

DOI: 10.11779/CJGE201403006

# 高围压下不同孔隙水压作用时岩石蠕变特性及改进西原模型

蒋海飞, 刘东燕, 黄伟, 夏毓超, 刘芳语

(重庆大学土木工程学院, 重庆 400045)

**摘要:** 基于高围压下不同孔隙水压作用时细砂岩蠕变试验结果, 分析蠕变规律。研究表明: 黏弹性模量随孔隙水压增大呈线性递减关系, 并根据线性参数随时间变化的数据分布特点, 分别用线性函数和幂函数进行拟合, 进而得到黏弹性模量随孔隙水压和时间变化的表达式, 据此提出一个修正的广义 Kelvin 模型。根据不同孔隙水压下加速蠕变试验曲线特征, 采用指数函数对其拟合, 并通过类比的方法引入一个非线性黏性元件, 得到一个能反映不同孔隙水压作用下加速蠕变特征的二元件黏塑性蠕变模型, 将该模型与修正的广义 Kelvin 模型串联组成一个新的改进西原模型。基于试验结果, 利用优化分析软件 1stOpt, 对模型参数进行辨识, 效果比较理想; 对比试验曲线和理论曲线, 二者吻合较好, 验证了模型的正确性。

**关键词:** 高围压; 高孔隙水压; 岩石蠕变; 改进西原模型

中图分类号: TU458 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2014)03-0443-09

作者简介: 蒋海飞(1982-), 男, 安徽合肥人, 博士研究生, 主要从事岩石力学理论与工程研究。E-mail: jhfworld@163.com。

## Creep properties of rock under high confining pressure and different pore water pressures and a modified Nishihara model

JIANG Hai-fei, LIU Dong-yan, HUANG Wei, XIA Yu-chao, LIU Fang-yu

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** The creep rules of rock are analyzed based on the triaxial creep test results of fine sandstone under high confining pressure and different pore water pressures. With the increase of the pore water pressure, the viscoelastic modulus linearly decreases. The linear function and power function are adopted to fit the linear parameters which change over time. Then an expression for the viscoelastic modulus, which changes with water pressure and time, is derived. Furthermore, a modified Kelvin model is proposed. According to the accelerating creep results under different pore water pressures, a power function is selected for fitting. By introducing a nonlinear element, a two-component visco plastic creep model is obtained for reflecting the accelerated creep characteristics under different pore water pressures. By combining this model with the modified Kelvin model, a modified Nishihara model can be put forward. Using the 1stOpt software to identify the model parameters, the results are satisfactory. A comparison between the test and theoretical curves proves the validity of the proposed model.

**Key words:** high confining pressure; high pore water pressure; rock creep; modified Nishihara model

## 0 引言

岩石蠕变是岩石力学理论研究中一项重要内容, 大量工程实践表明, 岩石蠕变是工程产生大变形乃至失稳的重要原因之一<sup>[1-2]</sup>。目前有关岩石蠕变的研究成果较为丰富。刘东燕等<sup>[3]</sup>对重庆红砂岩进行了单轴直接拉伸蠕变试验, 对 Burgers 蠕变模型进行了改进。李栋伟等<sup>[4]</sup>对白垩纪软岩低温冻结后进行高围压下卸载试验, 发现冻结软岩黏滞系数是时间的一次函数, 并提出了冻结软岩黏弹塑非线性蠕变模型。姜永东等<sup>[5]</sup>

利用 3D 有限元软件分析了岩体在动态施工过程中产生蠕变断裂形成塑性区域的演化特征。尹光志等<sup>[6]</sup>对煤岩进行了不同围压不同瓦斯压力下蠕变试验, 发现河海模型能正确的描述含瓦斯煤的蠕变本构特性。朱杰兵等<sup>[7]</sup>对绿砂岩进行了不同应力路径下的卸荷流变试验, 建立了岩石损伤演化方程及变参数非线性 Burgers 模型。薛凯喜等<sup>[8]</sup>基于岩石单轴拉、压作用下

加速蠕变曲线的幂函数拟合分析, 建立了一个新的非线性黏弹性拉、压蠕变模型。李亚丽等<sup>[9]</sup>依据粉砂质泥岩三轴压缩蠕变试验结果, 提出一个新的六元件非线性黏弹性 Burgers 蠕变模型。

近年来随着基础工程建设中深长隧道不断涌现, 如秦岭隧道、锦屏引水隧道、青藏铁路新关角隧道等, 高地应力与高孔隙水压条件下隧道围岩开挖变形稳定性问题日益突出。因此加强对高应力区高孔隙水压作用下岩石蠕变特性的研究, 不仅可以加强对岩体流变规律的进一步认识, 还能为岩土工程的设计、施工和运行提供更全面、可靠的基础资料。目前, 有关这方面研究的成果相对较少。

因此, 本文选取重庆某深基坑细砂岩为研究对象, 在高围压下对其进行不同孔隙水压作用时的三轴压缩蠕变试验; 通过对不同孔隙水压下等时应力-应变曲线的研究, 得到一个可以描述岩石黏弹性随孔隙水压和时间变化的修正的广义 Kelvin 模型; 基于加速蠕变曲线特性, 采用拟合、类比的方法提出非线性黏塑性加速蠕变启动模型, 将该模型与修正的广义 Kelvin 模型串联, 构建一个新的非线性黏弹性蠕变模型, 并对模型参数进行辨识。研究结果可为高应力高孔隙水压地区岩体的开挖提供一定的理论指导。

## 1 蠕变试验及成果分析

本次试验采用 RLW-2000 岩石三轴流变试验系统, 该系统由轴向加载系统、围压加载系统、孔压加载系统、伺服系统、控制系统、数据采集和自动绘图系统等部分组成, 见图 1。



图 1 试验设备及试验环境

Fig. 1 Test devices and environment

试验所需岩样取自重庆地区某深基坑细砂岩, 主要成分为石英、长石、燧石和白云母等。依据国际岩石力学学会 (ISRM) 试验规程对岩样进行加工, 制成直径 50 mm、高度 100 mm 的圆柱体。试样干密度为  $2.33\sim2.74 \text{ g/cm}^3$ , 孔隙率为  $0.63\%\sim0.71\%$ , 粒径为  $0.01\sim0.5 \text{ mm}$ , 单轴抗压强度为  $63.40 \text{ MPa}$ , 弹性模量

