

DOI: 10.11779/CJGE201403014

# 考虑自相关函数影响的边坡可靠度分析

蒋水华<sup>1, 2</sup>, 李典庆<sup>1, 2\*</sup>, 周创兵<sup>1, 2</sup>, 方国光<sup>1, 2</sup>

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 自相关函数是表征岩土体参数空间变异性的重要参数, 不同自相关函数对边坡可靠度影响程度还缺乏定量地评价。给出了基于乔列斯基分解中点法的相关非高斯随机场模拟步骤, 统计了抗剪强度参数自相关长度的取值范围。在考虑土体抗剪强度参数间互相关性、变异性、黏聚力和内摩擦角取不同波动范围的基础上, 以摩擦/黏性土坡可靠度问题为例研究了常用的5种自相关函数对边坡可靠度的影响。结果表明: 基于乔列斯基分解中点法的相关非高斯随机场模拟计算过程简便, 容易编程实现, 可模拟任意几何形状的随机场分布, 具有较高的计算精度和效率。在参数负相关性和垂直波动范围较大、变异性较小时, 不同自相关函数得到的边坡可靠度结果差别较明显。当黏聚力和内摩擦角的垂直波动范围不同时, 不同自相关函数对边坡可靠度的影响非常显著。高斯型、二阶自回归型和指数余弦型自相关函数产生的随机场分布光滑度和连续性较好, 较为符合实际情况, 它们能够有效地描述土体参数的空间自相关性。由这三种自相关函数计算得到的边坡可靠度结果偏小。基于指数型自相关函数的随机场分布波动性较大, 连续性较差, 计算的边坡可靠度偏大。

**关键词:** 边坡; 可靠度; 空间变异性; 自相关函数; 乔列斯基分解

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)03-0508-11

作者简介: 蒋水华(1987-), 男, 江西九江人, 博士研究生, 主要从事岩土工程可靠度和风险控制方面的研究。E-mail: jiangshuihua-2008@163.com。

## Slope reliability analysis considering effect of autocorrelation functions

JIANG Shui-hua<sup>1, 2</sup>, LI Dian-qing<sup>1, 2</sup>, ZHOU Chuang-bing<sup>1, 2</sup>, PHOON Kok-kwang<sup>1, 2</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Key

Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** The autocorrelation function (ACF) is a prerequisite for properly characterizing the spatial variability of soil properties. The effect of different types of ACFs on the slope reliability has not been qualitatively evaluated. A procedure for simulating correlated non-Gaussian random fields based on the Cholesky decomposition technique with midpoint discretization is proposed. The typical ranges of autocorrelation length of shear strength parameters of soils are summarized. An example of reliability analysis of frictional/cohesive soil slope is then presented to investigate the effect of five common types of ACFs for the geostatistical analysis on the slope reliability. The influence of cross-correlation, variability of soil properties and different scales of fluctuation of the cohesion and friction angle are taken into account, respectively. The results indicate that the proposed method is computationally simple and easily implementable for simulating the correlated non-Gaussian random fields with any geometry, and it can effectively evaluate the slope reliability with a sufficient accuracy. The differences in the slope reliability underlying five types of ACFs are more obvious when the negative cross-correlation and vertical scales of fluctuation become stronger, and the variability of soil properties becomes smaller, respectively. These differences become very significant when the cohesion and friction angle take different vertical scales of fluctuation. Additionally, the target random fields are very smooth and the slope reliability is underestimated underlying the square exponential, second-order autoregressive or cosine exponential ACFs, and they may account for the spatially correlated soil properties more realistically. In contrast, the target random field is a roughly varying field and the slope reliability is overestimated underlying the exponential ACF.

**Key words:** slope; reliability; spatial variability; autocorrelation function; Cholesky decomposition

## 0 引言

天然土体由于沉积和后沉积过程、荷载历史条件、

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(51225903); 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2011CB013506); 国家自然科学基金项目(51329901)

收稿日期: 2013-07-15

\*通讯作者

物理风化过程(侵蚀、温度改变、冰冻和融合)和化学风化过程以及自然搬运等作用, 导致土体物理力学参数呈现出空间变异性, 大量研究表明, 空间任意两点土体特性间存在着自相关性, 且这种自相关性随着两点距离的增加而减弱。实际岩土工程中现场试验数据十分有限, 基于这些数据很难建立表征土体参数空间自相关性的自相关函数, 一般采用理论自相关函数来近似代替真实的自相关函数, 常用的自相关函数有指型、高斯型、二阶自回归型、指数余弦型和三角型等自相关函数<sup>[1-2]</sup>。理论自相关函数也常用于拟合确定土体参数的波动范围或自相关距离<sup>[3]</sup>。可见自相关函数的选择是模拟土体空间变异性基础, 这将进一步影响到边坡可靠度分析结果。如 Kasama 等<sup>[4]</sup>明确指出需要考虑不同自相关函数对地基承载力变异性的影响。遗憾的是, 大量随机场在岩土工程中应用研究都基于假定的理论自相关函数进行随机分析。为简化计算, 通常采用指型自相关函数表征土体参数的空间自相关性。目前有关自相关函数类型对可靠度影响方面研究几乎无人涉及, 目前仅有 Li 等<sup>[1]</sup>和 Yang 等<sup>[5]</sup>研究了考虑波动范围变化时自相关函数对边坡和结构可靠度的影响。Li 等<sup>[1]</sup>认为边坡可靠度对自相关函数形式不敏感。然而在考虑土体参数变异性互相关性变化, 以及土体参数如黏聚力和内摩擦角具有不同波动范围时, 自相关函数类型对边坡可靠度的影响程度还缺乏系统地研究。此外, 基于常用的指型自相关函数的边坡可靠度计算结果是否一定合理也缺少理论依据。

另一方面, 土体参数大多数是非高斯分布, 相互之间还存在着一定的互相关关系<sup>[6-11]</sup>, 如土体黏聚力与内摩擦角, 孔隙比与含水率, 饱和渗透系数与土水特征曲线参数等。因此, 需要采用相关非高斯随机场模拟土体参数空间变异性。目前有关相关非高斯随机场的模拟研究的相对较少, 有些学者提出采用局部平均法、快速傅里叶变换和级数展开等方法模拟相关非高斯随机场。这些方法中, 局部平均和快速傅里叶变换方法计算过程较为复杂, 需要编程实现, 不易为工程设计人员掌握; 级数展开方法<sup>[7-11]</sup>需要求解 Fredholm 积分方程的特征解, 一般都需要编程实现, 而且当考虑参数间互相关性时计算量很大。与上述 3 种方法相比, 基于乔列斯基分解(Cholesky Decomposition, CD)的中点法<sup>[4, 12-16]</sup>计算过程简单, 便于编程实现, 容易为工程师们所接受, 目前在考虑参数空间变异性岩土工程可靠度分析中得到了广泛的应用。如 Kasama 等<sup>[4]</sup>、Kasama 等<sup>[12]</sup>采用基于乔列斯基分解的中点法研究了不排水抗剪强度和重度的空间变异性

