界面相对平整,桩土间可产生相对滑移,桩土界面上存在摩阻力 $\tau(z)$,可表示为^[15]

$$\tau(z) = c_a + p_n(z) \tan \varphi_a \quad (3)$$

式中 $\tau(z)$ 为深度 z 处的桩侧摩阻力; c_a 为桩土界面黏聚力; φ_a 为桩土界面内摩擦角; $p_n(z)$ 为深度 z 处桩土界面上的法向应力,可表示为^[16]

$$p_n(z) = k_0 \sigma_{zs}(z) \quad (4)$$

式中, $\sigma_{zs}(z)$ 为深度 z 处桩周土体所受的竖向附加应力, k_0 为桩周土静止土压力系数。

(2) 加固区碎石桩非筋箍段

非筋箍段位于复合地基加固区底部,由于碎石桩没有了筋箍材料的约束,碎石桩刚度较其上部明显下降,此时,非筋箍段碎石桩不仅存在竖向压缩变形,而且在径向也会产生变形,即所谓的“鼓胀效应”。同时,由于碎石桩周围不存在筋箍材料,碎石桩与桩周土会相互嵌入并咬合,再加上桩土之间还要保持协调变形,因此碎石桩非筋箍段桩土间的相对滑移会很小,

可忽略不计。

根据上述分析,建立柔性基础下加固区压缩变形分析方法须充分反映上述加固区不同区段桩土受力变形特点,下面将在此基础上分别探讨加固区碎石桩筋箍段和非筋箍段压缩变形的计算方法。

2 筋箍碎石桩复合地基加固区压缩变形分析方法

为了便于对柔性基础下筋箍碎石桩复合地基加固区压缩变形进行分析,依据前述对变形机理的研究,首先作如下基本假定:①筋箍材料具有足够的强度,不会因桩体径向变形而被拉断;②在荷载作用下,碎石桩体和桩周土体均为线弹性体;③碎石桩筋箍段的桩体和桩周土体仅产生竖向压缩变形,而非筋箍段的桩体和桩周土体既产生竖向压缩变形也产生径向变形;④碎石桩筋箍段桩土界面摩阻力服从关系式(3);⑤只计算附加应力引起的复合地基压缩变形,即不考虑桩土自重应力对复合地基压缩变形的影响;⑥不考虑群桩效应,即近似用“桩土单元体”^[7]来进行复合地基变形分析。

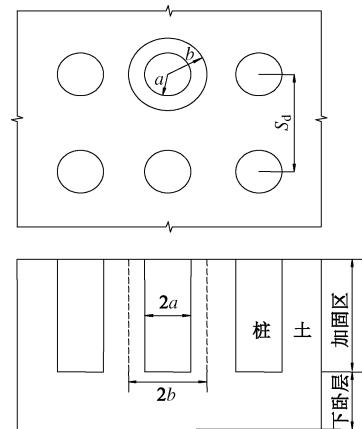


图2 桩土复合地基

Fig. 2 Composite foundation with piles

取桩体及其影响范围内的桩周土体组成的典型桩土单元体进行分析,如图2所示,设桩体半径为 a ,典型单元体半径为 b ,通过桩间距和布桩方式可以建立如下关系式^[14]:

$$d_e = c_g \cdot s_d = 2b \quad (5)$$

式中 d_e 为桩土单元体直径; c_g 为布桩方式影响系数,对于正方形布桩, $c_g = 1.13$;对于正三角形(梅花形)布桩, $c_g = 1.05$; s_d 为桩与桩中心点之间的距离。

在上述假定条件下,下面将探讨加固区压缩变形分析方法。

2.1 碎石桩筋箍段压缩变形分析方法

筋箍段压缩变形采用分层总和法进行分析, 为此, 将筋箍段等分成 M 个微段单元, 如果设碎石桩筋箍段长度为 l_i , 则第 i 个微段单元厚度 ΔH_i 可表示为

$$\Delta H_i = l_i / M \quad (6)$$

取第 i 个桩体和土体微段单元分别进行受力分析, 如图 3 所示, 考虑到桩土单元体之间的对称性, 桩土微段单元体之间的竖向剪应力 τ_{i0} 应近似为零, 因此, 由土体微段单元竖向受力平衡关系可得

$$\pi(b^2 - a^2)\sigma_{zs(i-1)} - 2\pi a \tau_i \Delta H_i = \pi(b^2 - a^2)\sigma_{zi} \quad (7)$$

式中, $\sigma_{zs(i-1)}$ 和 σ_{zi} 分别为第 i 个土体微段单元上、下表面的竖向附加应力; τ_i 为第 i 个桩土微段单元桩土界面的平均侧摩阻力, 可按式 (3) 进行计算, 具体表示为

$$\tau_i = c_a + k_0 \bar{\sigma}_{zi} \tan \varphi_a \quad (8)$$

其中, $\bar{\sigma}_{zi}$ 为第 i 个土体微段单元所受平均竖向附加应力, 表达式为

$$\bar{\sigma}_{zi} = (\sigma_{zi} + \sigma_{zs(i-1)})/2 \quad (9)$$

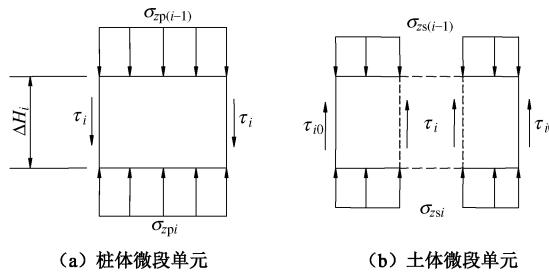


图 3 第 i 个桩和土微段单元受力分析

Fig. 3 Analysis of forces acting on i th pile and soil element

由式 (7) ~ (9) 可以得到

$$\sigma_{zi} = \frac{(b^2 - a^2 - a k_0 \tan \varphi_a \cdot \Delta H_i) \sigma_{zs(i-1)} - 2 a c_a \cdot \Delta H_i}{b^2 - a^2 + a k_0 \tan \varphi_a \cdot \Delta H_i} \quad (10)$$