为  $25.03 \text{ GPa}$ , 泊松比为  $0.13$ 。需施加孔隙水压的试样进行了针孔饱水处理。共进行 5 种工况 (见表 1) 下的三轴压缩蠕变试验。试验加载过程采用轴向应变控制, 试验加载速率为  $0.01 \text{ mm/s}$ 。

试验前, 利用 MTS815 岩石力学测试系统测对 5 种工况下的细砂岩岩样进行了三轴压缩强度试验。每种工况选取 3 个岩样进行强度测试, 并取其平均值。表 2 给出了由试验测得的 5 种工况下细砂岩强度及屈服强度。

表 1 三轴蠕变试验工况

Table 1 Work conditions of triaxial creep tests

工况编号	围压/MPa	孔隙水压/MPa	备注
工况 I	40	0	孔隙水压为 0
工况 II	40	1	MPa 时进行的三
工况 III	40	5	轴压缩蠕变试验,
工况 IV	40	10	表示试样处于自
工况 V	40	15	然干燥状态

表 2 细砂岩三轴压缩试验结果

Table 2 Test results of sandstone under triaxial compression

工况编号	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}/\text{MPa}$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_s/\text{MPa}$
工况 I	321.52	245.67
工况 II	269.59	209.96
工况 III	260.80	197.24
工况 IV	253.37	198.93
工况 V	230.07	178.30

图 2 为工况 I 和工况 IV 条件下细砂岩蠕变破坏后的断裂面。

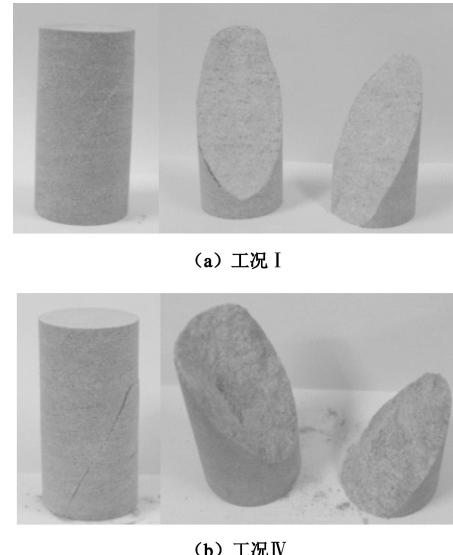


图 2 岩石蠕变破坏后的形态和断裂面

Fig. 2 Creep fracture surfaces of rock

由图可见, 工况 I 条件下岩石断裂面较为光滑, 而工况 IV 条件下岩石断裂面较为粗糙, 断裂面呈现脆

性断裂的特点, 可见孔隙水压增强了岩石的脆性特征。

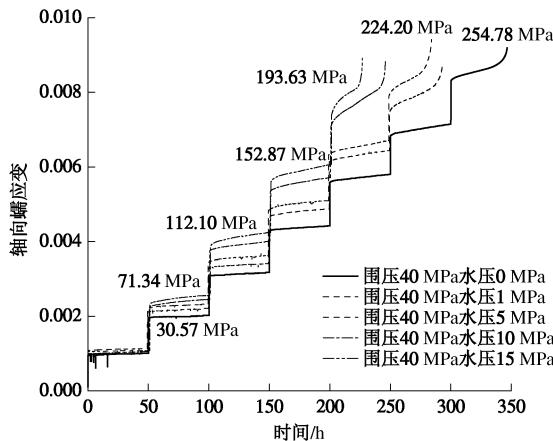


图 3 不同加载条件下砂岩分级加载蠕变曲线

Fig. 3 Creep strains under different loading conditions

5 种工况下细砂岩分级加载三轴压缩蠕变试验曲线如图 3 所示。各级加载应力水平 ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) 标识在曲线上方。由图 3 可见, 在相同应力水平作用下, 随着孔隙水压的增大, 其蠕变破坏时间逐渐缩短, 岩样的变形能力明显增大, 最终破坏的偏应力也逐渐降低。可见孔隙水压的存在不仅改变了岩石变形能力, 同时也降低了岩石的强度。

从最后一级应力水平下, 蠕变曲线变化情况来看, 孔隙水压 0 MPa 的岩石试件加速蠕变曲线相对较为缓和, 而随着孔隙水压的增大, 加速蠕变曲线明显变得较为陡峭, 当孔隙水压为 15 MPa, 偏应力增至 193.63 MPa 时, 经历一段时间的蠕变后, 突然破坏, 稳定蠕变到加速蠕变的过度段不再明显, 岩石破坏呈现出典型脆性破坏特征。

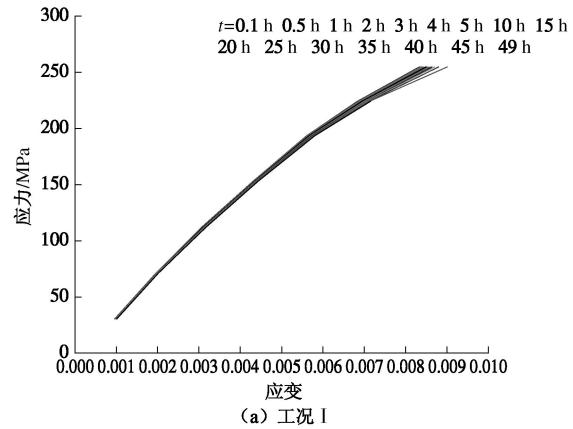
通过对分级加载蠕变试验曲线进行处理<sup>[2]</sup>, 可得到不同孔隙水压下细砂岩的等时应力 - 应变曲线 (图 4)。本文仅讨论由蠕变阶段构成的关系曲线, 而忽略瞬间加载过程。由图 4 可知, 不同时刻曲线形状非常相近; 随着应力增长, 曲线斜率不断减小, 说明随着应力的增大岩石蠕变逐渐呈现非线性特征。然而, 孔隙水压的增大, 却抑制了这种非线性特征的发展趋势, 如图 4 (d)、(e), 各阶段曲线斜率变化相对较低孔隙水压时的变化幅度显著降低。

