

DOI: 10.11779/CJGE201402014

端锚式锚杆-围岩耦合流变模型研究

王 刚^{1,2}, 刘传正¹, 吴学震^{1,2}

(1. 山东省土木工程防灾减灾重点实验室(山东科技大学), 山东 青岛 266590; 2. 矿山灾害预防控制省部共建国家

重点实验室培育基地(山东科技大学), 山东 青岛 266590)

摘 要: 针对端锚式锚杆-围岩结构体在长时条件下支护作用的演化机制, 建立了端锚式锚杆-隧洞围岩耦合作用的结构模型。进行了结构模型的基本假设: ①圆形隧洞; ②深埋; ③各向等压原岩应力; ④均质且各向同性黏弹性围岩模型; ⑤一维黏弹性锚杆模型; ⑥锚杆对围岩作用力整体为面力。基于基本假设建立了端锚式锚杆-围岩耦合流变理论模型。假设围岩和锚杆均为 Maxwell 模型时, 求解了圆形隧洞围岩应力和位移的径向分布随时间变化的解析解, 获得了锚杆轴力随时间演变的理论公式。基于锚杆(索)流变模型, 进行了 FLAC^{3D} 数值模拟软件的二次开发; 并通过数值模拟与理论计算的对比分析验证了理论模型的合理性, 分析了端锚式锚杆-围岩耦合流变规律及其影响因素。该模型对于研究地下隧洞的流变力学行为, 分析锚固支护结构的长期稳定性, 指导工程支护设计具有重要的基础理论价值。
关键词: 流变模型; 锚杆支护; 圆形隧洞围岩; 黏弹性; 解析解

中图分类号: TU470

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)02-0363-13

作者简介: 王 刚(1976-), 男, 山东阳谷人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事岩石力学与工程方面的科研与教学工作。E-mail: wanggang1110@gmail.com。

Coupling rheological model for end-anchored bolt and surrounding rock mass

WANG Gang^{1,2}, LIU Chuan-zheng¹, WU Xue-zhen^{1,2}

(1. Shandong Provincial Key Laboratory of Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Shandong University of Science and

Technology, Qingdao 266590, China; 2. State Key Laboratory of Mining Disaster Prevention and Control Co-founded by Shandong

Province and the Ministry of Science and Technology, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: A structural model for the coupling interaction of end-anchored rock bolt and rock mass is established by analyzing their long-term evolution mechanisms based on the following assumptions: (1) circular cross section; (2) deep tunnel; (3) $\lambda = 1$, i.e., axisymmetric problem; (4) homogeneous, isotropic and viscoelastic ground; (5) one-dimensional viscoelastic rock bolt; (6) the bolt forces are treated as two uniformly compressive distributed loads applied at both ends of the bolt. When the Maxwell model is chosen for describing the rheological behaviors of ground and rock bolt, the closed-form solutions are presented for a circular tunnel supported with end-anchored rock bolt. The analytical solutions are compared with the results obtained by the finite difference method through the secondary development of FLAC^{3D}. The comparisons show that the analytical solutions provide reasonable results for the end-anchored rock bolt with low to moderate spacings. Under the same rock properties, tunnel geometry and construction and reinforcement characteristics, the analytical and numerical solutions of two tunnels are obtained respectively supported by the rock bolt with different viscosity coefficients. The research shows there is an eigenvalue for the viscosity coefficient of rock bolt with regard to the specific tunnel supported by end-anchored rock bolt. When the viscosity coefficient of rock bolt is larger than the eigenvalue, the axial force of bolt increases with the time, and the rock bolt will play an active part in engineering reinforcement continuously. When the distribution of rock bolts around the tunnel perimeter is linked to the far-field stresses and the material parameters are adapted to the ground, smaller convergence and reduced reinforcement stresses are possible. The proposed rheological model will be useful in predicting the time-dependent closure and the support load and in optimizing support design for tunnels.

Key words: rheological model; bolt reinforcement; surrounding rock of circular tunnel; viscoelasticity; analytical solution

0 引 言

锚固支护作为永久性支护形式在地下工程中得到

基金项目: 国家自然科学基金项目(51279097, 51379117); 国家重点基础研究发展规划(973计划)(2012CB723104)

收稿日期: 2013-08-06

其具体形式取决于所选黏弹性模型, 所以, 锚杆对隧洞内壁的平均作用力 P_0 为

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{T}{S_\theta S_z} = \frac{A_c}{S_\theta S_z} \frac{Q_c(D)}{P_c(D)} \varepsilon \\ &= \frac{A_c}{S_\theta S_z} \frac{Q_c(D)}{P_c(D)} \frac{\Delta L}{L} = k \Delta L \\ &= k [u_\rho(R) - u_\rho(r)] \quad , \quad (2) \end{aligned}$$

$$k = \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \frac{Q_c(D)}{P_c(D)} \quad . \quad (3)$$

式中 k 为锚杆对围岩作用力的等效刚度 (Pa/m); A_c 为锚杆的横截面积 (m^2); u_ρ 为锚杆的随围岩的径向位移 (m); ε 为锚杆的轴向应变; ΔL 为锚杆自由段的变形量 (m)。

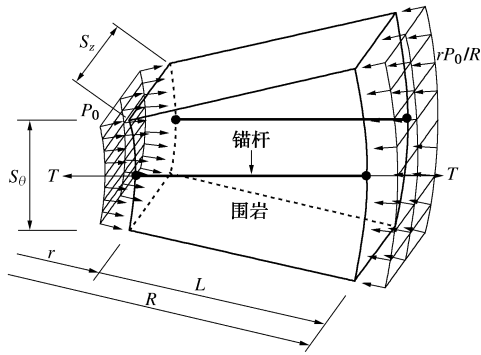


图2 结构分析模型

Fig. 2 Structural model

与一维 Maxwell 模型算子函数 $Q_c(D)$, $P_c(D)$ 相对应的 Laplace 变换形式为 $\overline{P_c}(s) = 1 + \frac{\eta_c}{E_c} s$, $\overline{Q_c}(s) = \eta_c s$, 式中, s 为拉式空间的自变量。

应用广义胡克定律, 由一维推广至三维得到围岩的三维黏弹性本构模型:

$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= 2 \frac{Q'(D)}{P'(D)} e_{ij} \quad , \\ \sigma_{ij} &= 3 \frac{Q''(D)}{P''(D)} \varepsilon_{ij} \quad , \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, S_{ij} 为应力偏张量, e_{ij} 为应变偏张量, σ_{ij} 为应力张量, ε_{ij} 为应变张量。

黏弹性问题的求解, 可借助于 Laplace 变换寻求问题的解析解, 由于黏弹性材料和弹性材料存在着类同的关系^[15], 因此, 黏弹性分析中的相空间参数的变换表达式为

$$\overline{E}(s) = \frac{9\overline{Q'}(s)\overline{Q''}(s)}{3\overline{P'}(s)\overline{Q''}(s) + \overline{P''}(s)\overline{Q'}(s)} \quad , \quad (5)$$

$$\overline{\mu}(s) = \frac{3\overline{P'}(s)\overline{Q''}(s) - 2\overline{P''}(s)\overline{Q'}(s)}{2[3\overline{P'}(s)\overline{Q''}(s) + \overline{P''}(s)\overline{Q'}(s)]} \quad , \quad (6)$$

式中, s 是拉式空间的自变量。而各个黏弹性模型在三维空间所对应的算子函数的 Laplace 变换形式分别为 $\overline{P'}(s) = 1 + \frac{\eta_2}{G_0} s$, $\overline{Q'}(s) = \eta_2 s$, $\overline{P''}(s) = 1$, $\overline{Q''}(s) = K$ 。

在小变形的范围内, 黏弹性问题与弹性问题只是本构关系的不同, 其平衡微分方程、几何关系及边界条件相同, 因此根据弹性-黏弹性相应原理, 对于已经得到的弹性解的问题, 只需将弹性参数进行拉氏变换, 然后带入材料参数, 并作 Laplace 逆变换即可得问题的黏弹性解^[15]。

