

DOI: 10.11779/CJGE201403012

# 饱和土体固结压缩和蠕变的热力学本构理论及模型分析

陈志辉, 程晓辉

(清华大学土木工程系, 北京 100084)

**摘要:** 岩土热力学模型 (thermodynamic soil model, TSM) 是基于颗粒固体的非平衡态热力学理论, 建立的一种崭新的描述岩土力学问题的统一理论模型。该模型引入“颗粒熵运动”和“弹性弛豫”, 对土体颗粒层次的耗散机制进行了合理地考虑, 这些使得模型能够更深入描述土体的变形和能量耗散机理, 从而能够在统一理论框架中描述岩土体复杂多变的物理力学行为。基于该理论模型, 研究了饱和土体的固结压缩和蠕变问题, 分析了加载速率、应力/应变路径和非单调荷载等因素的影响规律。模拟结果表明: 模型具有描述复杂条件下的饱和土体的固结压缩和蠕变特性的能力, 具有较高的理论和工程应用价值。

**关键词:** 固结压缩; 蠕变; 弹性弛豫; 颗粒熵运动; 颗粒固体非平衡态热力学; 热力学本构关系

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)03-0489-10

**作者简介:** 陈志辉(1986-), 男, 四川金堂人, 硕士研究生。E-mail: chenzh\_luckdog@163.com。

## Thermodynamic constitutive theory and analysis of consolidation compression and creep of saturated soils

CHEN Zhi-hui, CHENG Xiao-hui

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The thermodynamic soil model (TSM) is a new unified theoretical model for the analysis of geotechnical engineering problems. It is based on the non-equilibrium thermodynamic theory of granular solids. The granular entropy and the elastic relaxation are introduced for describing the energy dissipation mechanism on particle level, which allows the model to simulate the various physical properties of the soils, including the overall deformation and the energy dissipation. Based on the TSM, the influence of strain rates, stress/strain paths and non-monotonic loads on the consolidation and creep behaviors of saturated soils are studied in the paper. The results show that the theoretical model is able to describe the consolidation and creep of saturated soils under complex conditions, and it is of high theoretical reference value for geotechnical engineering field.

**Key words:** consolidation compression; creep; elastic relaxation; granular entropy movement; granular solid non-equilibrium thermodynamic theory; thermodynamic constitutive theory

## 0 引言

饱和土体固结压缩过程中的变形可分为两部分:

①土中超静孔隙水压力消散, 有效应力增加引起的土体压缩变形, 即主固结压缩; ②在有效应力基本保持不变的情况下, 随着时间增长, 土体由于黏滞作用等引起的压缩变形, 即次固结或蠕变<sup>[1-2]</sup>。对大多数土体而言, 主固结压缩占据土体压缩变形的主体部分, 在计算这一部分固结压缩变形时, 不仅要区分土体的类别和初始状态, 还必须考虑加载速率<sup>[3]</sup>、应力/应变路径<sup>[4-5]</sup>等因素的影响。而土体的次固结或蠕变是在有效应力不变的情况下, 随时间增长而不断发展的过程, 往往难于计算分析。特别地, 对于液、塑性指标和含水率较高软土而言, 其蠕变往往是一个长期的过程, 而且在软土的长期压缩量占有着不可忽视的比例, 甚

至远远超过主固结压缩变形<sup>[6]</sup>。这些复杂的软土固结压缩和蠕变特性, 不但会造成软土地基工程的长期工后沉降难于预测的问题, 还会导致不可预见的稳定性问题, 如蠕变破坏<sup>[7]</sup>等。因此, 随着大规模软土地基基础工程建设, 土体在复杂条件下的固结压缩和蠕变变形分析便显得尤为重要。而现有的固结压缩理论和模型仍存在诸多不足, 亟需深入研究和探讨。

比如, Terzaghi 的经典饱和土体一维固结理论和 Biot 的三维固结理论均把土骨架视为线弹性材料。因此这些经典固结理论只能计算单调加载下, 土体的主固结压缩变形, 无法反映土体的主固结压缩变形与有

基金项目: 清华大学—剑桥大学—麻省理工学院低碳能源大学联盟 (LCEUA) 种子基金项目 (2010LC002)

收稿日期: 2013-07-19

效应力变化的非线性性质,更谈不上和时间密切相关的蠕变变形特性。为了能更准确地描述土体非线性、非弹性的固结压缩与蠕变过程,众多模型相继产生,这些模型均致力于建立合理的土体的有效应力-应变-时间关系<sup>[1, 8-10]</sup>。最初的研究大多用一系列弹簧、黏壶和塑性体等元件的串、并联组合来模拟土体的弹性、塑性和黏滞性等变形行为,并据此建立了土体的有效应力-应变-时间关系,如 Maxwell 模型、Kelvin 模型、Merchant 模型等<sup>[9]</sup>。这类模型数学表达简单、直观,便于进行土体弹塑性变形和蠕变变形的分析。但由线性元件组合起来的这类模型往往只适用于特定的应力/应变路径下的线性固结压缩分析,而难以推广到复杂的应力/应变空间中,其工程应用受到局限。

而另一种模型途径,则是基于土体的固结压缩试验结果,拟合出土体有效应力-应变-时间的关系。Bjerrum 建立的时间线理论(time lines theory)模型(其实为一维黏弹塑性模型)<sup>[1, 10-11]</sup>就是属于这一类模型。这种理论把固结过程分为瞬时压缩(instant compression)和迟滞压缩(delayed compression),并指出迟滞压缩需要一系列相互平行的  $e-\lg p$  压缩曲线来描述。每一条曲线分别代表了不同“加载持时”(time of sustained loading)下的  $e-\lg p$  关系,那么由这一系列曲线就可以唯一确定土体的有效应力-应变-时间关系,这就是时间线理论模型的最初描述。Bjerrum 时间线理论模型中时间采用了“加载持时”,这便使得该理论很难应用到多级加载条件下土体固结的计算与分析中,而后来的学者对此提出了不同的修正。Yin 等建立的 EVP (elastic viscoplastic) 模型就采用了“等效时间”(equivalent time)来代替“加载持时”。他们将“等效时间”定义为土体在恒定有效应力条件下,从参考时间线(reference time line)蠕变到当前应力/应变状态点所用的时间<sup>[12-13]</sup>。因此土体的“等效时间”只与当前的应力/应变状态有关,而与具体的加载时间和加载路径无关,可以适用于不同加载路径下的固结压缩变形计算。den Haan 对前人的这些工作进行了总结,提出了适用于黏性土一维固结压缩的  $a-b-c$  模型<sup>[14]</sup>,模型中采用了对数应变,可以反映更大应变范围内的压缩变形。针对软土在固结压缩过程中,以先期固结压力为界,其压缩变形具有明显的分段性的特点<sup>[15]</sup>,张超杰等在 Yin 等的工作基础上,又引入了参考应力状态等概念,建立了一个能反映次固结引起土体先期固结压力提高等现象的一维弹-黏塑性模型<sup>[16]</sup>。在此基础上,许多学者又用这些研究成果获得的应力-应变-时间关系拟合函数,近似作为传统弹塑性理论模型中的(黏)塑性势函数,建立了三维应力空间的黏弹塑性模型<sup>[17-19]</sup>,这极大地扩展了这些固结

