

DOI: 10.11779/CJGE201604020

# 砂土剪切模量测定的弯曲元、共振柱和循环扭剪试验

顾晓强<sup>1,2</sup>, 杨峻<sup>3</sup>, 黄茂松<sup>1,2</sup>, 高广运<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土与地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 3. 香港大学土木工程系, 香港)

**摘要:** 利用弯曲元、共振柱和循环扭剪试验联合测定了不同围压和密实度条件下干砂的小应变剪切模量, 研究了弯曲元试验中输出信号的特性和各种信号分析方法确定剪切波传播时间的可靠性, 并对比了不同试验的结果。研究表明, 在共振柱试验时, 需要考虑系统刚度对试验结果的影响, 特别当试样刚度较大时。弯曲元输出信号中最先到达的是近场效应, 其初始极化方向跟剪切波相反。近场效应随着输入频率的增加有一定程度的减小, 但不会消失。实际试验中建议输入频率不断增加, 直至输出信号比较稳定。值得注意的是, 剪切初达波的振幅可能远小于后续振动, 因此容易造成初达波的误判。时域初达波法能比较可靠准确地确定剪切波的传播时间, 波峰法、交互相关法和交互功率法结果均随输入频率有较大波动, 不能可靠地确定剪切波的传播时间。对比试验表明, 弯曲元、共振柱和循环扭剪试验确定小应变剪切模量对细砂和粗砂均吻合良好, 初步表明砂土粒径对不同试验方法结果的一致性没有影响。

**关键词:** 砂土; 小应变剪切模量; 弯曲元; 共振柱; 循环扭剪

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)04-0740-07

**作者简介:** 顾晓强(1981-), 男, 浙江桐乡人, 博士, 助理研究员, 主要从事土动力学和宏微观土力学等方面的研究。

E-mail: guxiaoqiang@tongji.edu.cn.

## Combining bender element, resonant column and cyclic torsional shear tests to determine small strain shear modulus of sand

GU Xiao-qiang<sup>1,2</sup>, YANG Jun<sup>3</sup>, HUANG Mao-song<sup>1,2</sup>, GAO Guang-yun<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Department of Civil Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong, China)

**Abstract:** Bender element (BE), resonant column (RC) and cyclic torsional shear (TS) tests are performed to measure the small strain shear modulus of dry sands. The characteristics of the received signals in BE tests are investigated, and different interpretation methods are used to determine the travel time of shear waves. The results indicate that it is important to account for the compliance of the testing system in RC tests, especially when the specimen is stiff. In BE tests, the near field component arrives first and its initial polarization is opposite to that of the input signal. The near field decreases as the input frequency increases, but it always exists. In practice, it is recommended that the input frequency should increase continuously until the output signal becomes stable. Note that the amplitude of the first arrival of the shear waves may be much smaller than that of the succeeding ones. The travel time can be reliably determined by the start-start method in the time domain, however, it significantly depends on the input frequency by the peak-peak, the cross correlation and the cross power methods. The comparison indicates that the BE, RC and TS tests can obtain consistent results on clean sand, and the consistency does not depend on the particle size.

**Key words:** sand; small strain shear modulus; bender element; resonant column; cyclic torsional shear

## 0 引言

土体的小应变剪切模量或剪切波速是土体工程特性的重要表征之一, 它在建筑场地类别划分<sup>[1]</sup>、地震荷载等动力作用下场地响应分析<sup>[2]</sup>、饱和砂土液化判别<sup>[3-4]</sup>和土体各向异性程度量化<sup>[5-6]</sup>等各方面得到了广泛的应用。因此, 如何准确快速地测定土体小应变剪

切模量一直是岩土地震工程中的研究焦点之一。

土体的小应变剪切模量可通过现场试验和室内试验测定。现场试验主要包括表面波法、下孔法和跨孔

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51308408); 海外及港澳学者合作研究基金项目(51428901)

**收稿日期:** 2015-01-16

法等直接测定土体剪切波速方法。室内试验大致可划分为静力、动力和波动等三类方法。静力方法以高精度的三轴试验<sup>[7-8]</sup>和循环扭剪试验<sup>[9-10]</sup>为代表, 它通过高精度的力和位移传感器直接测定土体在小应变情况下的应力-应变关系, 然后计算小应变剪切模量。动力方法以共振柱<sup>[11-12]</sup>为代表, 它通过改变对土样施加激振的频率来确定土体的固有(共振)频率, 然后基于动力学理论确定土体的剪切模量。目前共振柱方法是公认的测定小应变剪切模量最可靠的方法。波动方法以弯曲元为代表, 直接测定土体的剪切波速, 然后根据波动理论计算土体小应变剪切模量。弯曲元测试具有原理简单、操作方便、成本低、无损检测和易于移植等特点, 近年来已被广泛安装在三轴仪<sup>[13-14]</sup>和固结仪<sup>[15]</sup>等常规土工试验设备中用来测定土体的小应变剪切模量。尽管如此, 如何准确地确定弯曲元试验中剪切波的传播时间这一关键问题仍有较大的争议。