2 锚杆围岩耦合理论解析与模拟

2.1 M 体锚杆与围岩相互作用解析解

当围岩和锚杆的本构模型都选用 M 模型时, 求解黏弹性解, 首先寻求问题的弹性解, 端锚式锚杆-围岩耦合作用的弹性解见附录 A。应用问题的弹性解^[11]来求解黏弹性解, 将参数变换式 (3)、(5)、(6) 带入附录 A 中的弹性解的应力、位移方程 (a) ~ (f), 然后将与 M 体相对应的围岩与锚杆的 Laplace 算子函数 $\overline{Q_c}(s)$, $\overline{P_c}(s)$, $\overline{Q'}(s)$, $\overline{P'}(s)$, $\overline{Q''}(s)$, $\overline{P''}(s)$ 带入以上各方程, 即可得到与原问题弹性解方程相对应的 Laplace 空间的黏弹性方程 (7) ~ (13) 见附录 B。

锚固区 ($r < \rho < R$) 的位移:

$$u_1(\rho, s) = \frac{a_1 s^3 + b_1 s^2 + c_1 s + d_1}{e_1 s^4 + f_1 s^3 + g_1 s^2} \quad , \quad (7)$$

式中, 参数 a_1 , b_1 , c_1 , d_1 , e_1 , f_1 , g_1 详见附录 B。

原岩区 ($\rho > R$) 的位移:

$$u_2(\rho, s) = \frac{a_2 s^3 + b_2 s^2 + c_2 s + d_2}{e_2 s^4 + f_2 s^3 + g_2 s^2} \quad , \quad (8)$$

式中, 参数 a_2 , b_2 , c_2 , d_2 , e_2 , f_2 , g_2 详见附录 B。

锚固区 ($r < \rho < R$) 的径向应力:

$$\sigma_{\rho 1}(\rho, s) = \frac{a_3 s^2 + b_3 s + c_3}{d_3 s^3 + e_3 s^2 + f_3 s} \quad , \quad (9)$$

式中, 参数 a_3 , b_3 , c_3 , d_3 , e_3 , f_3 详见附录 B。

原岩区 ($\rho > R$) 的径向应力:

$$\sigma_{\rho 2}(\rho, s) = \frac{a_4 s^2 + b_4 s + c_4}{d_4 s^3 + e_4 s^2 + f_4 s} \quad , \quad (10)$$

式中, 参数 a_4 , b_4 , c_4 , d_4 , e_4 , f_4 详见附录 B。

锚固区 ($r < \rho < R$) 的切向应力:

$$\sigma_{\theta 1}(\rho, s) = \frac{a_5 s^2 + b_5 s + c_5}{d_5 s^3 + e_5 s^2 + f_5 s} \quad , \quad (11)$$

式中, 参数 a_5 , b_5 , c_5 , d_5 , e_5 , f_5 详见附录 B。

原岩区 ($\rho > R$) 的切向应力:

$$\sigma_{\theta 2}(\rho, s) = \frac{a_6 s^2 + b_6 s + c_6}{d_6 s^3 + e_6 s^2 + f_6 s} \quad , \quad (12)$$

式中, 参数 $u_1(\rho,s)=\frac{a_1s^3+b_1s^2+c_1s+d_1}{e_1s^4+f_1s^3+g_1s^2}$ 详见附录 B。

由以上方程, 结合方程 (2) 可以求出锚杆轴力 T :

$$T(s)=\frac{aTs^2+bTs+c_T}{dTs^3+eTs^2+fTs}, \quad (13)$$

式中, 参数 $a_T, b_T, c_T, d_T, e_T, f_T$ 详见附录 B。

由式 (7) ~ (13) 经过 laplace 逆变换就可以求出与附录 A 中弹性方程相对应的问题的蠕变方程。由于 laplace 空间变量 s 的系数不同, 方程 (7) ~ (13) 有两种形式, 分别如下:

方程形式一: $u(\rho,s)=\frac{as^3+bs^2+cs+d}{es^4+fs^3+gs^2}$ 对应拉式

空间位移蠕变方程 $u_1(\rho,s)$ 和 $u_2(\rho,s)$, 对其进行 laplace 逆变换后可得 $u(\rho,t)$, 具体形式见附录 C。

方程形式二: $f(s)=\frac{as^2+bs+c}{ds^3+es^2+fs}$ 对应拉式空间

的围岩应力方程 $\sigma_{\rho 1}(\rho,s)$, $\sigma_{\rho 2}(\rho,s)$, $\sigma_{\theta 1}(\rho,s)$, $\sigma_{\theta 2}(\rho,s)$ 与锚杆的轴力方程 $T(s)$, 对其进行 laplace 逆变换后得 $f(t)$, 其具体形式见附录 C。

当 $T(t)=f(t)$ 时, 即参数 a, b, c, d, e, f 为 $a_T, b_T, c_T, d_T, e_T, f_T$ 时, 此时令 $t=0$ 可得锚杆的与围岩共同作用下隧洞在开挖后的瞬时产生的锚杆的轴力为 $T(0)=E_cRr\sigma_0A_cS_\theta S_z(R-r)(4G_0+3K)/\{G_0R^2S_\theta S_zL(8G_0+6K)+E_cA_cr(R-r)[G_0(7R-r)+3K(R-r)]\}$ 。

因此, 在 $t=0$ 的初始时刻, 锚杆的轴力和围岩的蠕变系数、锚杆的蠕变系数无关, 其大小取决于锚杆、围岩的弹模, 隧洞的几何尺寸等。为进一步研究锚杆轴力的变化规律, 对锚杆轴力方程对时间求导。

$$T'(t)=\frac{dT(t)}{dt}。 \quad (14)$$

由方程 (14) 可以得出锚杆轴力对时间的导数 $T'(t)$ (其具体形式见附录 C), 令 $T'(t)=0$ 得出极值点 t_1, t_2 (其具体形式见附录 C), 由 t_1, t_2 的方程式 (q)、(r) 得出: 其中一个必无实数解, 因此由方程 $T'(t)$ 可以判断出在区间 $[0,t_m]$ (t_m 为 t_1, t_2 在实数域内中的一点) 锚杆轴力 $T(t)$ 增减趋势。当 $T'(t)<0$ 时, 锚杆的轴力 $T(t)$ 会随着锚杆 - 围岩的耦合变形的增加而逐渐减小, 此时的锚杆的黏滞性系数比较小, 锚杆的变形主要以松弛为主; 而当 $T'(t)>0$ 时, 锚杆的轴力 $T(t)$ 会

随着锚杆 - 围岩的耦合变形的增加而逐渐增大, 此时锚杆的黏滞性系数比较大, 锚杆的变形主要以蠕变为主, 如图 3 所示。

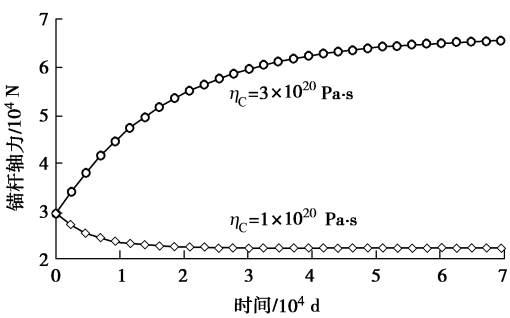


图 3 锚杆轴力随时间变化曲线

Fig. 3 Variation of axial force of bolt with time

为了对结果进行对比分析, 分别取两种不同锚杆黏滞性系数 η_c 的计算工况 (表 1) 展开研究。

由图 4 所示, 在两种不同锚杆的黏滞性系数下, 围岩径向应力的共同点是: 围岩的径向应力 σ_ρ 在 $\rho=r$ 处数值大小等于锚杆对围岩的平均作用力 P_0 ; 随着远离隧洞开挖面, σ_ρ 无限趋近于原岩应力 σ_0 。而在 $\rho=R$ 的锚固力作用面上, 有径向应力的突变现象, 且锚固区的径向应力 $\lim_{\rho \rightarrow R^+} \sigma_\rho$ 处大于原岩区的径向应力 $\lim_{\rho \rightarrow R^-} \sigma_\rho$ 。当锚杆的黏滞性系数较大 ($\eta_c=3 \times 10^{20}$) 时, 锚固区以及原岩区的径向应力绝对值会随时间逐渐增大, 且在 $\rho=R$ 处径向应力的突变值也会随之增加 (锚固区径向应力增幅大于原岩区), 因为此时锚杆轴力随着时间增长, 其对围岩的支护作用也随之增大; 当锚杆的黏滞性系数较小 ($\eta_c=1 \times 10^{20}$) 时, 在锚固区的径向应力绝对值会随时间逐渐减小, 而原岩区的径向应力绝对值仍会随时间逐渐增大, 但此时在 $\rho=R$ 处径向应力的突变值的会随之减小, 其主要原因此时锚杆轴力随着时间的增加而减小, 对围岩的支护作用也会一定程度上降低。