理论的工程应用范围。比如岩土分析软件 Plaxis 中的 SSC (soft-soil creep) 模型便是此类模型。基于时间线理论的一维固结理论模型在实际应用中通常选用土体正常固结的压缩曲线作为参考时间线来确定模型参数,而土体的压缩曲线往往会受试验控制条件的影响。因此这些理论模型需大量的试验支持,才能给出适用不同情况下的最优模型参数。究其原因在于,时间线理论只是对特定试验中观察到的应力-应变-时间关系进行了回归拟合,而缺乏对造成这种试验结果的土体变形机制和能量耗散过程的细致考虑。这会导致在某一应力路径下标定的模型,预测其他路径下的变形行为时不够准确。此外,上述这些模型(无论是一维或是三维)多假定土体在回弹-再压缩过程中完全是弹性变形,因此不能描述土体在循环往复压缩下的滞回特性,也是该类模型一个理论缺陷。

近年来,一些学者开始尝试基于热力学理论,来建立土体的固结压缩理论模型。但这些理论模型主要是引进了基本的质量守恒方程和平衡方程,而在建立最核心的材料应力-应变(-时间)关系时,仍采用传统(黏)弹塑性理论的做法<sup>[20]</sup>或只是采用了广义塑性理论的塑性耗散函数来代替原来的塑性势函数<sup>[21-23]</sup>。笔者以为,这类热力学模型与传统的(黏)弹塑性模型并没有本质的区别。胡亚元尝试摒弃弹塑性理论的流动法则和屈服条件,完全基于热力学理论的能量函数(自由能函数和耗散函数),从耗散的观点出发推导出土体的应力-应变关系,建立了准塑性的三维黏弹性模型<sup>[24]</sup>。这一工作虽然是从热力学理论的耗散观点出发,可以对一般固体材料在受力过程中的变形和能量耗散机制进行考虑,但对土体这种颗粒性材料在颗粒层次上能量耗散机制与量化分析考虑不足,这主要是源于经典非平衡态热力学理论中,缺乏能描述这种颗粒间相互作用的独立状态变量。Jiang 等则认为颗粒间相互作用引起的颗粒无规则的涨落运动,是岩土颗粒体系中的主要能量耗散机制,它是导致宏观岩土体非线性和非弹性变形的主要因素。据此,他们按照严格的非平衡态热力学理论方法,首先引入一个反映这个颗粒层次无规则运动的新的独立状态变量,即“颗粒熵”(granular entropy),并结合了热力学描述理想流体和非弹性固体的其他4个独立状态变量(密度、熵、动量和弹性应变),通过变分原理,明确了颗粒固体系统中的耗散力和耗散流,从而建立了适用于颗粒固体材料力学分析的颗粒固体流体动力学 GSH (granular solid hydrodynamics) 理论<sup>[25]</sup>。相比在岩石和岩土力学领域广为熟知的热力学理论(Houslby 的超塑性和 Rice 的内时理论)这种“双熵理论”的建立,完善了颗粒固体材料受力过程中变形和能量耗散的机制。张志超

等考虑了多相介质的情况, 将该理论拓展到适用于饱和岩土材料的多场耦合分析中, 推导并建立了岩土热力学模型 (thermodynamic soil model, TSM) [26-27]。

TSM 是一个适用于分析饱和土体固结、剪切、滞回特性以及多场耦合动力学等岩土力学问题的统一热力学本构模型。该模型最突出的特点是, 摒弃了传统弹塑性理论的流动法则和硬化规律, 通过热力学中耗散力、耗散流及迁移系数等概念, 对土体变形过程中宏观能量耗散过程进行了统一量化分析, 模型参数相对较少。本文首先介绍了颗粒固体材料的这种“双熵理论”, 并以此为基础, 阐述了饱和岩土材料的变形过程的能量耗散机制, 推导给出了 TSM 本构关系。然后应用该模型模拟并预测了工程界关注的一些土体固结压缩问题。模拟和预测的内容主要包含: ①分析不同加载速率对土体固结压缩过程的影响, 即固结压缩的率相关性问题; ②研究不同应力/应变路径下饱和土体的固结压缩过程, 包括常应变/应力率固结 (constant rate of strain/stress, CRSN/CRSS)、非等向固结 (如固结中保持比值  $\sigma'_{hc}/\sigma'_{vc}$  为常数的 Recompression 过程) 以及一维压缩—回弹—再压缩过程 (compression-swelling-recompression, CSR); ③分析了影响软土地基变形稳定性的压缩—蠕变过程, 并给出影响蠕变变形主要参数影响分析。由于篇幅所限, 仅对模型的能力做初步验证, 更深入的压缩—蠕变分析将另文讨论。

## 1 模型理论框架

### 1.1 基本假定

①假定组成饱和土体的固、液两相在空间连续分布, 满足连续体 (continuum) 假设; ②不考虑固、液两相之间化学反应和质量交换; ③仅考虑等温饱和土体固结压缩问题, 不考虑温度变化带来的影响; ④仅考虑单元尺度上的土体本构行为, 假定饱和土体的各状态变量均匀分布, 即不考虑这些量的空间梯度, 且不计土体自重的影响; ⑤假定饱和岩土体在受力过程中满足线性非平衡态热力学理论; ⑥文中应力应变均以压为正, 并采用重复下标自动求和的约定。

### 1.2 变形机制: 颗粒熵运动和弹性弛豫

#### (1) 颗粒熵运动

包括岩土体在内的颗粒性固体材料, 与金属等连续固体材料有很大不同: 当宏观变形发生时, 除了有宏观的平均运动外, 还有由颗粒间剧烈的摩擦、碰撞及滚动等非弹性相互作用引起的单个颗粒围绕宏观平均运动波动的无规则运动, 即颗粒间的“涨落”运动。这种“涨落”运动的强弱反映了土体颗粒间非弹性相互作用的大小, 也是颗粒固体材料中引起其不可恢复变形的主要因素。为了准确描述颗粒固体材料复杂的

宏观力学行为, 从颗粒层次上定量描述引起土体的不可恢复变形和能量耗散的“涨落”运动是必不可少。传统土力学和弹塑性理论有所谓的“塑性功”的概念, 用来描述能量的耗散, 但缺乏输入能量在整个材料中转换和耗散的统一定量考虑。而传统热力学理论中缺乏能描述这种涨落现象的独立状态变量, 或者并没有按照严格的非平衡态热力学理论去确定材料体系的能量耗散机制和能量耗散大小。近年来, 凝聚态物理学家们建议将颗粒固体材料中颗粒间的“涨落”运动与颗粒流体中颗粒杂乱无章的分子热运动进行类比, 从而借用颗粒流体中广泛接受的“颗粒熵”  $S_g$  或“颗粒熵温度”  $T_g$  的概念, 来描述颗粒固体材料中颗粒间的“涨落”运动, 并将之称为“颗粒熵运动” [25]。他们将这种可用于颗粒固体材料的理论形象地称为“双熵理论”, 以期该理论能够完善颗粒固体材料受力过程中的变形和能量耗散机制。

“颗粒熵运动”描述了“颗粒熵”随时间的演化过程, 与系统熵增过程相似, 需要满足以下所谓“颗粒熵”增方程:

$$\rho_d \frac{d}{dt} S_g = R_g / T_g - I \quad (1)$$

式中  $\rho_d$  为饱和土体的干密度, 即土体颗粒密度  $\rho_s$  与孔隙率  $\phi$  的函数,  $\rho_s(1-\phi)$ ;  $S_g$  为单位质量土体颗粒具有的“颗粒熵”, 即“颗粒熵比熵”,  $S_g/\rho_s$ ;  $R_g$  为颗粒层次上的虚拟发热量,  $R_g/T_g$  称为“颗粒熵制造率”; 与真实熵增方程相比, 这里多的一项  $I$ , 表示了“颗粒熵运动”引起的其“颗粒熵制造”向系统真实熵的转化率, 即“颗粒熵运动”作为一种能量耗散机制, 会引起系统能量耗散和熵的增加。可见, “颗粒熵”是可以减少的, 这是与真实熵只能增加的唯一区别。