对条形地基承载力的影响。Haldar 等<sup>[13]</sup>采用该方法研究了不排水抗剪强度空间变异性对横向承载桩承载力的影响。Srivastava 等<sup>[14]</sup>将该方法用于研究渗透系数空间变异性对边坡渗流与稳定性的影响。Suchomel 等<sup>[15]</sup>采用该方法探讨了抗剪强度参数空间变异性对挪威 Lodalen 滑坡的影响。Wu 等<sup>[16]</sup>也将该方法用于深基坑开挖可靠度分析。然而目前该方法大都仅局限于模拟单参数随机场, 不能有效地模拟考虑具有不同波动范围的多参数相关非高斯随机场。

本文采用基于乔列斯基分解的中点法模拟相关非高斯随机场, 以摩擦/黏性土坡为例系统地研究了自相关函数类型对边坡可靠度的影响。同时, 统计了国内外有关土体抗剪强度参数自相关长度的取值范围, 为抗剪强度参数空间变异性分析中自相关长度的取值提供参考依据。

## 1 相关非高斯随机场模拟方法

### 1.1 自相关函数

土体参数空间变异性分析时常采用自相关函数描述随机场计算区域内任意两个不同空间位置处土体参数间的自相关性。当有大量的现场试验数据时, 任意位置  $Q_i$  处参数随机场特性值  $H(x_i, y_i)$  和  $Q_j$  处  $H(x_j, y_j)$  间的自相关系数定义为<sup>[16-17]</sup>

$$\rho[H(x_i, y_i), H(x_j, y_j)] = \frac{\text{COV}(H(x_i, y_i), H(x_j, y_j))}{\sqrt{\text{Var}[H(x_i, y_i)]} \cdot \sqrt{\text{Var}[H(x_j, y_j)]}} \quad (1)$$

式中,  $Q_i=(x_i, y_i)$  和  $Q_j=(x_j, y_j)$  分别为随机场第  $i$  和  $j$  个单元网格的中心点坐标, 其中  $i, j=1, 2, \dots, n_e$ ,  $n_e$  为网格数目;  $\text{COV}(\cdot)$  和  $\text{Var}(\cdot)$  分别是协方差和方差函数。与大多数文献一样<sup>[4, 12-15]</sup>, 假定随机场遵循平稳假设或者准平稳假设, 即参数均值和方差与随机场空间位置无关, 并且自相关函数只与空间两点间的相对距离有关, 与两点绝对位置坐标无关。由于实际工程中的现场实测数据十分有限, 一般采用理论自相关函数描述土体参数空间自相关性。岩土工程中常用的 5 种理论自相关函数表达式及其参数转换关系如表 1 所示。表中  $\tau_x$  和  $\tau_y$  分别为空间任意两点间的水平和垂直方向相对距离,  $\tau_x=|x_i-x_j|$  和  $\tau_y=|y_i-y_j|$ ,  $a, b, c, d$  和  $e$  均为自相关函数计算参数即自相关距离,  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别为水平和垂直方向的波动范围, 用于表征土体参数空间自相关程度的大小, 波动范围越大, 表示参数的空间自相关程度越强。对于指型自相关函数而言, 波动范围  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别为自相关距离  $\theta_h$  和  $\theta_v$  的 2 倍。鉴于土体

参数自相关长度(波动范围或自相关距离)大小对准确描述参数空间自相关性具有重要的作用,本文在文献[17~19]的基础上,进一步收集了国内外文献有关抗剪强度参数自相关长度的取值,如表2所示。根据统计结果可知,黏性土抗剪强度参数水平波动范围约为10~62 m,垂直波动范围约为0.1~8.0 m;无黏性土(砂土、粉土)水平波动范围约为35~75 m,垂直波动范围约为0.1~3.0 m。

通过比较可知,当空间任意两点间的相对距离小于1.5倍的波动范围时,上述5种自相关函数间差别较大,相对距离大于1.5倍的波动范围时差别不明显。此外,指型自相关函数计算较简便,在局部平均法、K-L级数展开方法<sup>[8-9, 11]</sup>和中点法<sup>[4, 12-16]</sup>等方法模拟土体空间变异性中较多采用;高斯型自相关函数<sup>[7, 10]</sup>一般在级数展开方法中采用较多,与指型自相关函数相比,高斯型自相关函数的连续性和平稳性更好,并且是一个连续可微函数,在离散变量数目相同情况下,基于高斯型自相关函数的随机场离散误差更小。与指型和高斯型自相关函数相比,二阶自回归型和三角型自相关函数应用较少,程强等<sup>[2]</sup>采用三角型自相关函数模拟了中国十几个省市300多个土层的波动范围。由于指余弦型自相关函数在土体参数样本曲线全段上具有较好的拟合性能,它在拟合现场试验数据统计波动范围方面应用较多,如徐斌等<sup>[3]</sup>对100多条静探曲线进行拟合,得到的自相关函数拟合曲线均为指余弦型。

## 1.2 相关非高斯随机场模拟

在考虑土体参数空间变异性边坡可靠度分析中,由于土体参数大多服从非高斯分布,且参数间存

在一定的相关性,因此需要采用相关非高斯随机场来考虑土体参数间的互相关性和土体参数本身的自相关性。不同土体参数间的互相关性一般采用互相关系数矩阵  $\mathbf{R}$  表示,  $\mathbf{R}=(\rho_{ij})_{m \times m}$ ,  $m$  为参数随机场数目,  $\rho_{ij}$  表示原始空间中参数间互相关系数。此外,采用自相关函数矩阵  $(\sum_{\chi \cdot \chi}^{NG})$  描述随机场计算区域内空间任意两点参数间的自相关性,土体参数原始空间中自相关系数直接可由理论自相关函数计算:

$$(\sum_{\chi \cdot \chi}^{NG})_{i,j} = \rho(\tau_x, \tau_y) \quad (2)$$

式中  $\chi = \{\chi = H(x_i, y_i)\}$  为计算区域内任意点  $i$  处的参数随机场特性值,  $i=1, 2, \dots, n_e$ ;  $(\sum_{\chi \cdot \chi}^{NG})$  是一维度为  $n_e \times n_e$  的原始空间自相关系数矩阵。一般已知的是土体参数随机场在原始空间中的互相关系数和自相关系数。而随机场模拟过程中一般是先模拟标准高斯随机场,再通过相应的变换生成相关非高斯随机场。随机场变换过程中相关系数矩阵分解均在标准正态空间中进行,由于不同空间间的变量等概率变换是一个非线性变换过程,变换过程中参数间相关系数会发生变化,故需要计算标准正态空间中的等效相关系数<sup>[8, 10]</sup>。等效相关系数与原相关系数间关系如下:

$$\begin{cases} \rho_{0i,j} = \omega_{i,j} \cdot \rho_{i,j} & (i, j = c, \varphi) \\ (\sum_{\chi \cdot \chi}^{NG})_{i,j} = k_{i,j} \cdot (\sum_{\chi \cdot \chi}^{NG})_{i,j} & (i, j = 1, 2, \dots, n_e) \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\rho_{0i,j}$  和  $(\sum_{\chi \cdot \chi}^{NG})_{i,j}$  分别表示标准正态空间中等效互相关系数和自相关系数;  $\omega_{i,j}$  和  $k_{i,j}$  分别为相应的修正系数。以服从对数正态分布的黏聚力和内摩擦角随机场为例,由  $\rho_{i,j}$  求解等效互相关系数  $\rho_{0i,j}$  的计算公式<sup>[8]</sup>为

