

DOI: 10.11779/CJGE201402001

非饱和土与特殊土力学的基本理论研究

陈正汉

(后勤工程学院建筑工程系, 重庆 401311)

摘要: 对非饱和土与特殊土开展了持久深入的研究, 取得了系统的创造性成果: 在国内率先研制成非饱和土固结仪、直剪仪、渗气仪、标准三轴仪、温控三轴仪、多功能三轴仪和土工 CT - 三轴仪等一系列仪器设备, 揭示了非饱和土与特殊土的水气运动规律及变形、强度、屈服、水量变化、湿陷、湿胀、细观结构演化、温度效应等许多重要力学特性规律; 构建了岩土力学的公理化理论体系与多种组合形式的非饱和土的应力状态变量; 提出了各向异性多孔介质的有效应力理论公式与非饱和土的有效应力理论公式; 建立了非饱和土、湿陷性黄土和膨胀土的本构模型谱系(包括非线性、弹塑性、结构性损伤与热力耦合模型)与分别考虑密度、净平均应力和偏应力影响的广义土 - 水特征曲线模型谱系; 创立了非饱和土三维固结理论及其固结模型谱系; 自主研发了分析固结问题的系列软件, 求得一维固结问题的解析解和二维固结问题的数值解, 形成了完整的理论体系。应用研究成果解决了多项工程的疑难问题, 表明所建理论能够指导实践, 为工程决策提供理论支持和科学依据。

关键词: 非饱和土; 特殊土; 公理化体系; 应力理论; 固结理论; 本构模型; 广义土 - 水特征曲线模型

中图分类号: TU44 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2014)02 - 0201 - 72

作者简介: 陈正汉(1947 -), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 长期从事非饱和土与特殊土力学的研究, 在仪器研制、试验研究、理论建模和工程应用方面取得了系统的创造性成果。E-mail: chenzhenghan47@163.com。



On basic theories of unsaturated soils and special soils

CHEN Zheng-han

(Department of Architecture & Civil Engineering, LEU, Chongqing 401311, China)

Abstract: Thorough researches on unsaturated soils and special soils including fill, collapsible loess, expansive soil, bentonite and sandy clay, are carried out, and a series of novel results are obtained. A lot of instruments and equipments suitable for unsaturated soils and special soils, such as oedometer, direct shear apparatus, gas permeation device, multifunction triaxial apparatus and temperature-controlled triaxial apparatus as well as CT-triaxial apparatus, are successfully developed. Important mechanical properties and laws of water flow, air flow, deformation, strength, yield, moisture and meso-structure of unsaturated soils and special soils are revealed. An axiomatic theoretical system of geomechanics and the stress state variables of unsaturated soils are established. The formulae for effective stresses isotropic unsaturated soils and anisotropic porous media are proposed. The constitutive hierarchy including nonlinear model, elasto-plastic model, coupled temperature-mechanical model and meso-structure damage model as well as the general model for soil-water characteristics curve are established. The 3-D consolidation theory based on the theory of mixture and the hierarchy of consolidation model are created, the relevant software to solve 2-D consolidation problems is programmed independently, and the analytical solutions to 1-D problems and the numerical solutions to 2-D problems are obtained. Many difficult problems such as deformation and stability of dams and embankments are solved using the above achievements. It is indicated that the proposed theories can be adopted to guide engineering practices and to be as the theoretical basis for engineering decision.

Key words: unsaturated soils; special soils; axiomatic system; stress theory; consolidation theory; constitutive model; general models for soil-water characteristics curve

基金项目: 国家自然科学基金项目(19272072, 59279390, 10372115, 10672182, 11072265, 11272353)

收稿日期: 2013 - 12 - 13

0 引言

工程中遇到的土大多处于非饱和状态(地下水水位之上),在中国北方和中、西部地区更是如此。随着现代化建设的推进、西部大开发战略的实施、核电的快速发展和对环境保护的日益重视,工程中遇到的非饱和土问题日益突出,如路基和大坝的不均匀沉降和湿化变形、平山造地形成的巨厚填方的不均匀沉降、大厚度黄土的湿陷、膨胀土的湿胀干缩、深基坑和高边坡的失稳、城市垃圾填埋场的覆盖层设计、高放废物深地质处置库的缓冲材料在热-水-力-化学耦合条件下的长期性能等,由于对非饱和土的力学特性认识肤浅,缺乏合适的理论指导工程设计和施工,引发了无数工程事故,给人民生命财产造成了巨大损失和浪费。

非饱和土是固、液、气三相介质,其力学性质远比饱和土(是固、液两相介质)复杂。事实上,传统土力学是针对饱和土的特性建立的。例如, Terzaghi 有效应力原理和 Biot 固结理论是传统土力学的两大支柱,二者都只能解决饱和土的问题,对非饱和土问题无能为力。同样, Darcy 定律只适用于描述饱和土中水的流动;剑桥模型、Duncan-Chang 模型也只能用于计算饱和土的变形;现有的土工试验仪器也是如此。因此,发展非饱和土的力学特性理论、本构模型和测试方法是现代土力学的重要任务。

基于上述认识,笔者自 1982 年开展这一领域的研究^[1],以中国广大区域内的多类土为对象,取得了系统的创造性成果。

1 非饱和土与特殊土力学发展简述

与饱和土力学相比,非饱和土力学的发展相当缓慢。国际上研究非饱和土的第一次热潮始于 20 世纪 60 年代初,在伦敦举行了“Pore Pressure and Suction in Soil”专门国际学术会议。与此相应,俞培基等在 1965 年提出把非饱和土划分为“水封闭”、“双开敞”和“气封闭”3 种状态^[2],1979 年,包承纲^[3]提出非饱和土的“气相四形态”;1986 年,包承纲又撰写了“非饱和土的应力应变关系和强度特性”一文,指出对非饱和土工程特性研究的必要性。李雷和陆灏在硕士学位论文中用非饱和土的方法分别研究了击实土的压缩性和孔压特性。清华大学 1988 年出版了《土壤水动力学》,专门用数学物理方法研究非饱和土中水分的运动,而不涉及非饱和土的变形、强度等力学特性。

1989 年,笔者等^[4]发表了“非饱和土的固结理论”;蒋彭年^[5]指出:“过去偏重于饱和土工程性质及其应用

的试验研究,今后将为非饱和土工程性质研究所补充或取代”。1990 年—1994 年,笔者等^[6-14]、李锡夔等^[15-16]、杨代泉等^[17-18]相继发表了一系列研究非饱和土的论文。Fredlund 于 1993 年出版了《非饱和土力学》,第一届国际非饱和土会议于 1995 年在巴黎召开。徐永福等 1999 年出版了《非饱和土强度理论及其工程应用》。中国土木工程学会土力学及基础工程分会先后于 1992 年在北京召开了非饱和土的理论与实践学术研讨会,1994 年在武汉举办了中加非饱和土学术研讨会,1998 年在北京举行了第二届国际非饱和土学术会议,2005 年在杭州召开了第二届全国非饱和土会议,2007 年在南京召开了第三届亚洲非饱和土会议,2009 年在西安召开了西部特殊土与工程学术会议,2013 年在重庆召开了第一届全国非饱和土与特殊土力学及工程学术研讨会。上述工作有力地推动了非饱和土力学和特殊土力学的发展。

中国对黄土工程特性的研究始于 20 世纪 50 年代,半个多世纪以来,涌现出了数以千计的学者和工程技术人员,出版了一批专著和学术论文,制定实施了 4 版湿陷性黄土地区建筑规范(1966 年、1978 年、1990 年、2004 年)。传统的研究工作偏重于工程地质和地基处理方法方面,对黄土湿陷性的研究方法和评价指标比较单一。陈宗基等于 1956 年—1958 年用近代科学方法和三轴仪研究了兰州黄土的基本性质(包括物理化学性质、变形强度和结构性等);刘祖典等对黄土开展了深入系统的研究,于 1997 年出版了《黄土力学与工程》;笔者和刘祖典在 1982 年—1984 年用应力控制三轴仪和现代土力学知识探讨了黄土在复杂应力状态与应力路径条件下的湿陷变形规律及其与结构性的关系;笔者、谢定义、沈珠江等在 20 世纪 90 年代把非饱和土的理论和方法引入黄土的研究,为黄土力学的发展注入了新的活力。

国内外对膨胀土的研究较早,1957 年—1992 年共召开了 7 届国际膨胀土会议,自 1995 年起改名为国际非饱和土会议。陈孚华 1988 年出版了首部膨胀土学术专著。中国于 1987 年颁布了《膨胀土地区建筑技术规范》,1990 年召开了全国首届膨胀土科学研讨会。廖世文、李森林、刘特洪等相继出版了研究专著。1988 年—1994 年,清华大学、中国铁道科学研究院、广西大学与加拿大 Saskatchewan 大学合作,把非饱和土的研究方法引入膨胀土的研究;1996 年—1998 年长江科学院联合中科院武汉岩土所、后勤工程学院、清华大学等单位,开展了用非饱和土方法进行“南水北调膨胀土渠坡稳定和滑动早期预报研究”。这两个合作项目,推动了非饱和土力学与膨胀土研究的结合。2004

年在南宁召开的全国膨胀土学术会议针对公路建设中的膨胀土病害防治技术进行了学术交流。

2 主要瓶颈与研究方法

目前,非饱和土与特殊土领域的研究的主要困难:

①问题太复杂,非饱和土是固液气三相多孔介质,有特殊的微细观结构,其力学特性涉及各组分特性和不同组分之间的相互作用,受气候的影响很大,且随时间和空间变化,短时间内难以取得大的进展,有可能耗费了大量精力而收获甚微;②吸力对其力学特性有重要影响,已有的土力学试验设备不能研究其力学特性,研制非饱和土的仪器设备需要投入一定的财力和大量的精力;③缺乏合适的理论基础,单纯的固体力学或流体力学理论都不能描述其力学规律。

笔者将新理论和新技术引入非饱和土力学与特殊土力学的研究,具体地讲,包括以下3个方面。

(1) 研发仪器,揭示特性

即利用吸力测试-控制技术(如轴平移技术、用盐溶液的饱和蒸汽控制高吸力技术)和高新技术(CT技术、核技术、微型传感器、自动控制、光电技术等),在国内率先自主研制成一系列测试非饱和土力学特性的设备(表1),包括非饱和土三轴仪、非饱和土固结仪、非饱和土直剪仪、温控三轴仪、多功能土工三轴仪、湿陷-湿胀三轴仪、CT-三轴仪,渗气试验装置、1D/2D渗水模型试验系统和2D综合模型试验系统等,用这些新仪器设备揭示了非饱和土在各个方面的力学特性,包括非饱和土的变形特性、强度特性、屈服特性、水分变化特性、渗气特性、渗水特性、细观结构演化特性、热力学特性、非饱和黄土的湿陷性、非饱和和膨胀土的湿胀干缩特性等。

(2) 交叉渗透,构建理论

以理性力学及其分支——混合物理论、不可逆过程热力学、弹塑性力学、损伤力学和现代土力学为基础,构建了非饱和土的力学理论,包括岩土力学的公理化理论体系、非饱和土的应力理论(应力状态变量和有效应力)、非饱和土与特殊土的本构模型谱系(包括非线性模型、弹塑性模型、结构性模型和热-水-力耦合本构模型)、非饱和土的水气运动规律、非饱和土的广义土-水特征曲线谱系(分别考虑密度、净平均应力和偏应力影响)、非饱和土的固结理论及其模型谱系等。

(3) 发展完善,形成体系

用数学变换求得非饱和土一维固结问题(由3个偏微分方程组成的方程组)的解析解;用伽辽金权余法推导出分析计算非饱和土三相多场耦合问题的有限

元表达式,用结构化程序语言——FORTRAN 自主研发了相应的计算分析软件,包括非饱和土的非线性分析程序 CSU8、弹塑性分析程序 USEPC、非饱和膨胀土弹塑性损伤分析程序 UESEPDC、非饱和湿陷性黄土加载-湿陷分析程序 ULEPDSC、膨润土缓冲材料的热-水-力耦合分析程序 THMCA;进而将其用于解决各种工程实际问题(水利、交通等)。