导致“颗粒熵制造率”  $R_g/T_g$  的因素中, 应包含所有激发“颗粒熵运动”的外界激励作用——即耗散力 (dissipative force), 这些耗散力等同于引发真实熵增的那些耗散力——即非平衡态热力学理论中认为引起系统熵增加的因素, 而与这些耗散力对应的热力学共轭量称为耗散流 (dissipative flux)。为简化起见, 仅考虑引发饱和土体“颗粒熵运动”的外力作用  $\dot{\epsilon}_{ij}$ , 即土体骨架总应变率作为“颗粒熵”增的耗散力 [25, 27]。在偏离平衡态不远的非平衡态区, 耗散流与耗散力之间满足简单的线性关系 [28]; 而 Onsager 关系进一步表明, 系统熵制造率可表示为耗散力与耗散流的乘积之和 [29]。假设这些理论在“颗粒熵”增过程中同样成立, 有

$$\begin{cases} R_g = \sigma_{ij}^g \dot{\epsilon}_{ij} \\ \sigma_{ij}^g = \eta_s T_g \dot{\epsilon}_{ij} + \eta_v T_g \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\sigma_{ij}^g$  为  $\dot{\epsilon}_{ij}$  的热力学共轭量, 即耗散流;  $\dot{\epsilon}_{ij}$  为偏应变率张量,  $\dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij}/3$ ; 系数  $\eta_s T_g$  和  $\eta_v T_g$  在非平衡

态热力学理论中称为迁移系数,这里简单地展开为“颗粒熵温度” $T_g$ 的线性函数。由此可知,当“颗粒熵温度” $T_g = 0$ 时,这种颗粒层次上的耗散流为零,保证了材料此时处于弹性范围内<sup>[30]</sup>。

“颗粒熵”转化率 $I$ 实为由“颗粒熵温度” $T_g$ 引起的系统熵增。即 $T_g$ 是引起系统熵增加的耗散力之一,而 $I$ 是与之对应的耗散流,也应满足 Onsager 线性关系:

$$I = \gamma T_g, \quad (3)$$

式中, $\gamma$ 同样为迁移系数。

根据文献[25]的建议,“颗粒熵运动”所携带的能量 $\omega_g$ (即“颗粒熵运动”的自由能函数)可以表示为土体颗粒密度和“颗粒熵温度”的函数。当“颗粒熵温度” $T_g$ 不大时,经简化后,取以下更简单的形式(其中 $b_0$ 为材料常数):

$$\omega_g = \frac{1}{2} b_0 \rho_s T_g^2, \quad (4)$$

那么由热力学共轭关系式 $S_g = \partial \omega_g / \partial T_g$ 可得“颗粒熵比熵” $s_g$ 与“颗粒熵温度” $T_g$ 之间的关系:

$$s_g = S_g / \rho_s = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \omega_g}{\partial T_g} = b_0 T_g. \quad (5)$$

综合式(1)~(5),得“颗粒熵运动”方程:

$$b_0 \rho_d \frac{d}{dt} T_g + \gamma T_g = \eta_s \dot{\epsilon}_s^2 + \eta_v \dot{\epsilon}_{kk}^2, \quad (6)$$

式中, $\dot{\epsilon}_s$ 为偏应变率张量的第二不变量, $\sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ji}}$ 。

### (2) 弹性弛豫耗散

正如前文所述,“颗粒熵温度” $T_g$ 的引入量化描述了“颗粒熵运动”(即“涨落”运动)的强弱,从而可以确定颗粒间非弹性相互作用引起的土体不可恢复的变形的大小。然而,当颗粒固体系统处于完全静止条件下时,认为颗粒之间的接触为完全弹性,并且是暂态的,这是 TSM 理论模型的另一个基本出发点。当外界激励作用发生时,会立即引发“颗粒熵运动”,颗粒之间的相互作用会使其暂态弹性接触状态遭到破坏,产生弹性能量的转换和能量耗散;最终当外界激烈消失后,经过一定时间颗粒固体系统又恢复到了另外一个静止的、弹性的状态。沿用物理学家的术语,形象地称该过程为“弹性弛豫耗散”(elastic relaxation dissipation)。在整个“弹性弛豫耗散”过程中,由于颗粒间持续的非弹性摩擦、碰撞及滚动等相互作用,会导致体系能量的耗散和弹性能量转换,产生不可恢复的变形。这个概念在一定程度上对应着传统黏弹塑性力学中的“塑性功”和“黏滞耗散”的概念。由热力学恒定式可以证明岩土颗粒固体的弹性应变率应满足:

$$\frac{d}{dt} \epsilon_{ij}^e = \dot{\epsilon}_{ij} - Y_{ij}. \quad (7)$$

式中 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 为土体骨架的总应变率; $Y_{ij}$ 表示“弹性弛豫耗散”过程中不可恢复变形率。在这里, $Y_{ij}$ 可以按照弛豫时间模型来确定<sup>[25]</sup>:

$$Y_{ij} = \epsilon_{ij}^e / \tau_s + \epsilon_{kk}^e \delta_{ij} / \tau_v. \quad (8)$$

$\tau_s$ 和 $\tau_v$ 分别表示了偏弹性应变 $\epsilon_{ij}^e$ 和弹性体积应变 $\epsilon_{kk}^e$ 在一定应变率条件下,由暂态弹性状态趋向于稳恒态所用的时间,即“弛豫时间”。“弛豫时间”的大小与颗粒间相互作用的强弱有关,故可以用“颗粒熵温度” $T_g$ 来定量描述:只有当“颗粒熵运动”被激发,即当 $T_g \neq 0$ 时,引发不可恢复变形的“弹性弛豫耗散”过程才开始发展;并且,随着“颗粒熵温度” $T_g$ 增高,单位时间内弹性弛豫耗散增大,不可恢复变形积累越快。那么定义“弛豫时间”为

$$1/\tau_s = \lambda_s T_g^a, 1/\tau_v = \lambda_v T_g^a. \quad (9)$$

这个模型中,指数 $a$ 反映“弹性弛豫耗散”的率相关性。一般岩土材料满足 $0 < a < 0.5$ ,建议取 $a = 0.455$ ;  $\lambda_s$ 和 $\lambda_v$ 为材料常数。因此由式(7)~(9)可以确定土体的弹性应变率为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \epsilon_v^e = \dot{\epsilon}_{kk} - 3\lambda_v T_g^a \epsilon_v^e \\ \frac{d}{dt} \epsilon_{ij}^e = \dot{\epsilon}_{ij} - \lambda_s T_g^a \epsilon_{ij}^e \end{cases}, \quad (10)$$

式中, $\epsilon_v^e$ 为弹性体积应变,即 $\epsilon_{kk}^e$ 。

### 1.3 有效应力-弹性应变关系

岩土体在受力过程中,外界对其做功,其中有一部分将以土体的应力在其弹性变形上做功的形式转变为土体的弹性势能密度 $\omega_e$ ,那么土体的应力-弹性应变满足以下约束关系:

$$\pi_{ij} = \frac{\partial \omega_e}{\partial \epsilon_{ij}^e}, \quad (11)$$

式中, $\pi_{ij}$ 为岩土体的有效 Cauchy 应力。Zhang 等已证明 $\pi_{ij}$ 满足以下关系式<sup>[26-27]</sup>:

$$\sigma_{ij} = \pi_{ij} + u \delta_{ij} + \sigma_{ij}^{vs} + \sigma_{ij}^{vf} + \sigma_{ij}^g. \quad (12)$$

