

DOI: 10.11779/CJGE201505009

# 陡倾层状岩质斜坡极限平衡稳定分析

李 滨<sup>1</sup>, 王国章<sup>2</sup>, 冯 振<sup>1</sup>, 王文沛<sup>3</sup>

(1. 中国地质科学院地质力学研究所国土资源部新构造运动与地质灾害重点实验室, 北京 100081;

2. 上海交通大学, 上海 200240; 3. 中国地质环境监测院, 北京 100081)

**摘 要:** 针对自然界中的层状岩质滑坡绝大部分呈现出明显的三维形态特征, 在倾倒破坏极限平衡二维推导分析方法的基础上, 考虑层状岩质斜坡的三维受力状态, 进行三维力系的简化与等效, 提出了考虑三维受力的倾倒分析方法, 在考虑真倾角方向的倾倒极限平衡分析中, 将层状岩质斜坡近似为悬臂梁处理。并以重庆鸡冠岭滑坡为例进行验证分析。计算结果表明: ①自然状态下, 鸡冠岭斜坡处于稳定状态; ②地下采空状态下, 鸡冠岭煤层上覆岩层逐层发生倾倒破坏, 并挤压下伏阻滑关键块体, 导致关键块体剪出破坏后形成滑坡。该分析结果与实际情况基本一致。

**关键词:** 陡倾层状; 灰岩斜坡; 倾倒变形; 三维受力; 极限平衡

中图分类号: TU457

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)05-0839-08

**作者简介:** 李 滨(1980-), 男, 博士, 副研究员, 主要从事地质灾害和防治等方面的研究工作。E-mail: libin1102@163.com。

## Limit equilibrium and stability analysis of steep stratified rock slope

LI Bin<sup>1</sup>, WANG Guo-zhang<sup>2</sup>, FENG Zhen<sup>1</sup>, WANG Wen-pei<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Neotectonic Movement and Geohazard, Ministry of Land and Resources, Institute of Geomechanics, Chinese

Academy of Geological Sciences, Beijing 100081, China; 2. Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 3. China Institute of

Geological Environment Monitoring, Beijing 100081, China)

**Abstract:** With regard to the obvious three-dimensional characteristics for most natural stratified rock landslides, based on the two-dimensional derivation method for toppling-failure limit equilibrium considering three-dimensional stress state of stratified rock slope, simplification and equivalence are carried out of three-dimensional force system, and the toppling analysis method for three-dimensional stress is proposed. In the analysis of toppling limit equilibrium considering apparent dip, the stratified rock slope can be seen as cantilever beams. The landslide of Chongqing Jiguanling is taken as an example for verification and analysis. The calculated results show that: (1) Under the natural state, Jiguanling slope is in a stable state; (2) Under the underground mining state, overburden rocks of Jiguanling coal seam show toppling and failure layer by layer, and extrude the underlying anti-skid key blocks, leading to landslide after shear and failure of key blocks. The analysis results are basically consistent with the actual situation.

**Key words:** steep stratified rock; limestone slope; toppling deformation; three-dimensional force system; limit equilibrium

## 0 引 言

西南厚层灰岩山区是中国层状岩质崩滑灾害的高发区。根据岩层倾角、倾向与斜坡倾向间夹角的关系, 又可细分为平缓层状、斜倾层状、陡倾层状等不同斜坡结构。作为层状岩质斜坡的一种主要失稳模式, 倾倒破坏很早就受到学者的关注。Müller<sup>[1]</sup>提出 Vajont 滑坡北面破坏可能是由岩块转动或倾倒造成的。Watters 等<sup>[2]</sup>则明确提出倾倒变形是能在多种岩体结构大范围发生的特殊斜坡变形, Brabb 等<sup>[3]</sup>通过总结全球范围内的滑坡问题时, 认为倾倒破坏是广泛存在的地质现象, 如 Moret 的岸坡弯曲倾倒破坏<sup>[4]</sup>。

Goodman 等<sup>[5]</sup>归纳了陡倾岩层常见倾倒破坏的基本类型, 并提出了用于进行倾倒稳定分析的极限平衡法, 掀开了从力学机制层面上研究倾倒破坏的篇章。此后, 后人建立的倾倒破坏力学模型基本上都遵循或参照倾倒极限平衡分析法, 并在此基础上进行了修正和推广。Wyllie<sup>[6]</sup>提出岩块倾倒的临界破坏准则; Zankbank<sup>[7]</sup>、Aydan 等<sup>[8]</sup>认为层间作用力可以设定为集

基金项目: 国家自然科学基金项目(41472295, 41302246); 国家科技支撑项目(2012BAK10B01); 地质调查项目(1212011220140, 12120114079101)

收稿日期: 2014-07-07

中力,作用点在试验基础上估计确定,并假设滑动面是单一直线状,建立力矩平衡方程;Sagaseta 等<sup>[9-10]</sup>发展了可以考虑锚固力作用的通用倾倒分析方法,这种方法实际应用性极强;Amini 等<sup>[11-12]</sup>等将反倾斜坡内的岩块分为两部分:与母岩完全断开或与母岩连接,通过极限平衡方法开发了分析软件。

国内学者也提出了不少方法。陈祖煜等<sup>[13-14]</sup>在考虑到岩柱底滑面的连通率及岩体结构面分布特征的基础上,改进了 G-B 分析方法。陈红旗等<sup>[15]</sup>基于最大拉应力准则提出弯曲破坏的应力依据,推断出弯曲倾倒破坏的可能演化过程。蒋良潍等<sup>[16]</sup>建立斜置等厚板梁弹性模型,将岩层的层间错动阻力考虑,采用能量法,得出屈曲和弯折破坏的临界判断条件。Liu 等<sup>[17-18]</sup>引进微元法,以拟连续介质理论建立了极限平衡分析力学模型,对斜坡稳定性评价具有一定的参考意义。王林峰等<sup>[19]</sup>引进断裂力学理论,以受单一结构面控制的边坡为例,推导出临界应力强度因子的破坏判断准则,求解出各个层状岩块的层间作用力,在一定程度上能够推断边坡倾倒的破坏顺序及过程。