应当指出,试验设备在非饱和土与特殊土力学的基本理论研究中起了重大作用。笔者等经过20多年的不懈努力,在国内率先研制成一系列仪器设备^[19],建起了国内首个设备配套、功能齐全的非饱和土与特殊土实验室。其中土工CT-三轴仪是多功能设备,能实时、无损、连续观测试验过程中(加载/卸载/浸水/排水)试样内部结构的变化,是研究饱和土、非饱和土、各种特殊土的细观结构演化规律与结构性本构模型的有效工具。研制开发的仪器设备得到许多同行专家的好评,认为“在测试技术和仪器研制方面有很多开创性的工作”^[20]。自研的部分仪器已在中科院武汉岩土所、西安交大、同济大学、国家地质调查局等32个单位使用多年,有力推动了非饱和土力学在中国的发展。

3 岩土力学的公理化理论体系

土力学已创立了90年,但目前仍处于半理论半经验状态,缺乏适当的理论基础与严谨的理论体系。正如黄文熙先生在1992年指出的那样^[21]:“岩土工程远不能说是一门具有严密理论体系的学科。”

笔者在从事非饱和土力学与特殊土力学的研究中,引入了理性力学的观点和方法,经多年努力,逐渐形成了创建岩土力学的公理化理论体系的思想,从而为岩土力学向理论体系严密化发展探索出了一条可能的路径。

所谓理性力学(rational mechanics),就是用公理化方法建立的力学体系,故又称之为公理化力学(axiomatical mechanics),亦称为连续物理(continuum physics)。理性力学的基本框架是由Truesdell、Noll、Coleman、Erigen、Hill等在20世纪50年代—60年代构建的,成为各传统力学分支的共同基础。用公理化方法研究形形色色的本构关系和非线性数学模型是理性力学的显著特色,从这个意义上讲,岩土力学的公理化理论体系就是岩土力学的建模理论。

3.1 基本思路和理论基础

解决现代工程问题的科学方法有模型试验、理论模型、数值模拟3种。其中理论模型起核心作用,是研究工作的重要目标。建模要做很多打基础的工作,要靠科学的方法和理论。

表1 自主研发的非饱和土与特殊土仪器设备一览表

Table 1 Self-developed apparatus for unsaturated soils and special soils

| 序号 | 仪器名称 | 主要功能 | 主要特色 | 相关论文发表时间/贡献者 |
|----|---------------------|--------------------------|---|--|
| 1 | 非饱和土三轴仪 | 研究非饱和土的变形强度特性与本构关系 | 试样直径为 39.1 mm, 双层压力室, 底座有陶土板、螺旋槽, 用微型传感器量测孔隙气压力, 精密体变量测装置, 排水量测精度高, 应力 / 应变 / 吸力控制; 可测体变、轴应变、负孔隙水压力、孔隙气压力。 | 1991 年, 1993 年, 1996 年, 1999 年, 陈正汉, 刘保健, 谢定义, 王永胜, 朱元青 |
| 2 | 非饱和土 CT-三轴仪 | 研究土在各种应力路径和浸水过程中细观结构演化规律 | 与 CT 配套, 应力 / 应变 / 吸力 / 水头 / 进水量均可控制; 在各种应力路径和加载-浸水试验过程中动态、无损、实时扫描土的内部结构变化; 是研究饱和土、非饱和土、各种特殊土的细观结构演化规律与结构性模型的有效工具。 | 2001 年, 2007 年, 2009 年 陈正汉, 卢再华, 蒲毅斌, 朱元青, 魏学温, 方祥位, 姚志华, 秦建香, 李加贵 |
| 3 | 非饱和土直剪仪 | 研究非饱和土的强度规律 | 滚动隔膜密封, 底座特殊构造, 荷载传感器置于压力室内, 15 档剪切速率, 自动采集数据, 可控制吸力与排水, 并具有非饱和土固结仪功能。 | 2004 年 陈正汉, 孙树国, 郑宏录, 秦建香, 方祥位, 扈胜霞 |
| 4 | 非饱和土固结仪 | 研究非饱和土的压缩变形规律、广义 SWCC | 滚动隔膜密封, 底座特殊构造, 荷载传感器置于压力室内, 自动采集数据, 可控制吸力与排水, 在不排水条件下可测定试样的初始吸力。 | 2004 年 陈正汉, 孙树国, 秦建香, 方祥位, 扈胜霞 |
| 5 | 非饱和土单向、三轴渗气装置 | 研究非饱和土中的渗气规律 | 单向渗气装置用量测出水量取代气体流量, 精度高; 结构简单, 操作方便。三轴渗气装置用调节阀施加气压和围压, 能考虑围压的影响, 可施加的气压梯度范围大, 解决了高吸力时试样周边渗漏问题。 | 1991 年, 1993 年, 2010 年, 2012 年 陈正汉, 谢定义, 王永胜, 苗强强, 姚志华, 方祥位 |
| 6 | 温控三轴仪 | 研究温度对土的变形强度、SWCC 的影响 | 步进电机驱动, 应力 / 应变控制, 荷载传感器置压力室内, 各种管道为内径 1 mm 不锈钢管, 不锈钢制压力室及反力架置于恒温箱内, 荷塞轴套上部设置水封, 温度可达 200℃, 自动采集数据。 | 2005 年 陈正汉, 孙树国, 谢云, 李刚, 秦建香, 蒋小军 |
| 7 | 多功能三轴仪 | 研究土在多种条件下的变形强度特性 | 采用模块组合结构, 各模块可按需放在合适位置; 压力室和台架可放在工作台上、平躺在 CT 机床上、置于恒温箱内; 配有 5 种压力室, 可做饱和土、非饱和土、各种特殊土的 30 多种应力路径试验。 | 2006 年, 2007 年 陈正汉, 孙树国, 方祥位, 秦建香, 蒋小军 |
| 8 | 湿陷-湿胀三轴仪 | 研究黄土湿陷变形与膨胀土湿胀变形规律 | 底座为二元结构, 可控制吸力做非饱和土试验, 继而做黄土浸水湿陷试验和膨胀土湿胀试验。 | 2006 年, 2008 年 朱元青, 陈正汉, 秦建香 |
| 9 | 现场吸力检测仪 | 吸力现场检测 | 配置热传导吸力探头, 多点量测, 自动采集数据, 既可测负孔压, 也可测正孔压。 | 2000 年 孙树国, 李未显, 陈正汉 |
| 10 | 压力板仪改进 | 测定传统的土-水特征曲线 | 以高压氮气 (12.5 MPa) 为气源; 用压力变换箱将高压气源平稳转换为低压; 无噪音、耗能少; 多个土样同时平行量测。 | 2006 年 孙树国, 陈正汉 |
| 11 | 膨胀土三向胀缩仪改进 | 研究膨胀土的膨胀压力和胀缩变形 | 真三轴, 试样尺寸 4 cm×4 cm×4 cm; 可干湿循环, 能测 1.5 MPa 膨胀压力; 限制变形可测膨胀力, 限制力可测膨胀变形, 自动采集数据。 | 2006 年, 2007 年 陈正汉, 孙树国, 方祥位, 张颖钧, 秦冰, 蒋小军 |
| 12 | 岩土超声波三轴仪 | 研究岩土介质在加载过程中的损伤情况 | 由单向压缩机改造而成, 配有压力室, 在底座装有超声波换能器, 通过波速变化研究试样损伤情况。 | 2007 年 李刚, 陈正汉, 卢再华, 孙树国, 谢云 |
| 13 | 三轴试样径向变形激光量测 | 量测三轴试样的径向变形 | 利用激光准直原理测量变形, 沿试样全高度多点量测, 方形压力室。 | 2007 年, 2011 年 孙树国, 苗强强, 任心志, 孟祥生, 邹俊伟, 陈正汉 |
| 14 | 缓冲材料三轴仪 | 研究缓冲材料在高温高压高吸力条件下的变形强度特性 | 压力室由特殊合金制成, 置于恒温箱内, 温度可达 200℃; 用 GDS 压力-体积控制器施加围压 (≤10 MPa) 和轴压; 用盐溶液的饱和蒸汽和循环泵控制吸力 (≤500 MPa)。配套研制了专门制样模具及脱模装置。 | 2013 年 陈正汉, 秦冰, 孙树国, 孙发鑫, 章峻豪, 汪龙 |
| 15 | 缓冲材料三向膨胀力仪 | 研究膨润土在高温高压高吸力条件下的三向膨胀力特性 | 由特殊合金制成, 耐高温; 试样尺寸 2 cm×2 cm×2 cm, 可测 6 MPa 膨胀压力; 置于恒温箱内, 可控温度 200℃以内; 自动采集数据。 | 2009 年, 2013 年 陈正汉, 孙树国, 秦冰, 孙发鑫 |
| 16 | 非饱和土 1D/2D 渗水模型试验系统 | 研究非饱和土的 1D/2D 水分运移特性 | 用 γ 射线实时、无损、多点、快速量测含水率; 探头可三维运动, 测点间距可以设定, 重复定位误差小于 2 mm。2D 模型测点数目数以百计, 可得瞬态渗流场。配套研制了现场采取大尺寸原状非饱和土试样 (直径 12.5 cm, 长 120 cm) 的装置, 可研究原状土的竖向/水平向的渗水特性。 | 1993 年, 2011 年 张建丰, 陈正汉, 孙树国, 苗强强, 姚志华, 张磊, 章峻豪 |
| 17 | 非饱和土综合模型试验系统 | 研究非饱和土体在力与水作用下的变形和水分迁移规律 | 箱体设观察窗; 用气囊加载, 密封性好; 可测土压力、含水率、吸力和气压力。 | 2011 年 苗强强, 孙树国, 陈正汉 |

就方法而言, 通常有归纳法和演绎法两种, 也称为唯象方法和公理化方法。归纳法从不同的角度揭示问题的规律, 然后加以综合, 形成整体模型, Terzaghi 的一维固结理论就是综合 Darcy 渗透定律、土的压缩规律及有效应力原理与土的变形连续条件之结果。在此法中, 实验观察和直觉判断起重要作用。公理化则以若干公理、原理或基本假设为依据, 进行严密的推理, 最终得出问题的数学模型。应用公理化方法成败的关键在于推理所依据的基本假设(或公理、原理)是否合理。

就理论而言, 建模应当有一个适当的理论基础。岩土力学与工程研究的对象是很复杂的多孔多相介质, 所涉及的问题不仅包含的因素多, 而且是多场耦合、多重非线性的。笔者在 20 世纪 80 年代中期研究非饱和土固结问题时, 感到最大的困惑就是缺乏适当的理论基础。那么这个适当的理论基础应具备哪些条件呢? 至少应有两条: ①具有包容复杂因素的能力, 能够统一处理多组分介质的共同运动及其相互作用; ②能够回答研究中提出的各种理论问题, 如流体在骨架孔隙中的运动如何描述、建立岩土材料的本构关系应依据哪些原理、岩土介质的固结应满足哪些方程、等等。显然, 各种关于单一介质的经典力学理论都不能担当此任。笔者的探索发现, 现代混合物理论(Theory of Mixtures)基本能满足上述要求。

现代混合物理论是理性力学或连续统物理的一个分支^[22], 有关文献数以千计。混合物理论用公理化的方法研究多组分复合介质的共同运动与多种理化现象的耦合过程, 能包容复杂因素, 把运动学、动力学、热力学、化学、电磁学及本构理论融为一体。该理论的基本假定是: 视每一组分为一均质连续体, 它们占有共同的物理空间。这样, 不同组分的若干质点可以占有同一空间点。从而为研究不同组分的相互作用提供了方便, 因而混合物理论又被称为相互作用的连续介质力学。

现代混合物理论的概念和思想最初由 Truesdell 等^[22-24]在 1960 年提出, 后经 Bowen 等^[22-24]的一系列工作, 发展得比较成熟。岩土介质有其自身的特点, 如多相、多孔、松散、结构性等, 简单地照搬和套用理性力学的结果是远远不够的, 其间有一个纯力学理论与研究对象的具体特点相结合的问题。因为边缘学科的新理论原本并不是针对岩土介质创立的, 不可能先天性地带有岩土介质的种种特点。学习混合物理论的方法固然重要, 但更重要的是掌握它的基本原理——公理化体系, 这是理性力学的精髓和基石。理性力学的公理化体系包括基本定律和本构原理两个方面。基本定律是物体在运动学、动力学、热力学方面所必

须遵循的规律, 其数学表达式称为场方程; 本构原理是建立本构关系的理论指南。最流行的本构原理有 Noll 的三原理^[25]和 Erigen 的十原理^[26]。