由图 5 所示, 在两种不同锚杆的黏滞性系数下, 围岩切向应力的共同点是: 围岩的切向应力 σ_θ 随着远离隧洞开挖面而逐渐减小, 最终趋向原岩应力 σ_0 ; 而在锚固端的锚固力作用面 $\rho=R$ 上, 有切向应力的突变现象, 且锚固区的切向应力在 $\rho=R$ 处比原岩区在 $\rho=R$ 处的切向应力绝对值大, 锚固区的切向应力的

表 1 实验参数

Table 1 Experimental parameters

参数	R/m	r/m	S_θ/m	S_z/m	A_c/m^2	L/m	$\eta_c/(Pa \cdot s)$	$\eta_z/(Pa \cdot s)$	K/Pa	G_0/Pa
实验 1	8	4	0.69813	1	3.00×10^{-4}	4	3.00×10^{20}	1.00×10^{18}	2.20×10^9	1.50×10^9
实验 2	8	4	0.69813	1	3.00×10^{-4}	4	1.00×10^{20}	1.00×10^{18}	2.20×10^9	1.50×10^9

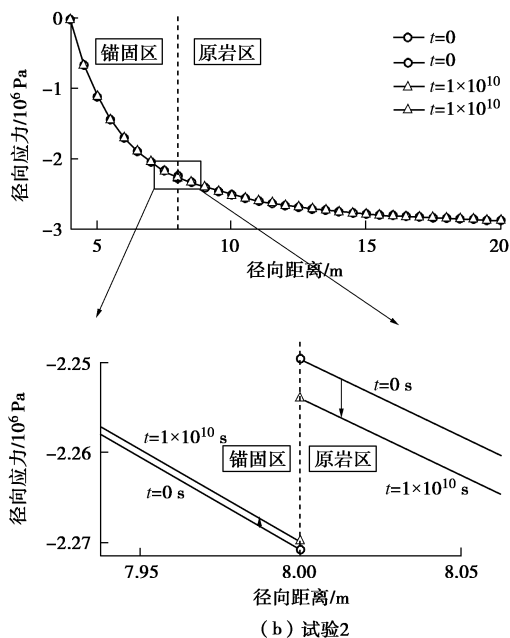
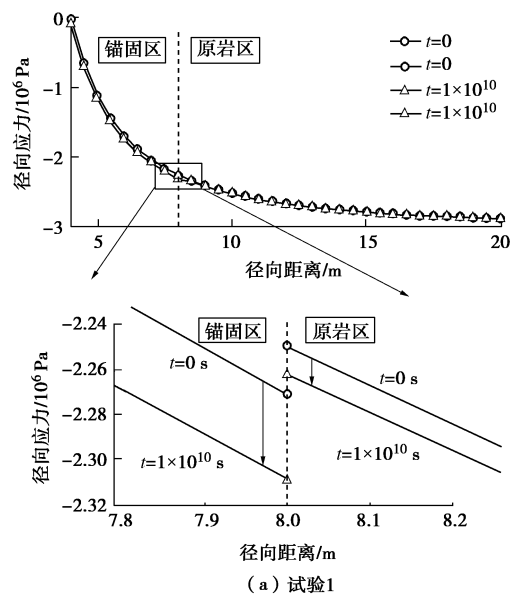


图4 两种计算工况下围岩内径向应力分布

Fig. 4 Distribution of radial stress in surrounding rock

绝对值会随着时间的增加而逐渐增大, 原岩区的切向应力的绝对值会随着时间的增大而逐渐减小, 因此在 $\rho = R$ 处的切向应力的突变值会随着时间的增加而增大。当锚杆的黏滞性系数较大 ($\eta_c = 3 \times 10^{20}$) 时, 锚杆的轴力会随着时间的增加而增大 (如图3), 因此在 $\rho = R$ 处切向应力的突变值比锚杆的黏滞性系数较小 ($\eta_c = 1 \times 10^{20}$) 时偏大。

2.2 M体锚杆与围岩耦合作用数值模拟

解析解能够较精确地得到 M 体锚杆与 M 体围岩耦合作用下的围岩应力、位移以及锚杆轴力。为了验证理论模型的合理性, 基于锚杆 (索) 流变模型, 进

行了 FLAC^{3D} 数值模拟软件的二次开发, 进一步开展 M 体锚杆与 M 体围岩耦合作用机理的数值模拟验证, 具体模拟流程如图6所示。

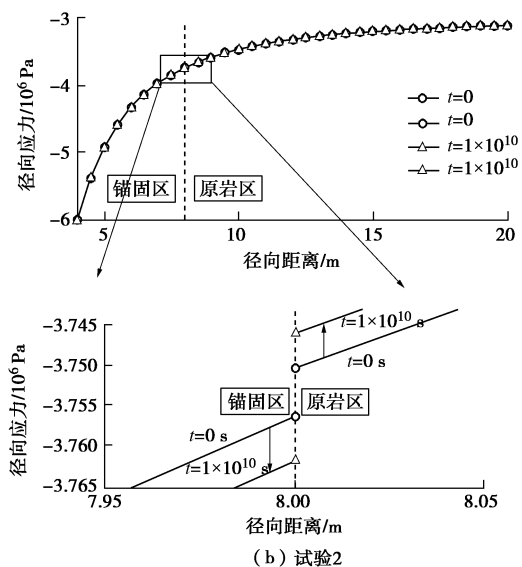
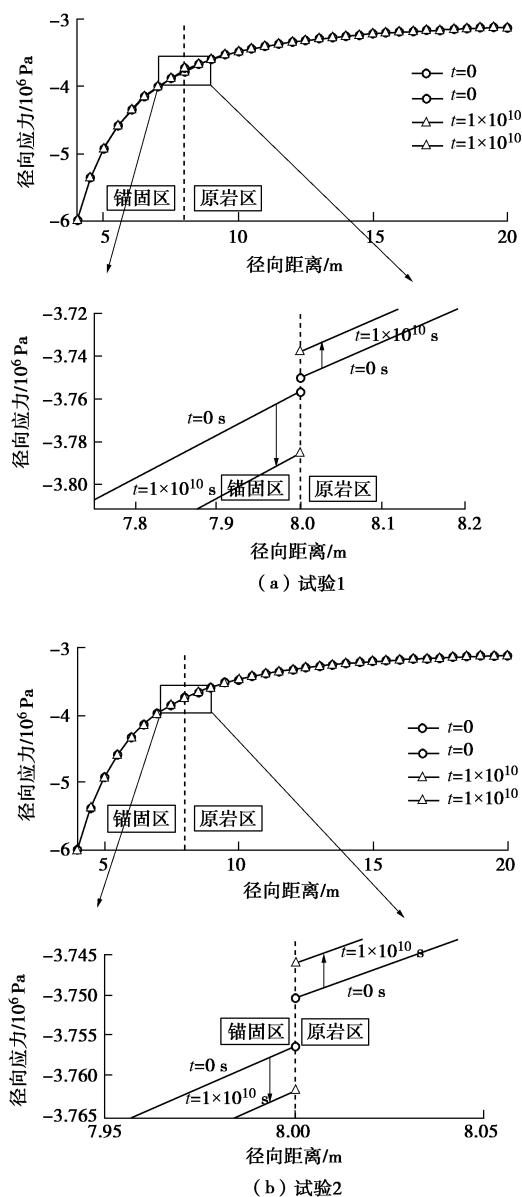