应该指出,现有的极限平衡分析方法是基于二维的方法,能够为人工开挖边坡、边坡加固以及滑坡稳定性分析提供简单易行的计算手段。但发生在自然界中的滑坡绝大部分呈现出凹凸特征明显的三维形态,建立三维滑坡模型,考虑滑坡体的三维受力状态,才能更好体现滑坡特征,提供更为可靠的分析结果。本文在已有的倾倒破坏的二维平面力学分析基础上,以鸡冠岭崩塌为例,考虑岩层的结构特性和受力特征,采用三维受力分析,提出地下采矿诱发的陡倾层状岩体倾倒崩塌的极限平衡分析方法,更好地反映鸡冠岭崩塌的空间效应。

## 1 二维倾倒破坏极限平衡分析方法

根据 Goodman 等<sup>[5]</sup>提出的倾倒破坏边坡的岩块特征,可将倾倒岩体分为滑动区、倾倒区和稳定区,滑动区内的岩块为滑动状态,倾倒区的岩块为倾倒破坏状态,稳定区的岩块保持稳定,假定滑动区的滑动块体共有  $N_s$  个,倾倒区的倾倒块体共有  $N_t$  个,如图 1 所示。

### 1.1 基本假设

(1) 倾倒块体达到极限平衡状态时,转动点为岩柱底部下游支点  $O_i$ ,当转动块体压在其他块体上,层间力的作用点为下伏岩层与倾倒块体之间的接触点(图 2)。

(2) 层面剪应力与正压力、岩柱底部的剪应力和正应力均满足 Mohr-Coulomb 定理:

$$\tau_{ic} = \sigma_{ic} \tan \xi_i + c_i, \quad (1)$$

式中,  $\xi_i$  为层面节理的内摩擦角,层面间的黏聚力  $c_i$  忽略不计。

(3) 块体的滑动面与岩层真倾向所在平面不一定重合。

(4) 引进水平加速度系数  $\eta$ ,块体受到水平地震力  $\eta G$  的作用,当  $\eta = 0$  时,对应无地震水平作用力的静力极限平衡状态。

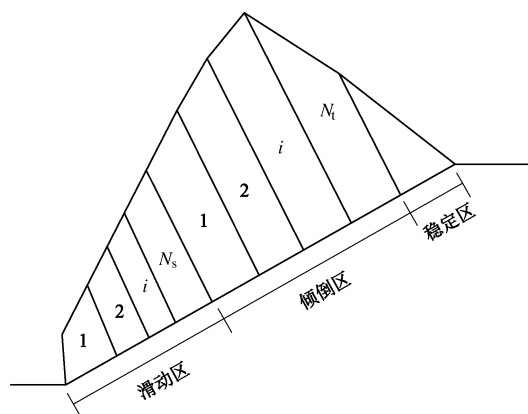


图1 倾倒边坡模型示意图

Fig. 1 Profile of toppling slope model

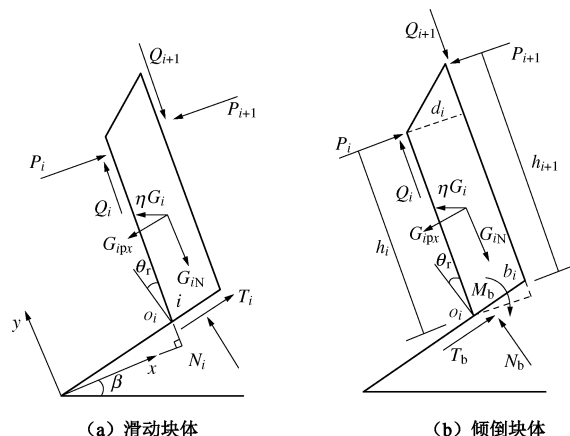


图2 第  $i$  块岩块受力分析图

Fig. 2 Forces acting on  $i^{\text{th}}$  rock

### 1.2 力学推导

以第  $i$  块岩块为研究对象,达到极限平衡时的受力分析如图 2 所示。

图 2 中,  $P_i, P_{i+1}$  为块体  $i$  两侧的法向作用力;  $Q_i, Q_{i+1}$  为块体  $i$  两侧的切向作用力;  $N_i$  为块体  $i$  底面的正压力;  $T_i$  为块体  $i$  底部的抗滑力;  $G_{ipx}$  为块体  $i$  自重沿倾向的分力;  $G_{in}$  为块体  $i$  自重垂直底面的分力,  $\beta$  为层状岩体节理倾角,  $\theta_i$  为底滑动面与节理倾角的夹角。  $d_i$  为块体厚度,  $b_i$  为块体底面长度,  $h_i, h_{i+1}$  为块体  $i$  两侧的高度,  $M_b$  为岩桥提供的弯矩,  $N_b, T_b$  分别为岩桥提供的正压力和抗滑力。对于滑动块体,达到滑动极限平衡时,将力投影到垂直于底滑动面方向,

列出平衡方程如下:

$$N_i - G_{iN} + \eta G_i \sin \beta + (P_{i+1} - P_i) \sin \theta_r + (Q_i - Q_{i+1}) \cos \theta_r = 0. \quad (2)$$

将力投影到平行于底滑动面方向, 有

$$T_i - G_{ipx} - \eta G_i \cos \beta - (P_{i+1} - P_i) \cos \theta_r + (Q_i - Q_{i+1}) \sin \theta_r = 0. \quad (3)$$

由假设(2)可知, 层面摩擦力与层间正压力满足

$$Q_i = \int \tau_{ic} dA_i = \int \sigma_{ic} \tan \xi_i dA_i = P_i \tan \xi_i. \quad (4)$$