为了建立岩土力学的公理化理论体系, 笔者做了 3 方面的工作: ①移植理性力学(包括混合物理论)的公理化体系, 并把它作为岩土力学的公理化体系的基本框架。在移植过程中, 笔者只保留了那些对岩土力学适用性较强的本构原理, 如等存性原理、相容性原理和客观性原理, 同时排除了混合物理论的文献中较为流行但缺乏坚实物理基础的“相分离原理”。②继承土力学的遗产。土力学的研究已近 90 年, 其内容相当丰富, 如有效应力原理、固结理论、莫尔-库仑强度理论等, 这些能反映土的基本特性, 是土力学的支柱。50 多年来, 国际上广泛开展岩土本构关系的研究, 揭示出岩土介质一些新特性, 如剪胀性、结构性、应力路径相关性等。③开发不可逆过程热力学的宝库。不可逆过程热力学是最早研究热传导、扩散、化学反应及其相互作用的学科, 其有关原理是处理耦合问题的锐利武器, 吸收为岩土力学的研究所用是一件幸事。

综合以上 3 方面的成果, 就构成了岩土力学的公理化理论体系^[13]。这个体系由 5 个基本定律和 8 个本构原理组成。

3.2 基本定律

设混合物由 N 种组分(constituent)的物质组成, 用 a 代表混合物的任一组分, 其在单位体积混合物中所占的体积比例用 ϕ_a 表示, 称为第 a 组分的体积分数(volume fraction); 用 ρ_a 代表第 a 组份物质的表观宏观密度(apparent macroscopic density), 其物理意义为单位混合物体积中第 a 组份物质的质量, 简称为体密度(bulk density); 用 γ_a 代表第 a 组份的实际微观密度(actual microscopic density), 简称为真密度(true density), 其物理意义是第 a 组份物质单位体积的质量。表观密度和真密度的关系:

$$\rho_a = \phi_a \gamma_a \quad (1)$$

混合物中没有真空, 体积分数必须满足下述约束条件:

$$\sum_{a=1}^N \phi_a = 1 \quad (2)$$

混合物可分为溶混的(miscible)混合物与不溶混的(immiscible)混合物两类。前者如混合气体、食糖和食盐的水溶液、酒精和水的混合液及各种合金, 组成混合物的各种组分在分子水平上均匀分布, 密切交缘, 浑然一体, 形如单一介质, 体积分数对其没有多大的意义; 后者如火箭推进器中固体颗粒燃料在气体中燃烧、悬浮颗粒、石油开发过程中的油、水、气、驱替物质的同时流动, 各组分之间有明显的分界面,

至少在细观水平（孔隙尺度）上可以辨识出来，体积分数就是一个表征不溶混性或结构性的指标。

岩土介质是流体-多孔介质，在一般情况下可视为不溶混的混合物，其组分和整体都必须遵循连续介质的5个基本守恒定律。混合物理论将其分为支配组分的基本定律和支配混合物整体的基本定律。每个基本定律的数学表述有4种形式：整体的积分形式、局部的微分形式、物质标架中的表述形式和空间标架中的表述形式。一般先以积分形式给出，再利用局部化假设（即认为基本定律对物体的任意小部分也成立），就可得出相应的微分形式。本文仅给出基本定律在空间标架中的微分形式。

组分的5个基本定律为

质量守恒定律，

$$\partial \rho_a / \partial t + \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{x}'_a) = \hat{c}_a \quad ; \quad (3)$$

动量守恒定律，

$$\rho_a \mathbf{x}''_a = \nabla \cdot \mathbf{T}_a + \rho_a \mathbf{b}_a + \hat{\mathbf{P}}_a \quad ; \quad (4)$$

动量矩守恒定律，

$$\mathbf{T}_a - \mathbf{T}_a^* = \hat{\mathbf{M}}_a \quad ; \quad (5)$$

能量守恒定律（热力学第一定律），

$$\rho_a \varepsilon'_a = \text{tr}(\mathbf{T}_a \mathbf{D}_a) - \nabla \cdot \mathbf{q}_a + \rho_a r_a + \hat{\varepsilon}_a - \frac{1}{2} \text{tr} \hat{\mathbf{M}}_a \mathbf{W}_a \quad (6)$$

式中 \mathbf{x}_a , \mathbf{x}'_a , \mathbf{x}''_a 依次第 a 组分中一个质点在时刻 t 占据的空间位置、速度和加速度； \mathbf{b}_a , \mathbf{T}_a , \mathbf{T}_a^* , ε'_a , r_a 和 \mathbf{q}_a 依次为第 a 组分的体力密度、应力张量、应力张量的转置张量、内能密度的变化率、热源强度和热流矢量； \hat{c}_a , $\hat{\mathbf{P}}_a$, $\hat{\mathbf{M}}_a$, $\hat{\varepsilon}_a$ 分别代表第 a 组分与其他组分相互作用而产生的质量（反映化学反应）、动量、动量矩和能量，依次定义为质量供给量、动量供给量、动量矩供给量和能量供给量， $\hat{\mathbf{M}}_a$ 的存在说明了混合物各组分的应力张量一般是不对称的； $\nabla \cdot$ 是散度算子， tr 是迹算子； \mathbf{D}_a 和 \mathbf{W}_a 分别是速度梯度 \mathbf{L}_a 的对称部分和反对称部分，分别被称为应变率张量（伸长张量）和自旋张量，

$$\mathbf{L}_a = \mathbf{D}_a + \mathbf{W}_a \quad (7)$$

混合物作为一个整体，相应的守恒定律为

质量守恒定律，

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot \rho \dot{\mathbf{x}} = 0 \quad ; \quad (8)$$

动量守恒定律，

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{b} \quad ; \quad (9)$$

动量矩守恒定律，

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^* \quad ; \quad (10)$$

能量守恒定律，

$$\rho \dot{\varepsilon} = \text{tr} \mathbf{T} \mathbf{L} - \nabla \cdot \mathbf{q} + \rho r + \sum_{a=1}^N \rho_a \mathbf{b}_a \cdot \mathbf{V}_a \quad (11)$$

式中， ρ 是混合物的表观密度（体密度）， \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$, $\ddot{\mathbf{x}}$

分别是混合物中一个质点在时刻 t 占据的空间位置、速度（平均速度）和加速度， \mathbf{b} , \mathbf{T} , \mathbf{T}^* , $\dot{\varepsilon}$, r 和 \mathbf{q} 依次为混合物的体力密度、应力张量、应力张量的转置张量、内能密度的变化率、热源密度和热流向量； \mathbf{L} 是混合物的速度梯度张量； \mathbf{V}_a 是第 a 组分的扩散速度，等于在时刻 t 空间同一点处的第 a 组分速度与混合物速度之差。

由式（5）~（8）可知，混合物作为一个整体，就如同单一介质，各组分之间的相互作用并不显示出来。

此外，混合物还应服从热力学第二定律，其数学表达式称为 Clausius-Duhem 不等式，亦称为熵不等式或耗散不等式，即

$$\rho \dot{\eta} + \nabla \cdot \sum_{a=1}^N (\mathbf{q}_a / \theta_a + \rho_a \eta_a \mathbf{V}_a) - \sum_{a=1}^N \rho_a r_a / \theta_a \geq 0 \quad (12)$$

式中， η 代表单位体积混合物的熵密度， θ_a 是第 a 组分的温度。

式（9）左边代表系统内部因发生不可逆过程而产生的熵变，称为熵产（entropy production / growth of entropy），因此热力学第二定律揭示了热力学过程的不可逆性。严格地说，一切力学现象都是热力学过程，特别是混合物中的多组分和多种过程相互作用时，大多数过程是不可逆的，因此，热力学第二定律在混合物理论中占有重要地位。

应当指出，由 N 种组分构成的混合物共有 $4N + 4$ 个场方程，但其中只有 $4N$ 个是独立的。在选用这些场方程时，只能用混合物的一个场方程取代 $4N$ 个组分场方程中的一个相应的方程。

3.3 本构原理

基本定律对任何材料的混合物都成立，单由其尚不能确定物体的热力学响应，因为物体的响应是随材料而异的。另一方面，从数学上看，守恒律提供的场方程的数目一般总少于这些方程中出现的未知数的个数。因此，不论是从物理方面还是从数学上考虑，都必须在场方程的基础上补充刻画材料性质的方程——本构方程，才能形成封闭方程组。

何谓本构关系？中国大百科全书定义^[27]：“物质宏观性质的数学模型称为本构关系，把本构关系写成具体的数学表达式就是本构方程。最熟知的反映纯力学性质的本构关系有胡克定律、牛顿黏性定律、圣维南理想塑性定律等；反映热力学性质的有克拉珀龙理想气体状态方程、傅里叶热传导方程等。”根据这一定义可知，强度准则亦归于本构关系之列，因为它是描述材料濒于破坏时的宏观力学性质的数学模型。再如，土的三相指标之间的联系关系式、水气运动规律（即 Darcy 定律和 Fick 定律）、土-水特征曲线与土

中水量变化规律、土结构的演化规律(损伤演化方程或结构修复方程)、气在水中的溶解规律(Henry定律)、相变规律等都是本构关系。

本构关系的定义有多种。例如,文献[28]的定义:“本构关系是材料性质从经验加以抽象化的数学表现。每一种本构关系定义一种理想材料。”但不管是那种定义,都说明本构关系包含广泛的内容,而不仅仅是应力-应变关系。

由于混合物的场方程中涉及到的量的种类比较多,因此混合物的本构关系不限于应力-应变关系。例如,质量供给量由相变规律控制,热流矢量受热传导定律支配,自由能、熵和内能则取决于热力学状态,这些关系统称为本构关系。

根据确定性原理,材料在时刻 t 的行为由整个物体在该时刻以前的全部运行历史所确定,因而本构关系通常用泛函表示为

$$A = \Gamma(x, \dot{x}, t, \theta, \dots) \quad (13)$$

理性力学中,把自变量 x, \dot{x}, t, θ 等称为本构变量,而把 A 称为相关本构变量(dependent variables), Γ 称为响应泛函(response functional)。 A 可以是标量、矢量和张量。为了保证本构关系在理论上的正确性,其必须满足一定的物理数学条件,本构原理由此应运而生。Truesdell、Noll和Coleman称其为原理(principle),而Erigen称其为公理(axiom)。

本构原理是建立本构关系的理论指南。笔者通过集理性力学、不可逆过程热力学和土力学的精华而构建的指导建立岩土介质的本构关系的本构原理共有8个,其中有3个来自理性力学^[25-26, 28]。

(1) 等存性原理

所有响应泛函应具有相同的本构变量,直到与有关规律发生矛盾为止。换言之,在开始建模时,对所有本构变量要一视同仁,不能随意去掉某个本构变量。这是因为在通常的物理过程中,质量、动量和能量是同时存在的,是相互牵连交叉耦合的。例如,温度梯度能引起质量的扩散,而浓度梯度也能引起能量的转移;温度的改变使物体变形,而物体的变形又产生热量;压电和压磁效应、电致伸缩和磁致伸缩的现象也是众所周知的。然而在经典理论中,描述这些现象的变量却被比较随意地分成了所谓的“类”,并认为属于一类的变量对另一类中的变量没有影响。这是由于各个现象是逐渐发现的,并且测量这些现象中的变量的仪器是逐个发展起来的缘故。因此,等存性原理要求,出现在一个响应泛函中的变量也必须出现在其它的响应泛函中。

必须指出,在建立本构关系时按等存性原理的要求,所有响应泛函在开始时都具有相同的本构变量。

由于混合物的独立变量较多,因而其本构关系远比单一介质的复杂。尽量减少本构变量的数目就成了学者们的努力目标之一。

由于流体多孔介质之类的混合物的各个组分在微观上是不溶混的和可以辨识的,有的学者将其理想化,认为各组分仍保持着自身的特性,提出了所谓的不溶混假设(immiscibility postulate)^[29],或称为相分离原理(principle of phase separation)。该原理由Passman等于1984年明确表述为^[30]相分离原理:把相关本构变量(或响应泛函)分为两类,第一类只描述第 a 组分物质材料特性的变量(material-specific variables),如 $T_a, b_a, q_a, r_a, \varepsilon_a$ 和 ϕ_a 等;第二类描述不同组分之间相互作用或相互交换的变量,称为生成变量(growth variables),如 $\hat{c}_a, \hat{P}_a, \hat{M}_a, \hat{\varepsilon}_a$ 等;则第一类变量只依赖于第 a 组分的独立本构变量,而第二类变量则依赖于所有独立本构变量。