当应力水平低于屈服应力时, 细砂岩的蠕变主要表现为黏弹性变形, 元件模型中的 Kelvin 模型可以描述这种蠕变特性。等时应力 - 应变曲线中的近似直线段正是对应力岩石的黏弹性变形阶段, 因此可通过研究等时应力 - 应变曲线中的近似直线段斜率的变化规律, 进一步研究细砂岩蠕变黏弹性阶段的非线性特征。

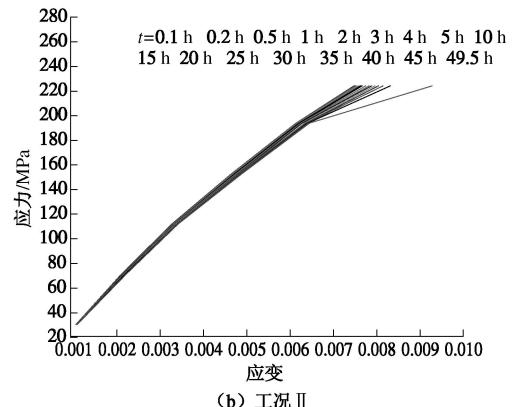
将等时应力 - 应变曲线中的近似直线段的斜率定义为蠕变黏弹性模量, 计算图 4 不同孔隙水压不同时刻近似直线段的斜率, 得到各时刻蠕变黏弹性模量。

图 5 给出了不同加载时刻孔隙水压与蠕变黏弹性模量的变化曲线, 根据曲线变化趋势, 采用用式 (1) 对数据进行线性回归, 结果如表 3 所示。

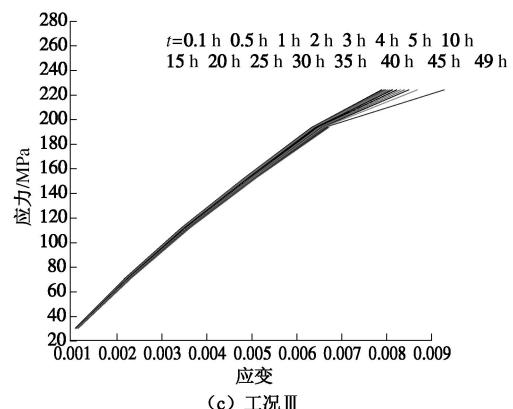
$$E(p_w) = A - Bp_w \quad (1)$$



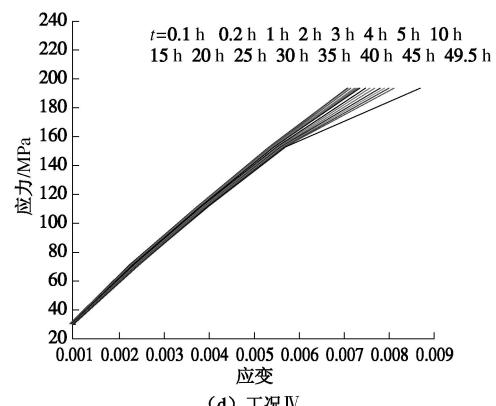
(a) 工况 I



(b) 工况 II



(c) 工况 III



(d) 工况 IV

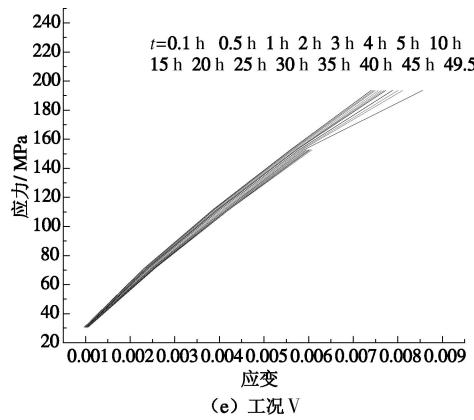


图 4 等时应力 - 应变曲线

Fig. 4 Isochronous stress-strain curves

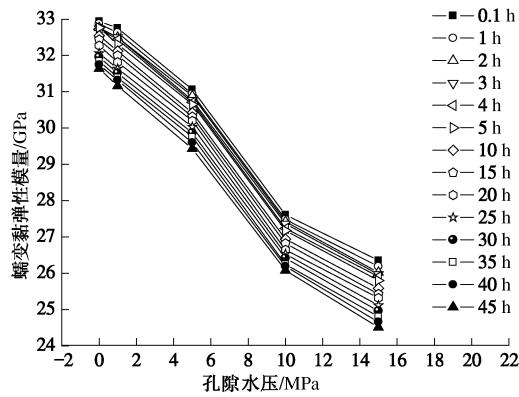


图 5 黏弹性模量与孔隙水压关系

Fig. 5 Relation between modulus of visco-elasticity and pore water pressure

表 3  $E(p_w) = A - Bp_w$  拟合结果Table 3 Fitting results of  $E(p_w) = A - Bp_w$ 

时刻/h	A	B	$R^2$
0.1	33.07065	0.47209	0.96875
1	32.97862	0.47695	0.97099
2	32.88378	0.47850	0.97362
3	32.85036	0.48132	0.97500
4	32.80432	0.48408	0.97244
5	32.76895	0.48854	0.97466
10	32.55822	0.48977	0.97385
15	32.44903	0.49228	0.97505
20	32.28154	0.48910	0.97157
25	32.09652	0.48783	0.97485
30	31.97682	0.48979	0.97716
35	31.86847	0.49344	0.97571
40	31.76991	0.49528	0.98018
45	31.63611	0.49571	0.98199

由表 3 可知, 随着蠕变时间的推移, 材料性质的劣化, 式(1)中拟合参数也发生了相应的变化, 图 6, 7 给出了  $A$  值和  $B$  值随时间变化的数据分布, 根据数据分布特点分别用式(2)和式(3)对  $A$  和  $B$  数据分布进行拟合, 拟合结果见表 4, 参数拟合相关系数平