式中 $\sigma_{ij}$ 为土体的总应力; $u$ 为孔隙水压力; $\sigma_{ij}^{vs}$ 和 $\sigma_{ij}^{vf}$ 分别表示土骨架和孔隙水的黏滞应力;而 $\sigma_{ij}^g$ 表示“颗粒熵运动”对土体总应力的贡献,根据“颗粒熵运动”的物理意义,可以认为 $\sigma_{ij}^g$ 是土体总应力的涨落项,其大小可以忽略。另外,相对于有效 Cauchy 应力 $\pi_{ij}$ 而言,土体这类致密的(相对于稀疏颗粒流体而言)颗粒性固体材料的黏滞应力往往较小,可以忽略不计(只有在快速剪切时,黏滞项才不能忽略)<sup>[25]</sup>。因此,当忽略掉黏滞项 $\sigma_{ij}^{vs}$ ,  $\sigma_{ij}^{vf}$ 和 $\sigma_{ij}^g$ 时, $\pi_{ij}$ 即为土体的有效应力。

事实上,土体的弹性势能密度函数 $\omega_e$ 的理论形式很难获得,工程中常采用半理论半经验的函数来拟合。

本文综合文献[25]和[26]对弹性势能密度函数的考虑, 建议采用如下形式:

$$\omega_e = B(\varepsilon_v^e + c)^{1.5} [(\varepsilon_v^e)^2 + \xi(\varepsilon_s^e)^2] \quad (13)$$

式中,  $\varepsilon_s^e$  为偏弹性应变张量第二不变量,  $\sqrt{e_{ij}^e e_{ji}^e}$ 。显然, 与线弹性材料的弹性势能密度函数相比, 这里多出了一项表示岩土体非线性弹性的项  $(\varepsilon_v^e + c)^{1.5}$ , 其中参数  $c$  是与土体黏性有关的参数, 反映土体的抗拉能力;  $\xi$  是反映土体弹性剪切性质的参数。另外, 在受力过程中, 土体的密实度与一般的固体材料相比, 会发生明显的变化, 这会对土体的物理力学性质产生不可忽略的影响。Horváth 等的试验表明, 颗粒固体材料的应力与其密实度有关, 并几乎随密实度呈指数增长<sup>[32]</sup>。而同样考虑在对数压缩平面内, 土体的变形(反映密度)与有效应力也几乎成线性关系。因此, 为反映土体密实度对其力学性质的影响, 参数  $B$  可以认为是土体干密度的指数函数:

$$B = B_0 \exp(b_1 \rho_d) \quad (14)$$

其中  $B_0$  和  $b_1$  为材料常数。土体的干密度由基本的质量连续方程确定:

$$\frac{d}{dt} \rho_d + \rho_d \nabla_k v_k = 0 \quad (15)$$

式中,  $v_k$  为土骨架的变形率, 即速度矢量。那么  $\nabla_i v_j$  就表示土骨架的总应变率, 满足  $\nabla_i v_j = -\dot{\varepsilon}_{ij}$ 。

那么由式(11)、(13)可以确定土体的有效应力:

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &= \frac{\partial \omega_e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = 1.5B(\varepsilon_v^e + c)^{0.5} [(\varepsilon_v^e)^2 + \xi(\varepsilon_s^e)^2] \delta_{ij} + \\ &2B(\varepsilon_v^e + c)^{1.5} (\varepsilon_v^e \delta_{ij} + \xi e_{ij}^e) \quad 2B(\varepsilon_v^e + c)^{1.5} (\varepsilon_v^e) \delta_{ij} + \xi e_{ij}^e \end{aligned} \quad (16)$$

#### 1.4 本构方程

通过以上1.2节和1.3节的分析, 已经给出了TSM理论模型的本构关系。考虑土力学中常用的三轴试验条件, 将本构方程归纳如下:

(1) 质量连续方程。需要指出的是, 虽然关于密度的变化规律, 并不属于材料的本构关系范畴, 但考虑到岩土材料的密度变化较大, 对其基本力学行为影响必须予以考虑。而考虑密度变化需由质量连续方程给出, 所以, 这里也在本节也给出控制密度变化的控制方程。考虑到关系式  $\nabla_i v_j = -\dot{\varepsilon}_{ij}$ , 由式(15)可得

$$\frac{d}{dt} \rho_d = \rho_d \dot{\varepsilon}_{kk} \quad (17)$$

(2) 颗粒熵运动方程。式(6)两边同乘以常系数  $\lambda_v^{1/a}$  得

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} (\lambda_v^{1/a} T_g) + \frac{\lambda_v^{1/a} T_g}{m_3 \rho_d} &= \frac{m_1^{1/a} \dot{\varepsilon}_s^2 + m_2^{1/a} \dot{\varepsilon}_{kk}^2}{m_3 \rho_d} \\ m_1 &= \lambda_v (\eta_s / \gamma)^a, m_2 = \lambda_v (\eta_v / \gamma)^a, m_3 = b_0 / \gamma \end{aligned} \right. \quad (18)$$

(3) 弹性弛豫耗散。三轴对称条件下, 由  $\varepsilon_v^e =$

$\varepsilon_1^e + 2\varepsilon_3^e$ ,  $\varepsilon_s^e = \sqrt{2/3} |\varepsilon_1^e - \varepsilon_3^e|$ , 并记  $\dot{\varepsilon}_d^e = \sqrt{2/3} (\dot{\varepsilon}_1^e - \dot{\varepsilon}_3^e)$ ,  $\dot{\varepsilon}_d = \sqrt{2/3} (\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_3)$ , 代入式(10), 可以得到如下关系式:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} \varepsilon_v^e &= \dot{\varepsilon}_{kk} - 3(\lambda_v^{1/a} T_g)^a \varepsilon_v^e, \\ \frac{d}{dt} \varepsilon_d^e &= \dot{\varepsilon}_d - m_4 (\lambda_v^{1/a} T_g)^a \varepsilon_d^e, \end{aligned} \right. \quad (19)$$

式中,  $m_4 = \lambda_s / \lambda_v$ 。

(4) 有效应力。将三轴对称条件代入式(16):

$$\left\{ \begin{aligned} p' &\equiv \pi_{kk} / 3 = 1.5B(\varepsilon_v^e + c)^{0.5} [(\varepsilon_v^e)^2 + \xi(\varepsilon_d^e)^2] + \\ &2B(\varepsilon_v^e + c)^{1.5} \varepsilon_v^e, \\ q &\equiv \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{6} B \xi (\varepsilon_v^e + c)^{1.5} \varepsilon_d^e. \end{aligned} \right. \quad (20)$$

TSM 理论模型的本构方程所需要求解的状态变量如表1所示, 而具体求解流程可参照图8进行。

表1 TSM 本构模型状态变量

Table 1 State variables of TSM model	
符 号	注 释
$\rho_d$	土体干密度 ( $\text{kg/m}^3$ ), 微分方程(17), 初始值由初始孔隙比 $e_0$ 和颗粒比重 $G_s$ 确定: $\rho_{d0} = 1000 G_s / (1 + e_0)$
$T_g$	颗粒熵温度, 无量纲, 微分方程(18), 加载前初始值为零
$\varepsilon_v^e, \varepsilon_d^e$	弹性应变, 无量纲, 微分方程(19), 初始值根据土体初始应力状态由式(20)确定
$p', q$	土体有效应力 (kPa), 代数方程(20)