不同室内试验的原理截然不同, 其核心问题在于不同试验测试结果的可靠性和一致性。Dyvik 等<sup>[16]</sup>对比了 5 种黏土的弯曲元和共振柱试验, 结果表明两种测试方法具有较好的一致性。Youn 等<sup>[17]</sup>研究表明干砂和考虑剪切波弥散特性后饱和砂的弯曲元、共振柱和循环扭剪试验结果一致。Sotou 等<sup>[18]</sup>研究发现弯曲元和共振柱试验结果在颗粒直径较小时有良好的一致性, 但随着颗粒直径的增加, 弯曲元的结果将不断偏离(小于)共振柱的结果。Yang 等<sup>[19]</sup>对比了 4 种不同大小的玻璃珠的共振柱和弯曲元试验, 表明两者的结果具有较好的一致性, 且试样的小应变剪切模量不随颗粒大小而变化。柏立懂等<sup>[20]</sup>对比了 4 种不同干砂的弯曲元和共振柱试验结果, 表明对细砂和中砂弯曲元的结果大于共振柱, 然而对粗砂弯曲元的结果在围压较小时大于共振柱, 但在围压较高时小于共振柱。例如, 在有效围压 400 kPa 下, 弯曲元试验测定的小应变剪切模量比共振柱小约 25%。值得注意的是, 很多研究并没有验证其设备测试结果的可靠性, 特别是弯曲元剪切波传播时间确定的合理性。

鉴于以上弯曲元和共振柱试验结果的不一致性, 以及弯曲元中确定剪切波传播时间存在的不确定性, 笔者搭建了一套结合弯曲元和循环扭剪功能的共振柱系统, 对其进行了标定, 并测试和对比了不同密度和围压条件下日本 Toyoura 砂和英国 Leighton Buzzard (LB) 砂的小应变剪切模量。初步分析了弯曲元输出信号的特征和不同传播时间确定方法对弯曲元结果的影响, 旨在寻找一种比较可靠的波传播时间确定方法, 并探讨共振柱、弯曲元和循环扭剪测定土体小应变剪切模量的可靠性和一致性, 为今后类似试验的顺利开

展提供有益的借鉴。

## 1 试验设备及方法

本试验采用英国 GDS 的带有弯曲元和循环扭剪功能的共振柱系统, 如图 1 所示。该共振柱为下端固定-上端自由的 Stokoe 型, 围压通过气压加载。弯曲元内置在试样顶帽和底座中心处, 其尺寸为宽 11 mm, 厚 1.2 mm, 插入土的深度 2 mm。通过外部控制盒改变接线方式<sup>[21]</sup>, 该弯曲元能同时进行压缩波(P波)和剪切波(S波)测试, 因此也可称为弯曲-伸展元。试验输入信号波形和频率可根据用户自定义输入。循环扭剪试验中循环扭矩通过共振柱的线圈-磁铁系统施加, 而土体相应的扭转角(剪应变)由试样顶部的高精度接近传感器测定。

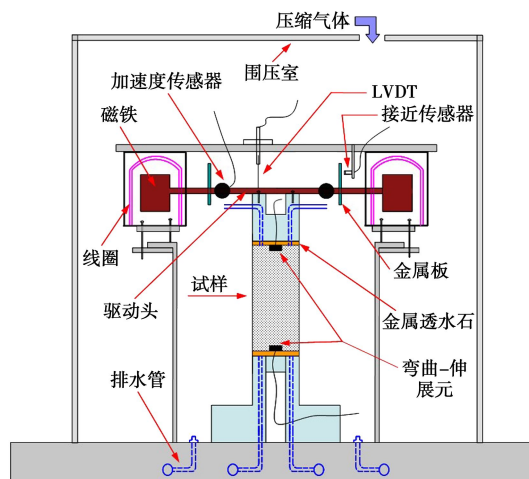


图 1 结合弯曲元和循环扭剪功能的共振柱系统示意图

Fig. 1 Schematic illustration of resonant column apparatus with bender element and cyclic torsional shear functions

试验采用烘干条件下的日本 Toyoura 砂(细砂)和英国的 LB 砂(粗砂), 它们的级配曲线见图 2。表 1 列出了试验砂的基本物理指标。试样尺寸为直径 50 mm, 高度 100 mm。采用干砂压实法(dry tamping)分 5 层制样, 试样初始相对密度  $D_r$  分别控制在 30%、50%和 80%。制样完成后, 先对其施加 25 kPa 的真空吸力, 然后测定试样尺寸、安装驱动头和装配压力室。随后分别在 50, 100, 200 和 400 kPa 等向围压下固结 15 min, 并依次进行弯曲元、共振柱和循环扭剪试验。固结过程中用内置高精度 LVDT 测定竖向应变, 并假设各向应变相等计算固结后试样的孔隙比。

表 1 试验砂的基本物理参数

Table 1 Parameters of test sands

名称	颗粒 比重	平均粒 径/mm	不均匀 系数	最大 孔隙比	最小 孔隙比
Toyourea 砂	2.64	0.216	1.39	0.967	0.633
LB 砂	2.65	0.833	1.46	0.948	0.791