对于单一介质,生成变量消失,此原理就退化为等存性原理。由于可用简化本构关系,故为一些学者所采用,但此假设过于理想化。笔者在文献[31, 32]中明确指出,尽管流体-多孔介质是不溶混的混合物,但作为多孔介质的固体则是多种多样的。从土力学可知,对于颗粒材料的集合体,如砂、粉煤灰、尾矿砂、砾石、卵碎石等,其骨架性质受孔隙流体的影响不大,可以认为相分离原理近似适用;而对于像黏土和粉土之类的多孔介质,土的固相和水分之间存在强烈的物理化学作用,土骨架的力学性质与水是否存在、含水率的高低关系极大,相分离原理对其是根本不适用的。从数理逻辑可知,一个反例就足以否定相分离原理的普适性,而无需再从理论上证明它不成立。

笔者的探索表明,对于岩土介质,在建立其应力-应变关系时可用有效应力原理取代等存性原理,而在建立其余的本构关系时可用居里对称原理对采用了等存性原理的结果进行简化。有效应力原理和居里对称原理是简化岩土本构关系的有力工具,有关内容将在本节后面和第5节中介绍。

(2) 相容性原理

响应泛函必须与基本定律相容,不能矛盾。这个显而易见的原理是很有用的,特别是利用熵不等式可以排除响应泛函对某些本构变量的依赖关系,从而简化本构方程。

相容性的具体含义解释如下^[26]:一个过程被称为热力学容许的必要充分条件是该过程服从Clausius-Duhem不等式,并具有一个有限的非负温度(温度用绝对温标表示);一个热力学过程则如果服从质量守恒、动量守恒和能量守恒公理,被称为是力学上容许的(或相容的);倘若该过程还服从本构公理的限制,

则此过程称为是本构上容许的。

(3) 客观性原理

这是一个极重要的本构原理。客观性原理认为：

本构关系必须与持有不同时钟和进行不同运动的观察者无关。也就是说，所有观察者所观察到的材料响应应当相同。因为材料的反应是材料内部存在的客观过程，理应与在其外的观察者无关。此原理又称为物质标架无差异原理（principle of material frame-indifference）^[25]，简称为 principle of material indifference 或 principle of material objectivity 或 objectivity，可表述为：响应泛函对空间参考标架的任意刚体运动以及对时间的漂移为形式不变量。

客观性的具体含义解释如下^[25, 28]：把带时钟的参考标架称为时-空系，时钟可以有快有慢（即计时的零点可以不同），一个参考标架可以相对于另一标架作刚体运动包括平移和转动。若一个运动在一个参考标架中记为 $\{\mathbf{x}, t\}$ ，而在另一个参考标架里记为 $\{\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{t}\}$ ，则其相互关系为

$$\tilde{t} = t + t_0, \quad (14a)$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{c}(t). \quad (14b)$$

式中 正交变换 $\mathbf{Q}(t)$ 和向量 $\mathbf{c}(t)$ 代表第一观察者对第二观察者在时刻 t 的相对刚体转动和相对平移，假定二者均为时间的连续函数，且 $\mathbf{c}(t)$ 是任意向量， $\mathbf{Q}(t)$ 是二阶张量； t_0 代表第一观察者的计时零点相当于第二观察者的计时零点的相对差值。正交变换 $\mathbf{Q}(t)$ 能准确保证映射长度不变，亦称为有限转动张量，具有如下特点：

$$\left. \begin{aligned} \det \mathbf{Q}(t) &= \pm 1, \\ \mathbf{Q}(t)^* \cdot \mathbf{Q}(t) &= \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{Q}(t)^* = \mathbf{I}, \\ \mathbf{Q}(t)^* &= \mathbf{Q}(t)^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中， $\det \mathbf{Q}(t)$ 是 $\mathbf{Q}(t)$ 的行列式之值， $\mathbf{Q}(t)^{-1}$ 是 $\mathbf{Q}(t)$ 的逆变换。

在式 (14) 的时-空系的变换下，时间间隔是不变的，即

$$\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1 = t_2 - t_1. \quad (16)$$

对同一时刻，两个运动 $\{\mathbf{x}_1, t\}$ 和 $\{\mathbf{x}_2, t\}$ 的空间距离是不变的，这是因为由 $\tilde{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{c}(t)$ 和 $\tilde{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{x}_2 + \mathbf{c}(t)$ ，可得

$$(\tilde{\mathbf{x}}_2 - \tilde{\mathbf{x}}_1) = \mathbf{Q}(t) \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (\tilde{\mathbf{x}}_2 - \tilde{\mathbf{x}}_1)^2 &= [\mathbf{Q}(t) \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)] \cdot [\mathbf{Q}(t) \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)] \\ &= (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)^2. \end{aligned} \quad (18)$$

式 (16)、(18) 的这种性质称为时空无差异性或客观性。

在时空变系 (14) 变换下，标量 α 、矢量 \mathbf{N} 和二阶张量 \mathbf{P} 的变换规律为

$$\tilde{\alpha} = \alpha, \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{N}} = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{N}, \quad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}(t)^*. \quad (21)$$

对一个场或函数而言，若出现在其中的量在时空系 (14) 下按式 (19)~(21) 的规律变换，则称其为客观性的场或函数。根据客观性的定义，可把描述物理世界的量分为两类。第一类是客观性量，与时-空标架无关，如质量、力、力矩、温度、内能、应变率张量等；第二类是非客观性量，与时-空标架有关，如加速度、变形梯度、速度梯度和自旋张量等。必须注意的是，有的物理量如 Cauchy 应力张量本身是客观性的，但其时间变化率却不是客观的，由此激发了众多学者对客观应力率的研究，提出了 Jaumann 应力率和 Truesdell 应力率等客观应力率，本文不涉及应力率的问题，故对此不做进一步的论述。因此，一个二阶张量是否为客观量，需要按式 (21) 衡量。客观性原理要求进入本构方程中的量是客观性的量，而且本构响应函数的形式在时空变系 (14) 变换下保持形式不变。

从不可逆过程热力学^[33-36]吸收的本构原理有 Onsager 原理和 Curie 对称原理。

(4) Onsager 原理

这是线性不可逆过程热力学的一个基本原理，被称为热力学第四定律。该原理认为不同类量之间的交叉影响系数相等。应用这一原理可以减少本构方程中系数的个数。具体地说：设在一个体系里同时存在 n 个流动，其通量分别为 J_1, J_2, \dots, J_n ，而引起通量的热力学力为 Y_1, Y_2, \dots, Y_n ，则

$$J_\alpha = \sum_{\beta=1}^n L_{\alpha\beta} Y_\beta \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, n), \quad (22)$$

式中，唯象系数满足以下关系：

$$L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha}. \quad (23)$$

Bowen 在文献[22]中曾应用过这一原理，但不是当本构原理看待，笔者在文献[32]中第一次肯定了 Onsager 原理在本构理论中的地位，并把它作为一个独立的本构原理。

(5) Curie 对称原理

一般说来，耦合过程中的各热力学力和各通量是阶次不同的张量。Curie 原理指出：在各向同性体系中，张量阶数之差为奇数的通量和热力学力之间不耦合。换言之，仅当热力学力 Y_β 和通量 J_α 是同阶张量或阶差为偶数时，组合关系才有可能^[33, 35]。应用 Curie 对称原理可使本构关系大大简化。有关该原理的理论证明可参阅文献[37]。

顺便指出：在混合物理论的文献中尚没有应用 Curie 对称原理的先例。笔者在文献[32]中首次把它从

不可逆过程热力学的宝库中开发出来作为岩土力学的重要本构原理之一,并用它成功地建立了非饱和土的本构关系。

压硬剪胀原理、有效应力原理和记忆原理这 3 个本构原理是土力学成果的结晶与升华。

(6) 压硬剪胀原理

从土力学可知,土在静水压力作用下孔隙减小变密,抗剪强度、杨氏模量和剪切模量均增大,土的变形减小。换言之,土有“压硬”的属性。另一方面,土具有剪胀性,剪应力(或偏应力)影响土的正应变(或体应变),当球应力保持常数而偏应力改变时土的体积也要发生变化。一般而言,在剪应力作用下,超固结土和密砂的体积要增大,强度随之下降,称为剪胀;正常固结土和松砂的体积要减小,强度随之增加,称为剪缩。剪胀和剪缩统称为土的剪胀性。研究表明,土在卸荷时也发生体缩,而且在三轴试验中普遍存在。压硬性和剪胀性也被称为“应力和应变的交叉效应”,即球应力影响偏应变,偏应力影响体应变。

土的压硬性最早体现在 M-C 强度准则中。现代岩土强度理论(如 Drucker-Prager 准则、松岗元准则、Lade-Duncan 准则、广义双剪准则和 Hook-Brown 准则)均考虑了压硬性的影响。剑桥模型和邓肯-张模型除了应用 M-C 强度准则外,还分别在体积变形模量和初始切线模量中考虑了压硬效应,而把塑性体应变作为屈服面的硬化参数更是剑桥模型的一大创造。

土的剪胀性最早为 Casagrande 所注意,魏汝龙于 1963 年在国际上首次系统地论述了土的剪胀性^[38]。沈珠江则于 1986 年明确指出^[39]:土的压硬性与土的剪胀性是土的两个最基本的属性,二者具有同等重要的地位。邓肯-张模型仅考虑了压硬性,其最大缺点就是忽略了剪胀性,弹塑性模型能够弥补这个不足,如 Lade-Duncan 模型、殷宗泽的双屈服面模型和姚仰平的统一硬化参数弹塑性模型。当然,不少非线性模型也能反映剪胀性^[40-41],如 Naylor 模型、超弹性模型、亚弹性模型、Green 弹性模型和南京水科院非线性模型等。

综上所述,压硬剪胀原理可表述为:球应力使岩土介质密实硬化,强度增加;偏应力使较密实的岩土介质体积膨胀,强度降低,而使较疏松的岩土介质体积缩小,强度增大。

(7) 有效应力原理

有效应力原理最早是由 Terzaghi 针对饱和土提出的,并获得了巨大的成功。Terzaghi 定义的饱和土的有效应力表达式为

$$\sigma'_i = \sigma_i - u_w \quad (i=1,2,3), \quad (24)$$

式中, σ'_i , σ_i , u_w 分别是有效正应力、总正应力和孔

隙水压力。土力学假定孔隙水不能承受剪应力,故剪应力都是有效的。

有效应力原理认为:饱和土的有效应力等于总应力与孔隙水压力之差,由于应力变化引起的各种可量测后果,如压缩、畸变和抗剪强度变化都是由有效应力的变化造成的。

在 Terzaghi 提出有效应力之时尚不知道土有剪胀性,因而以前主要用有效正应力计算土的体变和强度。现代土力学认识到土有剪胀性,计算体变时必须考虑偏应力的影响。如上所述,土力学中假定水不能承受偏应力(或剪应力),所以偏应力全部是有效应力。据此,有效应力原理可表述为:饱和岩土介质的变形和强度由有效应力控制。此处所说的岩土介质主要指碎石土、砂土、粉土、黏土和破碎岩体,此处所说的有效应力包括全部有效应力分量(有效球应力和偏应力),此处所说的变形包括全部应变分量(体应变和偏应变)。

许多学者从理论上和试验上论证或验证了有效应力原理的正确性。Biot 等、Skempton 等、Nur 等先后用不同的理论方法推得:对于土的体积变形,有效应力的精确表达式为

$$\sigma' = \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C}\right) u_w = \sigma - \left(1 - \frac{K}{K_s}\right) u_w \quad (25)$$

式中 C 是土骨架的压缩性, $C=1/K$, K 是土骨架的体积模量; C_s 是土颗粒的压缩性 $C_s=1/K_s$, K_s 是土颗粒的体积模量。对土而言, $K \ll K_s$, 表明式(23)对于体变问题是足够精确的。在试验验证方面, Rendulic、Henkel 的饱和黏土的三轴排水试验和三轴不排水试验(包括三轴压缩和三轴挤长)表明,含水率(或体变)与应力状态之间具有一一对应的关系。