表1 岩土工程中常用的自相关函数

Table 1 Commonly used autocorrelation functions in geotechnical engineering

类型	一维自相关函数 $\rho(\tau)$	波动范围	二维自相关函数 $\rho(\tau_x, \tau_y)$
指型 (SNX)	$\rho(\tau) = \exp(-\tau/a)$	$\delta = 2a$	$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp\left[-2\left(\frac{\tau_x}{\delta_h} + \frac{\tau_y}{\delta_v}\right)\right]$
高斯型 (SQX)	$\rho(\tau) = \exp[-(\tau/b)^2]$	$\delta = \sqrt{\pi}b$	$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp\left[-\pi\left(\frac{\tau_x^2}{\delta_h^2} + \frac{\tau_y^2}{\delta_v^2}\right)\right]$
二阶自回归型 (CSX)	$\rho(\tau) = \exp(-\tau/c)(1+\tau/c)$	$\delta = 4c$	$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp\left[-4\left(\frac{\tau_x}{\delta_h} + \frac{\tau_y}{\delta_v}\right)\right]\left(1 + \frac{4\tau_x}{\delta_h}\right)\left(1 + \frac{4\tau_y}{\delta_v}\right)$
指余弦型 (SMK)	$\rho(\tau) = \exp(-\tau/d)\cos(\tau/d)$	$\delta = d$	$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp\left[-\left(\frac{\tau_x}{\delta_h} + \frac{\tau_y}{\delta_v}\right)\right]\cos\left(\frac{\tau_x}{\delta_h}\right)\cos\left(\frac{\tau_y}{\delta_v}\right)$
三角型 (BIN)	$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 - \tau/e & \text{for } \tau \leq e \\ 0 & \text{for } \tau \geq e \end{cases}$	$\delta = e$	$\rho(\tau_x, \tau_y) = \left(1 - \frac{\tau_x}{\delta_h}\right)\left(1 - \frac{\tau_y}{\delta_v}\right) \text{ for } \tau_x \leq \delta_h \text{ and } \tau_y \leq \delta_v$

表 2 土体抗剪强度参数自相关长度  
Table 2 Summary of autocorrelation lengths for shear strength parameters of soils

抗剪强度参数	土的种类	自相关函数	自相关长度/m		来源
			水平方向	垂直方向	
$S_u$	加拿大深层沉积黏土	—	$\delta_h = 46$	$\delta_v = 5.0$	Vanmarcke <sup>[20]</sup>
$S_u$	黏土	SQX	$\theta_h = 92.4$	$\theta_v = 1.19 \sim 1.23$	Ronold <sup>[21]</sup>
$S_u$	海洋沉积软土	SNX, SQX	—	$\theta_v = 1.41 \sim 1.5$	DeGroot 等 <sup>[22]</sup>
$S_u$	黏土	—	$\delta_h = 46 \sim 60$	$\delta_v = 2.0 \sim 6.2$	Phoon 等 <sup>[18]</sup>
$c, \varphi$	海洋沉积土	SNX	$\delta_h = 10 \sim 40$	$\delta_v = 0.5 \sim 3.0$	Suchomel 等 <sup>[15]</sup>
$c, \varphi$	上海粉质黏土	SNX, SMK	—	$\delta_v = 0.31 \sim 0.47$	高大钊 <sup>[23]</sup>
$S_u$	砂土	SNX, SMK,	—	$\theta_v = 0.1 \sim 1.0$	
$S_u$	黏土	BIN	—	$\theta_v = 0.1 \sim 1.8$	程强等 <sup>[2]</sup>
$S_u$	软土		—	$\theta_v = 0.2 \sim 2.0$	
$c, \varphi$	一般黏土	—	$\delta_h > 30$	$\delta_v = 0.2 \sim 3.0$	冷伍明 <sup>[24]</sup>
$c, \varphi$	太原粉质黏土		$\delta_h = 36 \sim 41.7$	$\delta_v = 0.35 \sim 0.58$	
$c, \varphi$	太原粉土	SNX	$\delta_h = 41.5 \sim 45.5$	$\delta_v = 0.54 \sim 0.92$	李小勇等 <sup>[25]</sup>
$c, \varphi$	杭州粉质黏土		$\delta_h = 40.4 \sim 45.4$	$\delta_v = 0.52 \sim 0.75$	
$c, \varphi$	杭州黏土		—	$\delta_v = 0.5 \sim 0.77$	
$c, \varphi$	延安粉质黏土	—	—	$\delta_v = 1.44 \sim 2.06$	
$c, \varphi$	绛帐粉质黏土	—	—	$\delta_v = 2.27 \sim 2.96$	
$c, \varphi$	潼关粉土	—	—	$\delta_v = 1.2 \sim 4.64$	谢桂华 <sup>[26]</sup>
$c, \varphi$	扬州黏土	—	—	$\delta_v = 0.25 \sim 2.3$	
$S_u$	芝加哥黏土	—	—	$\delta_v = 1.25$	
$S_u$	日本饱和黏土	—	—	$\delta_v = 1.25 \sim 2.86$	
$S_u$	天津黏土	—	$\delta_h = 6.53 \sim 14.83$	$\delta_v = 0.1 \sim 1.0$	闫澍旺等 <sup>[27]</sup>
$S_u, c, \varphi$	洪、冲积土	SNX	$\delta_h = 30 \sim 49$	$\delta_v = 0.2 \sim 0.9$	
$S_u, c, \varphi$	海洋、湖泊沉积土	SNX	$\delta_h = 40 \sim 80$	$\delta_v = 1.3 \sim 8.0$	吴振君等 <sup>[28]</sup>
$S_u, c, \varphi$	冰碛土	SNX	—	$\delta_v = 2.0$	
$S_u, c, \varphi$	风积土	SNX	—	$\delta_v = 1.2 \sim 7.2$	
$S_u$	黏土	SNX	—	$\delta_v = 0.25 \sim 2.5$	Hicks 等 <sup>[29]</sup>
$S_u, c, \varphi$	黏土	—	$\delta_h = 10 \sim 62$	$\delta_v = 1.3 \sim 4$	Salgado 等 <sup>[17]</sup>
$S_u, c, \varphi$	砂土	—	$\delta_h = 35 \sim 75$	$\delta_v = 2.2 \sim 3.0$	Salgado 等 <sup>[17]</sup>
$S_u, c, \varphi$	黏土	SNX	$\theta_h = 10 \sim 40$	$\theta_v = 1 \sim 3.0$	El-Ramly 等 <sup>[19]</sup>
$S_u$	淤泥质黏土	SNX	—	$\delta_v = 0.2 \sim 8.0$	Haldar 等 <sup>[30]</sup>
$c, \varphi$	黏土	SNX	$\theta_h = 5 \sim 30$	$\theta_v = 1 \sim 10$	Cho 等 <sup>[8]</sup>
$c, \varphi$	黏土	SNX	$\theta_h = 20 \sim 40$	$\theta_v = 2.0 \sim 4.0$	Cho <sup>[9]</sup>
$c, \varphi$	黏土	SQX	$\theta_h = 2 \sim 50$	$\theta_v = 0.5 \sim 8.0$	Al-Bittar 等 <sup>[10]</sup>
$c, \varphi$	原位黏土	SNX	$\theta_h = 15 \sim 30$	$\theta_v = 0.5 \sim 3.0$	Ji 等 <sup>[31]</sup>