图5 两种计算工况下围岩内切向应力分布

Fig. 5 Distribution of tangential stress in surrounding rock

锚杆一维蠕变模型的二次开发中, 基于端锚式锚杆和围岩体之间的耦合机制, 在 FLAC^{3D} 内实现端锚式锚杆-围岩的耦合作用。模拟计算中, 锚杆轴力和锚杆变形的计算中假设锚杆两固定端随围岩以相对速度 $v_0(t)$ 移动, 速度以及其加速度足够小 (此时不必考虑应力波的影响), 因此视锚杆自由段内的应力和应变在每一时刻为常数。据此求得锚杆自由段的轴向应变和应力如下:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_0(t) dt, \quad (15)$$

$$\sigma(t) = e^{-\frac{E}{\eta}t} \left(\frac{E}{L} \int v_0(t) e^{\frac{E}{\eta}t} dt + \sigma(0) \right) \quad (16)$$

由式 (15)、(16)，通过 FLAC^{3D} 中的内置 FISH 语言^[16]实现 M 体锚杆与 M 体围岩之间耦合作用计算过程。

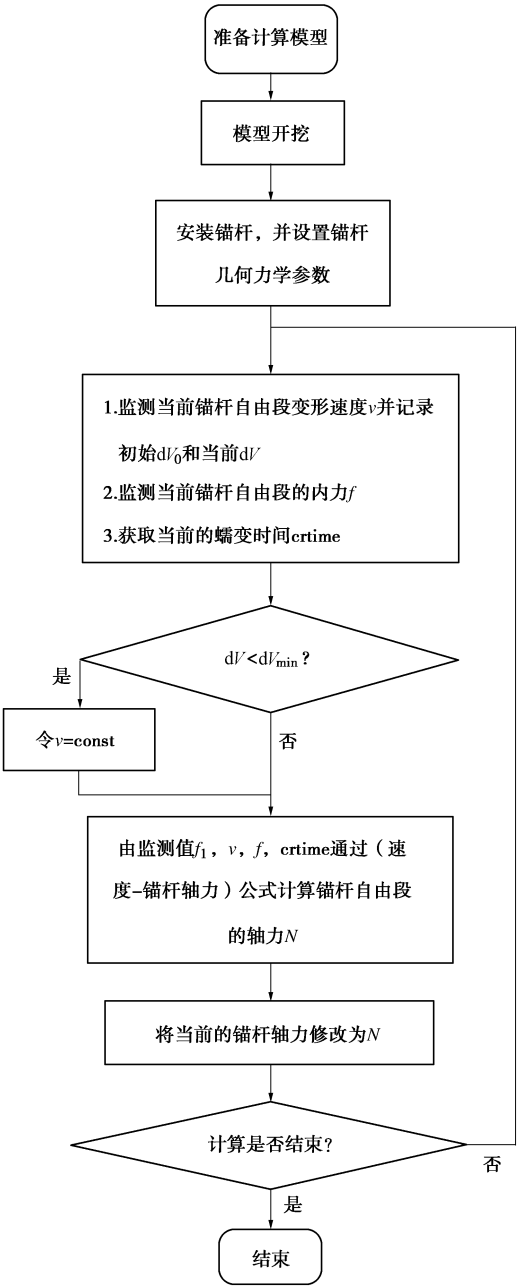


图 6 锚杆 - 围岩耦合流变计算流程图

Fig. 6 Flow chart of rheological computation of bolt and surrounding rock mass

2.3 解析解与数值模拟结果计算验证

同样采用表 1 中的试验参数，分别采用解析和数值模拟两种方法分析两种不同黏滞性系数的锚杆支护下围岩体与锚杆的受力和变形特征，如图 7~13 所示。

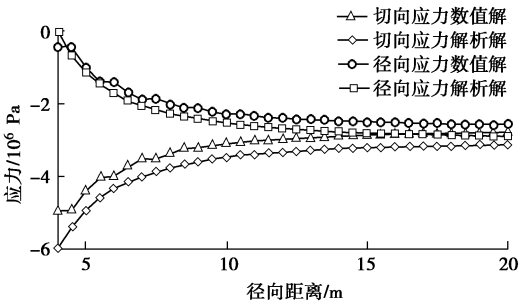


图 7 锚杆黏滞性系数为 1×10^{20} 时围岩应力

Fig. 7 Stresses in surrounding rockmass under viscosity coefficient of bolt of 1×10^{20}

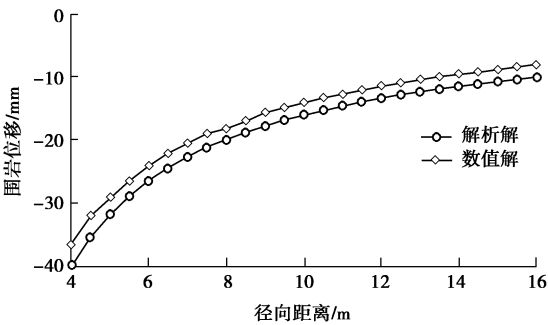


图 8 锚杆黏滞性系数为 1×10^{20} 时围岩位移

Fig. 8 Displacements of surrounding rock mass under viscosity coefficient of bolt of 1×10^{20}

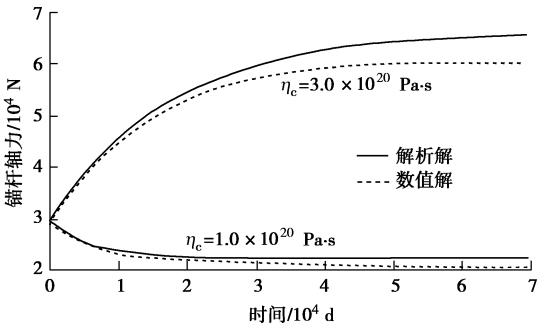


图 9 锚杆黏滞性系数为 3×10^{20} 和 1×10^{20} 时锚杆轴力

Fig. 9 Axial force of blot under viscosity coefficient of bolt of 3×10^{20} and 1×10^{20}

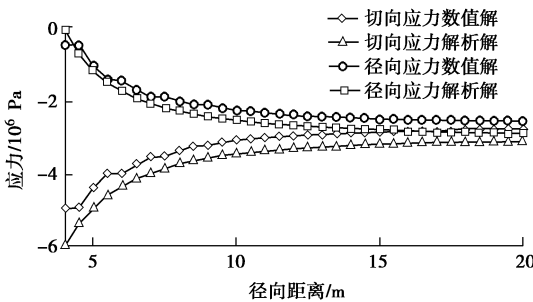


图 10 锚杆黏滞性系数为 3×10^{20} 时围岩应力

Fig. 10 Stresses in surrounding rock mass under viscosity coefficient of bolt of 3×10^{20}

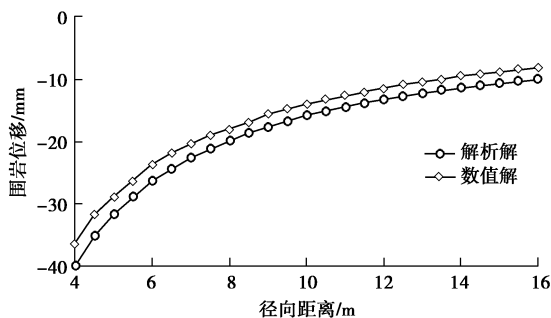
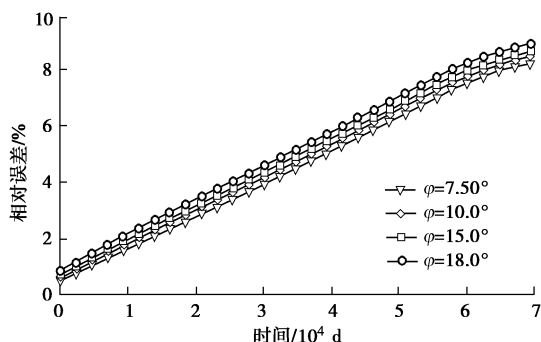
图 11 锚杆黏滞性系数为 3×10^{20} 时围岩位移Fig. 11 Displacements of surrounding rock mass under viscosity coefficient of anchor of 3×10^{20} 

图 12 不同锚间距锚杆轴力解析解与数值解相对误差

Fig. 12 Relative errors between analytical and numerical solutions of axial force of bolt with different spacings