方分别为 0.983 和 0.88262, 拟合效果较为理想。

$$A = \alpha + \beta t, \quad (2)$$

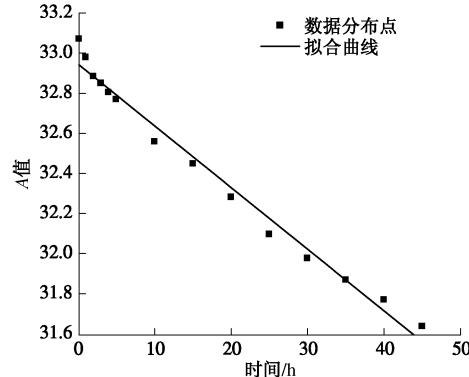
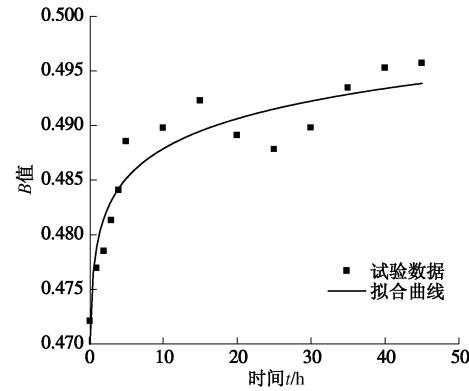
式中,  $\alpha$ ,  $\beta$  为拟合参数。

$$B = at^b, \quad (3)$$

式中,  $a$ ,  $b$  为拟合参数。

表 4  $A = \alpha + \beta t$  和  $B = at^b$  拟合结果Table 4 Fitting results of  $A = \alpha + \beta t$  and  $B = at^b$ 

拟合公式	拟合参数		$R^2$
	$\alpha =$	$\beta =$	
$A = \alpha + \beta t$	32.94489	-0.03077	0.983
$B = at^b$	$a =$ 0.47885	$b =$ 0.00811	0.88262

图 6  $A$  数据分布及拟合曲线Fig. 6 Distribution of data and fitting curves of  $A$ 图 7  $B$  数据分布及拟合曲线Fig. 7 Distribution of data and fitting curves of  $B$ 

将式(2)和式(3)代入式(1), 可得到蠕变黏弹性模量随时间和孔隙水压变化的函数表达式:

$$E(t) = \alpha + \beta t - at^b p_w, \quad (4)$$

式中,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$ ,  $b$  均为拟合参数, 由试验数据确定,  $p_w$  为孔隙水压,  $t$  为蠕变时间。

假设孔隙水压为 0 MPa 时, 初始时刻黏弹性模量为  $E_0$ , 当  $p_w = 0$ ,  $t = 0$  时,  $E(t) = \alpha$ , 令  $\alpha = E_0$ , 则式(4)变为

$$E(p_w, t) = E_0 + \beta t - at^b p_w. \quad (5)$$

这就建立了不同孔隙水压条件下, 初始黏弹性模

量与后续时刻黏弹性模量之间的关系。且从损伤力学角度来看, 建立初始时刻与后续时刻蠕变参数之间的关系能够反映材料特性随时间的劣变过程。

## 2 修正的广义 Kelvin 模型

当应力水平低于屈服应力, 采用广义 Kelvin 模型描述细砂岩的蠕变变形过程时, 假定 Kelvin 模型中的开尔文体的弹簧体变形模量  $E$  符合式(5)的函数关系, 则可得到修正的广义 Kelvin 模型, 如图 8 所示。

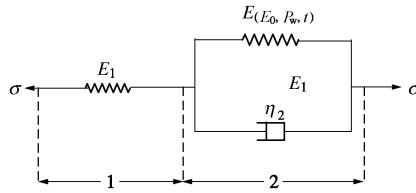


图 8 修正广义 Kelvin 模型

Fig. 8 Modified Kelvin model

其状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ \sigma &= \sigma_1 = \sigma_2, \\ \sigma_1 &= E_1 \varepsilon_1, \\ \sigma_2 &= (E_0 + \beta t - a t^b p_w) \varepsilon_2 + \eta \dot{\varepsilon}_2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

由上式可得相应的本构方程为

$$\frac{\eta}{E_1} \dot{\sigma} + \left( 1 + \frac{E_0 + \beta t - a t^b p_w}{E_1} \right) \sigma = \eta \dot{\varepsilon} + (E_0 + \beta t - a t^b p_w) \varepsilon. \quad (7)$$

假定  $t = 0$  时, 施加瞬间应力  $\sigma = \sigma_0$ , 代入边界条件:  $\varepsilon_{(0)} = 0$ , 解上式微分方程可得修正广义 Kelvin 模型的蠕变方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_0 + \beta t - a t^b p_w} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{E_0 + \beta t - a t^b p_w}{\eta_2} t \right) \right]. \quad (8)$$