注:  $S_u, c, \varphi$  分别表示土体不排水抗剪强度、黏聚力和内摩擦角;  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别为水平和垂直方向波动范围;  $\theta_h$  和  $\theta_v$  分别为水平和垂直方向自相关距离。

$$\rho_{0i,j} = \frac{\ln(\rho_{i,j} \cdot \text{COV}_c \cdot \text{COV}_\varphi + 1)}{\sqrt{\ln(1 + \text{COV}_c^2)} \sqrt{\ln(1 + \text{COV}_\varphi^2)}} \quad , \quad (4)$$

式中,  $\text{COV}_c$  和  $\text{COV}_\varphi$  分别为黏聚力和内摩擦角的变异系数。根据文献[8]可知, 等效自相关系数与原始自相

关系数间差别对计算结果影响较小, 可忽略不计。为简化计算, 本文也假定空间变换时参数自相关系数保持不变, 即修正系数  $k_{ij}=1$ 。

下面以黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  相关非高斯随机场模拟为例, 简要介绍基于乔列斯基分解的中点法计算步骤。与独立标准正态随机向量生成独立标准高斯随机场类似, 需要以相关标准正态随机向量生成相关标准高斯随机场<sup>[7-8]</sup>。首先建立一个相关标准正态随机样本矩阵, 可通过随机模拟产生一组独立标准正态随机样本矩阵  $\xi$ ,  $\xi=\{\xi_c, \xi_\varphi\}$ ,  $\xi_c=\{\xi_c^1, \xi_c^2, \dots, \xi_c^{n_c}\}$ ,  $\xi_\varphi=\{\xi_\varphi^1, \xi_\varphi^2, \dots, \xi_\varphi^{n_\varphi}\}$ 。鉴于拉丁超立方样本具有较好的一维投影和均匀分层分布特性, 而且可均匀地覆盖到概率分布的上下限值, 本文采用拉丁超立方样本<sup>[7]</sup>构成独立标准正态随机样本矩阵  $\xi$ ; 然后对标准正态空间等效互相关系数矩阵  $\mathbf{R}_0=(\rho_{0i,j})_{m \times m}$  进行乔列斯基分解,  $\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_1^T = \mathbf{R}_0$ , 得到下三角矩阵  $\mathbf{L}_1$ , 与样本矩阵  $\xi$  相乘,  $\boldsymbol{\chi}^D = \xi \cdot \mathbf{L}_1^T$ , 得到相关标准正态随机样本矩阵  $\boldsymbol{\chi}^D = \{\boldsymbol{\chi}_c^D, \boldsymbol{\chi}_\varphi^D\}$ ; 再对自相关系数矩阵  $(\sum_{\chi, \chi}^G)$  进行乔列斯基分解,  $\mathbf{L}_2 \mathbf{L}_2^T = (\sum_{\chi, \chi}^G)$ , 得到另一下三角矩阵  $\mathbf{L}_2$ 。采用下式可得相关标准高斯随机场  $\mathbf{H}_i^D(x, y)$ :

$$\mathbf{H}_i^D(x, y) = \mathbf{L}_2 \cdot \boldsymbol{\chi}^D = \mathbf{L}_2 \cdot \xi \cdot \mathbf{L}_1^T \quad x, y \in \Omega \quad (i = c, \varphi), \quad (5)$$

最后, 通过等概率变换方法将相关标准高斯随机场  $\mathbf{H}_i^D(x, y)$  转换为相关非高斯随机场  $\mathbf{H}_i(x, y)$ :

$$\mathbf{H}_i(x, y) = G_i^{-1} \{ \Phi [\mathbf{H}_i^D(x, y)] \} \quad x, y \in \Omega \quad (i = c, \varphi), \quad (6)$$

式中,  $G_i^{-1}(\cdot)$  为非高斯分布边缘累积分布的逆函数,  $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布累积分布函数。如对相关标准高斯随机场取指数, 便可得到黏聚力和内摩擦角的相关对数正态随机场:

$$\mathbf{H}_i(x, y) = \exp(\mu_{\ln i} + \sigma_{\ln i} \cdot \mathbf{H}_i^D(x, y)). \quad (7)$$

式中  $\sigma_{\ln i} = \sqrt{\ln(1 + (\sigma_i/\mu_i)^2)}$ ,  $\mu_{\ln i} = \ln \mu_i - \sigma_{\ln i}^2/2$ ;  $\mu_i$  和  $\sigma_i$  分别为对数正态变量  $i$  的均值和标准差;  $\mu_{\ln i}$  和  $\sigma_{\ln i}$  分别为相应正态变量  $\ln i$  的均值和标准差。

该方法模拟相关非高斯随机场计算过程较简单, 并且离散得到的随机变量数目恰好等于随机场单元网格数目, 物理意义直观, 容易为工程师们所接受。为便于读者应用该方法, 附录 A 中给出了上述方法的计算源程序。需要指出的是, 采用以上类似步骤可以实现任意多个具有相同波动范围的相关非高斯参数随机场的离散, 还可以有效地模拟任意多个具有不同波动范围独立非高斯参数随机场。

## 2 摩擦/黏性土坡可靠度分析

下面以文献[9]的均质摩擦/黏性土坡为例来验证

本文方法的有效性, 边坡计算模型和土体参数统计特征与文献[9]相同。边坡计算模型及随机场网格剖分如图 1 所示, 坡高为 10 m, 坡度为 1:1, 共剖分了 1190 个边长为 0.5 m 的四边形单元和坡面附近过渡区 20 个三角形单元。土体参数统计值如表 3 所示, 黏聚力  $c$  与内摩擦角  $\varphi$  为对数正态分布, 采用指数型自相关函数模拟抗剪强度参数的空间自相关性, 水平和垂直方向波动范围  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别为 40 m 和 4.0 m, 黏聚力与内摩擦角间互相关系数  $\rho_{c,\varphi} = -0.5$ 。采用 Geostudio 软件中 Slope/W 模块自动搜索滑面, 边坡安全系数计算方法为简化毕肖普法 (Bishop)。最危险滑动面位置如图 1 中黑线所示, 各参数取均值计算得到安全系数  $F_s$  为 1.208, 与文献[9]中简化毕肖普法<sup>[32]</sup>计算的安全系数 1.204 基本一致。

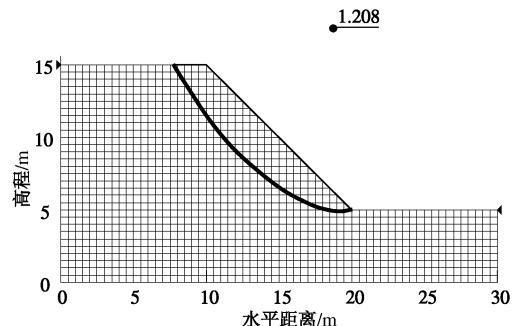


图 1 边坡稳定性计算模型及结果 ( $F_s=1.208$ )

Fig. 1 Slope stability model and corresponding results

采用基于乔列斯基分解的中点法模拟随机场, 采用拉丁超立方抽样 (LHS) 产生独立标准正态随机样本矩阵  $\xi$ , 抽样次数考虑了  $10^3$  和  $10^4$  两种情况。文献[9]采用 150 项 K-L 级数展开方法离散土体抗剪强度参数  $c$  与  $\varphi$  随机场, 通过  $5 \times 10^4$  次 MCS 抽样计算边坡可靠度。本文方法与文献[9]计算结果如表 4 所示。可以看出, 对于 3 种不同的波动范围, 两种方法计算的安全系数均值、标准差和变异系数基本上相同, 边坡失效概率和可靠指标相差也较小。如将本文方法 ( $10^4$  次 LHS) 和文献[9]方法的结果视为精确解, 本文方法