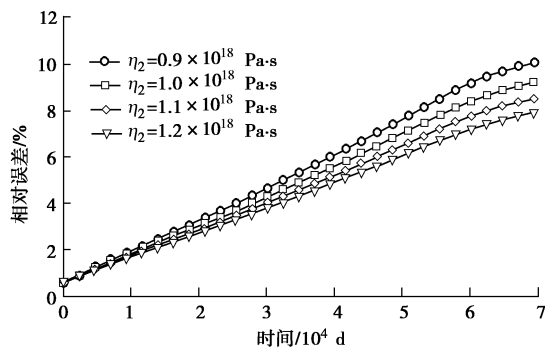


图 13 不同围岩黏滞系数锚杆轴力解析解与数值解相对误差

Fig. 13 Relative errors between analytical and numerical solutions of axial force of bolt with different viscosity coefficients of rock

由图 9 可知, 锚杆轴力的解析解和数值解得变化趋势一致, 数值大小也吻合较好, 初始误差仅为 1.5%, 最大误差为 8%。但锚杆轴力的解析解和数值解之间的绝对误差会随着时间逐渐增加, 这是由于解析模型的简化所致。在数值模拟中, 锚杆间隔的分布在围岩体中, 锚杆力通过锚固端和托盘两点作用于围岩体, 锚杆对围岩的影响具有一定区域性, 而在解析模型中, 锚杆的作用力被简化为两个面力, 托盘作用力假设为作用于整个开挖面 $\rho = r$ 上, 而锚固端的作用力假设为

作用于圆柱面 $\rho = R$ 上, 所以, 解析模型一定程度上放大了锚杆的支护作用。在图 7, 8 和图 10, 11 的中, 围岩应力解析解小数值模拟结果大, 围岩位移解析解小而数值模拟结果大, 也印证了这一结论。

将锚杆的间距设为 18° , 15° , 10° , 7.5° , 而其他参数设置相同, 计算得出 4 种工况下锚杆轴力的解析解和数值模拟结果之间的相对误差随时间的变化曲线如图 12 所示。随着锚杆安装间距的减小, 解析解和数值模拟结果的相对误差逐步减小, 其曲线的曲率基本保持一致。这是由于随着锚杆安装间距减小, 数值模拟的计算模式与解析解求解方法的契合度逐步增大。

采用不同的围岩黏滞性系数 ($\eta_2 = 0.9 \times 10^{18} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\eta_2 = 1.0 \times 10^{18} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\eta_2 = 1.1 \times 10^{18} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 和 $\eta_2 = 1.2 \times 10^{18} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), 分别应用解析法和数值模拟进行求解计算, 分析锚杆轴力相对误差随时间变化规律, 如图 13 所示。研究表明, 流变时间 $t=0$ 时, 虽然围岩的黏滞性系数不同, 但是锚杆轴力的相对误差相同; 随时间增加, 在一定范围内围岩黏滞性系数值越大相对误差越小。

综合对比分析可见, 理论解析和数值模拟对于锚杆和围岩的变形及应力的求解结果具有良好的一致性。虽然由于两种求解模式的差异, 解析解和数值模拟结果有一定的误差, 但一般在工程允许的误差范围内, 且误差值与锚杆支护的间排距、锚杆和围岩的黏滞性系数等密切相关。

3 结 论

本文基于端锚式锚杆的加固机理, 发展了端锚式锚杆-隧洞围岩耦合结构模型, 并建立了耦合流变理论模型, 求解得到了解析解。基于 M 体锚杆(索)模型, 借助于 FISH 语言, 进行了 FLAC^{3D} 有限差分软件的二次开发。通过以上两种方法, 结合两个求解工况的计算分析, 验证了理论模型的合理性和实用性。深入分析了长时条件下围岩体内应力、变形的变化规律, 以及锚杆轴力变化规律及其加固作用。主要结论如下:

(1) 基于端锚式锚杆的加固机理, 建立了圆形隧洞端锚式锚杆-围岩的结构模型和耦合流变理论模型; 在锚杆和围岩体都为 Maxwell 流变模型条件下, 求得了围岩位移、应力和锚杆轴力的解析解。并结合 FLAC^{3D} 的数值模拟对比分析, 验证了该理论模型的合理性。该模型对于研究地下隧洞的流变力学行为, 分析锚固支护结构的长期稳定性, 指导工程支护设计具有重要的基础理论价值。

(2) 当围岩和锚杆的本构模型都为 M 体时, 锚

杆的黏滞性系数 η_c 大于某一值(此时方程(p)的值 $T'(t)>0$)时,锚杆轴力会随着时间的增加而增大,最后稳定于某一值;反之,则锚杆轴力会随着时间的增加而减小,最后稳定于某一值。在隧洞支护中,锚杆轴力随时间而逐渐减小预示锚杆的支护作用在减弱,因此,支护设计中应根据锚杆与围岩的材料性质合理设置支护参数,以充分发挥锚杆的支护作用,有效维护隧洞的长期稳定性。

(3)当围岩和锚杆都为M体模型时,若锚杆轴力随时间逐渐增大,围岩中锚固区的径向应力和切向应力也会随时间而变大;原岩区的径向应力也随时间增大,而切向应力则随之减小。反之,当锚杆的轴力随时间逐渐减小时,围岩中锚固区的径向应力会随时间增加而减小,而切向应力随时间增加而增大;此时原岩区的径向应力随之增大,而切向应力随之减小。由此可见,当锚杆轴向应力随时间的增加而逐渐增大时,锚杆对围岩的支护作用是逐渐增强的。

(4)由解析模型计算所得的锚杆轴力、围岩应力比数值模拟值稍大。这是由于解析模型中锚杆对围岩作用力是假设为面力,其作用范围大于数值模拟中的锚杆对围岩的点作用力。当围岩和锚杆本构模型都为M体时,解析解和数值解之间的误差值随锚杆间排距的减小而减小,随围岩黏滞性系数增大而减小。

(5)限于理论推导和求解的适宜性,本文基于6项基本假设建立了理论模型,且在解析求解中假设锚杆和围岩体同为Maxwell流变模型。理论模型与锚杆的实际加固情况还存在一定偏差,但以本文推导方法为基础,结合实验研究,可以开展更为复杂流变模型的耦合理论的求解与分析,使其更接近实际工程结构的流变性质。

(6)理论模型中假设锚杆对围岩的作用力为分布面力,与端锚锚杆实际作用方式有一定的差异,在锚固点附近会引起一定的误差。但以本文研究为基础,更易于开展模拟实际锚杆作用方式的理论模型研究^[17]。基于此方法还可进一步研究全长黏结式锚杆支护理论模型的合理简化方法,为全长黏结式锚杆理论模型的求解奠定前期研究基础。

参考文献:

[1] 程良奎, 范景论, 韩军. 岩土锚固[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007. (CHEN Liang-kui, FAN Jing-lun, HAN Jun. Geotechnical anchorage[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2007. (in Chinese))

[2] 康红普, 林健, 杨景贺, 等. 松软破碎硐室群围岩应力分布及综合加固技术[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(5): 808

- 814. (KANG Hong-pu, LIN Jian, YANG Jing-he, et al. Stress distribution and synthetic reinforcing technology for chamber group with soft and fractured surrounding rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(5): 808 - 814. (in Chinese))

[3] 张玉军, 孙钧. 锚固体岩体的流变模型及计算方法[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3): 33 - 45. (ZHANG Yu-jun, SUN Jun. Rheological models and calculation methods for bolted rock masses[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(3): 33 - 45. (in Chinese))

[4] 张玉军, 刘谊平. 锚固正交各向异性岩体的三维黏弹-黏弹塑性有限元分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(12): 1770 - 1775. (ZHANG Yu-jun, LIU Yi-ping. 3D viscoelastic-viscoplastic FEM analysis for bolted orthotropic rockmass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(12): 1770 - 1775. (in Chinese))

[5] 刘全林, 杨敏. 软弱围岩巷道锚注支护机理及其变形分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(8): 1158 - 1161. (LIU Quan-lin, YANG Min. Analysis on deformation of surrounding rock masses of tunnel using bolt-grouting support and its mechanism[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(8): 1158 - 1161. (in Chinese))

[6] 朱珍德. 地下巷道锚杆作用机理的流变分析[J]. 山东矿业学院学报, 1997, 16(2): 148 - 153. (ZHU Zhen-de. Rheologic analysis of action mechanism of underground roadway bolts[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology, 1997, 16(2): 148 - 153. (in Chinese))