Henkel 对威尔德(Weald)黏土和伦敦黏土做了三轴排水试验和不排水试验,结果发现,黏土的抗剪强度和含水率、有效应力之间具有一一对应的关系。

必须指出:描述非饱和土在复杂受力时的变形和强度,主要有有效应力法和应力状态变量法,两种方法各有其优缺点,有关内容将在第 4 节中介绍。

(8) 记忆原理

在一定条件下,岩土介质能记忆或忘记自己所经受过的力学历史。这一原理包含 3 方面的内容:①土能记忆它历史上受到过的最大有效应力 p_0 。当外加应力小于 p_0 时,土的变形较小,且有近似的弹性性质;当外加应力大于 p_0 时,土的性质与正常固结土相同。这就是所谓的超固结土的概念。②土的变形与应力路径有关,这是材料在塑性变形阶段的共同特性, Lamber 等^[42-43]最先开展应力路径相关性的研究, Lade 等研究了砂土在多种应力路径下的变形特性,在中国

则始于刘祖德^[44]。③在周期荷载作用下,土的塑性变形最终消失,呈现纯弹性性质。这一现象虽是土力学界众所周知的事,但直到1989年才由沈珠江将其明确称为“记忆减退”^[45]。应当指出,此处所说的记忆减退与理性力学关于黏性材料的记忆减退原理在物理内涵上是不同的。前者与荷载重复施加的次数有关,后者则是指遥远的变形史与现时变形无关。

3.4 应用

本节以混合物理理论为基础,融理性力学、不可逆过程热力学和土力学的精华于一体,构建了岩土力学的公理化理论体系。该理论体系是初步的,但也是最基本、很有用的。随着研究的深入和扩大,一定还会补充新的本构原理。譬如,沈珠江^[46]在《理论力学》中对土的微结构变化总结了10条原理和规律(或机理)。

岩土力学的公理化体系是建立岩土力学理论模型的理论指南。应用该公理化理论体系,笔者先后建立了非饱和土的固结理论^[7]与考虑组分应力非对称性的固-液-气三相多孔介质相互作用的动力学理论^[10]。由于这一理论体系概念明确,针对性强,在纯力学理论和岩土力学及工程的鸿沟之间架起了一道桥梁,因而易于掌握和应用。此项工作不仅为岩土力学理论的严密化系统化探索出了一条路子,而且也丰富和发展了理性力学及其分支——混合物理理论。

4 非饱和土的应力理论

应力状态是研究土的变形和强度的前提。土是多相多孔介质,如何刻划其应力状态是一个十分重要的理论问题。笔者对此做了两方面原创性工作:①以弹性理论为基础,通过科学抽象和演绎推理,利用变形等效的原则,分别构建了各向异性多孔-多相流体介质的有效应力理论公式和非饱和土的有效应力理论公式,饱和土的Terzaghi有效应力公式、非饱和土的Bishop公式和Skenpton公式均为其特例,且这两种理论公式在以后国内外学者的研究结果中得到重现;②提出了确定非饱和土应力状态变量的理论方法和选择应力状态变量的4条原则,以连续介质力学的应力理论和复杂介质的平均应力定理为基础导出了文献中所使用的全部应力状态变量,从理论上分析了各自的优缺点,回答与澄清了当前研究中存在的一系列问题。

4.1 非饱和土的有效应力

(1) 背景与现状

Terzaghi提出的饱和土有效应力原理获得了巨大成功,是传统土力学的基石和支柱。受式(23)的启发,众多学者孜孜不倦地寻求非饱和土的有效应力公

式。

根据俞培基等研究^[2],非饱和土按饱和度可分为气封闭、双开敞和水封闭3类。对气封闭情况, Terzaghi公式(23)适用;对水封闭情况,有效应力为

$$\sigma' = \sigma - u_a \quad (26)$$

对于双开敞系统,在1960年代提出了多种有效应力公式,其中以Bishop建议的下述公式最为流行(可以包含饱水与饱气(干土)两个极端的情况):

$$\sigma' = \sigma - [\chi u_w + (1 - \chi)u_a] \quad (27)$$

式中, u_a 是孔隙气应力, χ 是有效应力参数,与饱和度有关,对于饱和土, $\chi = 1$, 对于干土, $\chi = 0$; 对一般情况, $0 \leq \chi \leq 1$ 。由于Bishop公式“既未从理论上加以论证,也未从试验中加以充分检验”,加之测定参数 χ 尚没有成熟的方法,而且对于变形问题和强度问题 χ 的取值不同等问题,故其应用受到了很大限制。

1960年, Skempton把Bishop公式改写为

$$\left. \begin{aligned} \sigma' &= \sigma - s_\chi u_w, \\ s_\chi &= 1 + (1 - \chi)(u_a - u_w)/u_w. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

考虑到土的压缩性,类比式(23)、(24)间的关系, Skempton直接给出非饱和土有效应力的一般表达式为

$$\sigma' = \sigma - (1 - C_s/C) s_\chi u_w = \sigma - (1 - K/K_s) \cdot [\chi u_w + (1 - \chi)u_a] \quad (29)$$

显然,式(27)、(29)都是由直觉判断得出的,有必要从理论上加以考察。

由于有效应力的概念明确,在经历了10多年的沉寂之后,自1980年以来,又引起了国内外许多学者的兴趣,在非饱和土有效应力方面提出了多种不同的表达式。Carroll在提出的流体-多孔介质的总应力表达式为

$$\sigma_{ij} = (1 - n)\sigma_{ij}^s + nS_r u_w \delta_{ij} + n(1 - S_r)u_a \delta_{ij} \quad (30)$$

Lewis等在研究石油、水、气的同时运动时导出了类似公式。他们都把式(30)右边的第一项视为有效应力。事实上,该项代表土骨架按固相的体积分数分担的平均应力,而非土骨架的有效应力。

Mctigue-Wilson-Nunziamo和Nikolaevsky给出的有效应力定义为

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - [S_r u_w + (1 - S_r)u_a] \delta_{ij} \quad (31)$$

即用饱和度取代了Bishop公式中的参数 χ , 仅是Bishop公式的一个特例,并无理论和试验依据。李锡夔^[15]就采用了式(31)。

Vardoulakis提出了以下的应力分解式:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + S_r u_w \delta_{ij} + (1 - S_r)u_a \delta_{ij} \quad (32a)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}^s - \gamma u_w \delta_{ij} \quad (32b)$$

式中, γ 为一常数。Prevost 的观点与此相似。但式(32)纯属假设, 缺乏理论论证和试验支持, 且 γ 的物理意义含糊不清。

Boer 等在研究固 - 液 - 气三相多孔介质时, 提出以下的应力表达式:

$$T_{ij}^s = \hat{T}_{ij}^s - (1-n)P\delta_{ij} \quad (33)$$

式中, \hat{T}_{ij}^s 称为粒间接触应力, P 是作用在土骨架上的部分静水压力, 而 T_{ij}^s 称为土骨架中的应力, 按有效应力对待。式(33)和式(32b)在形式上相似, 但其中 P 的含义是很模糊的。

李希等在研究多孔介质中有多种流体渗流时定义的有效应力公式为

$$T_{ij}^{(c)} = T_{ijs} - P_N \delta_{ij} \quad (34)$$

式中, $T_{ij}^{(c)}$ 称为有效应力, T_{ijs} 为固相应力, P_N 为某种流体的压力。此式与式(23)相似, 但 T_{ijs} 不可测, P_N 的意义不确定。

显然, 以上几种提法都不是真正意义上的有效应力公式, 且都不比 Bishop 公式优越。基于以上认识, 笔者以弹性理论为基础, 通过科学抽象, 对应力状态进行分解, 根据变形等效原则, 分别导出了各向异性弹性多孔 - 流体介质和各向同性非饱和土的有效应力理论公式; Khalili 等、陈勉等也分别导出了与笔者完全相同的结果, 有关内容将在下文中详细介绍。

进入新世纪以来, 国内外对非饱和土的有效应力的研究更趋活跃, 取得了一些新进展。考虑到基质吸力对非饱和土力学性质的影响是非各向同性的, 刘奉银等首先提出了相应的有效应力公式; 李相菘也提出了类似的建议。许多学者从微观结构出发, 对非饱和土的吸力和有效应力进行了深入细致的探讨, 提出了广义吸力和结构吸力、湿吸力、毛细吸力和附加内压力、内部应力及相应的有效应力原理等概念, 定性地说明了非饱和土的某些性状, 如成功解释了低含水率非饱和土抗剪强度的“山峰效应”, 但这种种吸力的试验测定及其对非饱和土力学性状的定量描述尚待研究。文献[47]则从微、宏观两个方面对有效应力的本质及相关的诸多问题, 如土骨架的结构性、收缩膜张力的方向性、有效应力对本构关系的依赖性、有效应力对应力 - 应变历史的相关性、有效应力变形与强度体系的完整性等, 作了深刻的思辩和论述, 拓宽了研究非饱和土有效应力的思路和视野, 至于有效应力的具体表达式尚有待后来者的努力。国外学者对非饱和土的有效应力也在进行新的探索, Nuth 等提出了一个有效应力公式的统一框架, Nikooc 等则以界面能和水力耦合为基础, 提出了一个确定有效应力公式的热

动力学方法。

(2)各向异性多孔介质与非饱和土有效应力的理论公式

为了寻求非饱和土有效应力的理论公式, 按照从简单到复杂、从特殊到一般的科学研究方法, 研究工作分 3 步: 首先考虑各向异性线性变形的多孔 - 流体介质, 其次研究非饱和土, 最后推广到更一般的情况。

a) 各向异性线变形的多孔介质

设试样受到的总应力为 T_{ij} , 孔隙为两种不溶混的流体充满, 它们的体积分数分别是 $S_r n$ 和 $(1-S_r)n$, S_r 是第一种流体的饱和度(定义为某一组分流体的体积占总孔隙体积的百分数), n 是多孔介质的孔隙率。用 P_1 和 P_2 分别代表两种孔隙流体的压力, 并设孔隙压力 $P_2 > P_1 > 0$ 。试样受到的这种应力状态可以设想为是经过 3 个加载步骤实现的^[7, 11, 14, 32]:

第一步, 在孔隙 $S_r n$ 中施加孔压 P_1 , 在孔隙 $(1-S_r)n$ 中施加孔压 $P_2' = P_1$, 并在试样外施加总应力 $T_{ij}' = P_1 \delta_{ij}$ 。这时, 从变形上看, 试样等价于一个无孔固体, 即试样中的孔隙可用骨架材料填充, 试样的应变 ϵ_{ij}^1 为

$$\epsilon_{ij}^1 = C_{ijkl}^0 P_1 \delta_{kl} = P_1 C_{ijkk}^0 \quad (35)$$

式中, C_{ijkl}^0 是多孔介质骨架材料本身的变形柔度张量。

第二步, 在孔隙 $(1-S_r)n$ 中施加 $P_2'' = P_2 - P_1$, 在试样外施加总应力 $T_{ij}'' = P_2'' \delta_{ij}$ 。这时, 孔隙 $(1-S_r)n$ 部分可用骨架材料代替, 试样等价于一个孔隙率为 $S_r n$ 的多孔固体, 其应变 ϵ_{ij}^2 为

$$\epsilon_{ij}^2 = C_{ijkl}^{S_r n} (P_2 - P_1) \delta_{kl} = (P_2 - P_1) C_{ijkk}^{S_r n} \quad (36)$$

式中, 式中 $C_{ijkl}^{S_r n}$ 是孔隙率为 $S_r n$ 的多孔材料的柔度张量。

第三步, 对试样仅施加外围总应力 T_{ij}''' ,

$$T_{ij}''' = T_{ij} - T_{ij}' - T_{ij}'' = T_{ij} - P_1 \delta_{ij} - (P_2 - P_1) \delta_{ij} = T_{ij} - P_2 \delta_{ij} \quad (37)$$

这时试样等价于一个孔隙率为 n 但无孔隙流体的多孔固体, 其应变 ϵ_{ij}^3 为

$$\epsilon_{ij}^3 = C_{ijkl}^n (T_{kl} - P_2 \delta_{kl}) = C_{ijkl}^n T_{kl} - P_2 C_{ijkk}^n \quad (38)$$

式中, C_{ijkl}^n 是孔隙率为 n 的多孔固体的柔度张量。

根据线弹性假设, 应用叠加原理得试样的总应变为

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^1 + \epsilon_{ij}^2 + \epsilon_{ij}^3 \quad (39)$$