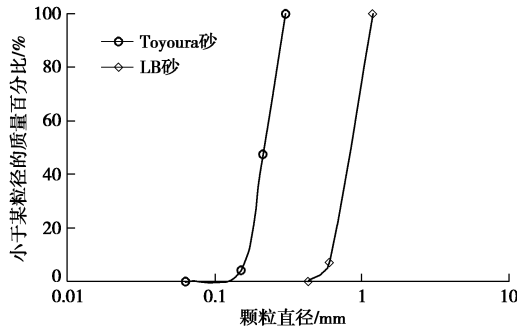


图2 试验砂的颗粒级配曲线

Fig. 2 Particle-size distribution curves of test sands

## 2 设备标定

对设备的合理标定决定着试验结果的可靠性。在共振柱试验中，土体的小应变剪切模量  $G_0$  可由下式确定：

$$G_0 = \rho V_s^2 = \rho \left( \frac{2\pi f_n L}{\beta} \right)^2, \quad (1)$$

$$\beta \tan \beta = \frac{I}{I_0}, \quad (2)$$

式中， $\rho$  为试样密度， $V_s$  为剪切波速， $f_n$  为共振频率， $L$  为试样高度， $I$  为试样的质量惯性距， $I_0$  为试样上部所有参振部件的质量惯性距，并为需要标定的共振柱特性参数。

图3为共振柱标定试验中的3个铝质标定杆和铜质标定块。由于标定试验过程中  $I$  远小于  $I_0$ ，根据式(1)、(2)可得

$$I_0 = I_d + I_{ad} = \frac{I}{\rho(2\pi L)^2 f_n^2}. \quad (3)$$

式中  $I_d$  为驱动头的质量惯性距，由于几何形状不规则而难以计算确定，需要试验标定； $I_{ad}$  为试样顶部包括铝质连接圆盘、顶帽和标定块等的附加质量惯性距，可根据几何尺寸计算。

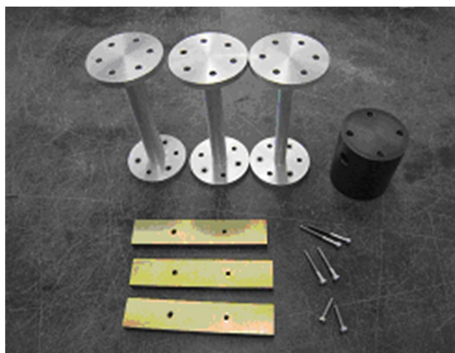


图3 共振柱标定用铝棒、质量块和顶帽

Fig. 3 Aluminum bars, weight and top caps in RC calibration

标定过程中，依次测定只有标定杆和附加不同数

量标定块的系统共振频率。然后作  $I_{ad}$  与  $1/(f_n)^2$  的关系图来确定  $I_d$ ，如图4所示。本次标定试验显示测定的  $I_d$  随共振频率的增加而增加，分别为  $3.707 \times 10^{-3}$ 、 $3.769 \times 10^{-3}$  和  $3.843 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。通常取平均值  $3.773 \times 10^{-3}$  作为系统的  $I_d$  值，这里定义其为标定方法 RC-1。最后，基于标定的  $I_d$  值和测试的共振频率，可根据式(1)、

(2) 反算铝杆的剪切模量。结果显示，铝的反算剪切模量与实际值(26 GPa)的偏差随着共振频率(试样刚度)的增加而增大，最大误差约为5%。经 Clayton 等<sup>[22]</sup>研究，主要原因是测试系统刚度随着试样刚度的变化而变化，而非假定的绝对刚性。

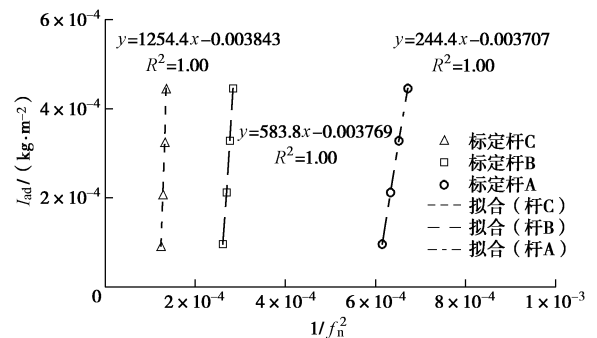


图4 共振柱标定方法1的结果

Fig. 4 Calibration results of RC-1

为考虑测试系统刚度的影响，标定过程中可认为铝的剪切模量为已知定值 26 GPa，基于式(1)、(2)反算系统的  $I_d$  值，并建立  $I_d$  值与共振频率的拟合关系，具体标定结果见图5。这里定义为标定方法 RC-2。不同的共振柱标定方法对砂土剪切模量测试值的影响将在下节讨论。