[7] 伍国军, 陈卫忠, 王永刚. 基于岩体蠕变效应的锚杆应力分布及其变化规律研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 150 - 155. (WU Guo-jun, CHEN Wei-zhong, WANG Yong-gang. Study of distribution and variation of anchor stress based on creep effect of rock mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 150 - 155. (in Chinese))

[8] 徐宏发, 卢红标, 钱七虎. 土层灌浆锚杆的蠕变损伤特性研究[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(1): 61 - 63. (XU Hong-fa, LU Hong-biao, QIAN Qi-hu. Creep damage effects of pulling grouting anchor in soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(1): 61 - 63. (in Chinese))

[9] 李京剑, 郑百林, 徐春雨. 边坡预应力锚杆蠕变的数值分析[J]. 力学季刊, 2007, 28(1): 124 - 128. (LI Jing-jian, ZHENG Bai-lin, XU Chun-yu. Numerical analyses of creep behavior for prestressed anchor rods[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2007, 28(1): 124 - 128. (in Chinese))

- [10] 景 锋, 余美万, 边智华, 等. 预应力锚索预应力损失特征及模型研究[J]. 长江科学院院报, 2007, **24**(5): 52 - 54. (JING Feng, YU Mei-wan, BIAN Zhi-hua, et al. Study on prestress loss characteristic and model of prestressed cable[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2007, **24**(5): 52 - 54. (in Chinese))
- [11] 罗彦斌, 陈建勋. 软弱围岩隧道锁脚锚杆受力特性及其力学计算模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1519 - 1525. (LUO Yan-bin, CHEN Jian-xun. Mechanical characteristics and mechanical calculation model of tunnel feet-lock bolt in weak surrounding rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1519 - 1525. (in Chinese))
- [12] PHIENWEJ N, THAKUR P K, CORDING E J. Time-dependent response of tunnels considering creep effect[J]. International Journal of Geomechanics, 2007, **4**: 296 - 360.
- [13] BOBET A, EINSTEIN H H. Tunnel reinforcement with rockbolts[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2011, **26**: 100 - 123.
- [14] CHRISRENSSEN R M. Theory of viscoelasticity[M]. London: Academic Press, 1982.
- [15] 王芝银, 李云鹏. 岩体流变理论及其数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2008. (WANG Zhi-yin, LI Yun-peng. Rock rheology theory and numerical simulation[M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese))
- [16] Itasca Consulting Group Inc. FLAC3D User's Guide[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc, 2002.
- [17] BOBET A. A Simple method for analysis of point anchored rockbolts in circular tunnels in elastic ground[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2006, **39**(4): 315 - 338.

附录 A

端锚式锚杆-围岩耦合作用的弹性解如下所示:

锚固区 ($r < \rho < R$) 的径向应力解为

$$\sigma_{\rho 1} = \frac{\sigma_0 R}{\rho^2} \cdot \left[\frac{k \rho^2 r^2 (4\mu - 3)(\mu + 1)(r - R)}{-k R^2 r (4\mu - 3)(\mu + 1) - 2E_0 R^2 (\mu - 1) + 4k R r^2 (\mu + 1)(\mu - 1) + k r^3 (\mu + 1)} + \frac{R k r^3 (2\mu - 1)(\mu + 1)(R - r) + 2E_0 R (r^2 (\mu + 1) - \rho^2 (\mu - 1))}{-k R^2 r (4\mu - 3)(\mu + 1) - 2E_0 R^2 (\mu - 1) + 4k R r^2 (\mu + 1)(\mu - 1) + k r^3 (\mu + 1)} \right]. \quad (a)$$

而原岩区 ($\rho > R$) 的径向应力解为

$$\sigma_{\rho 2} = \sigma_0 - \frac{R^2 r^2 \sigma_0}{\rho^2} \cdot \frac{k (2\mu - 1)(\mu + 1)(r^2 - R^2) - 2E_0 R (\mu - 1)}{-k R^2 r (4\mu - 3)(\mu + 1) - 2E_0 R (\mu - 1) + 4k R r^2 (\mu + 1)(\mu - 1) + k r^3 (\mu + 1)}. \quad (b)$$

锚固区 ($r < \rho < R$) 的切向应力为

$$\sigma_{\theta 1} = \frac{R \sigma_0}{\rho^2} \cdot \frac{k r \rho^2 (R - r)(4\mu - 3)(\mu + 1) + 2E_0 R (\mu - 1)(\rho^2 + r^2) + k r^3 (2\mu - 1)(\mu + 1)(R - r)}{-k R^2 r (4\mu - 3)(\mu + 1) - 2E_0 R^2 (\mu - 1) + 4k R r^2 (\mu + 1)(\mu - 1) + k r^3 (\mu + 1)}. \quad (c)$$

而原岩区 ($\rho > R$) 的切向应力为

$$\sigma_{\theta 2} = \sigma_0 + \frac{R r^2 \sigma_0}{\rho^2} \cdot \frac{k (r^2 - R^2)(2\mu - 1)(\mu + 1) - 2E_0 R (\mu - 1)}{-k R^2 r (4\mu - 3)(\mu + 1) - 2E_0 R^2 (\mu - 1) + 4k R r^2 (\mu + 1)(\mu - 1) + k r^3 (\mu + 1)}. \quad (d)$$

锚固区 ($r < \rho < R$) 的位移 (中心对称问题, 切向位移为 0) 为

$$u_{\rho 1} = \frac{\sigma_0 r^2 (1 + \mu)}{E_0 \rho} \cdot \frac{2E_0 R^2 (1 - \mu) + k R (\mu + 1)(2\mu - 1)(r^2 - \rho^2) + k r (\mu + 1)(2\mu - 1)(\rho^2 - R^2)}{-k R^2 r (4\mu^2 + 2\mu - 3) - 2E_0 R^2 \mu + 4k R r^2 (\mu^2 - 1) + k r^3 (1 + \mu)}. \quad (e)$$

而原岩区 ($\rho > R$) 的位移为

$$u_{\rho 2} = \frac{\sigma_0 R r^2 (1 + \mu)}{E_0 \rho} \cdot \frac{k (\mu + 1)(2\mu - 1)(r^2 - R^2) + 2E_0 R (1 - \mu)}{-k R^2 r (\mu + 1)(4\mu - 3) + 2E_0 R (1 - \mu) + 4k R r^2 (\mu^2 - 1) + k r^3 (\mu + 1)}. \quad (f)$$

附录 B

Laplace 空间的黏弹性流变方程为

锚固区 ($r < \rho < R$) 的位移

$$u_1(\rho, s) = \frac{a_1 s^3 + b_1 s^2 + c_1 s + d_1}{e_1 s^4 + f_1 s^3 + g_1 s^2}, \quad (g)$$

$$\text{式中, } a_1 = R^2 \eta_2^2 \eta_c r^2 \sigma_0 (8G_0 + 6K) + 3E_c \eta_2^2 \eta_c r^2 \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R - r)(Rr + \rho^2),$$

$$b_1 = \eta_c \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2 r^2 (8G_0 + 12K) + E_c \sigma_0 R^2 \eta_2^2 r^2 (8G_0 + 6K) + 6E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \eta_2 r^2 (R - r)(Rr + \rho^2),$$

$$c_1 = E_c G_0 R^2 \eta_2 r^2 \sigma_0 (8G_0 + 12K) + 6G_0^2 K R^2 \eta_c r^2 \sigma_0 + 3E_c G_0^2 \eta_c r^2 \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R - r)(Rr + \rho^2) \quad d_1 = 6E_c G_0^2 K R^2 r^2 \sigma_0,$$

$$e_1 = \rho \eta_c G_0 R^2 \eta_2^2 (16G_0 + 12K) + E_c \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \eta_2^2 r (14G_0 R^2 - 16G_0 Rr + 2G_0 r^2 + 6KR^2 - 12KRr + 6Kr^2),$$

$$f_1 = 4\rho G_0 R^2 \eta_2 (4E_c \eta_2 G_0 + 3K \eta_2 G_0 + 3E_0 K \eta_2) + E_c \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 \eta_2 r (7R - r)(2R - 2r) + 12E_c K \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \eta_2 r$$

$$(R - r)^2, \quad g_1 = 6E_c K \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 r (R - r)^2 + 12E_c K \rho \eta_2 G_0^2 R^2.$$