同理, 由桩体微段单元竖向受力平衡关系可得第 i 个桩体微段单元下表面的竖向附加应力 $\sigma_{zp(i)}$ 为

$$\sigma_{zp(i)} = \sigma_{zp(i-1)} + \frac{2 \tau_i \Delta H_i}{a} \quad (11)$$

式中, $\sigma_{zp(i-1)}$ 为第 i 个桩体微段单元上表面的竖向附加应力。因此, 第 i 个桩体和土体微段单元的压缩变形 Δs_{p11i} 和 Δs_{s11i} 可分别为

$$\Delta s_{p11i} = \frac{\Delta H_i}{2E_p} (\sigma_{zp(i-1)} + \sigma_{zp(i)}) \quad (12)$$

$$\Delta s_{s11i} = \frac{\Delta H_i}{2E_s} (\sigma_{zs(i-1)} + \sigma_{zi}) \quad (13)$$

式中, E_p 和 E_s 分别为桩和土体压缩模量。于是, 筋箍碎石桩复合地基筋箍段压缩变形为筋箍段各微段单元压缩变形之和, 可表示为

$$s_{p11} = \sum_{i=1}^M \Delta s_{p11i} \quad , \quad (14)$$

$$s_{s11} = \sum_{i=1}^M \Delta s_{s11i} \quad . \quad (15)$$

显然, 利用前述方法分析碎石桩筋箍段压缩变形须按桩和土体微段单元从上至下进行递推计算, 此时必须确定初始条件, 对于筋箍段顶部第一个微段单元, 桩和土体竖向附加应力分别为

$$\sigma_{zp0} = p_p \quad , \quad (16)$$

$$\sigma_{zs0} = p_s \quad . \quad (17)$$

式中, p_p 和 p_s 分别为复合地基顶部桩体和土体承担的竖向附加压力, 可分别按下式确定^[11]:

$$p_s = p / (n \cdot m + 1 - m) \quad , \quad (18)$$

$$p_p = n \cdot p / (n \cdot m + 1 - m) \quad . \quad (19)$$

其中, p 为复合地基顶面所受的竖向附加压力; m 为复合地基面积置换率; n 为碎石桩筋箍段桩土应力比, 以实测值为佳, 无实测值时可采用 Baumann 等^[17]提出的砂石桩复合地基桩土应力比计算方法确定, 具体计算表达式为

$$n = \frac{E_p}{2k_p E_s \ln(b/a)} + \frac{k_s}{k_p} \quad . \quad (20)$$

式中 k_s 为桩周土体的侧压力系数, 介于被动土压力和静止土压力系数之间, 对于软土, 取值范围为 1.25~1.5; k_p 为桩体的侧压力系数, 介于主动土压力和静止土压力系数之间, 对于碎石桩, 取值范围为 0.4~0.45, 对于砂桩, 取值范围为 0.35~0.4。

2.2 碎石桩非筋箍段压缩变形分析方法

首先, 将非筋箍段等分成 N 个微段单元, 则第 j 个桩土微段单元厚度 ΔZ_j 可表示为

$$\Delta Z_j = l_2 / N \quad , \quad (21)$$

式中, l_2 为碎石桩非筋箍段长度。于是, 碎石桩非筋箍段竖向压缩变形 s_{s12} 可视为非筋箍段 N 个土体微段单元竖向压缩变形之和, 即可表示为

$$s_{s12} = \sum_{j=1}^N \Delta s_{s12j} \quad . \quad (22)$$

其中, Δs_{s12j} 为非筋箍段第 j 个土体微段单元竖向压缩变形。由于非筋箍段位于筋箍段下部, 复合地基表面荷载会因应力扩散而致使非筋箍段桩和土体应力水平相对其上部筋箍段较低, 一般来说, 非筋箍段桩和土体不会发生破坏, 此时, 桩和土体颗粒也不会产生相对错动, 因而, 可以认为桩和土体在变形过程中体积变化可以忽略, 于是, 引入文献[3, 4]的思路建立碎石桩非筋箍段各土体微段单元竖向压缩变形分析方法, 具体分析过程如下。

取非筋箍段第 j 个桩体微段单元进行分析, 如图

4 所示, 设 Δh_j 为桩体微段单元竖向压缩变形, Δd_j 为桩体径向变形, 则第 j 个桩体微段单元因竖向被压缩产生的体积变化量 ΔV_{zpj} 为

$$\Delta V_{zpj} = \pi a^2 \Delta h_j , \quad (23)$$

而因径向变形产生的体积变化 ΔV_{pj} 为

$$\Delta V_{pj} = \pi [(a + \Delta d_j)^2 - a^2] (\Delta Z_j - \Delta h_j) . \quad (24)$$

