

DOI: 10.11779/CJGE201404022

三针式 TDR 探头测试区域范围分析及试验验证

詹良通^{1, 2}, 穆青翼^{1, 2}, 陈云敏^{1, 2}

(1. 软弱土与环境土工教育部重点实验室(浙江大学), 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310058)

摘要: 在时域反射法(TDR)测试系统中, 三针式探头作为应用最广泛的探头形式, 其测试区域范围的确定是工程应用中一个重要问题。通过对分析麦克斯韦方程及地下水渗流方程, 利用岩土工程中常用的地下水渗流软件(如: Geostudio 软件中 SEEP/W 模块)对一典型的三针式 TDR 探头测试区域范围进行计算, 并设计了专门的试验对计算结果进行验证。结果显示: ①地下水渗流分析软件对三针式 TDR 探头测试区域范围的计算结果与试验结果有较好的一致性; ②三针式 TDR 探头的测试区域近似长半轴为 33.0 mm、短半轴为 20.7 mm 的椭圆, 且该区域内 50% 的电场能量集中在中间探针周围长半轴为 10.7 mm、短半轴为 8.7 mm 的椭圆内, 显示出较明显的“趋肤效应”; ③介质的电导率对三针式 TDR 探头测试范围基本无影响。通过该研究, 提出了三针式 TDR 探头测试范围的计算方法, 为工程或试验中该种探头的设计提供了指导。

关键词: 时域反射法; 三针式探头; 测试范围; 渗流分析; Geostudio

中图分类号: TU41 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)04-0757-06

作者简介: 詹良通(1972-), 男, 福建尤溪人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事非饱和土力学、环境岩土工程及边坡工程等方面的教学与科研工作。E-mail: zhanlt@zju.edu.cn。

Analysis and experimental verification of sampling area of three-rod time-domain reflectometry probe

ZHAN Liang-tong^{1, 2}, MU Qing-yi^{1, 2}, CHEN Yun-min^{1, 2}

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In the measurement system of time domain reflectometry (TDR), three-rod probe is most widely used. The sampling area of this probe form is an important question in engineering application. In this paper, through comparative analysis of Maxwell equations and groundwater seepage equation, the software for groundwater seepage (e.g., the SEEP/W module in the Geostudio) is used to compute the sampling area of a typical three-rod probe. A special experiment is designed to verify the computed results. The results show that: (1) the results of sampling area are well consistent between the numerical computation using Geostudio and the experiment; (2) the sampling area of the three-rod probe approximates an ellipse with semi-major and semi-minor axes of 33.0 and 20.7 mm respectively. In this area, the media with 50% influencing the measured results concentrate around the central rod, and this area also approximates an ellipse with semi-major and semi-minor axes of 10.7 mm and 8.7 mm respectively. It shows the “skin effect” significantly; (3) the electrical conductivity of the media has insignificant effect on the sampling area of the three-rod probe. A computational method for the sampling area of three-rod probe is proposed, and it provides guidance for the design of three-rod TDR probe in engineering and experiments.

Key words: time-domain reflectometry; three-rod probe; sampling area; seepage analysis method; Geostudio

0 引言

时域反射法(TDR)作为一种能够对土壤含水率进行原位、快速、准确测试的技术, 经过几十年的发展^[1-4], 现已被广泛的应用于岩土工程领域。探头作为 TDR 测试系统中重要的组成部分, 其形式多种多样, 如: 两针式, 三针式, 同轴式等。其中三针式探头因其具有构造简单、便于现场使用、信号稳定性强等优

点, 自 Zegelin 等^[5]提出以来被广泛应用, 是众多探头形式中首选的结构形式。目前, 三针式 TDR 探头在原位测试及模型试验应用中, 主要考虑其测试信号的稳定性及探头在贯入过程中对周围介质的扰动, 对探头

基金项目: 国家 863 计划课题(2012AA062601)

收稿日期: 2013-07-19

测试区域范围关注较少。由于测试区域范围的不明确, 将导致探头布置的不合理, 如探头布置较密而导致测试介质交叉或探头距离目标测试介质边界过近而出现测试结果的表征误差等(图1)。