原岩区 ($\rho > R$) 的位移

$$u_2(\rho, s) = \frac{a_2 s^3 + b_2 s^2 + c_2 s + d_2}{e_2 s^4 + f_2 s^3 + g_2 s^2}, \quad (h)$$

$$\text{式中, } a_2 = R^2 \eta_2^2 \eta_c r^2 \sigma_0 (8G_0 + 6K) + 3E_c R \eta_2^2 \eta_c r^2 \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R^2 - r^2),$$

$$b_2 = \eta_2 \eta_c \sigma_0 G_0 R^2 r^2 (8G_0 + 12K) + E_c \sigma_0 R^2 \eta_2^2 r^2 (8G_0 + 6K) + 6E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 R \eta_2 r^2 (R^2 - r^2),$$

$$c_2 = E_c G_0 R^2 \eta_2 r^2 \sigma_0 (8G_0 + 12K) + 6G_0^2 K R^2 \eta_c r^2 \sigma_0 + 3E_c G_0^2 \eta_c R r^2 \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R^2 - r^2), \quad d_2 = 6E_c G_0^2 K R^2 r^2 \sigma_0,$$

$$e_2 = \rho \eta_c G_0 R^2 \eta_2^2 (16G_0 + 12K) + E_c \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \eta_2^2 r (14G_0 R^2 - 16G_0 Rr + 2G_0 r^2 + 6KR^2 - 12KRr + 6Kr^2),$$

$$f_2 = 4\rho G_0 R^2 \eta_2 (4E_c \eta_2 G_0 + 3K \eta_2 G_0 + 3E_0 K \eta_2) + E_c \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 \eta_2 r (7R - r)(2R - 2r) + 12E_c K \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \eta_2 r (R - r)^2,$$

$$g_2 = 6E_c K \rho \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 r (R - r)^2 + 12E_c K \rho \eta_2 G_0^2 R^2,$$

锚固区 ($r < \rho < R$) 的径向应力

$$\sigma_{\rho 1} = \frac{a_3 s^2 + b_3 s + c_3}{d_3 s^3 + e_3 s^2 + f_3 s}, \quad (i)$$

$$\text{式中, } a_3 = \eta_2 \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2^2 (\rho^2 - r^2)(8G_0 + 6K) + E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} R \eta_2^2 r (R - r)(7G_0 \rho^2 - 3G_0 r^2 + 3K \rho^2),$$

$$b_3 = E_c \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2^2 (\rho^2 - r^2)(8G_0 + 6K) + E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 R r (R - r)(7 - 3r^2) + 6K \eta_c \sigma_0 G_0^2 R^2 \eta_2 (\rho^2 - r^2) + 6E_c K \eta_c \sigma_0$$

$$\frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 R r (R - r),$$

$$c_3 = 3E_c G_0^2 K R \sigma_0 \left[2R \eta_2 (\rho^2 - r^2) + \rho^2 \eta_c r \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R - r) \right],$$

$$d_3 = 2\eta_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2^2 r (7R - r)(R - r) + 3E_c K \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \rho^2 \eta_2^2 r (R - r)^2,$$

$$e_3 = 2E_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 \rho^2 \eta_2 r (7R - r)(R - r) + 6E_c K \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2 r (R - r)^2 +$$

$$6K \eta_c G_0^2 R^2 \rho^2 \eta_2,$$

$$f_3 = 3E_c K \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 \rho^2 r (R-r)^2 + 6E_c K \eta_2 G_0^2 R^2 \rho^2.$$

原岩区 ($\rho > R$) 的径向应力

$$\sigma_{\rho 2} = \frac{a_4 s^2 + b_4 s + c_4}{d_4 s^3 + e_4 s^2 + f_4 s}, \quad (g)$$

$$\text{式中, } a_4 = 2\eta_c \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2^2 (\rho^2 - r^2) (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \eta_2^2 r [3G_0 R r (r^2 - R^2) + G_0 \rho^2 (7R - r)(R - r) + 3K \rho^2 (R - r)^2],$$

$$b_4 = 3E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 R \eta_2 r^2 (r^2 - R^2) + \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2 (\rho^2 - r^2) (8E_c G_0 \eta_2 + 6K \eta_2 G_0 + 6E_c K \eta_2) +$$

$$E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2 r [G_0^2 (7R - r)(R - r) + 6K (R - r)^2],$$

$$c_4 = 6E_c G_0^2 K R^2 \eta_2 \sigma_0 (\rho^2 - r^2) + 3E_c G_0^2 K \rho^2 \eta_c r \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (r - R)^2,$$

$$d_4 = 2\eta_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \rho^2 \eta_2^2 r [G_0 (7R - r)(R - r) + 3K (R - r)^2],$$

$$e_4 = 2E_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + 6K \eta_c G_0^2 R^2 \rho^2 \eta_2 + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2 r [G_0 (7R - r)(R - r) + 6K (R - r)^2],$$

$$f_4 = 3E_c K \eta_2 G_0^2 \rho^2 \left[\frac{A_c r}{S_\theta S_z L} (R - r)^2 + 2R^2 \right].$$

锚固区 ($r < \rho < R$) 的切向应力

$$\sigma_{\theta 1} = \frac{a_5 s^2 + b_5 s + c_5}{d_5 s^3 + e_5 s^2 + f_5 s}, \quad (k)$$

$$\text{式中, } a_5 = 2\eta_c \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2^2 (\rho^2 + r^2) (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} R \eta_2^2 r (R - r) [3K \rho^2 + G_0 (7\rho^2 + 3r^2)],$$

$$b_5 = 2\sigma_0 G_0 R^2 \eta_2 (\rho^2 + r^2) (4E_c G_0 \eta_2 + 3K \eta_c G_0 + 3E_c K \eta_2) + E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} R \eta_2 r (R - r) (7G_0^2 \rho^2 + 6K \rho^2 + 3G_0^2 r^3),$$

$$c_5 = 3E_c G_0^2 K R \sigma_0 \left[2R^2 \eta_2 (\rho^2 + r^2) + \rho^2 \eta_c r \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R - r) \right],$$

$$d_5 = 2\eta_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2^2 r (7R - r)(R - r) + 3E_c K \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \rho^2 \eta_2^2 r (R - r)^2,$$

$$e_5 = 2E_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 \rho^2 \eta_2 r (7R - r)(R - r) + 6K \eta_2 G_0^2 R^2 \rho^2 \eta_2 + 6E_c K \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2 r (R - r)^2,$$

$$f_5 = 3E_c K \eta_2 G_0^2 \rho^2 \left(2R^2 + \frac{A_c}{S_\theta S_z L} r (R - r)^2 \right).$$

原岩区 ($\rho > R$) 的切向应力

$$\sigma_{\theta 2} = \frac{a_6 s^2 + b_6 s + c_6}{d_6 s^3 + e_6 s^2 + f_6 s}, \quad (l)$$

$$a_6 = 2\eta_c \sigma_0 G_0 R^2 \eta_2^2 (\rho^2 + r^2) (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \eta_2^2 r (R - r) [3G_0 r R (R + r) + G_0 \rho^2 (7R - r) + 3K \rho^2 (R - r)],$$

$$b_6 = E_c \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0^2 \eta_2 [3R r^2 (R^2 - r^2) + r \rho^2 (7R - r)(R - r)] + 2\sigma_0 R^2 \eta_2 G_0 (\rho^2 + r^2) (4E_c G_0 \eta_2 + 3K \eta_c G_0 + 3E_c K \eta_2) +$$

$$6E_c K \eta_c \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2 r (R - r)^2,$$

$$\begin{aligned}
c_6 &= 6E_c G_0^2 K R^2 \eta_2 \sigma_0 (\rho^2 + r^2) + 3E_c G_0^2 K \rho^2 \eta_c r \sigma_0 \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R-r)^2, \\
d_6 &= 2\eta_c G_0 R^2 \rho^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} \rho^2 \eta_2^2 r (R-r) [G_0 (7R-r) + 3K (R-r)], \\
e_6 &= 2G_0 R^2 \rho^2 \eta_2 (4E_c G_0 \eta_2 + 3E_c K \eta_2 + 3K \eta_c G_0) + E_c \eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} G_0 \rho^2 \eta_2 r (R-r) [G_0 (7R-r) + 6K (R-r)], \\
f_6 &= 3E_c K G_0^2 \rho^2 \left[\eta_c \frac{A_c}{S_\theta S_z L} r (R-r)^2 + 2\eta_2 R^2 \right].
\end{aligned}$$