## 3 不同孔隙水压条件下改进西原模型

### 3.1 非线性黏塑性模型

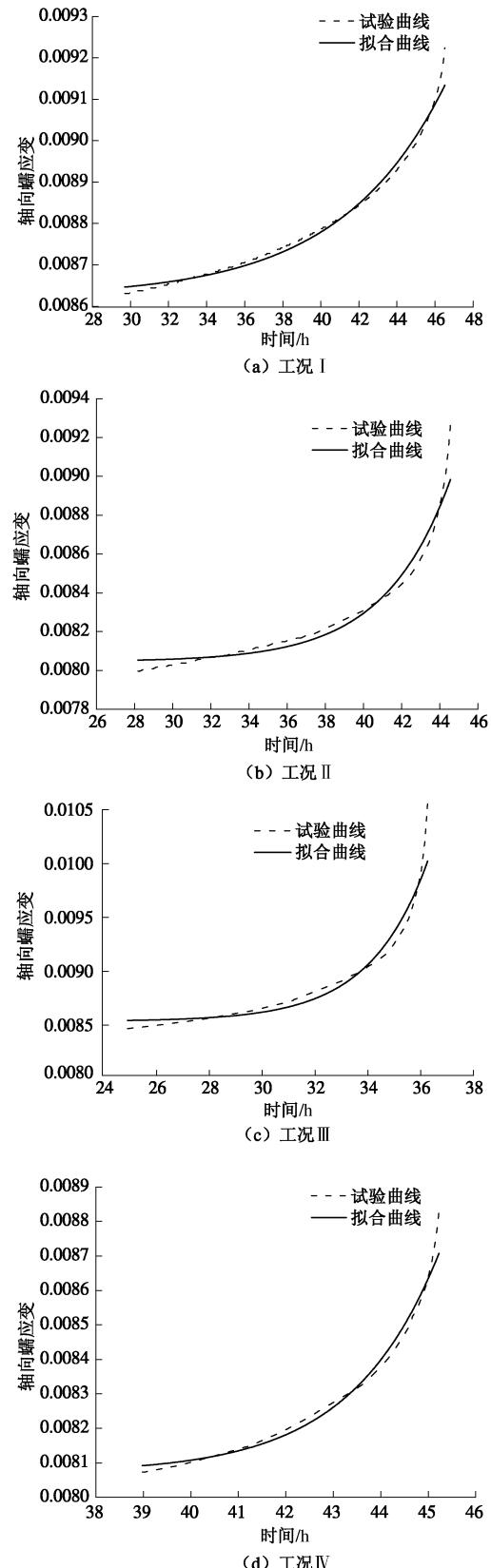
加速蠕变阶段, 应变与时间成非线性关系, 元件模型中, 用来表示应变-时间关系的为黏性元件, 因此可以用非线性黏性元件代替模型中线性黏性元件<sup>[8]</sup>。基于此, 通过拟合、类比的方法提出一个非线性黏性元件, 采用应力触发方式, 将其与塑性元件并联, 组成一个新的可以反映不同孔隙水压作用下加速蠕变特性非线性黏塑性蠕变模型。

采用指数函数对高围压不同孔隙水压作用下砂岩三轴压缩加速蠕变曲线进行拟合, 其表达式为

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + C e^{nt}. \quad (9)$$

式中  $\varepsilon_0$  为加速蠕变之前的应变值;  $C$  为拟合参数,

代表应力历时参数;  $t$  为蠕变时间;  $n$  为加速蠕变指数。图 9 为应用式(9)得到的高围压不同孔隙水压作用下砂岩三轴压缩蠕变试验加速蠕变段曲线与理论曲线的对比, 对应的拟合参数见表 5, 参数拟合相关系数平方均达到了 0.96 以上, 因此采用指数函数对不同孔隙水压下细砂岩加速蠕变曲线进行拟合是合适的。



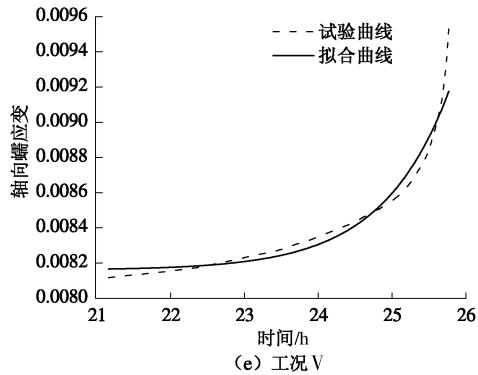


图 9 加速蠕变曲线与理论曲线

Fig. 9 Comparison between theoretical and accelerated creep curves

表 5  $\varepsilon = \varepsilon_0 + Ct^n$  拟合结果Table 5 Fitting results of  $\varepsilon = \varepsilon_0 + Ct^n$ 

工况编号	$\varepsilon_0$	$C$	$n$	$R^2$
工况 I	0.00862	$2.4229 \times 10^{-5}$	0.18122	0.99138
工况 II	0.00805	$7.9437 \times 10^{-6}$	0.29046	0.97099
工况 III	0.00854	$8.0779 \times 10^{-6}$	0.45845	0.96440
工况 IV	0.00807	$2.1624 \times 10^{-5}$	0.54077	0.98775
工况 V	0.00816	$6.4368 \times 10^{-6}$	1.09670	0.96440

由表 5 拟合结果来看,  $\varepsilon_0$  随孔隙水压变化不大;  $C$  值在不同孔隙水压作用下发生了改变, 但没有明显的规律性。 $n$  值随孔隙水压的增大逐渐增大, 反应了加速蠕变速率随孔隙水压增加逐渐增大的过程。故本文主要考虑孔隙水压对加速蠕变指数  $n$  的影响。图 10 为  $n$  值的数据分布图, 通过观察数据分布特点, 采用式 (10) 对其进行拟合,

$$n = c \exp(dp_w) \quad (10)$$

对应的拟合参数  $c$ ,  $d$  分别为 0.22466, 0.10401, 参数拟合相关系数平方  $R^2$  为 0.94755,  $p_w$  为孔隙水压。

假设孔隙水压为 0 时, 加速蠕变指数为  $n_0$ , 将  $p_w = 0$  代入式 (10), 得  $n = c = n_0$ , 则

$$n = n_0 \exp(dp_w) \quad (11)$$

式中  $n_0$  为无孔隙水压时加速蠕变指数, 根据无孔隙水压状态时加速蠕变指数  $n_0$  来推求不同孔隙水压下加速蠕变指数, 反映了加速蠕变过程中孔隙水压对岩石的劣化作用。

将式 (11) 代入式 (9) 便可得到加速蠕变阶段蠕变应变随时间和孔隙水压变化的函数表达式:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + C \exp(n_0 e^{dp_w} t) \quad (12)$$

在线性黏塑性元件模型中, 当  $\sigma > \sigma_s$  时, 其蠕变方程:

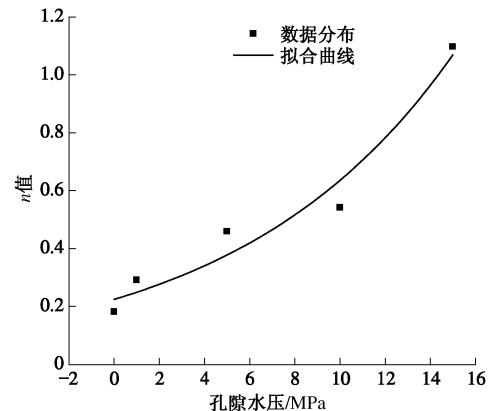
$$\varepsilon = \frac{(\sigma - \sigma_s)t}{\eta} + C_1 \quad (13)$$

式中,  $\sigma_s$  为屈服应力,  $C_1$  为积分常数。通过比较式 (12)

与式 (13), 并令两式相等, 且取  $C = \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_0}$ ,  $C_1 = \varepsilon_0$  则可以得到黏性元件  $\eta$  的非线性表达式:

$$\eta(n_0, n_0, p_w, t) = \frac{\eta_0 t / t_0}{\exp(n_0 e^{dp_w} t / t_0)} = \frac{\eta_0 t}{\exp(n_0 e^{dp_w} t)} \quad (14)$$

式中,  $t_0$  为单位参考时间,  $\eta_0$  为加速蠕变初始黏滞系数。

图 10  $n$  数据分布及拟合曲线Fig. 10 Distribution of data and fitting curves of  $n$ 

经上述非线性处理后得到的非线性黏塑性模型如图 11 所示。

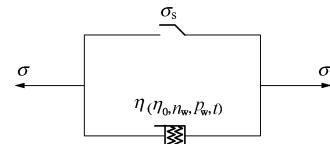


图 11 非线性黏塑性模型

Fig. 11 Nonlinear visco-plastic model

该模型可以反映岩石在不同应力水平和孔隙水压下的加速蠕变特征, 其相应的蠕变本构方程为

$$\varepsilon(t) = \frac{H(\sigma - \sigma_s)}{\eta(n_0, n_0, p_w, t)} t = \frac{H(\sigma - \sigma_s)}{\eta_0} \exp(n_0 e^{dp_w} t) \quad (15)$$

式中,  $\sigma_s$  为屈服强度; 函数  $H(\sigma - \sigma_s)$  的表达式如下:

$$H(\sigma - \sigma_s) = \begin{cases} 0 & (\sigma \leq \sigma_s) \\ \sigma - \sigma_s & (\sigma > \sigma_s) \end{cases} \quad (16)$$

### 3.2 改进西原模型

将修正的广义 Kelvin 模型与非线性黏塑性模型串联得到图 12 改进西原模型。

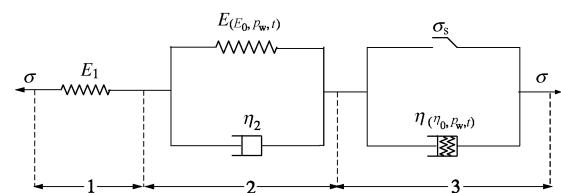


图 12 非线性黏弹塑性蠕变本构模型

Fig. 12 Nonlinear viscoelasto-plastic creep constitutive model

在图 12 的元件模型中, 当  $\sigma < \sigma_s$  时, 非线性黏滞系数牛顿体不起作用, 仅有 1, 2 部分参与蠕变, 此时蠕变模型即为修正的广义 Kelvin 模型, 其蠕变方程见式 (8)。

当  $\sigma \geq \sigma_s$  时, 1, 2 和 3 均参与蠕变, 此时蠕变模型为非线性黏弹塑性模型, 其状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 &= \varepsilon, & \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \\ \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 &= \dot{\varepsilon}, & \sigma_2 = (E_0 - at^b p_w) \varepsilon_2 + \eta_2 \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_1 &= \dot{\sigma}_1 / E_1, & \sigma_3 = \sigma_s + \frac{\eta_0 \varepsilon_3}{\exp(n_0 e^{dp_w} t)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

整理上式, 得非线性黏弹塑性蠕变模型的本构方程为

$$\begin{aligned} & \frac{E_1 + E_0 - at^b p_w}{E_1} \sigma + \frac{\eta_0 \eta_2 + E_1 \eta_2 \exp(n_0 e^{dp_w} t)}{E_1 \eta_0} \dot{\sigma} + \\ & \frac{(E_0 - at^b p_w + \eta_2 n_0 e^{dp_w}) \exp(n_0 e^{dp_w} t)}{\eta_0} (\sigma - \sigma_s) \\ & = (E_0 - at^b p_w) \varepsilon + \eta_2 \dot{\varepsilon} \quad . \end{aligned} \quad (18)$$

由式 (18), 同样假定  $t=0$  时施加瞬间应力, 则  $\sigma = \sigma_0$ , 代入边界条件:  $t=0$ 、 $\varepsilon=0$ ,  $t=0$ 、 $\dot{\varepsilon}=0$ , 解微分方程, 可求得非线性黏弹塑性模型的蠕变方程:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_0 + \beta t - at^b p_w} \\ & \left( 1 - \exp \left( -\frac{E_0 + \beta t - at^b p_w}{\eta_2} t \right) \right) + \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_0} \exp(n_0 e^{dp_w} t) . \end{aligned} \quad (19)$$

在岩土工程中, 岩土体大多处于三维应力状态, 本文也是通过室内三轴压缩蠕变试验成果对模型进行验证。因此, 有必要建立三维应力状态下岩石蠕变方程。

假设岩石为各向同性体, 根据广义虎克定律<sup>[1]</sup>, 三维应力状态下的本构关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= 3K \varepsilon_m \\ S_{ij} &= 2G e_{ij} \end{aligned} \right\} . \quad (20)$$

式中,  $\sigma_m$  为球应力张量,  $S_{ij}$  为偏应力张量,  $K$  为体积模量,  $G$  为剪切模量。三维应力状态下, 将岩石内部的应力张量分解为  $\sigma_m$  和  $S_{ij}$ , 其表达式为

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \sigma_m . \quad (21)$$

一般认为, 球应力张量  $\sigma_m$  只能改变物体体积; 而偏应力张量  $S_{ij}$  只引起形状变化。因此也可以将应变张量分解成球应变张量  $\varepsilon_m$  和偏应变张量  $e_{ij}$ , 表达式如下:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \delta_{ij} \varepsilon_m . \quad (22)$$