依据桩体微段单元变形前后体积不变^[3-4]可得

$$\Delta V_{zpj} = \Delta V_{pj} , \quad (25)$$

于是, 利用式 (23) ~ (25) 并略去高阶微量可得

$$a \cdot \Delta h_j = 2 \Delta d_j \cdot \Delta Z_j . \quad (26)$$

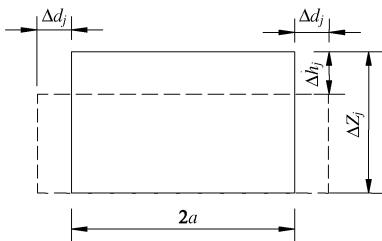


图 4 第 j 个桩体微段单元变形关系

Fig. 4 Deformation relationship of j th pile element

由于桩体单元几何形状、约束条件及受力情况均为轴对称, 因此, 可将第 j 个桩体微段单元视作空间轴对称问题进行分析, 因此, 该微段单元的平均径向应力 $\bar{\sigma}_{pj}$ 等于平均环向应力 $\bar{\sigma}_{\theta pj}$ ^[18], 于是, 依据广义胡克定律^[19]可得

$$\varepsilon_{zpj} = \frac{\Delta h_j}{\Delta Z_j} = \frac{1}{E_p} [\bar{\sigma}_{zpj} - \mu_p (\bar{\sigma}_{zpj} + \bar{\sigma}_{\theta pj})] = \frac{1}{E_p} (\bar{\sigma}_{zpj} - 2\mu_p \bar{\sigma}_{zpj}) , \quad (27)$$

$$\varepsilon_{pj} = \frac{\Delta d_j}{a} = \frac{1}{E_p} [\bar{\sigma}_{pj} - \mu_p (\bar{\sigma}_{zpj} + \bar{\sigma}_{\theta pj})] = \frac{1}{E_p} [(1 - \mu_p) \bar{\sigma}_{pj} - \mu_p \bar{\sigma}_{zpj}] . \quad (28)$$

式中, ε_{zpj} 和 ε_{pj} 分别为第 j 个桩体微段单元的竖向和径向应变; μ_p 为桩体单元泊松比; $\bar{\sigma}_{zpj}$ 为第 j 个桩体微段单元所受的平均竖向附加应力, 计算式为

$$\bar{\sigma}_{zpj} = (\sigma_{zp(j-1)} + \sigma_{zp(j)}) / 2 . \quad (29)$$

式中, $\sigma_{zp(j-1)}$ 和 $\sigma_{zp(j)}$ 分别为第 j 个桩体微段单元上、下表面的竖向附加应力。于是, 由式 (27)、(28) 分别可得第 j 个桩体微段单元产生的变形 Δh_j 和 Δd_j , 即

$$\Delta h_j = \frac{\Delta Z_j}{E_p} (\bar{\sigma}_{zpj} - 2\mu_p \bar{\sigma}_{zp(j)}) , \quad (30)$$

$$\Delta d_j = \frac{a}{E_p} [(1 - \mu_p) \bar{\sigma}_{pj} - \mu_p \bar{\sigma}_{zp(j)}] . \quad (31)$$

因此, 利用式 (30)、(31) 可得桩体微段单元底部所受竖向附加应力 $\sigma_{zp(j)}$ 为

$$\sigma_{zp(j)} = \lambda_{1j} \cdot \Delta h_j + \lambda_{2j} \cdot \Delta d_j - \sigma_{zp(j-1)} , \quad (32)$$

其中,

$$\lambda_{1j} = \frac{2E_p}{\Delta Z_j} \left(1 + \frac{2\mu_p^2}{1 - \mu_p - 2\mu_p^2} \right) , \quad (33)$$

$$\lambda_{2j} = \frac{4E_p \cdot \mu_p}{(1 - \mu_p - 2\mu_p^2)a} . \quad (34)$$

式 (32) 即为桩体微段单元底部竖向附加应力 $\sigma_{zp(j)}$ 与桩体径向变形 Δd_j 和竖向压缩变形 Δh_j 的关系表达式, 显然, 该式中含有 Δd_j 和 Δh_j 两个未知量, 须给出它们的确定方法。为此, 取第 j 个桩土微段单元进行受力分析, 如图 5 所示, 考虑到桩土单元体的对称性及单元体间接触面的应力协调条件, 非筋箍段桩土微段单元之间的竖向剪应力 $\tau_{j0} = 0$ ^[8], 因此, 由桩土微段单元竖向力学平衡关系可得

$$\begin{aligned} & \pi (a + \Delta d_j)^2 \sigma_{zp(j)} + \pi [b^2 - (a + \Delta d_j)^2] \sigma_{zs(j)} \\ & = \pi (a + \Delta d_{(j-1)})^2 \sigma_{zp(j-1)} + \pi [b^2 - (a + \Delta d_{(j-1)})^2] \sigma_{zs(j-1)} . \end{aligned} \quad (35)$$