同理, 对于岩层底部的正应力与剪应力:

$$\tau_{is} = \sigma_{is} \tan \varphi_i + c_i, \quad (5)$$

$$T_i = \int \tau_i dA_i = N_i \tan \varphi_i + c_i S_i. \quad (6)$$

联合式(1)~(6), 得

$$P_{i+1} = P_i + B_i + C_i \eta, \quad (7)$$

其中,

$$B_i = \frac{\tan \varphi_i G_{iN} + c_i S_i - F_s G_{ipx}}{F_s K_i}, \quad (8)$$

$$C_i = -\frac{\tan \varphi_i \sin \beta + F_s \cos \beta}{F_s K_i} G_i, \quad (9)$$

$$K_i = \cos \theta_r + \tan \xi \sin \theta_r + \frac{\tan \varphi}{F_s} (\sin \theta_r - \tan \xi \cos \theta_r). \quad (10)$$

第一个滑动块体左侧无作用力, 即

$$P_1 = 0, \quad (11)$$

代入式(7), 可解得

$$P_{N_s} = \sum_{j=1}^{N_s-1} B_j + \eta \sum_{j=1}^{N_s-1} C_j. \quad (12)$$

在斜坡发生倾倒破坏时, 底滑动面有可能是完全贯通的, 借鉴陈祖煜提出的改进 G-B 法<sup>[11]</sup>, 假设岩层柱底存在力矩  $M_b$  和法向正压力  $N_b$ , 可以判断岩柱底部的岩桥处于偏心受压状态, 如图 3 所示。

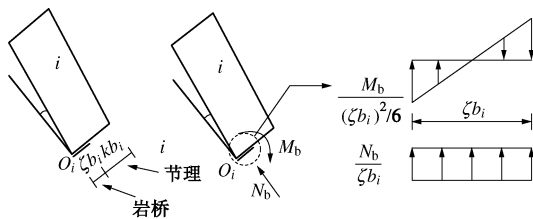


图 3 岩柱底部节理受力分析

Fig. 3 Force diagram of joint at bottom of rock

通过受力分析, 并采用最大拉应力准则, 认为岩层柱底左侧端点的应力达到岩桥抗拉强度  $\sigma_t$ , 可得

$$\sigma_t = \frac{6M_b}{\zeta^2 b_i^2} - \frac{N_b}{\zeta b_i}, \quad (13)$$

式中,  $\zeta = 1 - k$ ,  $b_i$  为岩块底部长度。当  $k = 1$  时, 即可还原为 G-B 法。

对于倾倒块体, 以岩柱底部  $O_i$  为转动点, 列出转

动极限平衡方程:

$$\begin{aligned} & P_{i+1}(h_{i+1} + b_i \sin \theta_r) - P_{i+1} d_i \tan \xi_i - P_i h_i + \\ & \frac{1}{2} \eta G_i \cos \beta \bar{h}_i + \frac{1}{2} G_{ipx} \bar{h}_i - \frac{1}{2} G_{iN} d_i + \\ & \frac{1}{2} G_i d_i \eta \sin \beta + \frac{1}{2} \zeta b_i N_b - M_b = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

将其它力投影到岩柱底面法向上, 可求得垂直滑动面的力平衡方程:

$$\begin{aligned} & N_b + P_i \tan \xi_i \cos \theta_r - P_i \sin \theta_r + P_{i+1} \sin \theta_r - \\ & P_{i+1} \tan \xi_i \cos \theta_r - G_{iN} + \eta G_i \sin \beta = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

将式(11)、(13)代入式(12), 可以得到

$$P_{i+1} = D_i P_i + E_i + F_i \eta, \quad (16)$$

其中,

$$D_i = \frac{3h_i - \zeta b_i (\sin \theta_r - \tan \xi_i \cos \theta_r)}{3K_i}, \quad (17)$$

$$E_i = \frac{3G_{iN} d_i - 3G_{ipx} \bar{h}_i - 2\zeta b_i G_{iN} + \zeta^2 b_i^2 \sigma_{te}}{6K_i}, \quad (18)$$

$$F_i = \frac{2\zeta b_i \sin \beta - 3d_i \sin \beta - 3\bar{h}_i \cos \beta}{6K_i} G_i, \quad (19)$$

$$K_i = h_{i+1} + b_i \sin \theta_r - d_i \tan \xi_i - \frac{\zeta b_i (\sin \theta_r - \tan \xi_i \cos \theta_r)}{3}. \quad (20)$$

若第  $N_t$  个块体为最后一块倾倒块体, 那么

$$P_{N_t+1} = 0, \quad (21)$$

联合式(16)、(21)可以得到

$$\eta = -\frac{D_{N_t} P_{N_t} + E_{N_t}}{F_{N_t}}. \quad (22)$$

安全系数的隐性表达式为

$$P_{N_t} = \prod_{j=1}^{N_t-1} D_j P_{N_s} + \sum_{k=1}^{N_t-1} \prod_{j=k+1}^{N_t-1} D_j E_k + \eta \sum_{k=1}^{N_t-1} \prod_{j=k+1}^{N_t-1} D_j F_k. \quad (23)$$

显然, 当确定滑动块体和倾倒块体的数目后, 即可通过式(23)进行迭代, 计算出安全系数。当临界加速度系数时, 表明岩块在无外加水平加速度的作用下达至极限平衡状态, 此时对应的斜坡安全系数即为所求。因此, 在滑坡稳定性计算过程中, 可以将作为收敛判据。

### 1.3 倾倒块体的搜索

采用组合法判断斜坡最有可能发生倾倒的块体组合。通过对滑动块体个数  $N_s$  和倾倒块体个数  $N_t$  进行不同组合, 计算出相应的安全系数  $F_{s1}$ ,  $F_{s2}$ ,  $F_{s3}$ , ..., 比较得到最小的安全系数  $F_{smin}$ , 最小安全系数为斜坡的安全系数, 对应的岩块组合即为斜坡最有可能发生倾倒破坏块体。