图 1 常见 TDR 探头形式

Fig. 1 Common forms of TDR probes

针对三针式 TDR 探头的测试区域范围, 在沿探针长度方向上, 一些学者^[6]认为其测试影响范围仅在探针段内, 探针段以外的介质对测试结果无影响。在垂直于探针长度方向的平面内, 其测试区域的范围目前尚不明确, 且相关的研究较少。主要有: Topp 等^[7]根据电磁场理论分析, 提出两针式 TDR 探头测试范围是一个椭圆形区域。Baker 等^[6]利用试验的方法, 分析了两针式 TDR 探头周围不同位置的介质对测试结果的影响程度, 其试验得出, 探针周围 4 倍探针直径的圆形区域内的介质对测试结果产生主要贡献, 而相对远离探针的区域对测试结果的贡献较小, 即出现所谓的“趋肤效应”。Knight^[8]利用 TEM 波传播理论, 分析了同轴式 TDR 探头以及两针式 TDR 探头周围电势场分布, 并提出探头周围不同位置处介质对测试结果的影响程度与该处电磁场能量大小呈正相关关系。Knight 等^[9]、Nissen 等^[10]和 Ferre 等^[11]依据探头周围电势场的分布定义了权重函数的概念, 以此来定量描述探头周围不同位置处介质对测试结果的影响程度, 并通过试验验证了所提权重函数概念的正确性。陈伟^[12]通过电磁场有限元软件 HFSS 分析了三针式 TDR 探头周围电磁场能量分布, 并依据该能量分布定性分析了其测试区域范围。

基于以上的研究工作, 对三针式 TDR 探头垂直于探针方向平面内的测试区域范围进行了计算分析与试验验证。主要工作有: ①对比分析麦克斯韦方程及地下水渗流方程, 利用岩土工程中常用的地下水渗流软件(如 Geostudio 软件中 SEEP/W 模块)求解三针式 TDR 探头周围电势场分布, 并基于该电势场分布利用 Knight 等^[9]提出的权重函数概念计算三针式 TDR 探头的测试区域范围; ②设计专门的试验对上述计算结果进行验证, 同时测试了介质电导率对三针式 TDR 探头测试范围的影响。

1 数值分析模型

1.1 三针式 TDR 探头周围电势场控制方程

首先, 对三针式 TDR 探头测试介质范围问题作如下假设: ①忽略探头首尾端的边界效应; ②忽略电磁波传播时的衰减、色散和辐射损失; ③探头周围介质的介电常数均匀分布。基于以上假设, 可以把三针式 TDR 探头测试范围问题转化为二维问题, 即研究垂直于探针长度方向平面内(XY 平面) 测试区域范围。分析简图如图 2 所示。

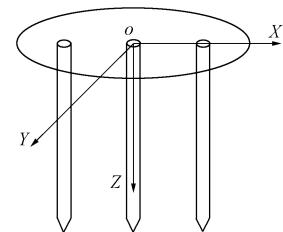


图 2 三针式 TDR 探头测试区域范围分析示意图

Fig. 2 Analysis schematic of sampling area for three-rod TDR probe

电磁场的问题最终都会归结于解麦克斯韦方程组, 因此求解 TDR 探头周围电势场分布的问题也不例外。

$$\nabla \cdot D(r,t) = \rho(r,t) \quad , \quad (1)$$

$$D(r,t) = \epsilon(r,t) \cdot E(r,t) \quad . \quad (2)$$

式(1)和(2)分别表示麦克斯韦方程组中的散度方程和电磁场本构方程, 式中, $D(r, t)$ 为电位移 (C/m^2), $\rho(r, t)$ 为电荷密度 (C/m^3), ϵ 为介电常数 (F/m), $E(r, t)$ 为电场强度 (V/m)。由于 TDR 探头周围的电势场是由于电磁脉冲产生的, 并不涉及实体的电荷, 因此, 式(1)中 $\rho(r, t)=0$ 。

联立方程(1)和(2)得

$$\nabla \cdot (\epsilon(r,t) \cdot E(r,t)) = 0 \quad . \quad (3)$$

平面内电势与电场强度满足关系:

$$E(r,t) = \nabla \Phi(r,t) \quad , \quad (4)$$

式中, $\Phi(r, t)$ 为电势 (V)。

将式(4)带入式(3)得

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \Phi) = 0 \quad . \quad (5)$$