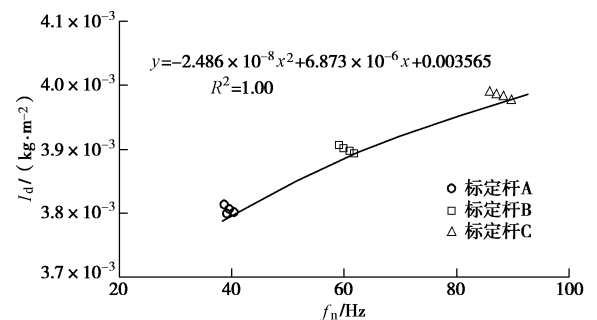


图5 共振柱标定方法2的结果

Fig. 5 Calibration results of RC-2

弯曲元的标定主要是测定由于信号在系统线路中传播等引起的系统延时。标定方法为将弯曲元发射单元和接收单元直接接触并进行剪切波测试，设备记录到的输入和输出信号的时间差即为系统延时。经测定，本文弯曲元测试系统的系统延时为 5.5  $\mu\text{s}$ 。同时，根据标定也可以清楚输入和输出信号初始极化方向的关系，这样有利于剪切波初始到达点的合理确定。本文

试验中, 输入和输出信号的初始极化方向相同。值得注意的是, 当一个弯曲元相对另一个旋转  $180^\circ$  时, 输入和输出信号的初始极化方向会改变。

循环扭剪的标定主要是测定输入线圈电压和输出扭矩的比例系数  $\zeta$ 。标定试验同样采用铝质圆杆。标定过程中, 给线圈输入一定幅值的正弦电压信号产生一定的扭矩, 同时通过接近传感器测定相应的剪应变。因铝杆的剪切模量和几何尺寸已知, 根据弹性理论反算作用扭矩, 最终确定  $\zeta$  值。

### 3 试验结果

图 6 给出了围压为 100 kPa 和孔隙比为 0.798 的 Toyoura 干砂试样上共振柱试验的频谱曲线。通过粗细间距两次扫频, 能准确地确定共振频率为 62.5 Hz 和加速度传感器输出电压为 2.35 mV, 计算后得到的小应变剪切模量  $G_0$  为 97.3 MPa (RC-1) 或 100.4 MPa (RC-2), 相应的剪应变为  $6.9 \times 10^{-6}$ 。

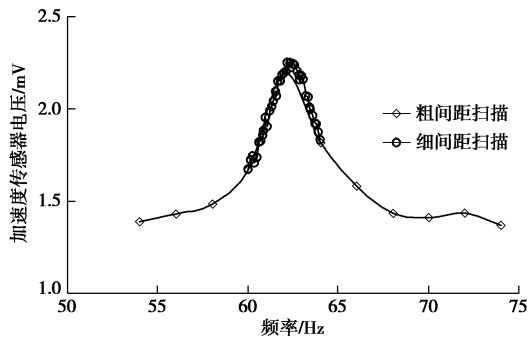


图 6 Toyoura 砂共振柱试验频谱曲线

Fig. 6 Spectral curve in RC tests

同一试样上循环扭剪试验得到的应力 - 应变曲线见图 7。试验中输入电压波形为正弦, 频率为 0.25 Hz, 循环圈数为 10。由图 7 可见, 尽管存在一定的波动, 土体的应力 - 应变曲线基本为一直线, 表明土体在该测试小应变情况下符合弹性特性。经计算试样的剪切模量为 102.1 MPa, 相应的剪应变为  $4.6 \times 10^{-6}$ 。

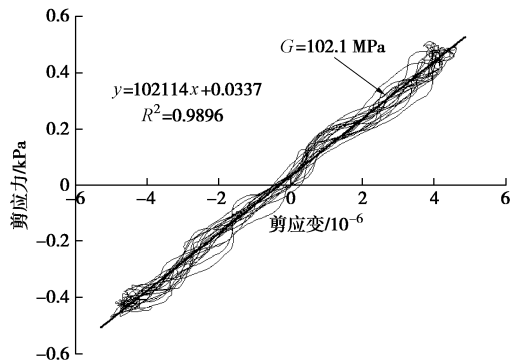


图 7 循环扭剪试验得到的应力 - 应变曲线

Fig. 7 Stress-strain curves in TS tests

图 8 给出了同一试样弯曲元试验中不同输入频率时 S 波的输出信号。可见, S 波的输出信号相对输入信号 (单个正弦) 更复杂且比较难于精确确定传播时间。但是经过仔细观察和分析, 可得出如下 3 点结论。

(1) 最先到达的是近场效应 (Near field) 中的压缩波 (P 波), 因为它的传播时间跟实测 P 波相近, 且它的初始极化 (向下) 和输入信号的初始极化 (向上) 相反, 跟理论预测<sup>[23]</sup>完全符合。

(2) 近场效应随着输入频率的升高而降低。理论研究表明<sup>[23]</sup>, 近场效应随着传播距离与波长的比值  $R_d$  增加而降低。当  $R_d$  大于 2 时, 近场效应基本可以忽略。试验中, 随着输入频率的增加, 波长减小,  $R_d$  增加, 近场效应降低, 与理论吻合。值得说明的是, 尽管在输入频率 40 kHz 时,  $R_d$  值已接近 14.7, 远远大于 2, 可是近场效应依然存在。