式中, $a + \Delta d_{(j-1)}$ 和 $a + \Delta d_j$ 分别为第 j 个桩体微段单元变形后顶面和底面半径。令

$$\sigma_{zs(j)} = \sigma_{zp(j)} / n_j , \quad (36)$$

其中, n_j 为第 j 个桩土微段单元底部桩土应力比。于是, 首先由式 (26) 可得 Δd_j 和 Δh_j 的关系式, 然后将 Δd_j 代入式 (32) 得到 $\sigma_{zp(j)}$ 和 Δh_j 的关系式, 再将 $\sigma_{zp(j)}$ 代入式 (36) 可得 $\sigma_{zs(j)}$ 和 Δh_j 的关系式, 最后将得到的 Δd_j , $\sigma_{zp(j)}$ 和 $\sigma_{zs(j)}$ 代入式 (35) 并经整理可得关于 Δh_j 的一元三次方程, 即

$$F_{1j} \cdot \Delta h_j + F_{2j} \cdot \Delta h_j^2 + F_{3j} \cdot \Delta h_j^3 = k_j . \quad (37)$$

式中,

$$k_j = [n_j (a + \Delta d_{(j-1)})^2 + b^2] \sigma_{zp(j-1)} + n_j [b^2 - (a + \Delta d_{(j-1)})^2] \sigma_{zs(j-1)} , \quad (38)$$

$$F_{1j} = [b^2 + (n_j - 1)a^2] (\lambda_{1j} + \frac{\lambda_{2j}a}{2\Delta Z_j}) - \frac{(n_j - 1)a^2 \sigma_{zp(j-1)}}{\Delta Z_j} , \quad (39)$$

$$F_{2j} = \frac{(n_j - 1)a^2}{\Delta Z_j} (\lambda_{1j} + \frac{\lambda_{2j}a}{2\Delta Z_j} - \frac{\sigma_{zp(j-1)}}{4\Delta Z_j}) , \quad (40)$$

$$F_{3j} = \frac{(n_j - 1)a^2}{4\Delta Z_j^2} (\lambda_{1j} + \frac{\lambda_{2j}a}{2\Delta Z_j}) . \quad (41)$$

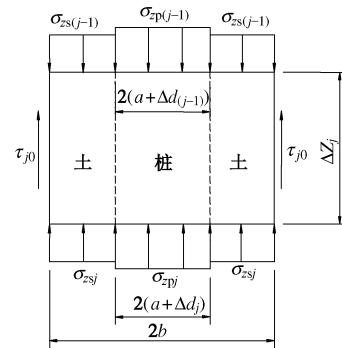


图 5 第 j 个桩土微段单元受力分析

Fig. 5 Analysis of forces acting on j th pile-soil element

求解式(37)可得到符合实际情况的解, 即

$$\Delta h_j = \sqrt[3]{\frac{q_j}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_j}{2}\right)^2 + \left(\frac{p_j}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q_j}{2} - \sqrt{\left(\frac{q_j}{2}\right)^2 + \left(\frac{p_j}{3}\right)^3}} - \frac{F_{2j}}{3F_{3j}}。 \quad (42)$$

其中,

$$q_j = \frac{F_{2j}(2F_{2j}^2 - 9F_{1j}F_{3j}) - 27k_jF_{3j}^2}{27F_{3j}^3}, \quad (43)$$

$$p_j = \frac{3F_{1j}F_{3j} - F_{2j}^2}{3F_{3j}^2}。 \quad (44)$$

由此可以看出, 式(42)中除包含复合地基的几何参数(如 a 、 b 、 ΔZ_j 及 $\Delta d_{(j-1)}$ 等, 其中只有 $\Delta d_{(j-1)}$ 未知), 还包含应力参数(如 $\sigma_{zp(j-1)}$ 、 $\sigma_{zs(j-1)}$ 和 n_j 等), 要利用式(42)计算 Δh_j 就必须要解决未知参数 $\Delta d_{(j-1)}$ 、 $\sigma_{zp(j-1)}$ 、 $\sigma_{zs(j-1)}$ 和 n_j 的确定方法问题, 下面将逐一具体介绍。

(1) $\Delta d_{(j-1)}$ 为第 j 个桩体微段单元顶部(亦为第 $j-1$ 个桩体微段单元底部)的径向变形, 由于非筋箍段压缩变形分析是按从上往下递推的方法计算, 因此, 在进行第 j 个微段单元分析时, $\Delta d_{(j-1)}$ 实际已经计算出来, 即 $\Delta d_{(j-1)}$ 可按式(26)计算, 只是此时式(26)中 j 取为 $j-1$ 。但由于非筋箍段第一个桩体微段单元紧邻筋箍段, 该微段单元顶面(即筋箍段与非筋箍段分界处)仍受到筋箍材料的径向约束作用, 所以第一个桩体微段单元顶面的径向变形 $\Delta d_0 = 0$ 。