### 1.4 计算步骤

首先根据坡形典型剖面和主要影响因素确定计算

模型, 并确定岩体的物理力学性质参数, 然后选定滑动块体个数  $N_s$  和倾倒块体个数  $N_t$ , 开始进行计算  $\eta$ , 若  $|\eta - 0| > \delta$ , 调整  $F_s$  的值, 重新计算得到  $\eta$ , 直至  $|\eta - 0| < \delta$ , 其中  $\delta$  为计算精度, 安全系数的计算流程如图 4 所示。

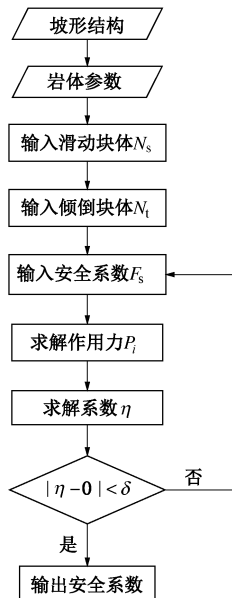


图 4 斜坡安全系数计算流程图

Fig. 4 Flowchart of safety factor of slope

## 2 层状岩体三维受力分析

二维极限平衡分析基于主要坡形结构的剖面进行计算分析的, 是比较简便的分析方法, 其应用较为普遍, 但对于空间形态比较复杂的斜坡结构 (如楔形体或者棱柱体斜坡), 其得出的安全系数可能会出现比较大的偏差。因此, 有必要考虑三维形态层状斜坡的受力特点, 在三维受力分析的基础上, 进行力的等效, 对二维倾倒的极限平衡做出修正。

层状岩质斜坡的岩体具有层状结构, 层状结构沿岩层走向的长度往往远大于真倾角方向的长度。可以验证, 层状岩体在重力作用下真倾角方向的转动变形远大于沿岩层走向的转动变形。因此, 层状岩体在重力作用下, 岩体在沿岩层走向的分力作用下主要发生滑移而非转动, 在极限平衡分析过程中, 只考虑真倾角方向的倾倒极限平衡分析, 其力学行为可近似悬臂梁。

下面对层状岩质斜坡三维力系进行分析和简化, 建立以水平地面为基准的坐标系  $o-uvw$ 。

层状岩体受力分析如图 5 所示。其中  $AB'C'D''$  为滑动面。滑坡破坏面可近似由下述方法得到: 先将平面  $ABCD$  绕着  $ou$  轴顺时针 (根据右手法则) 旋转角

度  $\beta_0$ , 得到平面  $ABC'D'$ , 然后将平面  $ABC'D'$  绕着  $AE$  顺时针转动  $\alpha$ 。可以求出滑动面的法向量  $\vec{n}_3 = (-\sin \alpha \cos \beta_0, -\sin \beta_0, \cos \alpha \cos \beta_0)$ 。

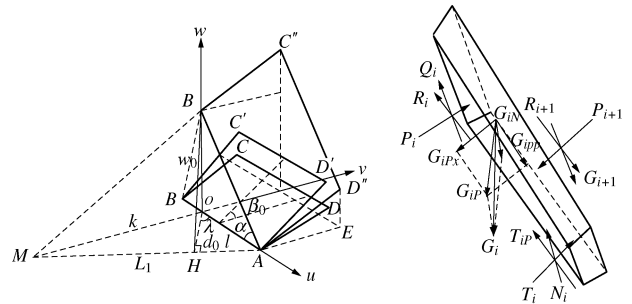


图 5 第  $i$  块岩块三维受力示意图

Fig. 5 Diagram of forces acting on  $i^{\text{th}}$  rock

重力矢量  $\vec{G}_i = (0, 0, -G_i)$ , 将重力进行正交分解为垂直于滑动面的重力分量  $G_{iN}$  和平行于滑动面的重力分量  $G_{iP}$ , 那么垂直于滑动面的重力分力  $G_{iN}$  的大小为

$$|\vec{G}_{iN}| = \left| \frac{\vec{G}_i \cdot \vec{n}_3}{|\vec{n}_3|} \right| = G_i \cos \alpha \cos \beta_0, \quad (24)$$

$G_{iN}$  的单位方向向量为  $\vec{n}_N = \vec{n}_3$ 。

平行于滑动面的重力分量  $G_{iP}$  的大小为

$$|\vec{G}_{iP}| = \sqrt{G_i^2 - G_{iN}^2} = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta_0} G_i. \quad (25)$$

$G_{iP}$  的单位方向向量平行于滑动面的真倾向方向, 即

$$\vec{n}_p = \frac{\vec{n}_c}{|\vec{n}_c|} = \frac{1}{\sqrt{d_0^2 + w_0^2}} (d_0 \cos \lambda, -d_0 \sin \lambda, w_0). \quad (26)$$

于是, 将  $\vec{G}_{iP}$  分解为平行滑动面  $B'C''$  方向的视倾向力  $\vec{G}_{iPx}$  和沿顺坡向  $B'A$  方向 (岩层走向方向) 的力  $\vec{G}_{iPP}$ :

$$|\vec{G}_{iPx}| = \left| \frac{\vec{B'M}}{|\vec{B'M}|} \cdot \vec{n}_p \right| |\vec{G}_{iP}| = \frac{kd_0 \sin \lambda + w_0^2}{\sqrt{(k^2 + w_0^2)(d_0^2 + w_0^2)}} |\vec{G}_{iP}|, \quad (27)$$

$$|\vec{G}_{iPP}| = \left| \frac{\vec{B'A}}{|\vec{B'A}|} \cdot \vec{n}_p \right| |\vec{G}_{iP}| = \frac{ld_0 \cos \lambda + w_0^2}{\sqrt{(l^2 + w_0^2)(d_0^2 + w_0^2)}} |\vec{G}_{iP}|. \quad (28)$$