#### 1.5 模型参数标定

等温条件下的TSM模型的参数除建议的参数  $a = 0.455$  (无量纲), 还有8个参数(表2)需要确定。其中大多数参数都可以通过常规的土力学试验获得, 这里提供一些可用的参数标定方法供参考。需指出的是, TSM 的模型参数标定方法仍需进一步研究改进。

表2 TSM 本构模型参数

Table 2 Parameters of TSM model		
试验类型	参数	注 释
等向压缩回弹及三轴固结不排水试验	$B_0/\text{kPa}$ $b_1/(\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$ $c$ 无量纲	弹性刚度参数 土体密度影响参数 黏性参数
三轴不排水剪切试验	无量纲	土体剪切性质参数
三轴不排水剪切及应力松弛试验	$m_1/\text{min}^{2a-1}$ $m_3/(\text{m}^3 \cdot \text{min} \cdot \text{kg}^{-1})$ $m_4$ 无量纲	剪切强度参数 时间效应参数 时间效应参数
固结试验	$m_2/\text{min}^{2a-1}$	固结压缩参数。

(1)  $B_0$ ,  $b_1$  和  $c$ , 分别为弹性刚度参数、土体密度影响参数及黏性参数。利用土体的等向固结压缩-回弹曲线, 获得两组不同围压  $p'_1$ ,  $p'_2$  下的弹性体积应变  $\varepsilon_{v1}^e$ ,  $\varepsilon_{v2}^e$  (图1), 回弹过程中“弹性弛豫耗散”较小, 忽略不计。那么由式(20)可以得到

$$\begin{cases} p'_1 = 1.5B(\varepsilon_{v1}^e + c)^{0.5}(\varepsilon_{v1}^e)^2 + 2B(\varepsilon_{v1}^e + c)^{1.5}\varepsilon_{v1}^e \\ p'_2 = 1.5B(\varepsilon_{v2}^e + c)^{0.5}(\varepsilon_{v2}^e)^2 + 2B(\varepsilon_{v2}^e + c)^{1.5}\varepsilon_{v2}^e \end{cases} \quad (21)$$

土体的等向受拉强度  $p'_c$  一般较小, 受拉过程中的密度变化也较小。为简化, 可采用土体三轴固结不排水试验 (CU) 获得的有效应力指标  $c'$  和  $\varphi'$  来近似计算土体的等向抗拉强度  $p'_c$  ( $\approx c'/\tan\varphi'$ )。土体到达抗拉极限状态时, 可以证明, 此时土体的应力、应变状态应位于极限应力状态线  $\delta^2\omega_e = 0$  上 (图 2) [33], 即

$$\left[ \frac{\partial^2 \omega_e}{\partial (\varepsilon_v^e)^2} \right]_E = 0 \quad (22)$$

那么由式 (12) 及 (20) 可得

$$p'_c = -0.2438Bc^{2.5} \quad (23)$$

联立式 (21)、(23) 可以获得参数  $B_0$ ,  $b_1$  和  $c$ 。

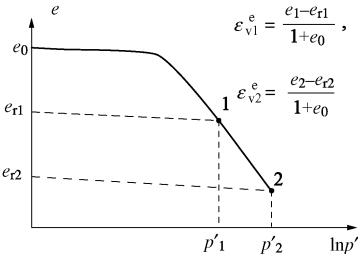


图 1 等向压缩-回弹试验

Fig. 1 Isotropic compression and rebound tests

(2)  $\xi$ , 土体剪切性质参数。三轴不排水试验中, 由式 (18) 和式 (19) 得到饱和土体各状态变量达到临界状态的极限值:

$$(\lambda_v^{1/a} T_g)_{cr} = m_1^{1/a} \dot{\varepsilon}_s^2, \varepsilon_{v,cr}^e = 0, \varepsilon_{d,cr}^e = (\dot{\varepsilon}_s)^{1-2a} / m_1 m_4 \quad (24)$$

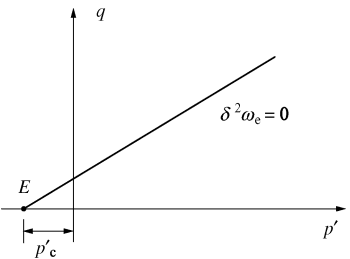


图 2 极限应力状态线

Fig. 2 Limit stress state line

将以上弹性应变的临界状态值代入式 (20) 中, 可知此时土体的有效应力应保持不变。在热力学理论中称这个状态为稳恒态, 此时“颗粒熵运动”最剧烈, “颗粒熵温度”达到最大值, 并保持恒定, “弹性弛豫耗散”也达到一个动态平衡状态。那么, 当获得前面 3 个弹性势能密度函数所关联的参数  $B_0$ ,  $b_1$  和  $c$  后, 采用三轴不排水剪切试验的临界值  $p'_{cr}$  和  $q_{cr}$ , 由式 (20) 可得

$$\xi = \frac{q_{cr}^2}{4Bc^{2.5}p'_{cr}} \quad (25)$$

(3)  $m_1$ ,  $m_3$  和  $m_4$ , 分别为临界强度参数和土体应力、应变的时间效应参数 (主要影响蠕变和应力

松弛过程)。当获得了弹性势能密度函数的相关参数后, 根据一组恒定不排水剪切速率的三轴试验的临界强度值  $q_{cr}$ , 可以获得此时土体的弹性应变  $\varepsilon_{d,cr}^e$ , 那么由式 (24) 可以推导出

$$m_1 m_4 = (\dot{\varepsilon}_s)^{1-2a} / \varepsilon_{d,cr}^e \quad (26)$$

对一定剪切速率下达到不排水三轴剪切稳恒态 (即土力学中的临界状态) 的土体进行一定时间  $t_r$  的不排水应力松弛试验。由该应力松弛试验前后的有效应力大小, 可以获得应力松弛前后的弹性应变  $\varepsilon_{v0}^e$ ,  $\varepsilon_{d0}^e$  和  $\varepsilon_{vr}^e$ ,  $\varepsilon_{dr}^e$ 。而由式 (18) 和 (19) 可得

$$\varepsilon_{vr}^e = \varepsilon_{v0}^e \exp \left\{ \frac{3m_3 \rho_d}{a} \left[ m_1^{1/a} \dot{\varepsilon}_s^2 \exp \left( -\frac{t_r}{m_3 \rho_d} \right) \right]^a \right\} \quad (27a)$$

$$\varepsilon_{dr}^e = \varepsilon_{d0}^e \exp \left\{ \frac{m_3 m_4 \rho_d}{a} \left[ m_1^{1/a} \dot{\varepsilon}_s^2 \exp \left( -\frac{t_r}{m_3 \rho_d} \right) \right]^a \right\} \quad (27b)$$

联立式 (26)、(27a) 及 (27b) 可以获得参数  $m_1$ ,  $m_3$  和  $m_4$ 。

(4)  $m_2$ , 固结压缩参数。由常规土力学试验直接确定参数  $m_2$  比较困难。其中  $m_2$  主要影响土体的固结压缩过程 (式 (18) 中  $\dot{\varepsilon}_{kk}$  项), 故该参数主要由土体固结压缩曲线, 经过拟合调整得到。

## 2 模型验证和模拟

为了验证 TSM 理论模型的有效性, 利用该模型对饱和软土的一系列固结压缩和蠕变试验进行了模拟和预测。模拟试验中各种土体的模型参数如表 3 所示。由于缺少标定模型参数所需的完整试验数据, 文中所使用的部分参数, 根据已有的试验结果调整拟合所得。