另一方面, 设试样的有效应力为 σ'_{ij} , 则根据有效应力的概念有

$$\epsilon_{ij} = C_{ijkl}^n \sigma'_{kl} \quad (40a)$$

或

$$\sigma'_{ij} = M_{ijkl}^n \epsilon_{kl} \quad (40b)$$

式中, M_{ijkl}^n 是孔隙率为 n 的多孔固体的弹性张量。把 (35) ~ (39) 代入 (40b) 得

$$\sigma'_{ij} = M_{ijkl}^n [P_1 C_{klmm}^0 + (P_2 - P_1) C_{klmm}^{S_r n} + C_{klmn}^n T_{mn} - P_2 C_{klmm}^n] \quad (41)$$

这就是各向异性弹性多孔介质中充满两种不溶混液体时的有效应力公式。这里所说的各向异性包括3个方面: 骨架材料的各向异性, 由 C_{ijkl}^0 反映; 孔隙率为 n 的多孔介质结构的各向异性, 由 C_{ijkl}^n 反映; 孔隙率为 $S_r n$ 的多孔介质结构的各向异性, 由 $C_{ijkl}^{S_r n}$ 反映。

若孔隙率为 n 的多孔介质是各向同性的, 利用恒等式:

$$M_{ijkl}^n C_{klmn}^n = \frac{1}{2} (\delta_{im} \delta_{jn} + \delta_{in} \delta_{jm}) \quad (42)$$

式 (41) 变为

$$\sigma'_{ij} = T_{ij} - P_1 M_{ijkl}^n (C_{klmm}^{S_r n} - C_{klmm}^0) - P_2 (\delta_{ij} - M_{ijkl}^n C_{klmm}^{S_r n}) \quad (43)$$

若骨架材料和孔隙率为 $S_r n$ 的多孔介质也都是各向同性的, 利用以下关系式:

$$\left. \begin{aligned} M_{ijkl}^n &= \lambda^n \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^n (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ C_{klmm}^0 &= \frac{1}{3K^0} \delta_{kl} \\ C_{klmm}^{S_r n} &= \frac{1}{3K^{S_r n}} \delta_{kl} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

则式 (43) 简化为

$$\sigma'_{ij} = T_{ij} - P_1 \left(\frac{K^n}{K^{S_r n}} - \frac{K^n}{K^0} \right) \delta_{ij} - P_2 \left(1 - \frac{K^n}{K^{S_r n}} \right) \delta_{ij} \quad (45)$$

在式 (44)、(45) 中, λ^n 和 μ^n 是孔隙率为 n 的多孔介质的Lame常数, K^0 , $K^{S_r n}$ 和 K^n 则分别是骨架材料本身的体积模量、孔隙率为 $S_r n$ 的多孔介质的体积模量及孔隙率为 n 的多孔介质的体积模量。

b) 各向同性非饱和土

由于孔隙水压力小于零, 故情况稍复杂一点。为了简化讨论, 本文仅研究各向同性的情况。为便于与上述结果比较, 设土样受到的围压(总应力)用 σ 表示, 孔隙水压力和孔隙气压力分别用 u_w 和 u_a 表示, 且 $u_w < 0$, $u_a > 0$ 。仍设想土样的应力状态是通过3个加载步骤实现的:

第一步, 施加 $\sigma^1 = u_a^1 = u_w < 0$, 土样受拉力作用, 其体应变 θ_1 为

$$\theta_1 = -\frac{1}{K} |u_w| = \frac{1}{K} u_w \quad (46)$$

式中, K 为土粒的膨胀模量。

第二步, 在 $(1 - S_r)n$ 孔隙部分施加 u_a^2 , $u_a^2 = u_a + |u_w| = u_a - u_w$, 施加围压 $\sigma^2 = u_a^2$, 土的体应变 θ_2 为

$$\theta_2 = \frac{1}{K^{S_r n}} u_a^2 = \frac{1}{K^{S_r n}} (u_a - u_w) \quad (47)$$

第三步, 只施加围压 σ^3 ($\sigma^3 = \sigma - \sigma^1 - \sigma^2 = \sigma -$

u_a), 土的体应变 θ_3 为

$$\theta_3 = \frac{1}{K^n} \sigma^3 = \frac{1}{K^n} (\sigma - u_a) \quad (48)$$

结合式 (45) ~ (47) 得土的总应变, 并代入有效应力公式

$$\sigma' = K^n \theta \quad (49)$$

得

$$\sigma' = \sigma - \left(\frac{K^n}{K^{S_r n}} - \frac{K^n}{K^0} \right) u_w - \left(1 - \frac{K^n}{K^{S_r n}} \right) u_a \quad (50)$$

对土粒而言, 在小变形条件下, 可以认为 ${}^0K = K^0$, 则式 (50) 就归结为式 (45)。因此, 式 (45) 是各向同性非饱和土有效应力的普遍表达式。

如土粒是不可压缩的, 即 $K^0 \rightarrow \infty$, 式 (45) 变为

$$\sigma' = \sigma - \left[\frac{K^n}{K^{S_r n}} u_w - \left(1 - \frac{K^n}{K^{S_r n}} \right) u_a \right] \quad (51)$$

与式 (27) 比较可知

$$\chi = K^n / K^{S_r n} \quad (52)$$

对于饱和土, $S_r = 1$, $K^{S_r n} = K^n$, $\chi = 1$, 式 (45) 就退化为式 (23)。对于饱气土(干土), $S_r = 0$, $K^{S_r n} = K^0 \rightarrow \infty$, $\chi = 0$, 式 (51) 退化为式 (26)。

由于总有 $K^n \leq K^{S_r n}$, 故 $0 \leq \chi \leq 1$ 。因此, 当式 (26) 中的参数 χ 以式 (52) 定义时, 是不计土粒压缩性的有效应力的正确表达式。由式 (52) 易见, χ 不仅与饱和度有关, 而且与孔隙率有关。既往仅考虑 χ 对饱和度对的依赖性, 而忽视了孔隙率(或密度)发生变化对 χ 的影响。

式 (51) 还可被写为

$$\sigma' = \sigma - \left(1 - \frac{K^n}{K^0} \right) \left(\frac{1/K^{S_r n} - 1/K^0}{1/K^n - 1/K^0} u_w + \frac{1 - 1/K^{S_r n}}{1 - K^n/K^0} P_g \right) \quad (53)$$

由于 $1 - \frac{1/K^{S_r n} - 1/K^0}{1/K^n - 1/K^0} = \frac{1/K^n - 1/K^{S_r n}}{1/K^n - 1/K^0} = \frac{1 - K^n/K^{S_r n}}{1 - K^n/K^0}$, 比较式 (29)、(53) 可知, 在考虑土粒压缩性时有

$$\chi = \frac{1/K^{S_r n} - 1/K^0}{1/K^n - 1/K^0} = \frac{K^0/K^{S_r n} - 1}{K^0/K^n - 1} \quad (54)$$

式 (52)、(54) 可用来测定 χ 值。对于土用式 (52), 对于岩石和混凝土用式 (54)。式 (52)、(54) 赋予参数 χ 明确的物理意义。有关情况可参见文献[11]。

最后, 可以把式 (50) 推广到更一般情况。设多孔介质的孔隙中有 N 种不溶混的流体, 孔隙压力依次为 $P_1 < P_2 < \dots < P_N$, 对应的饱和度分别为 S_{r1} , S_{r2} , \dots , S_{rN} , 且

$$S_{r1} + S_{r2} + \dots + S_{rN} = 1 \quad (55)$$

则有效应力为

$$\sigma' = T - \chi_1 P_1 - \chi_2 P_2 - \dots - \chi_{N-1} P_{N-1} - \chi_N P_N, \quad (56)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} \chi_1 &= K^n \left(\frac{1}{K^{S_{i1}^n}} - \frac{1}{K^0} \right), \\ \chi_2 &= K^n \left(\frac{1}{K^{(S_{i1}+S_{i2})^n}} - \frac{1}{K^{S_{i1}^n}} \right), \\ \dots \\ \chi_{N-1} &= K^n \left(\frac{1}{K^{(S_{i1}+S_{i2}+\dots+S_{i(N-1)})^n}} - \frac{1}{K^{(S_{i1}+S_{i2}+\dots+S_{i(N-2)})^n}} \right), \\ \chi_N &= K^n \left(\frac{1}{K^n} - \frac{1}{K^{(S_{i1}+S_{i2}+\dots+S_{iN})^n}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

当多孔骨架材料不可压缩 ($K^0 \rightarrow \infty$) 且孔隙中只有两种流体时, 则

$$\left. \begin{aligned} \chi_1 &= \frac{K^n}{K^{S_{i1}^n}} = \chi, \\ \chi_2 &= 1 - \frac{K^n}{K^{S_{i1}^n}} = 1 - \chi. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

式 (56) 就退化为式 (27)。

Khalili 等^[48]提出的非饱和土有效应力公式与式 (51) 完全相同, 陈勉等^[49]提出的各向异性流体 - 多孔介质的有效应力公式与式 (41)、(56) 和 (57) 完全相同。

4.2 非饱和土的应力状态变量

(1) 现状与任务

鉴于非饱和土的 Bishop 有效应力公式受到许多质疑, 促使 Bishop 等于 1963 年提出采用同时由下式定义的两个应力状态变量——净总应力 σ'_{ij} 和基质吸力 s 描述非饱和土的力学特性:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}, \\ s &= u_a - u_w. \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Matyas 等用其研究了孔隙比状态面与饱和度状态面的惟一性。

Fredlund 等认为^[50-51], 状态变量必须与材料的物理性质无关, 土的力学性状是由控制土的结构平衡的应力变量所控制。因此, 可用控制土的结构平衡的应力变量作为土的应力状态变量。Fredlund 把非饱和土视为固 - 液 - 气 - 收缩膜四相介质, 分别考虑液相、气相、收缩膜和总体的平衡, 进而得出了土骨架的平衡方程。并据此认为, 描述非饱和土的应力状态, 一般需要 3 个应力状态变量, 即除式 (59) 表达的两个应力状态变量外, 还需要孔隙气压力或孔隙水压力; 当不考虑土粒和水的压缩性时, 只需要式 (59) 表达的两个应力状态变量即可。笔者把非饱和土视为三相不溶混的混合物, 用混合物理论研究了描述非饱和土的应力状态变量^[12,32], 在不计饱和度与孔隙率影响时

得到了与 Fredlund 相同的结论。

鉴于两个应力状态变量有一定的理论基础, 不包含材料参数, 可分开考虑净总应力和基质吸力对非饱和土的力学性质的影响, 加之 Fredlund 用 19 个“零体变”和“零排水”试验对其进行了验证, 因而得到众多学者的认可和使用。

Bolzon 等^[52]把 Bishop 有效应力公式中的参数 χ 用饱和度 S_r 取代 (可称为简化 Bishop 公式), 将其和基质吸力一起作为建立非饱和土弹塑性本构关系的两个应力状态变量, 即

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} + S_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ s &= u_a - u_w. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

式 (60) 的第一式就是式 (31), 在 4.1 节中已指出, 用饱和度取代了 Bishop 公式中的参数 χ , 仅是 Bishop 公式的一个特例, 并无理论依据和试验依据。

Houlsby^[53-54]认为, 选择输入功率中的共轭变量作为应力变量和应变变量是恰当的。受式 (60) 的启发, 经对功的表达式分解组合, 他建议用上述的简化 Bishop 公式 (即式 (31)) 和 ns 作为两个应力状态变量, 即

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} + S_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ s' &= n(u_a - u_w). \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

显然, 这种选择并不具有惟一性。李相菘^[55]和赵成刚等^[56-57]做了与 Houlsby 类似的工作, 所得结果也相同。赵成刚等认为, 当孔隙气处于封闭状态时, 除了式 (61) 外, 还需把 $n(1 - S_r)u_a$ 作为非饱和土的第 3 个应力状态变量,

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} + S_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ s' &= n(u_a - u_w), \\ u'_a &= n(1 - S_r)u_a. \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

并把第一项称为非饱和土骨架的平均应力或有效应力, 但这种称谓并无依据。

式 (60) ~ (62) 均能反映饱和度对非饱和土变形的影响, 后者还考虑了孔隙率的影响。但在两个应力状态变量中都包含有基质吸力, 重复考虑了基质吸力对非饱和土力学性质的影响, 似欠妥当。另一方面, 式 (60) ~ (62) 中包含土的物性参数, 这是与 Fredlund 的观点不同之处。