为了简化问题, 假设材料的蠕变仅由偏应力张量引起<sup>[2]</sup>, 结合前面各式可得三维应力状态下蠕变方程:

$$\varepsilon = \frac{(S_{ij})_0}{2G_1} + \frac{(S_{ij})_0}{2(G_0 + \beta t - at^b p_w)} .$$

$$\left( 1 - \exp \left( -\frac{G_0 + \beta t - at^b p_w}{\eta_2} t \right) \right), \quad (S_{ij})_0 < (S_{ij})_s . \quad (23a)$$

$$\varepsilon = \frac{(S_{ij})_0}{2G_1} + \frac{(S_{ij})_0}{2(G_0 + \beta t - at^b p_w)} .$$

$$\left( 1 - \exp \left( -\frac{G_0 + \beta t - at^b p_w}{\eta_2} t \right) \right) + \frac{(S_{ij})_0 - (S_{ij})_s}{2\eta_0} .$$

$$\exp(n_0 e^{dp_w} t) , \quad (S_{ij})_0 \geq (S_{ij})_s . \quad (23b)$$

在等围压三轴压缩应力状态下,  $\sigma_2 = \sigma_3$ ,  $\sigma_m = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ , 再结合式 (21) 得

$$S_{11} = 2(\sigma_1 - \sigma_3)/3 . \quad (24)$$

将式 (24) 代入式 (23) 可得常规三轴压缩应力状态下的蠕变方程为

等围压三轴压缩应力状态下:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3(G_0 + \beta t - at^b p_w)} . \\ & \left( 1 - \exp \left( -\frac{G_0 + \beta t - at^b p_w}{\eta_2} t \right) \right), \quad \sigma_1 - \sigma_3 < (\sigma_1 - \sigma_3)_s . \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3(G_0 + \beta t - at^b p_w)} . \\ & \left( 1 - \exp \left( -\frac{G_0 + \beta t - at^b p_w}{\eta_2} t \right) \right) + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_s}{3\eta_0} . \\ & \exp(n_0 e^{dp_w} t) , \quad \sigma_1 - \sigma_3 \geq (\sigma_1 - \sigma_3)_s . \end{aligned} \quad (25b)$$

## 4 模型参数识别及验证

在进行模型参数识别之前, 先利用 Boltzmann 叠加原理, 将图 1 分级加载条件下的蠕变曲线转化为分别加载条件下的蠕变曲线 (图 13)。限于篇幅, 仅对工况 I 和工况 V 条件下蠕变曲线进行参数辨识。

基于试验数据, 选择合适的模型辨识方法, 得到合理的模型参数。目前, 较为普遍的做法是采用最小二乘法对蠕变曲线进行拟合, 进而确定模型参数<sup>[3]</sup>。然而最小二乘法在解决非线性问题时, 效果并不理想, 若迭代的初始值选取不合理则会导致最终结果不收敛, 或者收敛于局部极小点, 且收敛速度比较慢<sup>[7]</sup>。

本文基于试验结果, 利用 1stOpt 数学优化分析软件<sup>[10]</sup>, 对模型参数进行辨识。该软件的核心是通用全局优化算法 (universal global optimization), 其最大特点是克服了优化计算领域中使用迭代法必须给出合适初值的难题, 即用户勿需给出参数初始值, 而由软件随机给出, 通过其独特的全局优化算法, 最终找出最

表 6 蠕变模型参数

Table 6 Parameters of improved creep model

工况	应力水平/MPa	模型参数				$R^2$	
		$G_0$ /GPa	$G_1$ /GPa	$\eta_0$ /(GPa·h)	$\eta_2$ /(GPa·h)		
工况 I	30.57	224.7960	10.6581	—	782.6234	—	0.9193
	71.34	430.0227	12.1321	—	6767.6130	—	0.9217
	112.10	369.7188	12.1713	—	7041.3831	—	0.9380
	152.87	379.7568	11.8783	—	7577.1221	—	0.9684
	193.63	262.1682	11.5463	—	7482.6172	—	0.9671
	224.20	204.5432	10.9415	—	5233.6277	—	0.9879
工况 V	254.78	209.0205	10.2197	$4.2751 \times 10^{-9}$	4214.7459	0.2266	0.9953
	30.57	123.6016	10.7112	—	706.5621	—	0.9479
	71.34	98.2516	10.2501	—	1590.9978	—	0.9642
	112.10	107.2990	96.5513	—	1517.7286	—	0.9624
	152.87	110.6295	87.3425	—	1969.2653	—	0.9591
	193.63	106.8901	87.3341	$1.7263 \times 10^{-13}$	375.1429	0.1717	0.9744

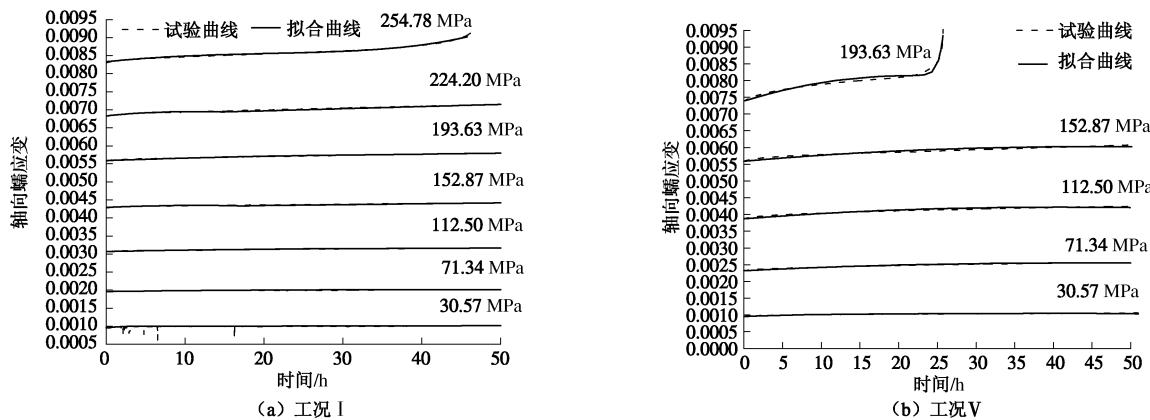


图 13 蠕变试验曲线与理论曲线对比

Fig. 13 Comparison of creep test theoretical curves

优解。

当应力水平低于屈服应力时, 采用修正的广义 Kelvin 模型的蠕变方程(式(25a))对试验曲线进行拟合; 当应力水平高于屈服应力时, 则采用非线性黏弹塑性模型的蠕变方程(式(25b))对试验曲线进行拟合。拟合得到的相关参数见表 6。由拟合结果可以看出, 模型参数拟合相关系数平方均达到 0.91 以上, 拟合效果比较理想。