表 3 各种土体的模型参数

Table 3 Model parameters of different soils

参数	土体			
	bäckebo clay	BBC II	BBC III	假想土体
$B_0$	1400	0.0427	20	30
$b_1$	0.0036	0.0112	0.005	0.0095
$c$	0.02	0.023	0.01	0.01
$\xi$	18	0.96	12.2	13
$m_1$	20.8	10	64	75
$m_2$	5	3.2	0.2	1.0
$m_3$	0.05	1.8	7.2	0.2
$m_4$	1.2	3.8	0.2	0.2

### 2.1 率相关性 (rate dependent)

Sällfors 对 Bäckebol 黏土 (Bäckebol clay, BC) 进行了不同加载速率下的 CRSN 正常固结试验。图 3 是 TSM 模型对该试验的模拟结果, 以及与试验结果的比较。从试验结果可以看出, 随着应变率的提高, 土体先期固结压力有提高的趋势, 而 TSM 的模拟结果也体现了这一特点。由此可知, 该模型具有反映固

结过程中率相关性的能力, 计算的先期固结压力依赖于应变率的大小。

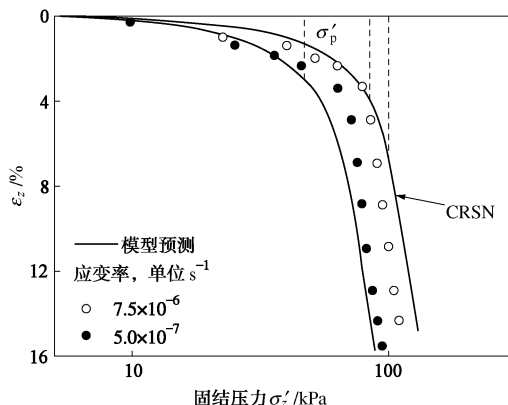


图3 加载速率对BC固结过程的影响<sup>[12]</sup>

Fig. 3 Rate effects on consolidation of BC<sup>[12]</sup>

## 2.2 应力/应变路径

### (1) 单调加载 (CRSN/CRSS/Recompression)

利用 TSM 模型, 针对 BBC II (Boston blue clay) 重塑土在不同单调加载应力/应变路径下正常固结压缩进行模拟, 模拟结果和对比试验结果见图 4。图中 CRSN 和 CRSS 均为一维固结压缩, 而 Recompression 为非等向固结。CRSN 试验的轴向应变率为  $\dot{\epsilon}_a = 0.1\%/h$ <sup>[31]</sup>; CRSS 试验的加载速率的控制是在相同时间内, 使固结压力  $\sigma'_v$  线性增加到 CRSN 试验固结结束时的压力; 而 Recompression 试验是在相同的时间内, 土体的应力线性增加到 CRSN 固结结束时的应力状态, 其中固结应力比  $K_0 = \sigma'_{hc} / \sigma'_{vc} = 0.48$ 。从图 4 可以看出, 在不同应力/应变路径下, 土体的正常固结压缩规律相似但并不一致, 只是就本文所模拟的土体为例, 这种差异性较小。总而言之, TSM 模型可以反映土体的固结压缩过程是应力/应变路径相关的这一特点。

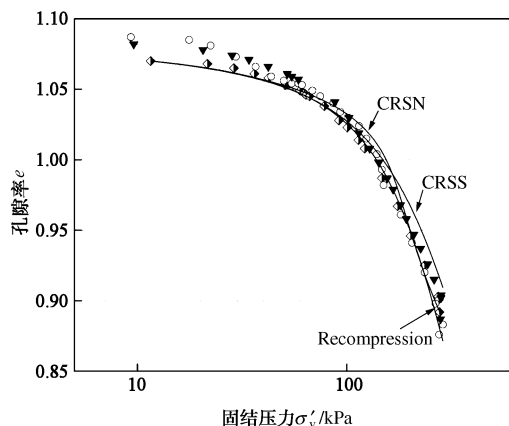


图4 不同应力/应变路径下的BBC II固结压缩比较

Fig. 4 Comparison of consolidation compression of BBC II under different stress/strain paths

### (2) 压缩—回弹—再压缩 (CSR)

土力学中, 土体的一维正常固结压缩—回弹—再

压缩性质具有重要意义。针对重塑 BBC III 土的压缩—回弹—再压缩的 CRSN 固结过程, 进行了 TSM 的模拟与分析, 模拟结果和试验结果对比见图 5。模型研究中采用了试验中的平均轴向应变率  $\dot{\epsilon}_a = 0.72\%/h$ <sup>[5]</sup>。从对比结果可以看出, 模型反映土体在回弹—再压缩过程中的滞回特性。这主要源自于考虑了土体在加、卸载过程中, 颗粒间持续的相互作用引起了“颗粒熵运动”, 这种耗散机制导致在整个加、卸载过程中都存在能量的耗散。这里需要说明的是, 图示中分别模拟了两个试验土样, 这两个土样的初始状态并不相同, 但这里只采用了相同的模型参数, 这是导致其中一个土样模拟结果较差的主要原因。在回弹至应力较低的阶段, 模型预测的不可恢复变形积累偏大, 其主要原因可能是文本的“颗粒熵运动”的迁移系数不合理。一般认为, 颗粒之间相互作用引起的“颗粒熵运动”的强弱不仅受外界的刺激强度(加载快慢)影响, 还与土体的有效应力状态和密实度有关。而从式(18)来看, “颗粒熵温度”的变化只考虑了应变率的大小和土体密实度的影响, 因此可能夸大了土体较低有效应力状态时的“颗粒熵运动”, 导致了过大的不可恢复变形。这是模型在以后的研究中需要进一步改进的地方。

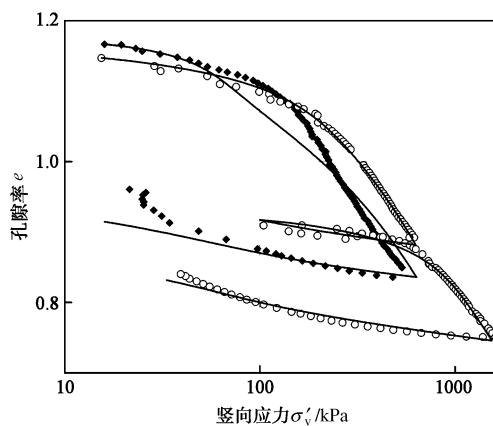


图5 BBC III 压缩—回弹—再压缩曲线模拟

Fig. 5 Simulation of compression-swelling-recompression curves of BBC III

## 2.3 一维压缩—蠕变 (compression and creep)

蠕变的预测与分析是软土地基中的一个难点问题。本文对孔隙率较大 ( $e_0 = 3.0$ ) 的饱和软土的压缩—蠕变过程进行了分析研究, 模型分析结果见图 6。其中图 6(a) 表示压缩—蠕变的路径: 土体首先经 CRSS 固结 (加载速率  $\dot{\sigma}'_v = 0.05 \text{ kPa/min}$ ) 至压力为 100 kPa, 然后保持该压力不变, 进行蠕变过程①; 当蠕变变形达到稳定后, 再增加固结压力至 200 kPa, 并保持该压力不变, 进行蠕变过程②; 按照相同的加载方式, 加压至 400 kPa 并进行蠕变过程③。从模拟的