(3) 输出信号由低频和高频两部分组成, 在较低输入频率特别明显, 且高频部分基本跟输入频率无关。当输入信号频率高于 10 kHz 后, 输出信号基本比较稳定, 不随输入信号频率增加而明显改变。因此, 本文建议弯曲元试验中输入信号频率应逐步增加直至输出信号比较稳定, 以便更准确地确定剪切波初达位置。

基于 S 波输出信号的特性, 本文采用了不同信号分析方法来确定传播时间。图 9 对比了不同信号分析方法以及共振柱试验获得的  $G_0$  值, 其中 S-S1 和 S-S2 为以 S1 和 S2 (见图 8) 为起跳点的时域初达波法, P-P1 和 P-P2 为以 P1 和 P2 为初达波波峰的峰值法, CC1 和 CC2 为对应交互相关谱中第一个峰值和最大峰值 (传统交互相关法的定义) 的交互相关法, CP 为交互功率法, RC 为共振柱结果 (RC-2)。由图 9 可见, S-S1 的结果随输入频率轻微增长, 它跟共振柱的结果非常接近; S-S2 的结果基本不随输入频率变化, 但比共振柱低很多。P-P1 和 P-P2 的结果随输入频率有大幅度的变化, 且在低频输入时比共振柱结果大非常多。CC1 和 CC2 的结果也随着输入频率有较大变化, CC1 在 20 kHz 和 40 kHz 能得出跟共振柱较为接近的结果, 然而 CC2 却严重低估结果。CP 的结果跟共振柱相比总是严重偏小。以上结果表明, 时域初达波法能比较准确地确定传播时间, 其它分析方法通常随输入频率的变化而变化且通常低估  $G_0$  值, 这跟 Yamashita 等<sup>[24]</sup>分析弯曲元国际平行试验的结论一致。本次试验中 S 波的初达波在图 8 中实心三角所示位置附近, 可见初达波的振幅要远小于后续振动。进一步的研究表明<sup>[25]</sup>, 不同信号分析方法结果的差异主要是由于输入与输出信号频率和形状差异引起, 特别是初达波的幅值小于后续振动幅值这一特征。

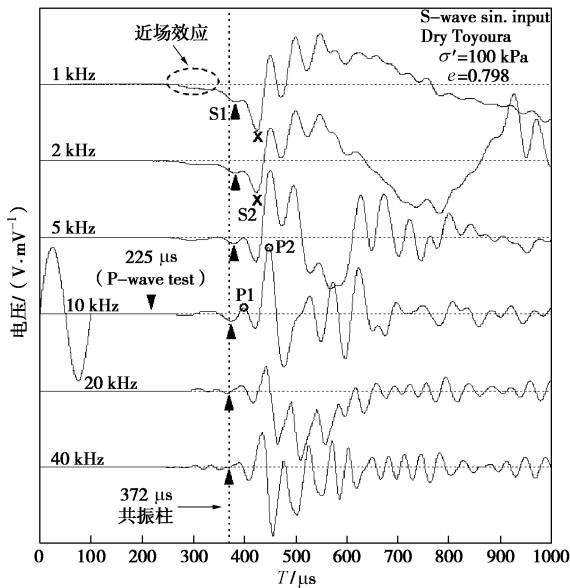


图8 Toyoura 砂中弯曲元 S 波信号

Fig. 8 S-wave signals in Toyoura sand in BE tests

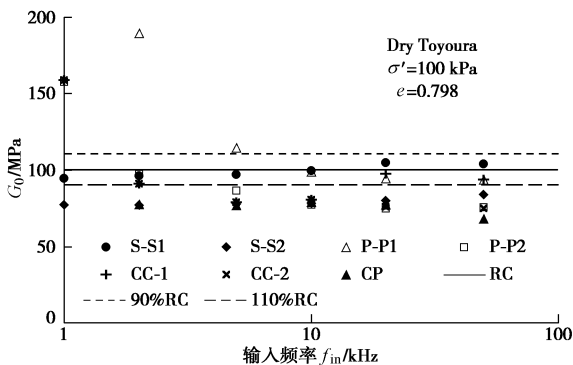


图9 不同信号分析方法的结果对比

Fig. 9 Comparison of results obtained by different methods

图10对比了上述试样在不同围压下的弯曲元、共振柱和循环扭剪试验结果。由图可见，剪切模量随着有效围压的增加而不断增加，表明模量的应力相关特性。弯曲元（BE）、共振柱 RC-2 和循环扭剪（TS）的结果非常接近。另外，共振柱 RC-1 的结果较其他试验结果明显偏低，特别在高围压下。这表明共振柱试验中需要考虑测试系统刚度对试验结果的影响，特别当试样刚度较大时（如软岩等）。因此，本文取 RC-2 对应的结果为共振柱试验的结果。