因此三针式 TDR 探头垂直探针方向平面内的电势场分布满足控制方程(5)。

在地下水动力学中, 针对水平向的平面问题, 地下水在不可压密介质中的渗流方程满足下式

$$\nabla \cdot (K \nabla H) = 0 \quad . \quad (6)$$

式中 K 为渗透系数 (m/s); H 为总水头高度 (m)。

对比式(5)、(6)可知, 在假设条件下, TDR 探头周围电势场分布的控制方程与地下水渗流的控制方

程完全一致, 其中介电常数 ϵ 对应渗透系数 K , 电势 Φ 对应总水头 H 。因此可以应用岩土工程中常用的地下水渗流有限元软件—Geostudio 来求解三针式 TDR 探头周围电势场分布。

1.2 三针式 TDR 探头测试介质范围的定义

三针式 TDR 探头测试介质范围是指所有对测试结果有影响的介质所包含的区域, 换言之, 该测试区域内的介质电学性质发生改变, 均对测试结果有影响。本文的计算沿用了 Kinght 等^[9]针对同轴式 TDR 探头测试介质范围的定义。当介质介电常数均匀分布时, 探头周围不同位置点的权重函数为

$$w(x, y) = \frac{[\nabla \Phi(x, y)]^2}{(\iint [\nabla \Phi(x, y)]^2 dx dy)} \quad , \quad (7)$$

其中, $\Phi(x, y)$ 表示某点的电势, $w(x, y)$ 表示相应点的权重函数。其物理含义为, 区域内某点的电场能量与区域内电场总能量的比值即为该点的测试权重函数。在整个研究区域内:

$$\iint_{\Omega} w(x, y) dA = 1 \quad . \quad (8)$$

利用上述权重函数的概念, 定义参数 f 来计算对三针式探头测试结果具有某一百分比影响的区域范围:

$$f = \frac{100 \cdot \sum_{i=1}^w w_i A_i}{\iint w_i dA} \quad , \quad (9)$$

式中, w_i 为某有限元网格区域内的权重函数, w_{hi} 为所有权重函数中的最大值, A_i 为有限元网格的面积。针对 f 的求解, 首先定义一个较大的研究区域, 该区域足够覆盖 TDR 探头测试介质范围, 明显的, 在整个研究区域内 $f=100\%$ 。把整个研究区域内权重函数从大到小排列, 然后, 由权重函数最大 (w_{hi}) 的有限元网格开始累加, 至 $f=50\%$ 时所有网格区域用 $S_{f=50\%}$ 表示, 即该区域内介质对测试结果有 50% 的影响。至 $f=90\%$ 时所有的网格区域用 $S_{f=90\%}$ 表示。本文中用 $S_{f=50\%}$ 表示对测试结果敏感性较大的区域, 用 $S_{f=90\%}$ 表示测试介质范围。

1.3 三针式 TDR 探头周围电势场分布的数值分析模型

数值分析模型如图 3 所示, 其中探针直径 $D=6$ mm, 探针间距 $L=30$ mm。M1、M2 分别表示探针和介质材料; S1, S2, S3, S4 表示边界条件, 由于三针式 TDR 探头在测试过程中, 中间探针一般电势固定为 1V, 两边探针电势为 -1V, 因此, 对应的设置 S1, S3 边界设置总水头高度恒定, $H=-1$; S2 边界设置总水头高度恒定, $H=1$; S4 边界设置为 $\partial H / \partial n = 0$, 表示边界上无电场能量的流入或流出。

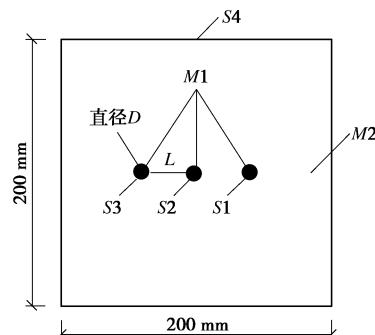


图 3 数值分析模型图

Fig. 3 Model diagram of numerical analysis

2 数值计算结果

2.1 三针式 TDR 探头周围电势场分析结果

图 4 表示上述模型计算获得的三针式探头周围等电势线分布。中间探针周围电势等高线由外至内递增至 1.0, 两边探针周围的电势等高线由外至内递减至 -1.0。该等电势线分布结果与 Zegelin 等^[5]计算结果一致。由此证明了运用 Geostudio 软件分析三针式 TDR 探头周围电势场分布的有效性。