结果来看,模型一方面可以反映蠕变变形引起土体先期固结压力提高的现象<sup>[1]</sup>( $\sigma'_p \rightarrow \sigma'_{cp}$ , 图中虚线为定性描述),即“拟超固结现象”;另一方面,也能模拟在有效应力保持不变的条件下,土体体积压缩随时间增长的蠕变变形。前者是因为模型选取弹性势能函数时就已考虑了土体密实度对土体力学特性的影响(式(14));而后者主要因为模型引入了“颗粒熵运动”和“弹性弛豫”,在外部加载结束时,材料的“颗粒熵温度”不能立即降为零,而要经过一个长时间的弛豫过程,在这个弛豫过程中由于“颗粒熵运动”等耗散机制的存在,引起了持续的不可恢复的变形,即试验中观察到的蠕变。图 6(b)表明,随着时间的增长,土体的蠕变率逐渐降低,并最终趋于变形稳定状态。

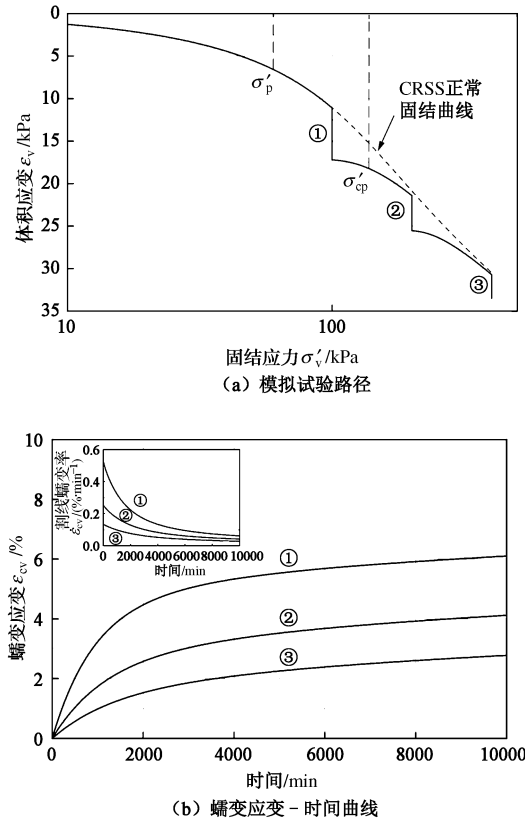


图 6 饱和黏土的压缩—蠕变模型

Fig. 6 Simulation of compression and creep of saturated clay

为了进一步阐述模型如何模拟蠕变的机理,对影响蠕变变形的主要模型参数进行了分析。由于在给定有效压力条件下,蠕变变形的大小主要受“颗粒熵运动”影响,故需要分析“颗粒熵运动”有关的迁移系数  $m_3 (=b_0/\gamma)$  的影响。参数分析结果表明  $m_3$  越大,在相同的有效应力作用下,会引起更大的蠕变变形(图 7(a))。而不同的有效应力水平,  $m_3$  的影响规律虽类似,但影响的幅度有差别:在较低有效应力作用下,该参数对蠕变变形的影响更加明显;随着有效应力的提高,这种影响减弱了。另一个影响蠕变大小的参数

是体现弹性体积应变和弹性剪切应变弛豫的迁移系数的相对大小的参数  $m_4 (= \lambda_s/\lambda_v)$ 。从图 7(b)所表示的分析结果可知,参数  $m_4$  会影响不同大小有效应力下,蠕变变形的幅值。当有效应力较低时,  $m_4$  的增大,会致使土体蠕变显著增加;但当有效应力提高后,这种影响变得不够确定,也不再明显了。

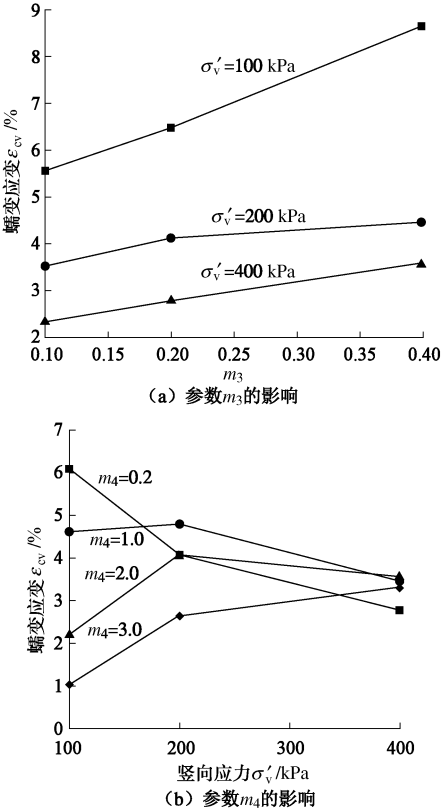


图 7 参数影响分析

Fig. 7 Influence analysis of parameters

### 3 结 论

基于 TSM 模型,主要研究了饱和土体的固结压缩和蠕变问题见图 8。模拟分析的结果表明,土体的固结压缩过程远非传统固结压缩理论所描述的,不仅与土体的类别和初始状态有关,还受到加载速率、应力/应变路径以及受荷时间等因素的影响:①随着加载速率的提高,土体的先期固结压力有所提高,可见土体的固结过程具有明显的率相关性,TSM 具备反映黏土压缩蠕变率相关的能力;②在不同的单调加载路径下,土体的正常固结规律相似但并不一致,但这种影响还有待进一步的分析研究;③在压缩—回弹—再压缩过程中,土体表现出滞回特性,这需要理论模型对加载过程中能量的变化进行合理的考虑,TSM 模型初步具有这种模拟土体滞回性能的能力;④TSM 具有模拟和预测恒定有效应力条件下土体蠕变变形的能力,并能够反映蠕变引起的拟超固结现象,以及复杂蠕变路径的影响等问题;⑤模型的参数敏感性分析表明,



通过调整两个耗散系数参数, TSM 模型可以反映土体的复杂压缩—蠕变变形特征。TSM 模型在反映软土体固结压缩—蠕变问题上显示了较为强大的能力, 究其原因是因为 TSM 理论模型的建立, 是完全基于非平衡态热力学理论, 更深入地探究了导致土体宏观变形和能量耗散的颗粒层次的机制。该理论和建模思路, 不论从数理方程推导, 还是模型本身的物理意义来说, 都对目前的土力学中固结压缩和蠕变理论研究起到了推动与补充的作用。当然, TSM 模型也还存在一些不足, 如夸大了土体压缩过程中的不可恢复的变形、模型参数标定的步骤与方法还不够完善等等, 这需要在下一步的研究工作中进行提高与改进。而将来, 还会利用 TSM 模型, 研究土体压缩—蠕变变形如何受到 OCR 值、应力水平和加荷比等因素的影响, 以及探讨蠕变破坏的机理等学术界和工程界共同关注的问题。

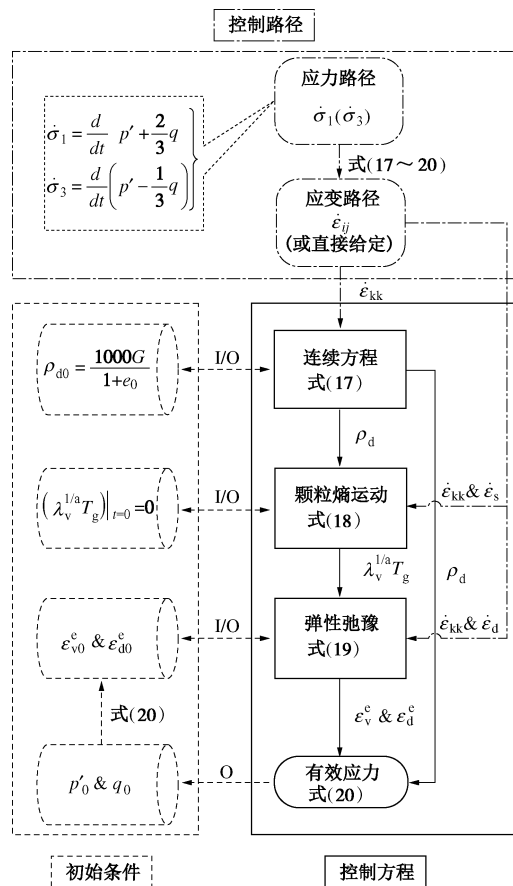


图8 TSM 理论模型求解流程图

Fig. 8 Resolving flow chart of TSM

### 参考文献:

[1] BJERRUM L. Engineering geology of Norwegian normally consolidation marine clays as related to the settlement of building[J]. Géotechnique, 1967, 17(12): 81 - 118.  
[2] GRAHAM J, CROOKS J H A, BELL A L. Time effects on the

stress-strain behavior of natural soft clays[J]. Géotechnique, 1983, 33(3): 327 - 340.