LU Ning^[58]考察了基质吸力的作用特征, 认为其作用在收缩膜上, 不能直接表示在描述土的应力状态的单元体上, 不能称为应力变量。如按 Houlsby 所说^[59], 应力状态变量是对非饱和土力学性质有重要影响的变量, 那么基质吸力是名副其实的应力状态变量。由于基质吸力受表面张力和物理化学作用等因素的影响,

LU Ning 将其乘以转换系数 X , 用 $X(u_a - u_w)$ 综合反映基质吸力、表面张力、物理化学作用等对非饱和土的变形和强度的影响。由于 X 是土性参数, 故把 $X(u_a - u_w)$ 作为应力状态变量与 Fredlund 关于“状态变量必须与材料的物理性质无关”的观念不相一致。

Lu Ning 还认为^[58], 应力状态变量的选择具有随意性和主观臆断性, 主要取决于研究问题的类型, 是破坏问题、弹性问题, 还是塑性变形问题。例如, 含水率也可以作为应力状态变量, 几个简单应力状态变量(如净法向应力、基质吸力与比容)的函数亦可。这种说法缺乏科学性。

综上所述可知, 尽管对非饱和土的应力状态变量研究取得了一些新进展, 但涉及的基本问题没有解决, 更没有取得学术界的共识。譬如, 选择或定义应力状态变量有无理论依据, 只用力学变量是否可以完全描述系统的力学平衡状态, 应力状态变量的选择是否具有惟一性, 应力状态变量中是否可以包含土的物理性质信息, 既往和现在使用的应力状态变量及新近提出应力状态变量是否合理, 单纯的非力学状态变量是否可以作为应力状态变量, 选择应力状态变量有何标准, 等等。本节将从理论上系统地回答这一系列问题。

(2) 描述平衡状态的变量

描述或确定物质系统状态的变量称为状态变量。完整描述一个热力学平衡系统的状态需要 4 类变量: 几何状态变量、力学状态变量、化学状态变量和电磁状态变量^[36, 60]。例如, 描述一个远离电磁场的混合气体系统, 就需要用各组分的体积描述其几何特征, 用各组分的压力描述其力学特征, 用各组分的浓度描述其化学特征。当研究的物质系统是一种处在电磁场中的电介质时, 尚需要用外电场强度、磁场强度和物质的电极化强度描述其电磁特征。

土是固、液、气三相介质, 描述土的物理状态有一套完整的指标, 包括粒度、密度、湿度和构度^[61-62]。粒度用颗粒级配曲线表示, 密度用孔隙率、孔隙比和干密度等指标描述, 湿度用含水率及饱和度描述; 构度即土的结构性, 其合适的描述指标是当前正在研究的重要课题, 拟用土的微细观结构状态变量描述。从热力学角度看, 孔隙率或孔隙比、应变张量可视为几何变量, 含水率、液相饱和度、气相饱和度可视为化学变量。尽管如此, 在下文中仍沿用土力学的惯例, 将孔隙率、饱和度或含水率统称为物理状态变量或物理性质指标。

对一种具体的土而言, 在常规工程应力作用下达到平衡状态, 其粒度是不变的, 但其密度、湿度和构

度都要变化。由此可见, 完整描述土的热力学平衡状态, 不仅需要力学状态变量, 还需要几何状态变量、化学状态变量、微细观结构状态变量, 甚至需要电磁状态变量。不过对于土力学问题, 确定合适的应力状态变量是最重要的, 也是很困难的, 笔者认为, 可借助连续介质力学的相关理论进行研究。

(3) 理论基础

笔者的研究表明, 连续介质力学的应力理论^[28, 63-64]和复杂介质的平均应力定理及平均应变定理可以作为确定应力状态变量的基础, 分述如下。

对连续介质, 确定一点的应力状态应以连续介质力学的应力理论——Cauchy 应力原理和 Cauchy 基本定理为依据, 其要点分述如下^[12, 65]:

a) 物质点在所有方向截面(其法矢为 \mathbf{n})上的应力矢量的全体 $\{\mathbf{t}\}$ 构成该点的应力状态(不计体力偶)。

b) 应力张量 $\boldsymbol{\sigma}$ 是应力状态的体现者和刻划者, 其间的联系为

$$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (63)$$

c) 应力张量不能随意给出, 动量守恒定律和动量矩守恒定律是定义它的依据。在不计体力偶时, 应力张量必须满足动量守恒方程。换言之, 应力状态变量只能从平衡方程中提取。

d) 应力状态可用不同的应力张量刻划。对小变形问题, 只需用满足 Cauchy 运动方程的纯力学变量——Cauchy 应力张量(即式(63)中的 $\boldsymbol{\sigma}$)描述即可; 而对大变形问题有两种选择, 即满足 Boussinesq 运动方程的 Ploal-Kirchhoff 第一应力张量, 或满足 Kirchhoff 运动方程的 Ploal-Kirchhoff 第二应力张量, 这两个应力张量中都包含有变形的几何要素(变形梯度)。换言之, 应力状态变量有多种选择, 即使单一介质, 应力状态变量可以包含变形的几何信息。

顺便指出, 描述材料的应变状态有多种应变张量, 如 Green-Cauchy 应变张量、Almansi-Hamel 应变张量和对数应变张量等。

对于复杂介质, 如流体-多孔介质, Carroll^[66]在 1980 年提出了如下的平均应力定理和平均应变定理:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \frac{1}{v} \int_v \boldsymbol{\sigma}_{ij} dv = \frac{1}{v} \left[\int_{\partial v} t_i X_j dA + \int_v \rho b_j X_i dv \right], \quad (64)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} = \frac{1}{v} \int_v \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} dv = \frac{1}{2v} \int_{\partial v} (u_i n_j + u_j n_i) dA, \quad (65)$$

式中, v 为介质所占体积, ∂v 为 v 的边界, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}$ 为平均应力, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}$ 为平均无限小应变, $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ 分别为一点的应力和应变, t_i 为面力分量, b_j 为体力分量, u_i 为无限小位移, n_j 为 ∂v 的外法线, X_i 为坐标值。

平均应力定理表明：土体中的平均应力由荷载和变形体的几何特性决定，而与材料的反应无关，对材料是否均质、线性或非线性的本构关系皆成立。平均应变定理表明，平均应变由变形体的表面位移及其几何特性决定。这两个定理可作为复合损伤力学的理论基础，也是本文研究土的应力状态变量的理论基础之一。

(4) 从土骨架平衡方程确定土的应力状态变量^[65]

通常假定土颗粒和水是不可压缩的，因而土的变形和强度就是土骨架的变形和强度。根据连续介质力学的应力理论，应力状态变量应从土骨架平衡方程中提取。为清楚说明问题起见，按照从简单到复杂的科学研究方法，研究工作本应先讨论饱和土开始，并限于小变形问题，但限于篇幅，本文直接进入非饱和土应力状态变量的研究。

根据俞培基等^[2]、包承纲^[67]的研究，非饱和土按饱和度主要分为 3 类：饱和度超过 85% 左右（含水率超过最优含水率），属于水连通 - 气封闭状态（孤立气泡分散在水中），可近似按饱和土处理；饱和度低于 25% 左右，属于水封闭 - 气连通状态，可近似看成干土，按类似于处理饱和土的方法考虑（以气压力取代水压力）；饱和度介于上述二者之间，属于水、气各自连通的双开敞状态，是非饱和土力学研究的主要对象。

为简化分析，对于双开敞状态的非饱和土，设土是均质各向同性的，土骨架由 3 组互相正交、均匀分布的纤维组成，水相和气相则分别由 3 组互相正交、均匀分布的毛管组成。部分土骨架纤维两侧受水压力作用，部分土骨架纤维两侧受气压力作用；类似地，对水相而言，部分水相毛管两侧受土骨架作用，部分水相毛管两侧受气压力作用；对于气相，部分气相毛管两侧受土骨架作用，部分气相毛管两侧受水压力作用。设纤维仅在轴向产生压缩变形，在横向只产生剪切变形，而构成纤维的材料本身不可压缩；水既不可压缩，也不能承受剪应力；气可压缩，但不能承受剪应力。

设土的孔隙率为 n ，水的饱和度为 S_r ，则单位土体积中土骨架占有的体积是 $1-n$ ，水占有的体积是 nS_r ，气占有的体积是 $(1-n)S_r$ 。用 σ_{ij} ， u_w 和 u_a 分别表示土骨架承受的应力、孔隙水压力和孔隙气压力， f_x^{sw} ， f_z^{sw} ， f_x^{sa} ， f_z^{sa} 分别表示土骨架在 x ， z 方向受到的水和气的渗透力， f_x^{ws} ， f_z^{ws} ， f_x^{wa} ， f_z^{wa} 分别表示水在 x ， z 方向受到的土骨架和气的阻力， f_x^{as} ， f_z^{as} ， f_x^{aw} ， f_z^{aw} 分别表示气在 x ， z 方向受到的土骨架和水的阻力， $(1-n)\rho_s g$ 、 $nS_r\rho_w g$ 、 $n(1-S_r)\rho_a g$ 分别表示单位体积中土骨架、水和气的重力。

分别取土骨架、水和气为隔离体，进行受力分析，其结果示于图 1。在图 1 中没有区分水相毛管和气相

毛管。在图 1 (b) 中， u'_w 是土骨架对水的反作用力，气相对水的反作用力没有示出；在图 1 (c) 中， u'_a 是土骨架对气的反作用力，水对气相的反作用力没有示出。从图 1 (a) 可见，土骨架两侧受到的水压力和气压力是各自抵消的。

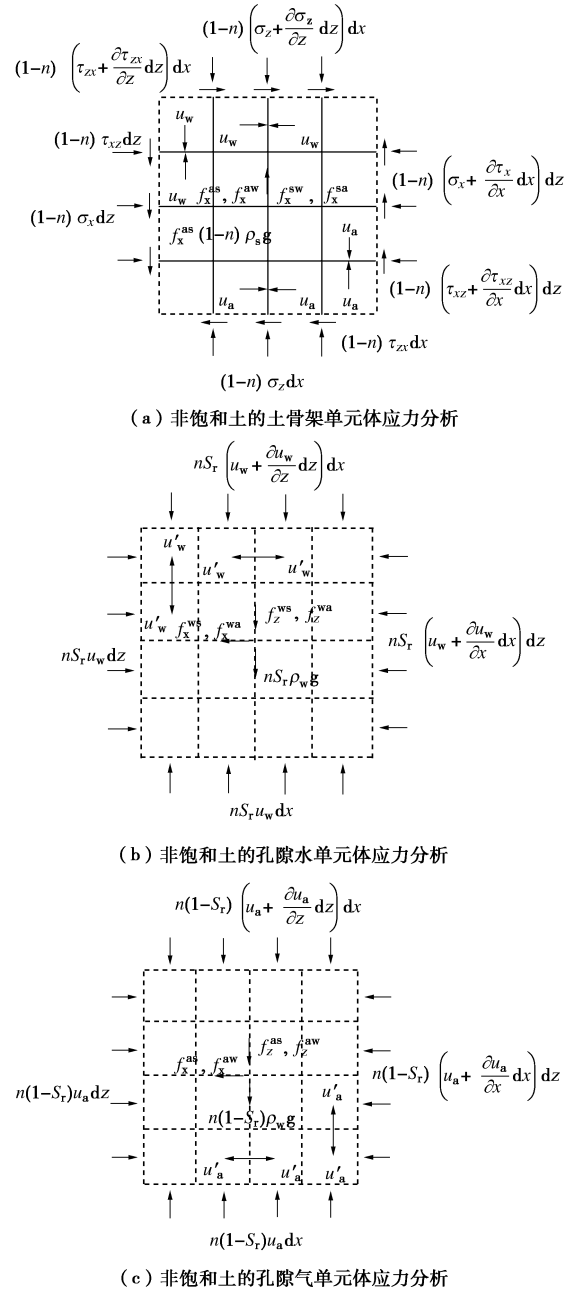


图 1 非饱和土的应力分析

Fig. 1 Stress analysis of unsaturated soils

三相的平衡方程为

$$(1-n)\sigma_{ij,j} + (1-n)\rho_s g_i + f_i^{sw} + f_i^{sa} = 0 \quad (66)$$

$$nS_r u_{w,i} + nS_r \rho_w g_i + f_i^{ws} + f_i^{wa} = 0 \quad (67)$$

$$n(1-S_r) u_{a,i} + n(1-S_r)\rho_a g_i + f_i^{as} + f_i^{aw} = 0 \quad (68)$$

式 (66) 所包含的土骨架的应力张量是未知的，直接从式 (66) 难以确定非饱和土的应力状态变量。把式 (66) ~ (68) 相加，三相间的相互作用力

互相抵消可得

$$(1-n)\sigma_{ij,j} + nS_r u_{w,i} + n(1-S_r)u_{a,i} + \rho g_i = 0, \quad (69)$$