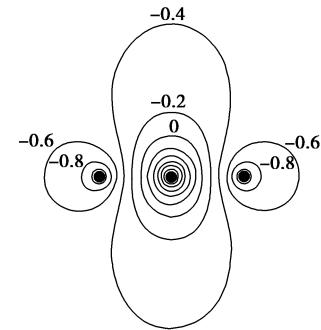


图 4 三针式探头周围电势场数值分析结果

Fig. 4 Numerical results of electric potential field surrounding three-rod probe

2.2 三针式 TDR 探头测试范围计算结果

图 5 表示上述模型中三针式探头测试介质范围计算结果, 计算时采用四边形网格, 网格边长 1 mm。首先依据图 4 中探头周围电势场分布结果, 由式 (7) 计算出研究区域内每个单元格的权重系数 w_i 。然后将 w_i 由大到小排列, 并按式 (9) 计算表征测试区域范围的参数 f 。当参数 f 累加至 50%, 此时所有的单元格 A_i 如图 5 中红色区域所示, 当参数 f 累加至 90% 时, 单元格 A_i 向外扩展到黄色区域。

从图 5 中可以看出, 该三针式 TDR 探头 $S_{f=50\%}$ 区域主要集中在中间探针周围长半轴为 10.7 mm、短半轴为 8.7 mm 的椭圆区域 (如图 5 中粗实线所示) 内, 即出现所谓的“趋肤效应”, 在两边探针周围且靠近中

间探针的一侧也有分布。经计算, $S_{f=50\%}$ 区域的面积为 418 mm^2 。该三针式探头测试介质范围 ($S_{f=90\%}$ 区域) 在垂直于探针排列方向 (如图 2, Y 方向) 上距离探针中心最远为 18.3 mm , 在平行于探针排列方向 (如图 2, X 方向) 上距离中心探针最远为 36.6 mm 。从图中可以看出, 测试介质范围在 X 方向上基本未超出两边探针的最外围点。经计算, $S_{f=90\%}$ 区域的面积为 2141 mm^2 。图中虚线椭圆的面积与 $S_{f=90\%}$ 区域的面积相等, 长半轴为 33 mm ($L+D/2$), 短半轴长为 20.7 mm , 从图中看出, 该椭圆可以较好的表征三针式 TDR 探头的测试区域。

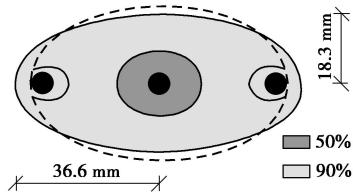


图 5 三针式探头测试介质范围计算结果

Fig. 5 Computed sampling area of three-rod probe

3 验证试验

TDR 测试介电常数是由实部获得, 电导率由虚部获得, 二者均反映了 TDR 探头测试范围内介质的电学性质。参考学者^[13]利用试验研究 TDR 探头测试区域范围的方法, 本文设计专门的试验研究了三针式 TDR 探头在 X 和 Y 方向上的测试范围。试验所用探头的探针直径以及相邻探针间距与上述数值分析中的探头完全一致, 且其探针长度为 150 mm 。

针对 Y 方向上的测试范围, 试验装置如图 6 所示。该装置由有机玻璃制成, 试验开始时容器中充满去离子水, 此时液面距离探针中心为 50 mm 。此后, 每次从容器中排出 40 mL 去离子水 (对应液面下降 2 mm), 同时记录 TDR 测得的介电常数。此过程重复的进行, 直到液面降至探针中心位置。试验过程中, 随着去离子水液面的降低, 三针式 TDR 探头测试的介质由去离子水转变为去离子水和空气的混合介质。由于空气的介电常数远小于去离子水 (如表 1), 因此可以把测得介电常数值开始明显降低的那一液面位置作为该探头在 Y 方向上的测试范围。