在倾倒分析过程中, 顺坡向 (岩层走向方向) 的力达到平衡, 不考虑其对块体的转动影响。因此, 考虑滑体三维受力状态, 将三维力系适当简化, 等效为二维问题, 即可应用倾倒的二维极限平衡分析方法进行斜坡稳定性分析。

## 3 实例分析

### 3.1 鸡冠岭滑坡三维模型

鸡冠岭滑坡两侧临空, 受长期构造运动与河流侵蚀形成棱柱状山脊, 不同地层之间的层面将岩体切割成中薄层板状的岩体, 从而形成典型的陡倾层状岩岩质斜坡结构 (图 6)。鸡冠岭地层主要以二叠系灰岩和志留系页岩为主, 由新到老为: 二叠系中统长兴组、吴家坪组; 二叠系下统茅口组、栖霞组、梁山组及志留系罗惹坪组, 是典型的上硬下软的二元结构, 鸡冠岭岩层倾角大于  $60^{\circ}$ , 属于陡倾斜坡。

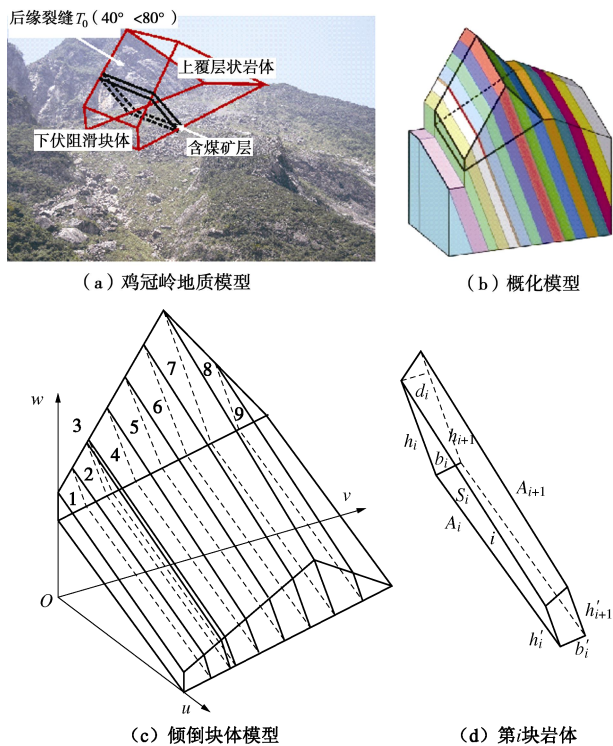


图 6 鸡冠岭崩塌三维模型示意图

Fig. 6 Conventional diagram of Jiguanling rock-slide in 3D vision

通过区域地形勘探资料及地质情况分析, 可以抽象出鸡冠岭滑坡的地质模型, 并获得鸡冠岭滑坡岩体的基本几何特征参数, 包括地层分布、岩层块体的平均厚度与长度、层面节理产状、滑动面产状和滑体的概化三维模型形态尺寸, 其三维模型示意如图 6, 滑体的几何参数见表 1。

表 1 鸡冠岭滑坡三维模型几何参数表

Table 1 Geometrical parameters of Jiguanling 3D model

块体编号	$h_i/\text{m}$	$h'_i/\text{m}$	$h/\text{m}$	$z_i/\text{m}$	$A_i/\text{m}^2$	$A_{i+1}/\text{m}^2$	$S_i/\text{m}^2$	$b_i/\text{m}$	$d_i/\text{m}$	$V_i/\text{m}^3$
1	30.00	10.00	20.00	250	5000.00	7573.75	10247.97	35.50	28.55	151147.11
2	45.36	15.23	30.30	250	7573.75	10478.75	7245.75	25.10	25.00	225656.25
3	63.70	20.13	41.92	250	10478.75	11028.75	1452.04	5.03	5.00	53768.75
4	67.25	20.98	44.12	250	11028.75	14788.75	9442.56	32.71	32.50	419534.38
5	91.03	27.28	59.16	250	14788.75	18563.75	9442.56	32.71	32.50	541978.13
6	114.87	33.64	74.26	250	18563.75	22307.50	9442.56	32.71	32.50	664157.81
7	138.58	39.88	89.23	250	22307.50	26021.25	9324.21	32.30	32.09	775434.79
8	162.09	46.08	104.09	250	26021.25	13008.75	10400.97	36.03	35.90	700588.50
9	81.03	23.04	52.04	250	13008.75	15686.25	10438.49	36.16	17.96	233674.32

注: 其中岩块 1 和岩块 9 由于形状不规则, 其厚度为等效厚度。

3.2 自然状态下稳定性分析

层状岩体的节理倾角为  $\beta=25^{\circ}$ , 滑动面角度  $\beta_0=\beta+\theta_r=27^{\circ}$ ,  $\alpha=32^{\circ}$ , 层面节理摩擦角  $\zeta=15^{\circ}$ ,  $l=z_0=250\text{ m}$ , 计算得到鸡冠岭模型的层状岩体重力及其分力 (表 2)。

以连通率  $k=0.8$  为例进行说明,  $\zeta=1-k=0.20$ 。根据上述计算方法对斜坡稳定性进行验算, 计算精度取  $\delta=0.01$ , 计算结果如表 3 所示。

从表 3 来看, 在自然状态下, 当坡脚处的岩块 1 为滑动块体, 岩块 2 至岩块 9 均为倾倒地体时, 此时对应的安全系数最小, 为  $F_s=1.06$ 。但根据地质调查和数值模拟结果可知, 岩块 1 和岩块 2 所在地层为栖霞茅口组厚层灰岩, 并起到限制上覆岩层变形的作用, 应看为一个整体 (关键块体), 即  $N_s=2$ ,  $N_r=7$ , 对应的安全系数为 1.59, 其安全系数大于 1, 表明鸡冠岭层状岩体在自然状态下处于稳定状态。若连通率为 1, 可以计算得知安全系数为 1.28, 斜坡处于稳定状态。