锚杆自由段的轴力

$$T(s) = \frac{a_T s^2 + b_T s + c_T}{d_T s^3 + e_T s^2 + f_T s}, \quad (m)$$

式中, $a_T = A_c E_c R \eta_2^2 \eta_c r \sigma_0 (r-R)(4G_0 + 3K)$,

$b_T = A_c E_c G_0 \eta_2 \eta_c \sigma_0 R r (r-R)(4G_0 + 6K)$,

$c_T = 3A_c E_c G_0^2 K R r \eta_c \sigma_0 (r-R)$,

$d_T = 2LR^2 \eta_c \eta_2^2 G_0 (4G_0 + 3K) + \frac{A_c}{S_\theta S_z} E_c \eta_c G_0 \eta_2^2 r (R-r)(7R-r) + 3 \frac{A_c}{S_\theta S_z} E_c \eta_c K \eta_2^2 r (R-r)^2$,

$e_T = 2E_c L G_0 R^2 \eta_2^2 (4G_0 + 3K) + \frac{A_c}{S_\theta S_z} E_c \eta_2 G_0^2 \eta_2 r (R-r)(7R-r) + 6 \frac{A_c}{S_\theta S_z} E_c K \eta_c G_0 \eta_2 r (R-r)^2$,

$f_T = 3E_c K L G_0^2 \left[\eta_c r \frac{A_c}{S_\theta S_z L} (R-r)^2 + 2\eta_2 R^2 \right]$.

附录 C

方程形式一: $u(\rho, s) = \frac{as^3 + bs^2 + cs + d}{es^4 + fs^3 + gs^2}$ 对应拉式空间的位移流变方程, 对其进行 Laplace 逆变换后可得

$$\begin{aligned}
u(\rho, t) &= \frac{cg - df}{g^2} + \frac{td}{g} + \\
&\left[\cosh \left(t \sqrt{\frac{f^2}{4e^2} - \frac{g}{e}} \right) + \frac{\sinh \left(t \sqrt{\frac{f^2}{4e^2} - \frac{g}{e}} \right) \left(\frac{df^2 - cfg + bg^2 - deg}{ag^2 - ceg + def} - \frac{f}{2e} \right)}{\sqrt{\frac{f^2}{4e^2} - \frac{g}{e}}} \right] \frac{ag^2 - ceg + def}{eg^2} \exp \left(-\frac{ft}{2e} \right), \quad (n)
\end{aligned}$$

式中, a, b, c, d, e, f, g 可代表方程 $u_1(\rho, s)$ 和方程 $u_2(\rho, s)$ 中参数 $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1$ 和 $a_2, b_2, c_2, d_2, e_2, f_2, g_2$ 。

方程形式二: $f(s) = \frac{as^2 + bs + c}{ds^3 + es^2 + fs}$ 对应拉式空间的围岩应力方程与锚杆的轴力方程, 对其进行 Laplace 逆

变换后可得

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{c}{f} + \left[\frac{af - cd}{2df} + \frac{2d(bf - ce) - e(af - cd)}{4d^2 f \sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}}} \right] \exp \left[\left(\sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}} - \frac{e}{2d} \right) t \right] + \\
&\left[\frac{af - cd}{2df} - \frac{2d(bf - ce) - e(af - cd)}{4d^2 f \sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}}} \right] \exp \left[- \left(\sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}} + \frac{e}{2d} \right) t \right], \quad (o)
\end{aligned}$$

式中, a, b, c, d, e, f 可代表方程 $\sigma_{\rho 1}, \sigma_{\rho 2}, \sigma_{\theta 1}, \sigma_{\theta 2}$ 和 $T(s)$ 中的参数 $a_3, b_3, c_3, d_3, e_3, f_3$; $a_4, b_4, c_4, d_4, e_4, f_4$; $a_5, b_5, c_5, d_5, e_5, f_5$; $a_6, b_6, c_6, d_6, e_6, f_6$ 和 $a_T, b_T, c_T, d_T, e_T, f_T$ 。

当式 (n) 为锚杆轴力的方程时, 方程 (o) 对时间求导得

$$T'(t) = f'(t) = \left(\sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}} - \frac{e}{2d} \right) \left[\frac{af - cd}{2df} + \frac{2d(bf - ce) - e(af - cd)}{4d^2 f \sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}}} \right] \exp \left[\left(\sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}} - \frac{e}{2d} \right) t \right] - \left(\sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}} + \frac{e}{2d} \right) \left[\frac{af - cd}{2df} - \frac{2d(bf - ce) - e(af - cd)}{4d^2 f \sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}}} \right] \exp \left[- \left(\sqrt{\frac{e^2}{4d^2} - \frac{f}{d}} + \frac{e}{2d} \right) t \right]. \quad (p)$$

令 $T'(t) = 0$ 由此得出极值点 t_1, t_2 为

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{e^2}{d^2} - \frac{4f}{d}}} \ln \left(- \frac{2d\sqrt{a^2 f^2 - abef - 2acdf + ace^2 + b^2 df - bcde + c^2 d^2}}{ae + 2cd - 2adf - bde + 2bd\sqrt{\frac{e^2}{d^2} - \frac{4f}{d}} - 2ade\sqrt{\frac{e^2}{d^2} - \frac{4f}{d}}} \right), \quad (q)$$

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{e^2}{d^2} - \frac{4f}{d}}} \ln \left(\frac{2d\sqrt{a^2 f^2 - abef - 2acdf + ace^2 + b^2 df - bcde + c^2 d^2}}{ae + 2cd - 2adf - bde + 2bd\sqrt{\frac{e^2}{d^2} - \frac{4f}{d}} - 2ade\sqrt{\frac{e^2}{d^2} - \frac{4f}{d}}} \right). \quad (r)$$

第四届全国环境岩土与土工材料研讨会（一号通知）

第四届全国环境岩土工程与土工合成材料技术研讨会将于 2014 年在重庆召开。本届会议提出了“可持续发展与环境岩土工程问题”的主题, 以期为全国从事环境岩土工程、土工合成材料技术研究和工程实践的学者和工程人员提供一个交流平台, 研讨中国在城市化建设高速发展及自然灾害下引起的各种环境岩土问题, 展示环境岩土工程和土工合成材料方面的发展, 以推动中国新时期国家建设中环境岩土工程与土工合成材料技术的发展及应用。

会议议题: ①城市建设引起的岩土工程问题; ②自然灾害区域环境岩土工程问题; ③城市垃圾及污染废弃物的处理技术; ④污染土壤及修复技术; ⑤环境岩土工程相关试验与监测技术; ⑥地下工程施工中的环境问题; ⑦土工合成材料在环境土工中的应用; ⑧土工加筋与加固技术及其应用; ⑨低碳环境与岩土工程。

会议地点: 重庆大学

会议时间: 2014 年 11 月 7 日~9 日。

主办单位: 中国岩石力学与工程学会环境岩土工程分会, 中国土木工程学会土力学及岩土工程分会, 中国土工合成材料

工程协会, 国家自然科学基金委员会工程与材料学部。

承办单位: 重庆大学, 解放军后勤工程学院, 重庆交通大学, 河海大学, 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室。

联系人: 钟祖良, 13594058380; 卢谅, 18602319075; 梁宁慧, 13452128802, 023-65120728。论文提交邮箱: hjyt2014@126.com。联系地址: 重庆市沙坪坝北街 83 号重庆大学土木工程学院 (400045)。

论文征集: 论文要求尚未公开发表, 论点明确, 论据可靠, 数据准确, 文字精练, 引用文献明确出处, 不得侵犯他人的著作权, 字数控制在 6 个版面以内。论文格式一律按照《岩石力学与工程学报》的格式编辑排版。学术委员会将组织专家对所提交的论文进行审查, 通过审查的论文在《岩石力学与工程学报》专刊和《地下空间与工程学报》专刊及增刊上正式发表。2014 年 6 月 30 日前提交论文全文 (Word 格式电子版); 2014 年 7 月 31 日前返回评审结果和修改意见; 2014 年 9 月 30 日前提交修改后论文 (附 Word 格式电子版)。

(大会组委会 供稿)