针对 X 方向上的测试范围, 试验装置如图 7 所示。装置由一系列宽度 (Y 方向) 和高度 (Z 方向) 相同而长度 (X 方向) 不同的有机玻璃容器组成。容器的宽度为 40 mm (覆盖 Y 方向最大的测试范围), 高度为 200 mm , X 方向长度尺寸为 $90 \sim 66 \text{ mm}$, 间隔 4 mm 。试验时, 将每个容器盛满去离子水, 然后将三针式 TDR 探头插入容器中间, 测试介电常数。随着容

器 X 方向长度的减小, 三针式 TDR 探头测试介质由去离子水转变为去离子水、有机玻璃以及空气的混合介质, 由于有机玻璃和空气的介电常数远小于去离子水 (如表 1), 因此可以把介电常数测试值开始明显降低的那一容器长度尺寸作为该探头在 X 方向上的测试范围。

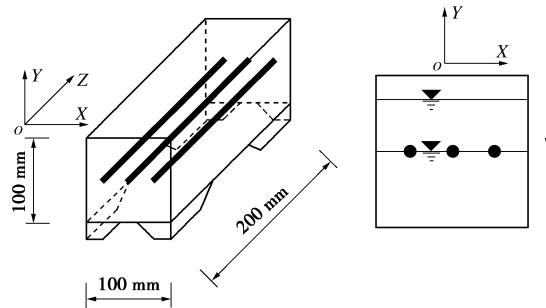


图 6 Y 方向测试范围试验装置

Fig. 6 Experimental equipment for measuring sampling area in Y direction

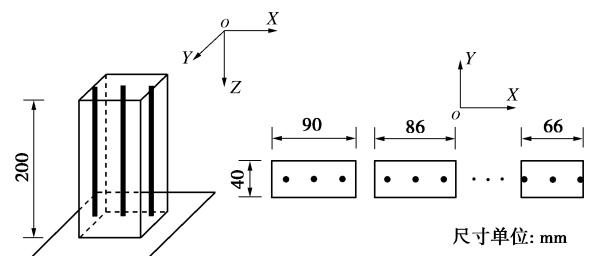


图 7 X 方向测试范围试验装置

Fig. 7 Experimental equipment for measuring sampling area in X direction

表 1 试验涉及介质的介电常数

Table 1 Dielectric constant of referring medium

介质	空气	有机玻璃	去离子水
介电常数	1	2~5	75~80

此外, 试验还分析了不同电导率的介质对三针式 TDR 探头测试范围的影响, 其过程和上述 Y 方向测试范围试验基本一致, 且将去离子水代换为不同浓度的 NaCl 溶液, 期间每个过程同时测试介电常数和电导率两个参数。通过电导率仪测试, 试验中所采用 NaCl 溶液的电导率分别为 $52.5, 103.9, 153.5 \text{ ms/m}$ 。在以上电导率范围内, 传统的 TDR 技术可以准确的测试介质的电学性质, 且其基本包括了一般岩土介质的电导率范围。

4 验证试验结果

图 8 表示三针式 TDR 探头 Y 方向测试范围的试验结果。图中纵坐标等效介电常数百分比表示试验过程中每次测得的等效介电常数 (K_y) 与基值 (K_o) 的

百分比。由于随着去离子水液面的降低, 三针式 TDR 探头测试的介电常数是去离子水和空气介电常数的综合值, 所以称之为等效介电常数。基值为去离子水充满容器时测得的介电常数。

由图 8 可知, 随着去离子水液面的降低, 等效介电常数百分比在初始阶段基本固定在 100%, 随后逐渐降低, 当液面降至探针中心位置时, 等效介电常数百分比降至 52.6%。此时, 由于三针式探头测试区域内一半介质为去离子水, 一半介质为空气, 理论的等效介电常数为 $(K_{\text{water}}+K_{\text{air}})/2=40.5$ (K_{water} 按表 1 中范围取 80)。与基值的百分比为 50.6%, 可见与试验结果 52.6% 有较好的一致性。