图11对比了不同密实度和围压条件下弯曲元、共振柱和循环扭剪试验的结果。由图11可见，尽管弯曲元试验结果比共振柱和循环扭剪结果稍高，但总体上三者结果相一致。究其可能原因为：弯曲元测试结果为剪切波传播路径的局部刚度，而共振柱和循环扭剪测定的试样整体刚度。为进一步验证本测试系统的可靠性和弯曲元信号分析的合理性，本文弯曲元测试的结果跟以往文献中 Toyoura 砂的剪切模量进行了对比，如图12所示。可见，本文试验结果和以往文献中的结果吻合很好，表明本文弯曲元、共振柱和循环扭

剪试验设备可靠，同时也表明本文弯曲元剪切波传播时间确定的合理准确。其中为消除不同试样孔隙比不同的影响，试验结果用下面公式来均一化：

$$G_0 = AF(e) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \quad (4)$$

式中  $A$  为跟土颗粒特性和土体组构等相关的常数； $F(e)$  为孔隙比函数，反映孔隙比  $e$  的影响，本文采用  $F(e) = (2.17 - e)^2 / (1 + e)$ ； $p_a$  为参考应力，本文取 98 kPa； $n$  为应力指数，反映有效围压  $p'$  的影响。

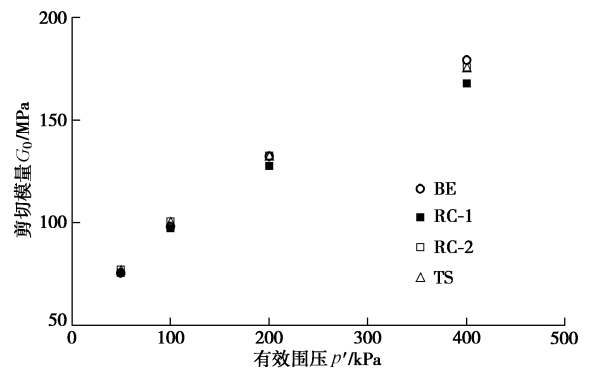


图10 弯曲元、共振柱和循环扭剪试验结果随围压的变化

Fig. 10 Effect of confining pressure on results

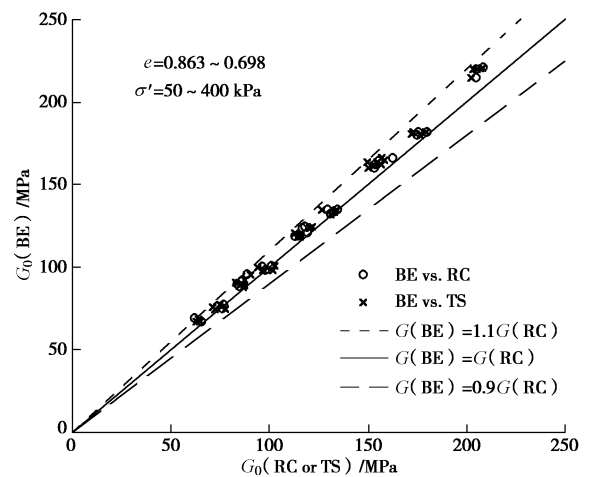


图11 本文弯曲元、共振柱和循环扭剪试验结果的对比

Fig. 11 Comparison of results from BE, RC and TS tests

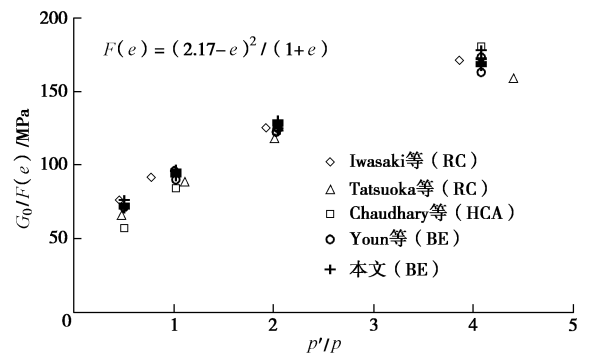


图12 本文弯曲元试验结果与文献结果的对比

Fig. 12 Comparison of results between this study and other literatures



表 2 列出了 Toyoura 砂弯曲元、共振柱和循环扭剪试验基于式 (4) 的拟合结果。由表 2 可见, 弯曲元、共振柱和循环扭剪试验的拟合常数  $A$  相互接近, 应力指数  $n$  均为 0.41, 三者结果的最大误差约为 3.6%。

表 2 Toyoura 砂和 LB 砂的试验拟合结果

Table 2 Fitting results of Toyoura and LB sands

砂	试验方法	拟合结果		
		$F(e)$	$A$	$n$
Toyoura	共振柱	$(2.17-e)^2/(1+e)$	92.4	0.41
	循环扭剪		92.0	0.41
	弯曲元		95.4	0.41
LB	共振柱		131.5	0.34
	循环扭剪		128.3	0.33
	弯曲元		135.4	0.35