根据二维方法对斜坡自然状态下进行稳定分析, 其中滑动块体为岩块 1 与岩块 2, 倾倒地体为岩块 3~9, 安全计算系数计算如表 3 所示。从表 3 可以看到, 采用二维倾倒地分析方法计算所得出的安全结果约为 1.70, 比三维方法的安全系数 1.59 大 0.11, 表明在考虑斜坡体的三维受力状态下, 斜坡的安全系数较小, 二维分析结果较大, 偏于安全 (表 4)。因此, 考虑三维受力是很有必要的。

岩体连通率对安全系数的计算产生影响 (图 7)。随着岩体连通率的减小, 岩桥面积增大, 斜坡的安全系数在提高, 表明在考虑岩体的连通率之后, 岩桥能够起到抵抗下滑力的作用, 岩桥面积越大, 所能提供的抵抗力越大, 斜坡的稳定性随之增强。另外, 滑动块体数越少, 倾倒地体越多, 斜坡的安全系数越小, 直观上表明, 滑动块体处在倾倒地体下方, 能够提供抵抗力, 滑动块体越少, 能够提供的抵抗力就越小, 因而造成安全系数越低。这表明滑动块体提供的支撑

表 2 鸡冠岭三维模型重力及其分力计算结果

Table 2 Results of gravity and its component forces obtained from 3D model of Jiguanling							
岩块 $i$	$c_i/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$	$\varphi_i/(^{\circ})$	$\sigma_i/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$	$\gamma_i/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$G_i/\text{kN}$	$G_{iN}/\text{kN}$	$G_{ipx}/\text{kN}$
1	700	39	950	25	3952612.50	2986654.66	1714836.96
2	700	39	950	25	5641406.25	4262733.13	2447518.43
3	400	25	400	15	806531.25	609427.39	349912.77
4	700	39	950	25	10488359.38	7925165.29	4550364.18
5	700	39	950	25	13549453.13	10238174.71	5878416.62
6	700	39	950	25	16603945.31	12546195.88	7203604.99
7	700	39	950	25	19385869.84	14648260.74	8410540.15
8	700	39	950	25	17514712.50	13234385.54	7598740.42
9	700	39	950	25	5841858.03	4414197.58	2534484.24

表 3 斜坡安全系数求解结果

Table 3 Results of safety factor of slope										
$k=0.8$	$N_t=4$		$N_t=5$		$N_t=6$		$N_t=7$		$N_t=8$	
	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$
$N_s=1$	3.681	-0.001	2.550	-0.003	1.450	0.009	1.100	-0.001	1.06	0.003
$N_s=2$	3.050	0	2.130	0.001	1.648	-0.003	1.590	0	—	—
$N_s=3$	2.160	0.001	1.705	-0.001	1.643	0.001	—	—	—	—
$N_s=4$	2.136	0.001	2.088	0.002	—	—	—	—	—	—

表 4 三维方法与二维方法的计算结果比较

Table 4 Comparison of safety factors between 3D model and 2D model									
$k=0.8$	岩块 4		岩块 5		岩块 6		岩块 7		备注
	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$	$F_s$	$\eta$	
$N_s=2$	3.05	0	2.130	0.0010	1.648	-0.0030	1.5900	0	三维方法
	2.61	0.0001	1.875	0.0002	1.720	0.0003	1.6998	0.0002	二维方法

作用非常重要，要限制和防止斜坡倾倒破坏，可以增加滑动块体数目或者通过工程措施增加滑动块体的阻滑力来实现。

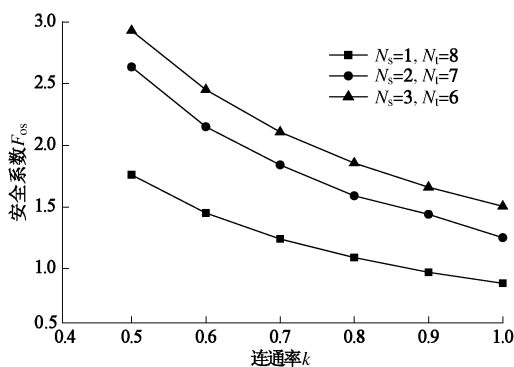


图 7 斜坡稳定性与岩体连通率的关系

Fig. 7 Relationship between  $F_{OS}$  of slope and rock

3.3 采空状态下稳定性分析

地质调查表明地下矿层采空是鸡冠岭崩塌的诱发因素。随着巷道掘进与煤矿开采，岩块 3 会逐渐被开挖采空。矿层采空，可等效为岩块体 3 去除，即不考虑其重力， $G_3=0$ 。

岩块 2 和岩块 4 不接触，岩块 4 左侧临空，那么

$P_3 = P_4 = 0$ ， $Q_3 = Q_4 = 0$ 。

假设岩块 4 在采空工况下达到静力极限平衡，根据式(16)，可得  $P_5 = P_4 + B_4 + C_4\eta = B_4 = 1.60 \times 10^4 \text{ kN}$ 。

以岩块 4 的左侧下游端点  $O_4$  为转动点，以逆时针方向为正，转动弯矩为

$$M_4 = P_5(h_5 + b_4 \sin \theta_r) - P_5 \tan \xi \cdot b_4 \cos \theta_r + \frac{1}{2} G_{4px} \cdot \bar{h}_4 - G_{4N} \cdot \frac{1}{2} b_4 \cos \theta_r \quad (29)$$