( $10^3$  次 LHS) 计算的可靠指标与精确解之间的相对误差如表 4 所示, 均小于 5%。如当  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别等于 40 m 和 4.0 m 时, 本文方法 ( $10^3$  次 LHS) 与本文方法 ( $10^4$  次 LHS) 和文献[9]方法之间的相对误差分别为 4.21% 和 0.98%。说明基于乔列斯基分解的中点法能够有效地模拟相关非高斯参数随机场, 在边坡可靠度分析方面, 本文方法具有较好的计算精度和效率。本文方法 ( $10^4$  次 LHS) 和文献[9]方法的结果间微小差别可能是由于边坡稳定性分析的简化毕肖普法计算程序的微小差别所致, 也可能由随机场计算网格划分的差异所致。



表 3 土体参数统计特性

Table 3 Statistics of soil parameters

土体参数	均值	变异系数	分布类型	波动范围	相关系数
$c/\text{kPa}$	10	0.3	对数正态	$\delta_h=40 \text{ m}$ $\delta_v=4.0 \text{ m}$	$\rho_{c,\varphi} = -0.5$
$\varphi/(\circ)$	30	0.2			
$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	20	—			

表 4 不同方法计算的边坡可靠度结果的比较

Table 4 Comparison of reliability analysis results

计算方法	$\delta_h/\text{m}$	$\delta_v/\text{m}$	均值 $\mu_{F_s}$	标准差 $\sigma_{F_s}$	变异系数 $\delta_{F_s}$	失效概率 $P_f$	可靠指标 $\beta$	相对误差 $\varepsilon/\%$
本文方法 ( $10^3$ 次 LHS)			1.184	0.102	0.086	$1.80 \times 10^{-2}$	2.097	0
本文方法 ( $10^4$ LHS)	40	4.0	1.184	0.103	0.087	$2.21 \times 10^{-2}$	2.012	4.21
文献[9]方法			1.199	0.106	0.088	$1.71 \times 10^{-2}$	2.118	0.98
本文方法 ( $10^3$ LHS)			1.190	0.122	0.103	$4.20 \times 10^{-2}$	1.728	0
本文方法 ( $10^4$ LHS)	40	8.0	1.189	0.123	0.103	$4.15 \times 10^{-2}$	1.734	0.32
文献[9]方法			1.202	0.126	0.105	$3.70 \times 10^{-2}$	1.787	3.28
本文方法 ( $10^3$ LHS)			1.185	0.103	0.087	$2.10 \times 10^{-2}$	2.034	0
本文方法 ( $10^4$ LHS)	80	4.0	1.185	0.105	0.089	$2.38 \times 10^{-2}$	1.981	2.66
文献[9]方法			1.200	0.109	0.091	$1.91 \times 10^{-2}$	2.073	1.89

下面采用基于乔列斯基分解的中点法分析常用五种理论自相关函数(依次为指型型、高斯型、二阶自回归型、指数余弦型和三角型)对边坡可靠度的影响。同时考虑抗剪强度参数互相关性、变异性以及不同波动范围的影响, 其中互相关系数  $\rho_{c,\varphi}$  变化范围取为  $[-0.7, 0.5]$ ,  $c$  与  $\varphi$  的变异系数  $\text{COV}_c$  和  $\text{COV}_\varphi$  变化范围分别为  $[0.1, 0.7]$  和  $[0.05, 0.2]$ , 这些统计参数变化范围均在文献[9, 18]给出的范围内。此外, 初步探讨  $c$  与  $\varphi$  相互独立时,  $c$  与  $\varphi$  的波动范围取不同值时自相关函数对边坡可靠度的影响。根据表 2 波动范围的统计结果, 抗剪强度参数水平和垂直方向波动范围变化范围  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别取为  $[40 \text{ m}, 60 \text{ m}]$  和  $[1.0 \text{ m}, 6.0 \text{ m}]$ 。在进行参数敏感性分析时, 假定某一参数发生变化, 其余参数保持不变, 即等于参考值 ( $\rho_{c,\varphi}=0$ ;  $\text{COV}_c=0.3$ ,  $\text{COV}_\varphi=0.2$ ;  $\delta_h=40 \text{ m}$ ,  $\delta_v=4.0 \text{ m}$ )。此外, 根据 Tabarroki 等<sup>[33]</sup>研究可知, 基于圆弧滑面的简化毕肖普法<sup>[32]</sup>可能难以有效地考虑空间变异性对边坡安全系数的影响, 严格摩根斯坦普莱斯方法和有限元方法<sup>[34]</sup>能够更为合理地考虑空间变异性对边坡安全系数的影响。为此, 基于 SLOPE/W 模块自动搜索滑面, 采用摩根斯坦普莱斯方法计算边坡安全系数。

图 2 给出了不同互相关系数时的边坡可靠度结

果。可以看出, 边坡可靠指标随着  $c$  与  $\varphi$  随机场间互相关系数的增加而减小。当  $c$  与  $\varphi$  间具有强负相关性时, 不同自相关函数计算的边坡可靠指标存在一定的差别; 当  $c$  与  $\varphi$  间具有强正相关性时, 这种差别较小。指型型和三角型自相关函数计算的边坡可靠指标偏大, 而高斯型、二阶自回归型和指数余弦型自相关函数得到的边坡可靠指标偏小, 总体来说, 不同自相关函数计算的可靠指标间差别较小。如当  $\rho_{c,\varphi}=-0.7$  时, 指型型、高斯型、二阶自回归型、指数余弦型和三角型自相关函数得到的边坡可靠指标分别为 2.46, 2.20, 2.20, 2.23 和 2.41。由上述分析可以看出, 常用的指型型自相关函数在  $c$  与  $\varphi$  间负相关性较强时可能高估边坡可靠度水平。

图 3 仅给出了指型型和高斯型自相关函数模拟得到的黏聚力和内摩擦角随机场的一次典型实现, 图中还给出了最危险滑动面位置。参数波动范围  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别取为  $40 \text{ m}$  和  $4.0 \text{ m}$ , 互相关系数  $\rho_{c,\varphi}=-0.5$ , 深色部分表示土体抗剪强度较大的区域。由图 3 可知,  $c$  与  $\varphi$  随机场分布呈现出明显的负相关关系。此外, 基于高斯型和二阶自回归型自相关函数的  $c$  与  $\varphi$  随机场分布光滑度和连续性最好, 其次为指数余弦型和三角型, 而由指型型自相关函数得到的随机场分布波动性较

大, 连续性较差。

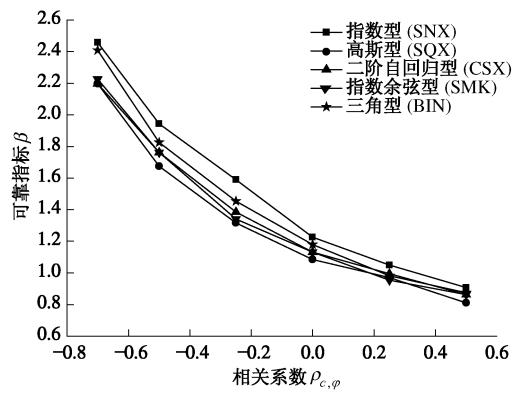


图 2 边坡可靠度随黏聚力和内摩擦角间相关系数变化关系  
Fig. 2 Change of reliability index with correlation coefficient between cohesion and friction angle