为进一步研究 Sotou 等<sup>[18]</sup>和柏立懂等<sup>[20]</sup>观察到的颗粒粒径对弯曲元和共振柱试验结果一致性的影响, 本文还进行了 LB 粗砂的弯曲元、共振柱和循环扭剪试验。图 13 给出了围压 100 kPa 和孔隙比为 0.583 的 LB 干砂试样中弯曲元在不同输入频率下的 S 波输出信号。由图 13 可见, LB 粗砂中的信号和 Toyoura 细砂的信号类似, 其初达波的幅值也明显小于后续波动。同时, 共振柱的频谱曲线和循环扭剪中的应力应变曲线跟 Toyoura 砂类似, 鉴于篇幅, 这里不再赘述。

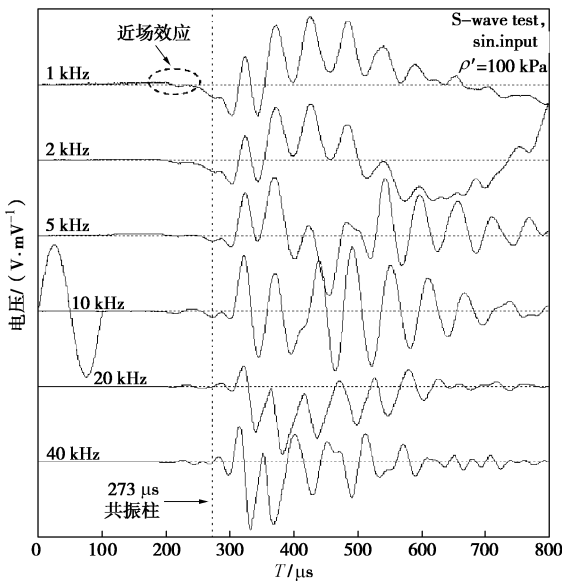


图 13 LB 砂中弯曲元 S 波信号

Fig. 13 BE S-wave signals in LB sand specimen

图 14 对比了 LB 干砂在不同密实度和围压条件下弯曲元、共振柱和循环扭剪试验的结果。由图 14 可见, 与 Toyoura 砂结果类似, 尽管弯曲元试验结果比共振柱和循环扭剪结果稍高, 但总体上三者结果相一致。表 2 也给出了 LB 砂的剪切模量基于式 (4) 的拟合结果。由表可见, 弯曲元、共振柱和循环扭剪试验结果对 LB 粗砂也具有较好的一致性。以上结果初步表明, 砂土颗粒粒径对弯曲元和共振柱试验结果一致性并无

显著影响。以往文献中颗粒粒径对弯曲元和共振柱试验一致性有影响主要可能还是弯曲元中信号分析确定波传播时间不够合理准确导致。

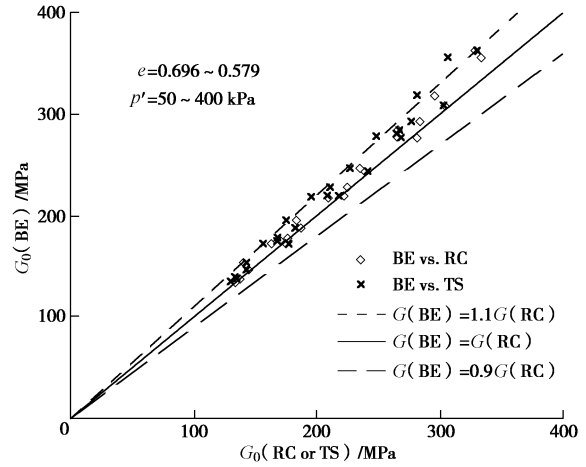


图 14 本文弯曲元、共振柱和循环扭剪试验结果的对比

Fig. 14 Comparison of results from BE, RC and TS tests

#### 4 结论与建议

本文介绍和标定了一套用于测定土体小应变剪切模量的弯曲元、共振柱和循环扭剪联合测试系统, 并对比了在不同围压和密实度条件下两种洁净细砂和粗砂的试验结果。初步结论与建议如下:

(1) 在共振柱系统标定时, 可以通过建立共振柱加载系统质量惯性矩与共振频率的经验关系来考虑测试系统刚度对测试结果的影响, 否则实测的剪切模量偏低, 特别是试样刚度较大时。

(2) 弯曲元剪切波输出信号中最先到达的是近场效应, 其初始极化方向跟剪切波相反。近场效应随着输入频率的增加有一定程度的减小, 但不会消失。时域初达波法 (S-S) 能比较准确和可靠地确定剪切波的传播时间, 波峰法 (P-P)、交互相关法 (CC) 和交互功率法 (CP) 均随输入频率有较大波动, 不能可靠地给出剪切波的传播时间。建议弯曲元试验中输入信号频率应逐步增加直至输出信号比较稳定。

(3) 弯曲元、共振柱和循环扭剪试验确定的干砂小应变剪切模量吻合良好, 且颗粒粒径对不同试验方法结果的一致性没有影响。需要注意的是, 本结论基于洁净均匀干砂, 对级配良好或含有细颗粒的砂土需要作进一步研究。

#### 参考文献:

[1] GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 2010. (GB 50011—2010 Code for seismic design of buildings [S]. 2010. (in Chinese))