代入数值，可以求出  $M_4=9.51 \times 10^7 \text{ kNm} > 0$ 。

岩块 4 的右侧上游端点的轴向拉应力近似值为

$$\sigma_4 = \frac{P_5 h_5 + 0.5 G_{4px} \bar{h}_4}{b_4^2 / 6} - \frac{Q_5 + G_{4pN}}{b_4} = 4.22 \text{ MPa} > \sigma_t = 0.95 \text{ MPa}。$$

因此，当矿层采空之后，由于具备良好的临空条件，岩块 4 往左侧倾倒变形，岩块底部上游发生受拉破坏，在转动弯矩的作用下，裂缝从受拉裂缝处拓展延伸，并发生转动。同理，可依次计算得到岩块 5~9 的层间作用力和转动弯矩（表 5）。对于上覆层状岩体 5~8 而言，根据弯曲应力判据，可知岩块 5~8 均会发生受拉破坏，并在转动弯矩的作用下，岩块依次发生转动倾倒破坏。岩块 9 的正压力小于 0，表明岩块 9

可能处于稳定状态。

表 5 倾倒区岩块层间力

Table 5 Inter forces and rotation moments of toppling rocks

岩块 <i>i</i>	<i>P<sub>i</sub></i> /kN	<i>M<sub>i</sub></i> /(kN·m)	<i>σ</i> /MPa
5	160170.90	116891539.71	7.71
6	316193.18	204101374.11	8.12
7	454573.83	310140632.53	8.43
8	579122.08	178241016.64	6.47
9	856349.56	7911509.86	-1.35

上覆岩块发生倾倒破坏后, 挤压在下伏关键岩层块体 2 上, 将岩块 1, 2 看做整体, 受力分析如图 8 所示。岩块 4 转角为  $\theta_4 \approx \frac{b_3}{h_4} = \frac{5.03}{41.92} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 6.8^\circ$ ,  $\chi = \theta_4 + \beta = 31.8^\circ$ 。

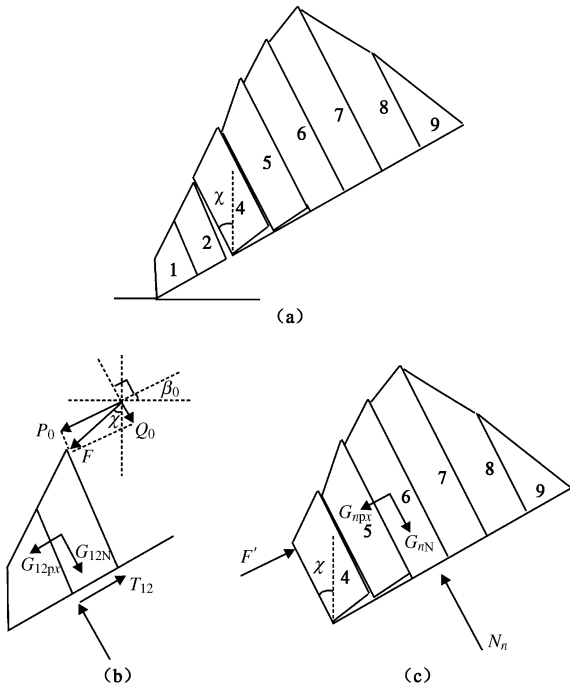


图 8 倾倒岩层块体受力分析

Fig. 8 Force diagram of toppling rocks and slide rocks

上覆岩层受力分析如图 8 (c) 所示。将上覆岩层重力分解, 可以求得

$$F' \cos(\beta + \theta_r - \chi) = G_{npx} \quad , \quad (30)$$

表 6 下伏岩层安全系数计算表

Table 6 Values of safety factor of underlying strata

<i>n</i>	<i>G</i> <sub>12N</sub> /kN	<i>G</i> <sub>12px</sub> /kN	<i>G</i> <sub>npx</sub> /kN	<i>cS<sub>i</sub></i> /kN	<i>F<sub>s</sub></i>
1	7249387.79	4162355.39	2625464.94	12946314.42	1.50
2	7249387.79	4162355.39	6017188.37	12946314.42	0.93
3	7249387.79	4162355.39	10173517.76	12946314.42	0.66
4	7249387.79	4162355.39	15026223.49	12946314.42	0.50
5	7249387.79	4162355.39	19410537.75	12946314.42	0.44
6	7249387.79	4162355.39	20872882.14	12946314.42	0.42

$$F' \sin(\beta + \theta_r - \chi) + G_{nN} = N_n \quad , \quad (31)$$

式中, *n* 表示压在下伏岩层的倾倒块体的数目, *F'* 为倾倒块体和阻滑块体之间的相互作用力, *G<sub>npx</sub>*, *G<sub>nN</sub>* 分别为挤压在阻滑块体上的 *n* 个倾倒块体的自重的倾向分力和垂直底面的分力, *N<sub>n</sub>* 为倾倒块体底面的正压力。

根据牛顿第三定律可知

$$F = F' \quad . \quad (32)$$

下伏岩层受力分析如图 8 (b), 将力投影到底滑动面的法向上, 其力学平衡方程如下:

$$N_{12} + F \sin(\theta_r + \beta - \chi) - G_{12N} = 0 \quad , \quad (33)$$

$$T_{12} - F \cos(\theta_r + \beta - \chi) - G_{12px} = 0 \quad . \quad (34)$$

斜坡的安全系数为

$$F_s = \frac{N_{12} \tan \varphi + cS_{12}}{T_{12}} \quad . \quad (35)$$

联立式 (30) ~ (35), 得到

$$F_s = \frac{G_{12N} \tan \varphi - G_{npx} \tan(\beta + \theta_r - \chi) \tan \varphi + cS_{12}}{G_{npx} + G_{12px}} \quad . \quad (36)$$