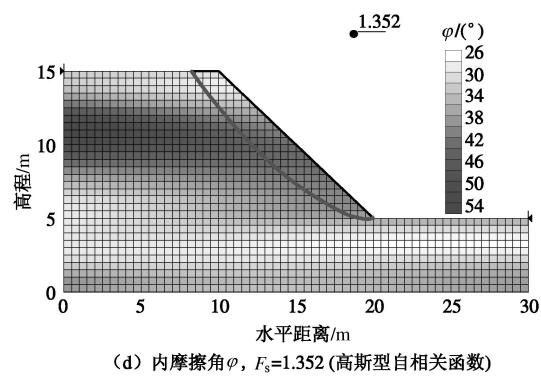
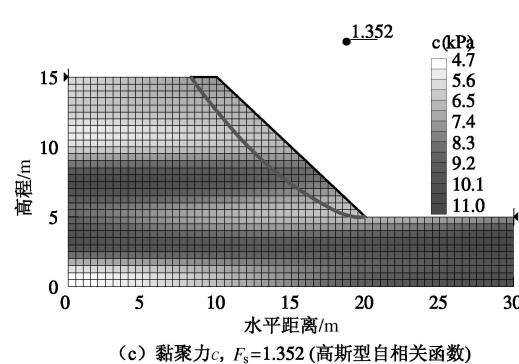
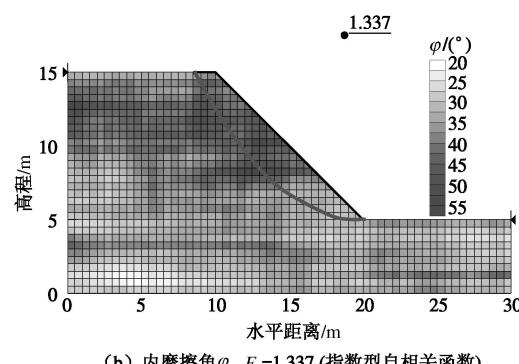
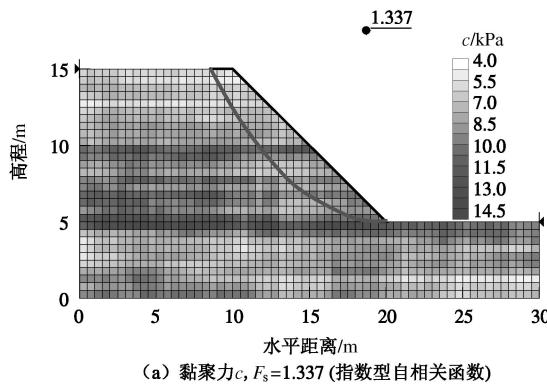


图 3 土体抗剪强度参数随机场的典型实现

Fig. 3 Typical realization of random fields of shear strength parameters

图 4 (a) 和 (b) 分别给出了边坡可靠度随黏聚力和内摩擦角变异系数变化的关系曲线。边坡可靠度随参数变异系数的增加而显著减小。不同自相关函数对边坡可靠度也有着一定的影响。与图 2 一样, 由高斯型、二阶自回归型、指数余弦型自相关函数得到的边坡可靠指标偏小, 且相互间差别较小。指数型自相关函数计算结果明显大于其它自相关函数的结果。并且当参数变异系数较小时, 边坡可靠度差别更为明显。如内摩擦角变异系数  $COV_\varphi$  为 0.05 时, 5 种自相关函数得到的可靠指标依次分别为 2.75, 2.51, 2.65, 2.46 和 2.58。

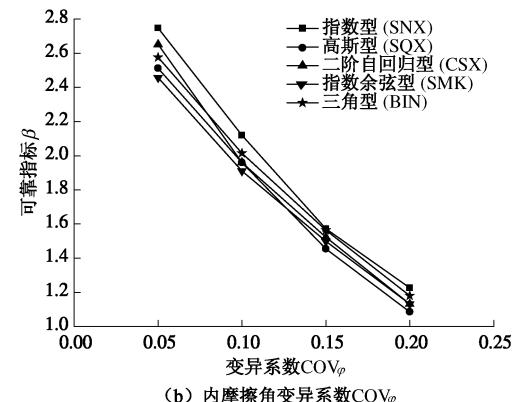
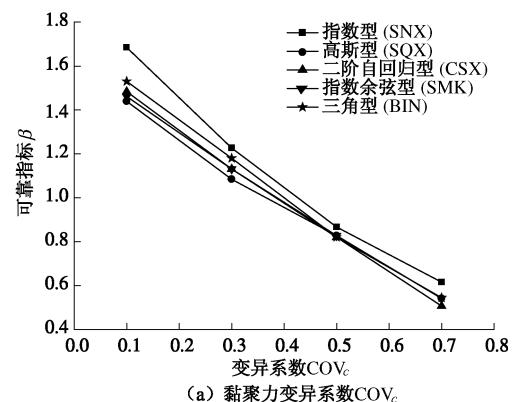


图 4 边坡可靠度随变异系数的变化关系

Fig. 4 Change of reliability index with coefficients of variation of cohesion and friction angle

相比垂直波动范围而言, 边坡可靠指标随水平波动范围变化很小<sup>[31]</sup>, 故图5只比较了不同垂直波动范围时的边坡可靠指标。可见边坡可靠指标随垂直波动范围的增加而明显减小。这是因为参数波动范围较大时, 相应的方差折减函数值较大, 参数点变异性被减少的程度较小。由指类型自相关函数得到的边坡可靠度总体偏大, 高斯型、二阶自回归型、指数余弦型和三角型自相关函数得到的可靠度相差较小。垂直波动范围较小时自相关函数对边坡可靠度影响较小, 垂直波动范围较大时不同自相关函数得到的边坡可靠指标差别更为显著, 这与Li等<sup>[1]</sup>得出的结论相一致。如当垂直波动范围 $\delta_v$ 为2.0 m时, 5种自相关函数计算结果基本相同; 当 $\delta_v$ 为6.0 m时, 指类型与其余4种自相关函数结果有明显差别, 相应的边坡可靠指标依次分别为1.12, 1.02, 1.04, 1.01和1.01。

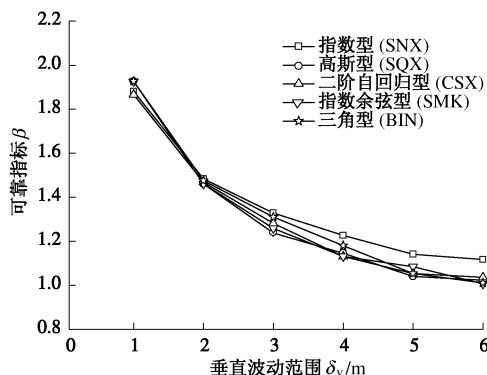
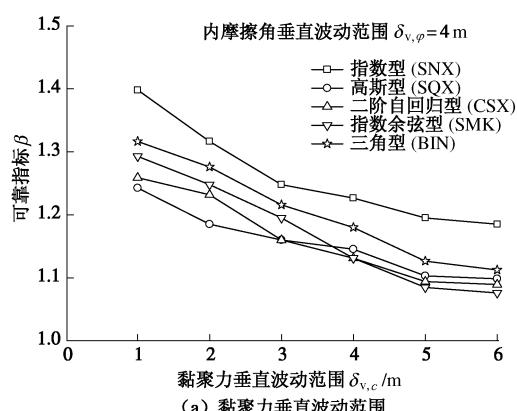