(2) $\sigma_{zp(j-1)}$ 和 $\sigma_{zs(j-1)}$ 既分别为第 j 个桩和土微段单元顶面的竖向附加应力, 也分别为第 $j-1$ 个桩和土微段单元底面的竖向附加应力, 同 $\Delta d_{(j-1)}$ 一样, 在进行第 j 个微段单元分析时, $\sigma_{zp(j-1)}$ 和 $\sigma_{zs(j-1)}$ 已经计算出来, 即 $\sigma_{zp(j-1)}$ 按式(32)计算, 而 $\sigma_{zs(j-1)}$ 按下述式(49)计算。依据应力连续性可知, 非筋箍段第一个微段单元顶部桩体和土体的竖向附加应力应分别等于筋箍段底部(即筋箍段与非筋箍段分界处)桩体和土体的竖向附加应力, 即

$$\sigma_{zp0} = \sigma_{zpi} \Big|_{i=M}, \quad (45)$$

$$\sigma_{zso} = \sigma_{zsi} \Big|_{i=M}。 \quad (46)$$

其中, $\sigma_{zpi} \Big|_{i=M}$ 和 $\sigma_{zsi} \Big|_{i=M}$ 分别为筋箍段第 M 个微段单元底面(即筋箍段与非筋箍段分界处)桩体和土体的竖向附加应力, 在计算该微段单元压缩变形时分别已经按式(11)、(10)计算求得。

(3) n_j 为第 j 个微段单元底面桩土应力比, 即式(36), 而此时 σ_{zpj} 和 σ_{zsj} 均为未知, 但是, 考虑到微段单元厚度较小, n_j 沿微段单元厚度方向变化极小, 因此, 可假定桩土应力比 n_j 沿微段单元厚度方向不变, 于是, 第 j 个微段单元底面桩土应力比可近似

为

$$n_j = \frac{\sigma_{zpj}}{\sigma_{zsj}} \approx \frac{\sigma_{zp(j-1)}}{\sigma_{zs(j-1)}}。 \quad (47)$$

上述已经介绍了 Δh_j 的确定方法, 这为计算第 j 个土体微段单元竖向附加应力奠定了基础。为了计算该微段单元的竖向压缩变形, 必须确定其竖向附加应力 σ_{zsj} , 为此, 取第 j 个桩周土体微段单元进行分析, 由第 j 个土体微段单元竖向受力平衡条件可得

$$\pi[b^2 - (a + \Delta d_{(j-1)})^2]\sigma_{zs(j-1)} - 2\pi(a + \Delta d_j)(\Delta Z_j - \Delta h_j)\tau_j' = \pi[b^2 - (a + \Delta d_j)^2]\sigma_{zsj}。 \quad (48)$$

于是, 可得

$$\sigma_{zsj} = \frac{b^2 - (a + \Delta d_{(j-1)})^2}{b^2 - (a + \Delta d_j)^2}\sigma_{zs(j-1)} - \frac{2(a + \Delta d_j)(\Delta Z_j - \Delta h_j)\tau_j'}{b^2 - (a + \Delta d_j)^2}, \quad (49)$$

式中, τ_j' 为非筋箍段第 j 个桩土微段单元桩土界面的平均剪应力。为了计算 σ_{zsj} , 必须提出 τ_j' 的确定方法, 为此, 假定桩土界面处剪应力与剪切位移服从理想弹塑性模型^[20], 如图6所示, τ_j' 计算公式可表示为

$$\tau_j' = \begin{cases} k \cdot \delta_j & (|\delta_j| < \delta_u) \\ k \cdot \delta_u & (|\delta_j| \geq \delta_u) \end{cases}, \quad (50)$$

式中, δ_u 为桩土界面弹性剪切位移的极限值, k 为刚度系数, δ_j 为第 j 个桩土微段单元桩土界面剪切位移。下面将给出 k 和 δ_j 的具体计算方法。

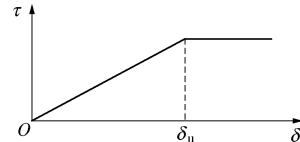


图6 桩土界面处理想弹塑性模型

Fig. 6 Ideal plastic-elastic model on pile-soil interface

(1) 刚度系数 k 的确定方法

采用 Randolph等^[21]建议的方法确定刚度系数 k , 即

$$k = 2\pi G / \ln(r_m/a), \quad (51)$$

式中, G 为土体的剪切模量, r_m 为桩体微元的影响半径, 可按下式确定^[21]:

$$r_m = 2\rho(1 - \mu_s)L, \quad (52)$$

式中, ρ 为桩体中部土体与桩端处土体剪切模量的比值, L 为桩长。

(2) 桩土界面相对剪切位移 δ_j 的确定方法

第 j 个桩土微段单元桩土界面的相对剪切位移 δ_j 等于第 $j-1$ 个桩土微段单元桩土界面相对剪切位移 $\delta_{(j-1)}$ 再加上第 j 个桩土微段单元的剪切位移差, 即^[20]

$$\delta_j = \delta_{(j-1)} + \left(\frac{\sigma_{zp(j-1)}}{E_p} - \frac{\sigma_{zs(j-1)}}{E_s} \right) \Delta Z_j。 \quad (53)$$

由式(53)可以看出, δ_j 是采用从上往下递推的方法计算, 因此, 要利用上式计算 δ_j , 就必须解决第一个桩土微段单元顶面(即筋箍段与非筋箍段分界处)桩土间相对剪切位移 δ_0 的计算方法问题, 为此, 在计算 δ_0 时应考虑筋箍段桩体刺入褥垫层的变形及筋箍段桩土间相对滑移($s_{s11} - s_{p11}$)的影响, 使得桩-土-垫层满足竖向变形协调条件, 即^[12]

$$\delta_0 = (s_{s11} - s_{p11}) - \Delta w, \quad (54)$$

其中, Δw 为竖向荷载作用下筋箍段桩体向上部褥垫层的刺入变形, 可按下式计算^[11]:

$$\Delta w = (p_p - p_s)h/E_c. \quad (55)$$

式中, h 为褥垫层厚度, E_c 为褥垫层压缩模量。由于 s_{s11} 和 s_{p11} 已按 2.1 节中方法计算得出, 因此, 利用式(54)即可确定出 δ_0 。