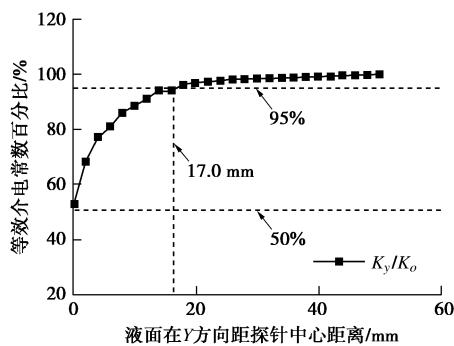


图 8 三针式探头 Y 方向测试范围

Fig. 8 Sampling area of Y direction of three-rod probe

试验开始时, 当上覆水层厚度大于 Y 方向测试范围时, 等效介电常数百分比基本固定在 100%。当去离子水液面继续降低, Y 方向测试范围内开始由去离子水和空气的混合介质占据, 且随液面不断降低空气所占比重逐渐增加, 因此等效介电常数百分比不断减小。把等效介电常数值为 95% 时的液面位置作为该三针式探头在 Y 方向上的测试区域范围边界, 此时去离子水液面距离探针中心为 17.0 mm, 该测试范围边界值与上述数值计算值 18.3 mm 具有较好的一致性。

图 9 表示三针式 TDR 探头 X 方向测试范围试验结果。图中纵坐标等效介电常数百分比表示在不同长度尺寸的有机玻璃容器条件下测得的等效介电常数 (K_x) 与基值 (K_o) 的百分比。试验中, 将 X 方向长度最大 (90 mm) 的有机玻璃容器中介电常数测试值作为基值。

由图 9 可知, 随着有机玻璃容器长度不断减小, 等效介电常数百分比基本固定在 100%。因此在 X 方向, 三针式 TDR 探头测试区域基本不包含两端探针之外的区域。该试验结果与上述数值计算结果具有较好的一致性。

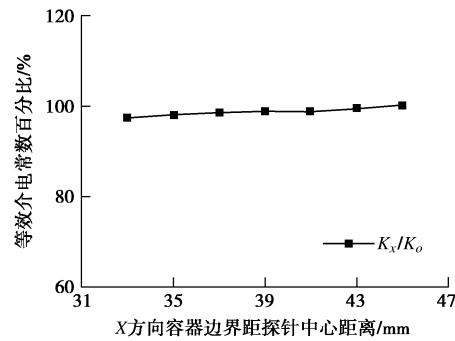


图 9 三针式探头 X 方向测试介质范围

Fig. 9 Sampling area of X direction of three-rod probe

图 10 表示考虑介质电导率对三针式 TDR 探头测试介质范围影响的试验结果。图中纵横坐标的含义与图 8 一致。从中可以看出, 不同电导率的 NaCl 溶液, 其介电常数和电导率随液面下降时的变化规律基本一致。且无论用介电常数或是电导率来表征, 当等效值百分比为 95% 时, 液面距离探针中心的距离均为 16.6 mm。相比去离子水溶液时的 17.0 mm, 介质的电导率对三针式探头测试范围基本无影响。

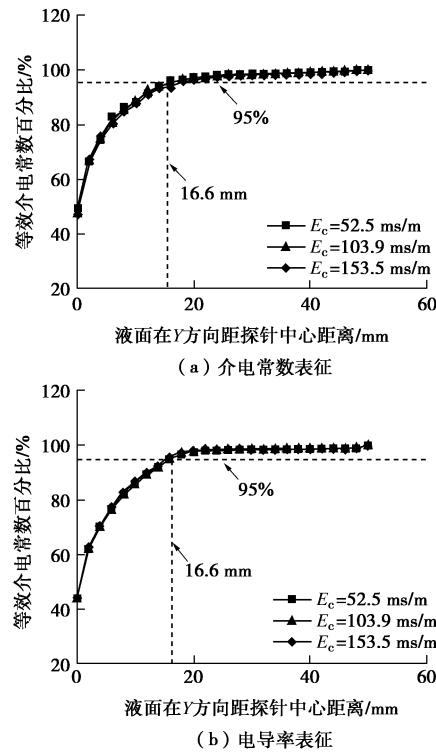


图 10 不同电导率介质下, Y 方向测试范围

Fig. 10 Sampling area of Y direction under different electrical conductivity media

5 结 论

通过对比分析电磁波传输线方程及地下水渗流方程, 提出了三针式 TDR 探头在垂直于探针方向的平面内 (XY 平面) 测试介质范围的数值计算方法。利用该

方法对探针直径 $D=6$ mm, 探针间距 $L=30$ mm 的三针式探头的测试介质范围进行了数值计算, 并设计试验对数值计算结果进行了验证。主要结论如下:

(1) 利用地下水渗流软件对三针式 TDR 探头测试范围进行的数值计算结果与试验结果具有较好的一致性, 提出的针对三针式 TDR 探头测试介质范围的数值计算方法具有较高的精度。

(2) 三针式 TDR 探头测试介质范围可以用与 $S_f=90\%$ 区域面积相等的椭圆较好的表征, 该椭圆以中间探针为中心, 长半轴为 33 mm ($L+D/2$), 短半轴为 20.7 mm。在该区域内 50% 的电场能量集中在中间探针周围长半轴为 10.7 mm、短半轴为 8.7 mm 的椭圆区域, 即出现“趋肤效应”, 该集中区域内介质电学性质对测试结果敏感性较大。

(3) 当被测介质的电导率在 150 ms/m 以内时, 测试介质电导率对三针式 TDR 探头测试介质范围基本无影响。

参考文献:

- [1] TOPP G C, DAVIS J L, ANNAN A P. Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines[J]. Water Resor Res, 1980, **16**(3): 574-582.
- [2] 陈仁朋, 许伟, 汤旅军, 等. 地下水位及电导率 TDR 测试探头研制与应用[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(1): 77-82. (CHEN Ren-peng, XU Wei, TANG Lü-jun, et al. Development and application of TDR probes to monitor water level and electrical conductivity[J]. Chinese Jounal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(1): 77 - 82. (in Chinese))
- [3] 梁志刚, 陈云敏, 陈赟. 利用同轴电缆电磁波反射技术测定非饱和土的含水率[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(2): 191 - 195. (LIANG Zhi-gang, CHEN Yun-min, CHEN Yun. Measurement of water content of unsaturated soil by TDR technique[J]. Chinese Jounal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(2): 191 - 195. (in Chinese))
- [4] ZHAN L T, MU Q Y, CHEN Y M, et al. Experimental study on applicability of using time-domain reflectometry to detect NAPLs contaminated sands[J]. Science China Technological Sciences. 2013, **56**(6): 1534 - 1543.
- [5] ZEGELIN S J, WHITE I. Improved field probes for soil water content and electrical conductivity measurement using time domain reflectometry[J]. Water Resources Research, 1989, **25**(11): 2367 - 2376.
- [6] BAKER J M, LASCANO R J. The spatial sensitivity of time-domain reflectometry[J]. Soil Science, 1989, **147**(5): 378-384.
- [7] TOPP G C, DAVIS J L. Time-domain reflectometry (TDR) and its application to irrigation scheduling[J]. Advances In Irrigation, 1985, **3**: 107 - 127.
- [8] KNIGHT J H. Sensitivity of time domain reflectometry measurements to lateral variations in soil water content[J]. Water Resources Research, 1992, **28**(9): 2345 - 2352.
- [9] KNIGHT J H, FERRE P A, RUDOLPH D L, et al. A numerical analysis of the effects of coatings and gaps upon relative dielectric permittivity measurement with time domain reflectometry[J]. Water Resources Research, 1997, **33**(6): 1445 - 1460.
- [10] NISSEN H H, FERRE T P A, MOLDRUP P. Sample area of two- and three-rod time domain reflectometry probes[J]. Water Resources Research, 2003, **39**(10): 1289 - 1297.
- [11] FERRE T P A, NISSEN H H, KNIGHT J H, et al. Transverse sample area of two- and three-rod time domain reflectometry probes: Electrical conductivity[J]. Water Resources Research, 2003, **39**(9): 1261 - 1270.
- [12] 陈伟. TDR 探头设计及含水量和干密度的联合监测技术[D]. 浙江大学: 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 2011: 35 - 40. (CHEN Wei. The design of TDR probe and monitoring technology of water content and dry density[D]. Zhejiang University: MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, 2011: 35 - 40. (in Chinese))
- [13] LIN C P, CHUNG C C, TANG S H. Development of TDR penetrometer through theoretical and laboratory investigation: measurement of soil electrical conductivity[J]. Geotechnical Testing Journal, 2006, **29**(4): 314 - 321.