[2] IDRIS I M. Response of soft soil sites during

- earthquakes[C]// Proceedings, Memorial Symposium to Honour Professor Harry Bolton Seed. California, 1990: 273 - 289.
- [3] ANDRUS R D, STOKOE K H II. Liquefaction resistance of soils from shear-wave velocity[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2000, **126**(11): 1015 - 1025.
- [4] 周燕国. 土结构性的剪切波速表征及对动力特性的影响[D]. 杭州: 浙江大学, 2007. (ZHOU Yan-guo. Shear-wave velocity based characterization of soil structure and its effects on dynamic behavior[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007.
- [5] KUWANO R, JARDINE R J. On the applicability of cross-anisotropic elasticity to granular materials at very small strains[J]. *Géotechnique*, 2002, **52**(10): 727 - 749.
- [6] LI Q, NG C W W, LIU G B. Determination of small-strain stiffness of Shanghai clay on prismatic soil specimen[J]. *Canadian geotechnical Journal*, 2012, **49**: 986 - 993.
- [7] KOKUSHO T. Cyclic triaxial test of dynamic soil properties for wide strain range[J]. *Soils and Foundations*, 1980, **20**(2): 45 - 60.
- [8] EZAOUI A, DI BENEDETTO H. Experimental measurements of the global anisotropic elastic behavior of dry Hostun sand during triaxial tests, and the effect of sample preparation[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(7): 621 - 635.
- [9] CHAUDHARY S K, KUWANO J, HAYANO Y. Measurement of quasi-elastic stiffness parameters of dense Toyoura sand in hollow cylinder apparatus and triaxial apparatus with bender elements[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 2003, **27**(1): 23 - 35.
- [10] TATSUOKA F, IWASAKI T, YOSHIDA S, et al. Shear modulus and damping by drained tests on clean sand specimens reconstituted by various methods[J]. *Soils and Foundations*, 1979, **19**(1): 39 - 54.
- [11] HARDIN B O, RICHART F E. Elastic wave velocities in granular soils[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1963, **89**(SM1): 39 - 56.
- [12] STOKOE K H II, HWANG S K, LEE J N-K. Effects of various parameters on the stiffness and damping of soils at small to medium strains[C]// Proceedings of the First International Conference on Prefailure Deformation Characteristics of Geomaterials, 1995: 785 - 816.
- [13] VIGGIANI G, ATKINSON J H. Interpretation of bender element tests[J]. *Géotechnique*, 1995, **45**(1): 149 - 154.
- [14] 黄博, 陈云敏, 殷建华, 等. 控制试样初始剪切模量的动三轴液化研究[J]. *岩土工程学报*, 2000, **22**(6): 682 - 685. (HUANG Bo, CHEN Yun-min, YIN Jian-hua, et al. Cyclic triaxial tests with controlled elastic shear modulus of specimen[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, **22**(6): 682 - 685. (in Chinese))
- [15] LEE J S, SANTAMARINA J C. Bender element, performance and signal interpretation[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2005, **131**(9): 1063 - 1070.
- [16] DYVIK R, MADSHUS C. Lab measurements of  $G_{max}$  using bender element[C]// Khosla V, ed. *Advances in the Art of Testing Soils under Cyclic Conditions*. ASCE, New York, 1985: 186 - 196.
- [17] YOUN J U, CHOO Y W, KIM D S. Measurement of small-strain shear modulus  $G_{max}$  of dry and saturated sands by bender element, resonant column, and torsional shear tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, **45**: 1426 - 1438.
- [18] SOUTO A, HARTIKAINEN J, OZUDOGRU K. Measurement of dynamic properties of road pavement materials by the bender element and resonant column tests[J]. *Géotechnique*, 1994, **44**(3): 41 - 49.
- [19] YANG J, GU X Q. Shear stiffness of granular material at small strain: does it depend on grain size?[J]. *Géotechnique*, 2013, **63**(2): 165 - 179.
- [20] 柏立懂, 项伟, SAVIDIS A S, 等. 干砂最大剪切模量的共振柱与弯曲元试验[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(1): 184 - 188. (BAI Li-dong, XIANG Wei, SAVIDIS A S, et al. Resonant column and bender element tests on maximum shear modulus of dry sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(1): 184 - 188. (in Chinese))
- [21] LINGS M L, GREENING P D. A novel bender/extender element for soil testing[J]. *Géotechnique*, 2010, **51**(8): 713 - 717.
- [22] CLAYTON C R I, PRIEST J A, BUI M, et al. The Stokoe resonant column apparatus: effects of stiffness, mass and specimen fixity[J]. *Géotechnique*, 2007, **59**(5): 429 - 437.
- [23] SANCHEZ-SALINERO I, ROESSET J M, STOKOE K H II. Analytical studies of body wave propagation and attenuation[R]. Texas: University of Texas, 1986.
- [24] YAMASHITA S, KAWAGUCHI T, NAKATA Y, et al. Interpretation of international parallel test on the measurement of  $G_{max}$  using bender elements[J]. *Soils and Foundations*, 2009, **49**(4): 631 - 650.
- [25] GU X Q. Dynamic properties of granular materials at the macro and micro scales[D]. Hong Kong: The University of Hong Kong, 2012.