至此已经确定出第 j 个土体微段单元顶面和底面的竖向附加应力 $\sigma_{zs(j-1)}$ 和 σ_{zj} , 于是, 据此可容易确定出第 j 个土体微段单元的竖向压缩变形 Δs_{s12j} , 即

$$\Delta s_{s12j} = \frac{\Delta Z_j}{2E_s} (\sigma_{zs(j-1)} + \sigma_{zj}). \quad (56)$$

然后将 Δs_{s12j} 代入式(22)累加求和即可得到非筋箍段竖向压缩变形 s_{s12} 。

3 工程实例分析与验证

为了验证本文沉降计算方法的合理性与可行性, 针对 2 个工程实例, 采用本文方法及现有其它方法进行对比分析, 具体分析过程如下。

3.1 工程实例一

四川某绕城高速公路互通式立交桥 A匝道, 采用土工格栅加筋碎石桩-砂垫层对路基进行加固处理^[22]。桩径 $d = 0.6 \text{ m}$, 桩间距 $s_d = 2 \text{ m}$ (梅花形布桩), 桩长 $L = 6 \text{ m}$, 路基表面施加均布荷载 $p = 132 \text{ kPa}$, $m = 8.16\%$, 由式(18)、(19)计算得 $p_p = 350.84 \text{ kPa}$, $p_s = 112.45 \text{ kPa}$ 。路基实测沉降为 11 cm, 其它计算参数如下: ①垫层: $h = 10 \text{ cm}$, $E_c = 20 \text{ MPa}$; ②筋箍段: 种植土, $E_s = 6 \text{ MPa}$, $\mu_s = 0.4$, $\varphi_a = 31^\circ$; $l_1 = 2 \text{ m}$, $E_p = 100 \text{ MPa}$, $n = 3.12$; ③非筋箍段: 软土, $E_s = 2.74 \text{ MPa}$, $\mu_s = 0.45$, $\varphi_a = 5.8^\circ$, $G = 0.605 \text{ MPa}$, 由式(51)计算可知刚度系数 $k = 1.415 \text{ MPa}$, 并取 $\delta_u = 8 \text{ mm}$ ^[23]; $l_2 = 4 \text{ m}$, $E_p = 20 \text{ MPa}$, $\mu_p = 0.35$; ④下卧层: 卵石质土, $E_s = 50 \text{ MPa}$, $\mu_s = 0.4$, $\gamma_s = 16 \text{ kN/m}^3$, $c_a = 8 \text{ kPa}$, $\varphi_a = 26^\circ$ 。

为了采用本文方法对该工程实例进行沉降计算, 首先将筋箍段等分为 8 个微段单元体, 可得 $s_{s11} = 2.73 \text{ cm}$; 然后将非筋箍段等分为 10 个微段单元体, 可得 $s_{s12} = 7.59 \text{ cm}$; 采用分层总和法计算可得

$s_{s20} = 1.28 \text{ cm}$, 取扩大系数 $\lambda = 1.04$, 由式(2)可得 $s_{s2} = 1.33 \text{ cm}$; 最后可得 $s_s = 11.7 \text{ cm}$ 。

3.2 工程实例二

朝鲜半岛轻轨路基加固所做的足尺试验^[24]。桩径 $d = 0.8 \text{ m}$, 桩间距 $s_d = 1.8 \text{ m}$ (梅花形布桩), 面积置换率 $m = 15\%$, 桩长 $L = 5 \text{ m}$, 地下水位位于地表下 0.7 m 位置处, 当加载值达到 500 kN 时, 实测沉降为 11.5 cm。其他计算参数如下: ①筋箍段, $l_1 = 2.4 \text{ m}$, $n = 2.08$ 。土层分布情况: 以砂石、碎石等为主的覆盖层: 厚 0.7 m, $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$, $E_s = 12 \text{ MPa}$, $c' = 4 \text{ kPa}$, $\varphi_a' = 25^\circ$, $\mu_s = 0.3$; 黏质砂土, 厚 1.7 m, $\gamma_{sat} = 19 \text{ kN/m}^3$, $E_s = 15 \text{ MPa}$, $c' = 4 \text{ kPa}$, $\varphi_a' = 28^\circ$, $\mu_s = 0.3$ 。②非筋箍段, $l_2 = 2.6 \text{ m}$, 土体剪切模量按 $G = (1 - 2\mu_s k_0)E_s / [2(1 + \mu_s)]$ 计算^[16], 取 $\delta_u = 8 \text{ mm}$ ^[23]。土层分布情况: 黏质砂土, 厚 0.1 m, $\gamma_{sat} = 19 \text{ kN/m}^3$, $E_s = 15 \text{ MPa}$, $c' = 4 \text{ kPa}$, $\varphi_a' = 28^\circ$, $\mu_s = 0.3$; 粉质黏土, 厚 1.1 m, $\gamma_{sat} = 18 \text{ kN/m}^3$, $E_s = 10 \text{ MPa}$, $c' = 3 \text{ kPa}$, $\varphi_a' = 28^\circ$, $\mu_s = 0.3$; 砂砾, 厚 1.4 m, $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$, $E_s = 25 \text{ MPa}$, $c' = 2 \text{ kPa}$, $\varphi_a' = 35^\circ$, $\mu_s = 0.3$ 。③下卧层, 砂砾, 厚 1.4 m, $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$, $E_s = 25 \text{ MPa}$, $c' = 2 \text{ kPa}$, $\varphi_a' = 35^\circ$, $\mu_s = 0.3$ 。