图 13 为两种工况下蠕变试验曲线和理论模型曲线的对比。从对比结果可以看出, 二曲线较为吻合, 既显示数学优化软件 1stopt 非线性拟合功能的强大, 也表明本文提出的修正广义 Kelvin 模型和非线性黏弹塑性模型能够很好的反映细砂岩在高围压下, 不同孔隙水压作用时的衰减蠕变、稳定蠕变和加速蠕变特征。验证了本文提出模型的正确性和适用性。

## 5 结 论

(1) 由试验结果, 分析表明蠕变黏弹性模量随随孔隙水压呈线性递减关系, 即  $E(p_w) = A - Bp_w$ , 并根据线性参数  $A$  和  $B$  随时间变化的数据分布特点, 得到黏弹性模量随孔隙水压和时间变化的表达式, 即  $E(p_w, t) = E_0 + \beta t - at^b p_w$ , 最终建立一个新的修正广义 Kelvin 模型, 该模型能较好的描述不同孔隙水压下细砂岩随时间变化的黏弹性蠕变特性。

(2) 根据不同孔隙水压下加速蠕变曲线特征, 引入一个非线性黏性元件, 得到一个能反映不同孔隙水压作用下加速蠕变特征的二元件黏塑性蠕变模型, 将该模型与修正的广义 Kelvin 模型串联组成一个新的非线性黏弹塑性蠕变模型。该模型能较好的描述细砂岩在不同应力水平和孔隙水压作用时的衰减、稳定和加速蠕变。

(3) 根据试验结果, 利用优化分析软件 1stOpt, 对模型参数进行辨识, 效果比较理想; 对比试验曲线和理论曲线, 二者吻合较好, 验证了模型的正确性和适用性。

(4) 后续研究中, 笔者将利用 VC++6.0 开发环境将本文提出的蠕变模型编译成 DLL 文件, 并添加到 FLAC<sup>3D</sup> 的动态链接库中, 实现蠕变模型的二次开发。并利用该研究成果, 结合工程实例, 对受高应力高孔隙水压地区深埋隧洞开挖后围岩变形进行数值模拟, 以监测隧洞开挖后, 随时间的发展, 围岩的应力场分布情况和变形发展趋势, 为施工过程的安全性和合理性提供指导。

## 参考文献:

- [1] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2009. (CAI Mei-feng, HE Man-chao, LIU Dong-yan. Rock mechanics and engineering[M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese))
- [2] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999. (SUN Jun. Rheological behavior of geomaterials and its engineering applications[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999. (in Chinese))
- [3] 刘东燕, 赵宝云, 朱可善, 等. 砂岩直接拉伸蠕变特性及 Burgers 模型的改进与应用[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(11): 1740 - 1744. (LIU Dong-yan, ZHAO Bao-yun, ZHU Ke-shan, et al. Direct tension creep behaviors of sandstone and improvement and application of Burgers model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(11): 1740 - 1744. (in Chinese))
- [4] 李栋伟, 汪仁和, 范菊红. 白垩系冻结软岩非线性流变模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 398 - 403. (LI Dong-wei, WANG Ren-he, FAN Jun-hong. Nonlinear rheological model for frozen soft rock during cretaceous period[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(3): 398 - 403. (in Chinese))
- [5] 姜永东, 鲜学福, 杨春和. 巷道岩体蠕变断裂失稳去预测研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(6): 906 - 910. (JIANG Yong-dong, XIAN Xue-fu, YANG Chun-he. Forecasting of instability zones induced by creep fracture of tunnel rockmass[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(6): 906 - 910. (in Chinese))
- [6] 尹光志, 张东明, 何巡军. 含瓦斯煤蠕变试验及理论模型研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 528 - 532. (YIN Guang-zhi, ZHANG Dong-ming, HE Xun-jun. Creep experiment and theoretical model of gas-containing coal[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009: 31(4): 528 - 532. (in Chinese))
- [7] 朱杰兵, 汪 斌, 邬爱清. 锦屏水电站绿砂岩三轴卸荷流变试验及非线性损伤蠕变本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 528 - 534. (ZHU Jie-bing, WANG Bin, WU Ai-qing. Study of unloading triaxial rheological tests and its nonlinear damage constitutive model of Jingping hydropower station green sandstone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 528 - 534. (in Chinese))
- [8] 薛凯喜, 赵宝云, 刘东燕, 等. 岩石非线性拉、压蠕变模型及其参数识别[J]. 煤炭学报, 2011, 36(9): 1440 - 1445. (XUE Kai-xi, ZHAO Bao-yun, LIU Dong-yan, et al. Nonlinear creep model of rock in tensile or compressive stress and its parameter identification[J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36(9): 1440 - 1445. (in Chinese))
- [9] 李亚丽, 于怀昌, 刘汉东. 三轴压缩下粉砂质泥岩蠕变本构模型研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2035 - 2040. (LI Ya-li, YU Huai-chang, LIU Han-dong. Study of creep constitutive model of silty mudstone under triaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(7): 2035 - 2040. (in Chinese))
- [10] 程先云. 优化•拟合•建模: 1stOpt 应用详解[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2012. (CHENG Xian-yun. Optimization•Fitting•Modeling: application detailed[M]. Beijing: China Building Materials Press, 2012. (in Chinese))