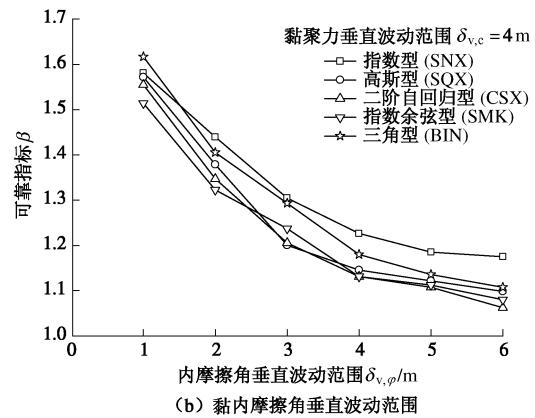
图5 边坡可靠度随垂直波动范围的变化关系

Fig. 5 Change of reliability index with vertical scales of fluctuation

目前有关岩土工程随机场应用方面的研究均假定黏聚力和内摩擦角的水平和垂直波动范围均相同, 没有考虑黏聚力和内摩擦角波动范围不同时的结果。由文献[25]试验结果可知, 不同土性指标和力学指标的水平和垂直方向波动范围存在一定的差别, 这在岩土工程实际统计分析中经常会遇到。为此, 图6给出了黏聚力和内摩擦角取不同垂直波动范围时边坡可靠度结果, 需要指出的是这里仅考虑黏聚力和内摩擦角相互独立的情况。与图5不同的是, 不同自相关函数对



(a) 黏聚力垂直波动范围



(b) 黏内摩擦角垂直波动范围

图6 边坡可靠度随垂直波动范围的变化关系

Fig. 6 Change of reliability index with vertical scales of fluctuation of cohesion and friction angle

边坡可靠度具有明显的影响。指类型自相关函数得到的边坡可靠指标仍然偏大, 其次为三角型自相关函数计算结果, 高斯型、二阶自回归型和指数余弦型自相关函数计算结果偏小。

### 3 结 论

给出了基于乔列斯基分解中点法的相关非高斯随机场的模拟步骤, 编写了基于MATLAB语言的计算源程序, 并进一步统计了抗剪强度参数的自相关长度。在考虑土体抗剪强度参数空间变异性基础上, 研究了常用的5种自相关函数对边坡可靠度的影响。主要结论如下:

(1) 基于乔列斯基分解中点法的相关非高斯随机场模拟计算过程简便, 容易编程实现, 可模拟任意几何形状的随机场分布, 具有较高的计算精度和效率。该方法可以方便地模拟任意多个具有不同波动范围的独立非高斯随机场, 为考虑参数空间变异性的问题提供了一种有效的分析工具。

(2) 高斯型、二阶自回归型和指数余弦型自相关函数产生的随机场分布光滑度和连续性较好, 较为符合实际情况, 它们能够有效地描述土体参数的空间自相关性。并且由这3种自相关函数计算得到的边坡可靠度结果偏小, 从保守的角度看, 是可以接受的。

(3) 与高斯型、二阶自回归型和指数余弦型自相关函数的计算结果相比, 基于指类型自相关函数的随机场分布波动性较大, 连续性较差, 计算的边坡可靠度偏大。在参数负相关性和垂直波动范围较大、变异性较小时, 不同自相关函数得到的边坡可靠度结果差别较明显。指类型自相关函数可能高估17%的可靠指标, 三角型自相关函数计算结果介于它们之间。当黏聚力和内摩擦角的垂直波动范围不同时, 不同自相关函数对边坡可靠度的影响很显著。

(4) 基于乔列斯基分解的中点法模拟随机场时, 每个单元的参数特性值空间变异性离散为一个随机变量来表征, 如果对于有限元单元网格比较密集的小概率边坡可靠度问题, 该方法计算量可能较大。如果随机场参数特性值不位于单元中心点处, 该方法也可能难以足够准确地描述土体空间自相关性, 需进一步改进。

### 参考文献:

- [1] LI K S, LUMB P. Probabilistic design of slopes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1987, **24**(4): 520 – 535.
- [2] 程 强, 罗书学, 高新强. 相关函数法计算相关距离的分析探讨[J]. 岩土力学, 2000, **21**(3): 281 – 283. (CHENG Qiang, LUO Shu-xue, GAO Xin-qiang. Analysis and discuss of calculation of scale of fluctuation using correlation function method[J]. Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(3): 281 – 283. (in Chinese))
- [3] 徐 斌, 王大通, 高大钊. 用相关函数法求静探曲线相关距离的讨论[J]. 岩土力学, 1998, **19**(1): 55 – 58. (XU Bin, WANG Da-tong, GAO Da-zhao. Discussion on determining relative distance of static cone penetration curves by relative function method[J]. Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics, 1998, **19**(1): 55 – 58. (in Chinese))
- [4] KASAMA K, WHITTLE A J, ZEN K. Effect of spatial variability on the bearing capacity of cement-treated ground[J]. Soils and Foundations, 2012, **52**(4): 600 – 619.
- [5] YANG L F, YU B, JU J W. System reliability analysis of spatial variance frames based on random field and stochastic elastic modulus reduction method[J]. Acta Mechanica, 2012, **223**(1): 109-124.
- [6] 唐小松, 李典庆, 周创兵, 等. 不完备概率信息条件下边坡可靠度分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(6): 1027 – 1034. (TANG Xiao-song, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of slopes with incomplete probability information[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(6): 1027 – 1034. (in Chinese))
- [7] 李典庆, 蒋水华, 周创兵, 等. 考虑参数空间变异性的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1413 – 1422. (LI Dian-qing, JIANG Shui-hua, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of slopes considering spatial variability of soil parameters using non-intrusive stochastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1413 – 1422. (in Chinese))
- [8] CHO S E, PARK H C. Effect of spatial variability of cross correlated soil properties on bearing capacity of strip footing[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **34**(1): 1 – 26.
- [9] CHO S E. Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2010, **136**(7): 975 – 984.
- [10] AL-BITTAR T, SOUBRA A H. Bearing capacity of strip footings on spatially random soils using sparse polynomial chaos expansion[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, **37**(13): 2039 – 2060.
- [11] 李典庆, 郭小辉, 周创兵, 等. 考虑参数空间变异性的无限长边坡可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(10): 1799 – 1806. (LI Dian-qing, QI Xiao-hui, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of infinite soil slopes considering spatial variability of soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(10): 1799 – 1806. (in Chinese))
- [12] KASAMA K, WHITTLE A J. Bearing capacity of spatially random cohesive soil using numerical limit analysis[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2011, **137**(11): 989 – 996.
- [13] HALDAR S, SIVAKUMAR BABU G L. Effect of soil spatial variability on the response of laterally loaded pile in undrained clay[J]. Computers and Geotechnics, 2008, **35**(4): 537 – 547.
- [14] SRIVASTAVA A, SIVAKUMAR BABU G L, HALDAR S. Influence of spatial variability of permeability property on steady state seepage flow and slope stability analysis[J]. Engineering Geology, 2010, **110**(3/4): 93 – 101.
- [15] SUCHOMEL R, MAŠIN D. Comparison of different probabilistic methods for predicting stability of a slope in spatially variable  $c\text{-}\varphi$  soil[J]. Computers and Geotechnics, 2010, **37**(1/2): 132 – 140.
- [16] WU S, OU C, CHING J, JUANG C H. Reliability-based design for basal heave stability of deep excavations in spatially varying soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2012, **138**(5): 594 – 603.
- [17] SALGADO R, KIM D. Reliability analysis and load and resistance factor design of slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **140**(1): 57 – 73.
- [18] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, **36**(4): 612 – 624.
- [19] EL-RAMLY H, MORGENSEN N R, CRUDEN D M.

- Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(1): 192 – 208.
- [20] VANMARCKE E H. Reliability of earth slopes[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1977, **103**(GT11): 1247 – 1265.
- [21] RONOLD M. Random field modeling of foundation failure modes[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1990, **166**(4): 554 – 570.
- [22] DEGROOT D J, BAECHER G B. Estimating autocovariance of in situ soil properties[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1993, **129**(1): 147 – 166.
- [23] 高大钊. 岩土工程设计安全度指标及其应用[J]. 工程勘察, 1996(1): 1 – 6. (GAO Da-zhao. Safety index of geotechnical design and its application[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 1996(1): 1 – 6. (in Chinese))
- [24] 冷伍明. 基础工程可靠度分析与设计理论[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2000. (LENG Wu-ming. Reliability analysis and design theory for foundation engineering[M]. Changsha: Central South University Press, 2000. (in Chinese))
- [25] 李小勇, 谢康和, 虞 颜. 土性指标相关距离性状的研究[J]. 土木工程学报, 2003, **36**(8): 91 – 95. (LI Xiao-yong, XIE Kang-he, YU Yan. Research of the characteristics of correlation distance on soil properties indexes[J]. China Civil Engineering Journal, 2003, **36**(8): 91 – 95. (in Chinese))
- [26] 谢桂华. 岩土参数随机性分析与边坡稳定可靠度研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009. (XIE Gui-hua. Stochastic analysis of geotechnical parameters and study on stable reliability of slope[D]. Changsha: Central South University, 2009. (in Chinese))
- [27] 闫澍旺, 朱红霞, 刘 润. 天津港土性相关距离的计算研究和统计分析[J]. 岩土力学, 2009, **30**(7): 2179 – 2185. (YAN Shu-wang, ZHU Hong-xia, LIU Run. Numerical studies and statistic analyses of correlation distances of soil properties in Tianjin Port[J]. Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(7): 2179 – 2185. (in Chinese))
- [28] 吴振君, 葛修润, 王水林. 考虑地质成因的土坡可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(9): 1904 – 1911. (WU Zhen-jun, GE Xiu-run, WANG Shui-lin. Reliability analysis of soil slope stability considering geologic origin[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(9): 1904 – 1911. (in Chinese))
- [29] HICKS M A, SAMY K. Influence of heterogeneity on undrained clay slope stability[J]. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 2002, **35**(1): 41 – 49.
- [30] HALDAR S, BABU G L S. Design of laterally loaded piles in clays based on cone penetration test data: a reliability-based approach[J]. Géotechnique, 2009, **59**(7): 593 – 607.
- [31] JI J, LIAO H J, LOW B K. Modeling 2-D spatial variation in slope reliability analysis using interpolated autocorrelations[J]. Computers and Geotechnics, 2012, **40**: 135 – 146.
- [32] 苏国韶, 肖义龙. 边坡可靠度分析的高斯过程方法[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(6): 916 – 920. (SU Guo-shao, XIAO Yi-long. Gaussian process method for slope reliability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(6): 916 – 920. (in Chinese))
- [33] TABARROKI M, AHMAD F, BANAKI R, JHA S, CHING J. Determining the factors of safety of spatially variable slopes modeled by random fields[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(12): 2082 – 2095.
- [34] 王 宇, 王春磊, 汪 灿, 等. 边坡可靠性评价的向量投影影响面研究及应用[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(9): 1434 – 1439. (WANG Yu, WANG Chun-lei, WANG Can, et al. Reliability evaluation of slopes based on vector projection response surface and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(9): 1434 – 1439. (in Chinese))

#### 附录 A: 黏聚力和内摩擦角相关对数正态随机场模拟程序

```

function CD_midpoint_RF
% 输入参数随机场c, phi的均值、变异系数、自相关距离和等效互相关系数
mu=[10 30]; cov=[0.3 0.2]; sigma=mu.*cov;
dh=[40 40]; dv=[1 4];
rxy=0;
rou=[1 rxy
      rxy 1];
L1=chol(rou);
% 读取随机场单元中心点横坐标x和纵坐标y
Coord=xlsread('Coord.xls',1);

```

```

mLem=length(Coord);
ACF=1; % 自相关函数的类型
% ACF=1 指数型(SNX); ACF=2 高斯型(SQX); ACF=3 二阶自回归型(CSX); ACF=4 指数余弦型(SMK)
for k=1:2
pxy=zeros(mLem);
for i=1:mLem
for j=1:mLem
dx=abs(Coord(i,1)-Coord(j,1));
dy=abs(Coord(i,2)-Coord(j,2));
switch ACF
case 1 % 指数型自相关函数(SNX)
pxy(i,j)=exp(-2*(dx/dh(k)+dy/dv(k)));
case 2 % 高斯型自相关函数(SQX)
pxy(i,j)=exp(-pi*((dx/dh(k))^2+(dy/dv(k))^2));
case 3 % 二阶自回归型自相关函数(CSX)
pxy(i,j)=exp(-4*(dx/dh(k)+dy/dv(k))*(1+4*dx/dh(k))*(1+4*dy/dv(k)));
case 4 % 指数余弦型自相关函数(SMK)
pxy(i,j)=exp(-(dx/dh(k)+dy/dv(k)))*cos(dx/dh(k))*cos(dy/dv(k));
case 5 % 三角型自相关函数(BIN)
if dx<dh(k) & dy<dv(k)
pxy(i,j)=(1-dx/dh(k))*(1-dy/dv(k));
else
pxy(i,j)=0;
end
end
end
end
PXY(:,:,k)=pxy;
end
for k=1:2
L2(:,:,k)=chol(PXY(:,:,k))';
end
% 拉丁超立方抽样产生独立标准正态随机样本 (固定样本种子)
Nsim=1000;randn('state',0);rand('state',0);
UU=lhsnorm(zeros(2*mLem,1),eye(2*mLem), Nsim)';
% 计算ln-xi的标准差和ln-xi的均值
sLn=sqrt(log(1+(sigma./mu).^2));mLn=log(mu)-sLn.^2/2;
for imod=1:Nsim
U=[UU(1:mLem,imod) UU(mLem+1:2*mLem,imod)];
U_=U*L1;
H0=[L2(:,:,1)*U_(:,1) L2(:,:,2)*U_(:,2)];
c(:,imod)=exp(mLn(1)+sLn(1)*H0(:,1));
phi(:,imod)=exp(mLn(2)+sLn(2)*H0(:,2));
end
return

```