考虑倾倒岩体块体转动挤压在下伏岩层块体时的下伏岩层块体的强度损失, 当岩块 4 倾倒压在下伏岩层上, 下伏岩层仍能保持稳定, 安全系数 *F<sub>s</sub>* = 1.50 > 1。下伏岩层强度逐渐在岩块 4 挤压作用下强度逐渐降低, 当岩块 5 倾倒下压时, 下伏岩层安全系数为 0.93, 关键块体开始变得不稳定, 其安全系数小于 1, 表明此时下伏岩层的阻滑力已经不足以支持倾倒岩块所产生的剩余下滑力, 下伏岩层发生剪切破坏, 从坡脚处往黄岩沟上空滑移剪出, 形成崩塌。当岩层 6~9 相继发生倾倒破坏, 压在下伏岩层上, 加速整个崩塌滑坡的形成过程, 推动下伏岩层往下运动 (表 6)。

综上可知, 地下矿层采空诱发岩质崩塌的主要原因在于采空提供了两个有利的条件, 一是为上覆岩层块体的倾倒变形提供了临空面, 二是破坏上覆岩层的平衡条件, 使得上覆岩层缺乏足够抵抗下滑力的支撑力。鸡冠岭崩塌的破坏机制为地下采空诱发的上覆岩层倾倒一下伏岩层滑移的复合模式。

## 4 结 语

倾覆破坏的二维极限平衡分析应用普遍但具有一定偏差,本文提出在考虑层状岩质斜坡的三维受力状态的基础上,适当简化模型,更符合实际情况。以鸡冠岭滑坡为例分析了该计算方法,可以看出天然状态下斜坡处于稳定状态,下伏岩层起到“关键块体”作用,其强度指标对斜坡稳定性具有很大的影响。当地下采空出现后,上覆岩层块体失去支撑,为上覆岩层倾覆破坏提供了良好条件。岩层往采空方向转动,发生倾覆破坏,剩余岩层相应地逐层向后倾覆破坏,挤压在下伏岩层上。下伏岩层受到的下滑力逐渐增大,安全系数逐渐减低,直至发生剪切破坏,形成滑坡,从深沟临空面剪出。

### 参考文献:

- [1] MÜLLER L. New considerations on the Vajont slide[J]. *Felsmechanik und Ingenieur Geologie*, 1968, **6**(1): 1 - 91.
- [2] FREITRAS M, WATTERS R J. Some field examples of toppling failure[J]. *Géotechnique*, 1973, **23**(4): 495 - 514.
- [3] BRABB E E, HARROD B L. Landslides: extent and economic significance[M]. Rotterdam: Balkema, 1989.
- [4] CRUDEN D M. Limits to common toppling[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1989, **26**(4): 737 - 742.
- [5] GOODMAN R E, BRAY J W. Toppling of rock slopes[C]// *Proceedings of ASCE Specialty Conference, Rock Engineering for Foundations and Slopes*. Boulder, 1976: 201 - 234.
- [6] WYLLIE D C. Toppling rock slope failures examples of analysis and stabilization[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1980, **13**: 89 - 98.
- [7] ZANBAK C. Design charts for rock slopes susceptible to toppling[J]. *Geotech Engineering, ASCE*, 1983, **109**(10): 39 - 62.
- [8] AYDAN O, KAWAMOTO T. Stability of slopes and underground openings against flexural toppling and their stabilization[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1992, **25**(3): 143 - 165.
- [9] SAGASETA C. On the modes of instability of a rigid block on an inclined plane[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1986, **19**(4): 261 - 266.
- [10] SAGASETA C, SANCHEZ J M, CANIZAL J. A general analytical solution for the required anchor force in rock slopes with toppling failure[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2001, **38**(4): 21 - 35.
- [11] AMINI M, MAJDI A, VESHADI M A. Stability analysis of rock slopes against block-flexure toppling failure[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2012, **45**(4): 519 - 532.
- [12] AMINI M, MAJDI A, AYDAN O. Stability analysis and the stabilization of flexural toppling failure[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2009, **42**(5): 751 - 782.
- [13] 陈祖煜, 张建红, 汪小刚. 岩石边坡倾覆稳定分析的简化方法[J]. *岩土工程学报*, 1996, **18**(6): 92 - 95. (CHEN Zu-yu, ZHANG Jian-hong, WANG Xiao-gang. The predigesting way of analyzing toppling stability of rock slope[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, **18**(6): 92 - 95. (in Chinese))
- [14] 陈祖煜. 岩质边坡稳定性——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004: 631 - 677. (CHEN Zu-yu. *Rock slope stability analysis: theory, method and programs*[M]. Beijing: China Water Power Press, 2004: 631 - 677. (in Chinese))
- [15] 陈红旗, 黄润秋. 反倾层状边坡弯曲折断的应力及挠度判据[J]. *工程地质学报*, 2004, **12**(3): 243 - 246. (CHEN Hong-qi, HUANG Run-qiu. Stress and flexibility criteria of bending and breaking in a counter tendency layered slope[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2004, **12**(3): 243 - 246. (in Chinese))
- [16] 蒋良维, 黄润秋. 反倾层状岩体斜坡弯曲-拉裂两种失稳破坏之判据探讨[J]. *工程地质学报*, 2006, **14**(3): 289 - 295. (JIANG Liang-wei, HUANG Run-qiu. Bending yielding and tensile cracking criteria for failure of rock slope whose dip direction opposite to the end dip direction of strata[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2006, **14**(3): 289 - 294. (in Chinese))
- [17] LIU C H, JAKSA M B, MEYERS A G. Analytical approaches for toppling stability analysis of rock slopes[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2008, **45**(13): 61 - 72.
- [18] LIU C H, JAKSA M B, MEYERS A G. A transfer coefficient method for rock slope toppling[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2009, **46**: 1 - 9.
- [19] 王林峰, 陈洪凯, 唐红梅. 反倾岩质边坡破坏的力学机制研究[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(5): 884 - 889. (WANG Lin-feng, CHEN Hong-kai, TANG Hong-mei. Mechanical mechanism of failure for anti-inclined rock slopes[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(3): 884 - 889. (in Chinese))