将筋箍段等分为 8 个微段单元体, 可得 $s_{s11} = 3.48 \text{ cm}$; 然后将非筋箍段等分为 13 个微段单元体, 可得 $s_{s12} = 8.21 \text{ cm}$; 采用分层总和法计算可得 $s_{s20} = 1.07 \text{ cm}$, 取扩大系数 $\lambda = 1.04$, 由式(2)可得 $s_{s2} = 1.11 \text{ cm}$; 最后可得 $s_s = 12.8 \text{ cm}$ 。

为便于比较分析, 采用其它方法对上述 2 个工程实例也进行了分析, 计算结果如表 1, 2 所示。由此可以看出, 本文方法和其它方法分析结果均与实测沉降值较接近。而且, 在工程实例一的分析中, 其它 2 种方法分析结果均较实测值偏小, 而本文方法分析结果较实测值偏大, 考虑到沉降理论分析结果一般为地基最终沉降, 因此, 理论分析结果大于实测沉降是合理的, 因为实测沉降一般只是在有限时间点测得的沉降值, 严格意义上来说, 它一般要小于地基最终沉降。因此, 本文方法较现有其它分析方法更为合理, 而且, 避免了现有其它方法分析结果偏于危险的缺陷。在工程实例二的分析中, 虽然数值分析方法计算精度较高, 但该方法计算费时费力且不易掌握, 而本文方法简单易行, 计算精度也符合工程要求。因此, 本文方法更具合理性与可行性。

表 1 工程实例一沉降分析结果

Table 1 Analytical results of settlement for example 1

计算方法	计算沉降/cm	实测沉降/cm	相对误差/%
有限单元法 ^[22]	10.9	11.0	-0.91
文献[12]方法	10.8	11.0	-1.82
本文方法	11.7	11.0	+6.36

表2 工程实例二沉降分析结果

Table 2 Analytical results of settlement for example 2

计算方法	计算沉降/cm	实测沉降/cm	相对误差/%
数值分析方法 ^[24]	12.1	11.5	+5.22
本文方法	12.8	11.5	+11.30

4 结 论

本文结合柔性基础下筋箍碎石桩复合地基工程特点, 深入探讨了柔性基础上筋箍碎石桩复合地基沉降分析方法。由此可得如下3点结论。

(1) 柔性基础上筋箍碎石桩复合地基加固区可划分为碎石桩筋箍段和非筋箍段, 碎石桩筋箍段变形表现为桩体竖向压缩和桩土界面处的相对滑移; 非筋箍段变形不仅表现为桩土竖向压缩, 还表现为桩土径向变形(即碎石桩鼓胀效应), 而且桩土间变形具有连续协调性, 其为柔性基础上筋箍碎石桩复合地基沉降分析方法研究奠定了坚实的基础。

(2) 引入桩土单元体分析方法, 建立了柔性基础上筋箍碎石桩复合地基沉降分析方法, 该方法充分反映了筋箍碎石桩复合地基筋箍段桩土相对滑移和非筋箍段径向变形的工程特性, 理论上较现有分析方法更能准确反映柔性基础上筋箍碎石桩复合地基的微观变形力学机理。

(3) 通过工程实例分析, 并与实测值及其它方法计算结果进行比较, 表明本文方法计算结果更加接近于工程实际且便于工程应用, 还克服了现有方法沉降分析结果偏于危险的缺陷, 较现有分析方法更具合理性与可行性。

参考文献:

- [1] 高明军, 刘汉龙, 丁选明, 等. 坚向管式格栅加筋碎石桩承载力计算方法[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2011, 12(6): 649 - 653. (GAO Ming-jun, LIU Han-long, DING Xuan-ming, et al. Calculation method of ultimate bearing capacity of gravel pile reinforced with tube-geogrids[J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2011, 12(6): 649 - 653. (in Chinese))
- [2] 赵明华, 陈庆, 张玲, 等. 加筋碎石桩承载力计算[J]. 公路交通科技, 2011, 28(8): 7 - 12. (ZHAO Ming-hua, CHEN Qing, ZHANG Ling, et al. Calculation of bearing capacity of geosynthetic-encased stone columns[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 28(8): 7 - 12. (in Chinese))
- [3] 张定. 碎石桩复合地基的作用机理分析及沉降计算[J]. 岩土力学, 1999, 20(2): 81 - 86. (ZHANG Ding. Functional mechanism analysis and settlement computation on composite foundation of gravel pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 1999, 20(2): 81 - 86. (in Chinese))
- [4] 孙林娜, 龚晓南. 散体材料桩复合地基沉降计算方法的研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(3): 846 - 848. (SUN Lin-na, GONG Xiao-nan. Research on settlement calculation method of composite foundation of discrete material piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(3): 846 - 848. (in Chinese))
- [5] 龚晓南. 复合地基理论及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007. (GONG Xiao-nan. Theory and engineering application of composite foundation[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2007. (in Chinese))
- [6] OMINE K, OHNO S. Deformation analysis of composite ground by homogenization method[C]// Proceedings of the Fourteenth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam: Balkema A A, 1997: 719 - 722.
- [7] ALAMGIR M, MIURA N, POOROOSHAB H B. Deformation analysis of soft ground reinforced by columnar inclusions[J]. Computers and Geotechnics, 1996, 18(4): 267 - 290.
- [8] 李海芳, 温晓贵, 龚晓南. 路堤荷载下复合地基加固区压缩量的解析算法[J]. 土木工程学报, 2005, 38(3): 77 - 80. (LI Hai-fang, WEN Xiao-gui, GONG Xiao-nan. Analytical function for compressive deformation of stabilized layer in composite foundation under load of embankment[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(3): 77 - 80. (in Chinese))
- [9] 杨涛. 路堤荷载下柔性悬桩复合地基的沉降分析[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 741 - 743. (YANG Tao. Settlement analysis of composite ground improved by flexible floating piles under road embankment[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(6): 741 - 743. (in Chinese))
- [10] BRAUNS J. The initial load of gravel pile in the clay foundation[J]. The construction Technology, 1978(8): 263 - 267. (BRAUNS J. Die anfangsstraglast von schottersaulen im bindigen untergrund[J]. Die Bautechnik, 1978(8): 263 - 267. (in Germany))
- [11] 曹文贵, 王江营, 罗忠涛, 等. 考虑桩-土滑移的柔性基础上复合地基沉降分析方法[J]. 中国公路学报, 2012, 25(6): 9 - 16. (CAO Wen-gui, WANG Jiang-ying, LUO Zhong-tao, et al. Settlement calculation method for composite ground considering pile-soil slip under flexible foundation[J].

- China Journal of Highway and Transport, 2012, **25**(6): 9 - 16. (in Chinese))
- [12] 曹文贵, 杨泽华. 柔性基础下碎石桩加筋复合地基沉降分析方法[J]. 岩土工程学报. 2012, **34**(11): 1997 - 2004. (CAO Wen-gui, YANG Ze-hua. Method for analyzing settlement of reinforced-gravel-pile composite ground under flexible foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(11): 1997 - 2004. (in Chinese))
- [13] 章定文, 刘松玉. 路堤荷载下柔性桩复合地基沉降实用计算方法[J]. 岩土力学, 2007, **28**(6): 1133 - 1138. (ZHANG Ding-wen, LIU Song-yu. Practical method for settlement calculation of flexible columns composite foundation under embankment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(6): 1133 - 1138. (in Chinese))
- [14] 杨 涛. 复合地基沉降计算理论、位移反分析模型和二灰土桩软基加固试验研究[D]. 南京: 河海大学, 1997. (YANG Tao. Settlement calculation theory, displacement back analysis model of composite ground and test-research of improved soft soil by flyash-lime-soil pile[D]. Nanjing: Hohai University, 1997. (in Chinese))
- [15] 王 钊. 土工合成材料[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005. (WANG Zhao. Geosynthetics[M]. Beijing: China Machine Press, 2005. (in Chinese))
- [16] 赵明华, 俞 晓, 王贻荪. 土力学与基础工程[M]. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2003. (ZHAO Ming-hua, YU Xiao, WANG Yi-sun. Soil mechanics and foundation engineering[M]. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 2003. (in Chinese))
- [17] BAUMANN V, BAUER G E A. The performance of foundations on various soils stabilized by the vibro-compaction method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **3**(2): 509 - 530.
- [18] 刘 杰, 赵明华, 何 杰. 碎石桩复合地基承载及变形性状研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2007, **34**(5): 15 - 19. (LIU Jie, ZHAO Ming-hua, HE Jie. Research on bearing and deformation characters of composite foundation with granular columns[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2007, **34**(5): 15 - 19. (in Chinese))
- [19] 徐芝纶. 弹性力学简明教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001. (XU Zhi-lun. A concise course in elasticity[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese))
- [20] 易耀林, 刘松玉. 路堤荷载下复合地基沉降计算方法探讨[J]. 工程力学, 2009, **26**(10): 147 - 153. (YI Yao-lin, LIU Song-yu. Settlement calculation method of composite foundation under embankment load[J]. Engineering Mechanics, 2009, **26**(10): 147 - 153. (in Chinese))
- [21] RANOLPH M F, WORTH C P. Analysis of the vertical deformation of pile groups[J]. Géotechnique, 1979, **29**(4): 423 - 439.
- [22] 黄 兵. GSFS 软基加固系统机理及其在成都绕城高速公路的应用研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2002. (HUANG Bing. The mechanism of GSFS soft ground treatment system and its application in Chengdu City Highway[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2002. (in Chinese))
- [23] 刘文白, 周 健. 土工格栅与土界面作用特性试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(4): 965 - 970. (LIU Wen-bai, ZHOU Jian. Experimental research on interface friction of geogrids and soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(4): 965 - 970. (in Chinese))
- [24] YOO C. Performance of geosynthetic -encased stone columns in embankment construction: numerical investigation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(8): 1148 - 1160.