- [3] LEROUEIL S. et al. Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays[J]. Géotechnique, 1985, 35(2): 159 - 180.  
[4] 曾玲玲, 等. 应力路径对天然沉积土压缩特性影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(7): 1250 - 1255. (ZENG Ling-ling, et al. Experimental study on different compression behaviors of natural clays caused by various stress paths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(7): 1250 - 1255. (in Chinese))  
[5] GHANTOUS I B. Prediction of in situ consolidation parameters of boston blue clay[D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 1982.  
[6] MESRI G, STARK T D, AJLOUNI M A. Secondary compression of peat with or without surcharging[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1997, 123(5): 411 - 421.  
[7] 龙建辉, 等. 黄土滑坡滑带土的蠕变特性[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(7): 1023 - 1028. (LONG Jian-hui, et al. Creep property of soil in sliding zone of loess landslide[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(7): 1023 - 1028. (in Chinese))  
[8] BORJA R I, KAVAZANJIAN E. A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of "wet" clays[J]. Géotechnique, 1985, 35(2): 283 - 298.  
[9] 詹美礼, 钱家欢, 陈绪禄. 软土流变特性试验及流变模型[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 54 - 62. (ZHAN Mei-li, QIAN Jia-huan, CHEN Xu-lu. Tests on rheological behavior of soft soil and rheologic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(3): 54 - 62. (in Chinese))  
[10] GARLANGER J E. The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress[J]. Géotechnique, 1972, 22(1): 71 - 78.  
[11] CHRISTIE I F, TONKS D M. Developments in the time lines theory of consolidation[C]// The 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. San Francisco, 1985, 2: 423 - 426.  
[12] YIN J H, GRAHAM J. Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26(2): 199 - 209.  
[13] YIN J H, GRAHAM J. Equivalent times and one-dimensional elastic viscoplastic modelling of time-dependent stress-strain behaviour of clays[J]. Canadian Geotechnical

- Journal, 1994, **31**(1): 42 - 52.
- [14] DEN HAAN E J. A compression model for non-brittle soft clays and peat[J]. *Géotechnique*, 1996, **46**(1): 1 - 16.
- [15] 沈珠江. 软土工程特性和软土地基设计[J]. 岩土工程学报, 1998, **20**(1): 100 - 111. (SHEN Zhu-jiang. Engineering properties of soft soils and design of soft ground[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1998, **20**(1): 100 - 111. (in Chinese))
- [16] 张超杰, 王立忠, 陈云敏. 一维弹黏塑性固结模型研究[J]. 水利学报, 2005(5): 16 - 23. (ZHANG Chao-jie, WANG Li-zhong, CHEN Yun-min. Study on one-dimensional elastic visco-plastic consolidation model[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2005(5): 16 - 23. (in Chinese))
- [17] VERMEER P A, NEHER H P. A soft soil model that accounts for creep[C]// *Proceedings of the International Symposium, "Beyond 2000 in Computational Geotechnics"*. Amsterdam: Balkema, 249 - 261.
- [18] ADACHI T, OKA F. Constitutive equation for normally consolidated clays based on elasto-viscoplasticity[J]. *Soils and Foundations*, 1982, **22**(4): 57 - 70.
- [19] 王立忠, 但汉波. K0 固结软黏土的弹黏塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(9): 1344 - 1354. (WANG Li-zhong, DAN Han-bo. Elastic viscoplastic constitutive model for K0-consolidated soft clays[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, **29**(9): 1344 - 1354. (in Chinese))
- [20] LANCELLOTTA R, PREZIOSI L. A General nonlinear mathematical model for soil consolidation problems[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1997, **35**(10): 1045 - 1063.
- [21] 胡亚元. 多重耗散函数率无关塑性力学在黏土模型中的应用[J]. 岩土力学, 2005, **26**(增刊 1): 9 - 12. (HU Ya-yuan. Application of multiple dissipation potentials functions rate-independent plasticity model with applications to clay[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, **26**(S1): 9 - 12. (in Chinese))
- [22] 蔡国庆. 基于多孔介质理论的土体多场耦合模型及其在非饱和土本构建模中的应用[D]. 北京: 北京交通大学, 2012. (CAI Guo-qing. Multi-field coupled model for soils based on porous media theory and its application in modelling the constitutive behaviour of unsaturated soils[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012. (in Chinese))
- [23] 孔亮, COLLINS I F. 模拟土体本构的热力学方法[J]. 岩土力学, 2008, **29**(7): 1732 - 1740. (KONG Liang, COLLINS I F. Thermomechanical approach to modeling- constitutive behaviors of geomaterials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, **29**(7): 1732 - 1740. (in Chinese))
- [24] 胡亚元. 准塑性的黏弹性模型在黏土中的应用[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(3): 353 - 360. (HU Ya-yuan. Application of plastic-like visco-elastic model to clay[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(3): 353 - 360. (in Chinese))
- [25] JIANG Y M, LIU M. Granular solid hydrodynamics[J]. *Granular Matter*, 2009, **11**(3): 139 - 156.
- [26] 张志超, 程晓辉. 饱和土非等温固结和不排水剪切的热力学本构模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(7): 1297 - 1306. (ZHANG Zhi-chao, CHENG Xiao-hui. A thermodynamic constitutive model for non-isothermal consolidation and undrained shear behaviors of saturated soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(7): 1297 - 1306. (in Chinese))
- [27] ZHANG Z C, CHENG X H. A fully coupled THM model based on a non-equilibrium thermodynamic approach and its application[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, in press.
- [28] DE GROOT S R, MAZUR P. *Non-equilibrium thermodynamics*[M]. New York: Dover Publications, 1984.
- [29] ONSAGER L. Reciprocal relations in irreversible processes[J]. *Physical Review*, 1931, **37**(2): 405 - 426.
- [30] JIANG Y, LIU M. *The physics of granular mechanics*[M]// *Mechanics of Natural Solids*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2009: 27 - 46.
- [31] SHEAHAN T C. An Experimental study of the time-dependent undrained shear behavior of resedimented clay using automated stress path triaxial equipment[D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 1991.
- [32] HORVÁTH V K, JÁNOSI I M, VELLA P J. Anomalous density dependence of static friction in sand[J]. *Physical Review*, 1996, **54**(2): 2005 - 2009.
- [33] 张志超. 饱和岩土体多场耦合热力学本构理论及模型研究[D]. 北京: 清华大学, 2013. (ZHANG Zhi-chao. Research on multi-field coupling thermodynamic constitutive theory and model for saturated geomaterials[D]. Beijing: Tsinghua University, 2013. (in Chinese))