式中, ρ 为非饱和土的密度,

$$\rho = (1-n)\rho_s + nS_r \rho_w + n(1-S_r)\rho_a. \quad (70)$$

另一方面, 用 T_{ij} 表示非饱和土的总应力, 由非饱和土单元体的平衡可得

$$T_{ij,j} + \rho g_i = 0. \quad (71)$$

比较式 (69) 和式 (71) 可知:

$$T_{ij} = (1-n)\sigma_{ij} + nS_r u_w \delta_{ij} + n(1-S_r)u_a \delta_{ij}. \quad (72)$$

可见, 非饱和土的总应力是固、液、气三相应力以各自所占总体积的比例为权重的加权平均值, 式 (72) 亦可用平均应力定理式 (64) 求得。

从式 (72) 解出

$$(1-n)\sigma_{ij} = T_{ij} - nS_r u_w \delta_{ij} - n(1-S_r)u_a \delta_{ij}. \quad (73)$$

把式 (73) 代入式 (66), 得土骨架平衡方程的另一种形式:

$$T_{ij,j} - nS_r u_{w,j} \delta_{ij} - n(1-S_r)u_{a,j} \delta_{ij} + (1-n)\rho_s g_i + f_i^{sw} + f_i^{sa} = 0. \quad (74)$$

式 (74) 表明, 非饱和土骨架的平衡状态不仅与应力状态变量有关, 而且还与孔隙率及饱和度有关, 比饱和土更复杂。描述非饱和土骨架的平衡状态, 一般需要 3 个组合状态变量, 分别用 \sum_{ij}^{1a} , \sum_{ij}^{1b} 和 \sum_{ij}^{1c} 表示, 即

$$\left. \begin{aligned} \sum_{ij}^{1a} &= T_{ij}, \\ \sum_{ij}^{1b} &= nS_r u_w, \\ \sum_{ij}^{1c} &= n(1-S_r)u_a. \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

这是最直接的选择。式 (74) 还可写成以下 3 种形式:

$$[(T_{ij} - u_a \delta_{ij}) + nS_r (u_a - u_w) \delta_{ij}]_{,j} + (1-n)u_{a,j} \delta_{ij} + (1-n)\rho_s g_i + f_i^{sw} + f_i^{sa} = 0; \quad (76)$$

$$(T_{ij} - u_a \delta_{ij})_{,j} + nS_r (u_a - u_w)_{,j} \delta_{ij} + (1-n)u_{a,j} \delta_{ij} + (1-n)\rho_s g_i + f_i^{sw} + f_i^{sa} = 0; \quad (77)$$

$$\begin{aligned} & [(T_{ij} - u_a \delta_{ij}) + S_r (u_a - u_w) \delta_{ij}]_{,j} - \\ & (1-n)S_r (u_a - u_w)_{,j} \delta_{ij} + (1-n)u_{a,j} \delta_{ij} + \\ & (1-n)\rho_s g_i + f_i^{sw} + f_i^{sa} = 0. \end{aligned} \quad (78)$$

从式 (74)、(76)~(78) 可知, 描述非饱和土骨架的平衡状态, 除式 (75) 外, 至少还有 4 种选择。一是根据式 (74) 用单一综合状态变量描述 (用 \sum_{ij}^2 表示), 即

$$\sum_{ij}^2 = T_{ij} - nS_r u_w \delta_{ij} - n(1-S_r)u_a \delta_{ij}. \quad (79)$$

此单一变量可综合反映总应力、孔隙水压力、孔隙气压力、孔隙率及饱和度对非饱和土力学性质的影

响, 由式 (72)、(73) 和平均应力定理式 (64) 可知 \sum_{ij}^2 就是土骨架承受的平均应力。

从式 (76) 可得描述土骨架平衡状态的第 2 种选择, 即用两个组合状态变量 (\sum_{ij}^{3a} 和 \sum_{ij}^{3b}) 描述:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{ij}^{3a} &= T_{ij} - u_a \delta_{ij} + nS_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ \sum_{ij}^{3b} &= (1-n)u_a \delta_{ij}. \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

注意到土颗粒不可压缩, 从而只需要第 1 个变量 \sum_{ij}^{3a} 就可描述非饱和土骨架的平衡状态。若再令:

$$\chi = nS_r, \quad (81)$$

则得

$$\sum_{ij}^{3a} = T_{ij} - u_a \delta_{ij} + \chi(u_a - u_w) \delta_{ij}. \quad (82)$$

式 (82) 在形式上和 Bishop 有效应力公式 (27) 相同, 但参数 χ 的定义不同。式 (82) 表明, 有效应力参数 χ 不仅依赖于饱和度, 还依赖于孔隙率, 这与笔者的前述认识相同 (式 (52))。而式 (27) 通常只考虑饱和度对土的力学性状的影响, 忽略了孔隙率的作用。

从式 (77) 可得描述土骨架平衡状态的第 3 种选择, 即用 3 个组合状态变量 (用 \sum_{ij}^{4a} , \sum_{ij}^{4b} 和 \sum_{ij}^{4c} 表示) 描述:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{ij}^{4a} &= T_{ij} - u_a \delta_{ij}, \\ \sum_{ij}^{4b} &= nS_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ \sum_{ij}^{4c} &= (1-n)u_a \delta_{ij}. \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

同样可略去第 3 个变量, 只需用式 (83) 的前两个组合变量就可描述非饱和土骨架的平衡状态。Fredlund 把第一个变量称为净总应力, 把 $(u_a - u_w)$ 称为基质吸力。Fredlund 仅从应力考虑, 认为净总应力和基质吸力决定了非饱和土骨架的平衡, 因而被他称为非饱和土的应力状态变量。显而易见, Fredlund 忽略了应力状态变量与孔隙率、饱和度的关联性。若孔隙率与饱和度改变了, 或二者中有一个改变了, 则应力也必须跟着调整, 反之亦然。这正体现了非饱和土问题的复杂性, 也反映了 Fredlund 关于“状态变量必须与材料的物理性质无关”这一观念的局限性。

从式 (78) 可得描述土骨架平衡状态的第 4 种选择, 即用以下 3 个组合状态变量, 即 \sum_{ij}^{5a} , \sum_{ij}^{5b} 和 \sum_{ij}^{5c} 描述:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{ij}^{5a} &= T_{ij} - u_a \delta_{ij} + S_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ \sum_{ij}^{5b} &= (1-n)S_r (u_a - u_w) \delta_{ij}, \\ \sum_{ij}^{5c} &= (1-n)u_a \delta_{ij}. \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

式 (84) 的 3 个变量与式 (62) 右端后 3 项中的

应力状态变量基本相同,造成差别的原因是笔者与 Houlsby 依据的出发点不同(但双方的基本假设相同):本文依据的是土骨架平衡方程,而 Houlsby 依据的是变形功率。

应当指出,一些文献中采用的两个应力状态变量,即式(60),就是式(84)的简化形式。有的学者把式(60)中的第1个变量,亦即式(31),称为有效应力。从形式上看,式(31)是把 Bishop 有效应力公式中的参数 χ 用饱和度取代,满足 $0 \leq \chi \leq 1$ 的条件,但 Bishop 有效应力公式中的参数 χ 是饱和度的函数,且与应力路径等因素有关。用饱和度取代 χ ,只是 Bishop 有效应力公式的特例。即使如此,该式也不能从非饱和土骨架的平衡方程(66)、(74)中直接得到,而是受已有表达式的启发构造出来的。另一方面,与式(81)、(82)相比,式(31)只计及饱和度对非饱和土力学性状的影响,而忽略了孔隙率的作用,是式(81)、(82)的简化形式。

应当指出:应用混合物理论,亦可得出本文的全部结果,两种方法殊途同归,互为验证。限于篇幅,不再赘述。

至此,本文从非饱和土的土骨架平衡方程出发,导出了一系列应力状态变量,文献中使用的应力状态变量都在其中。研究表明:非饱和土的应力状态变量有多种组合形式,不是惟一的;大多数应力状态变量与土的孔隙比、饱和度等物性指标孪生相伴,而不是“状态变量必须与材料的物理性质无关”;所有应力状态变量都具有应力的量纲,单纯孔隙率或饱和度及其组合都不构成应力状态变量。简化的 Bishop 有效应力公式(31)和 Fredlund 的两个应力状态变量都是简化了的应力状态变量,前者忽略了孔隙率的影响,而后者忽略了与孔隙率及饱和度的关联性;式(79)是非饱和土的土骨架平均应力,文献中将式(31)称之为土骨架的平均应力或有效应力都是不确切的。

(5) 非饱和土应力状态变量的选择

非饱和土的应力状态变量有多种选择,究竟选择那几个应力状态变量合适呢?笔者认为,非饱和土的应力状态变量主要用于研究土的本构关系(包括变形、强度、持水特性等)和渗水、渗气等力学特性,进而对非饱和土体进行应力-变形-渗水-渗气的耦合分析和稳定分析,故对其选择不仅要在理论上合理,而且要在应用上方便。上节从土骨架平衡方程导出的各种应力状态变量,都符合连续介质力学的应力理论,在理论上是合理的,故选择时主要考虑应用方便。例如,建立非饱和土的本构关系包括用试验揭示其力学特性、理论建模、确定参数和试验验证等环节,其中

有3个环节涉及试验。揭示力学特性的试验和确定参数的试验通常都采用简单的应力路径试验,在试验中要求某个应力状态变量保持不变。众所周知,土样的饱和度或孔隙率在试验过程中是变化的,现有非饱和土的常规试验技术无法保证饱和度与孔隙率或其中一个在试验过程中保持不变,因而凡是与饱和度或孔隙率结伴的应力状态变量都是难以直接使用的。

应力状态变量还应符合逻辑关系正确的原则。从逻辑上讲,一个变量要么是独立自变量,要么是相关变量(函数),二者必居其一,而不能既充当独立自变量,又充当相关变量。以式(60)定义的两个应力状态变量为例,在建立土骨架的本构关系时,它们都是自变量,饱和度自然也是自变量;而在建立液相本构关系(如土-水特征曲线方程或广义土-水特征曲线方程)时,饱和度又是相关变量,即是吸力、净平均应力和剪应力的函数,这显然违背逻辑关系正确的原则。此外,在式(60)中,两个应力状态变量中都包含有基质吸力,因而重复考虑了基质吸力对非饱和土力学性质的影响,亦欠妥当。

以输入功率中的共轭量分别作为自变量和函数是理想的选择,但并非必须如此。因为独立变量的数目一般不会等于相关变量的数目,它们之间不可能都存在双双对应的共轭关系。从这个角度讲,选择应力状态变量并非一定要满足输入功率中的共轭关系。例如,连续介质力学中的应变张量有无限个^[28],而应力张量只有几个,应变张量和应力张量之间不可能双双共轭。

若仅选取应力状态变量中的应力分量作为独立变量,而把孔隙率与饱和度视为相关变量,即独立变量的函数,则试验上的困难和逻辑上的矛盾都自然化解。以式(59)表达的两个应力状态变量为例,现有非饱和土试验既可控制净总应力,也可控制基质吸力。如何考虑相同的基质吸力而因起始饱和度或起始孔隙率不同引起的变形差异呢?这只需把本构关系中的土性参数看成应力状态、湿度状态或密度状态的函数即可。在一个应力增量过程中,土性参数保持常数,并在该增量过程结束时,由算得的饱和度、密度和构度调整土性参数,供下一个增量过程使用。对于如 Lu^[58]提出的把 $X(u_a - u_w)$ 作为应力状态变量的问题,可以采用类似的方法简化,即只把 $(u_a - u_w)$ 作为应力状态变量,而把 X 以隐含方式附连在本构模型参数上,由 X 反映的影响因素在用试验确定模型参数时得到体现,从而简化了确定参数的层次过程。

Fredlund 指出:理论上的应力状态变量,应当通过试验验证其有效性。Fredlund 和 Morgenstern 曾于 1977 年提出如下准则^[50-51]:“一组正确的独立应力状

态变量应当是：当应力状态变量的个别组成部分有所改变而应力状态变量本身保持不变时，单元体不发生畸变或体变。这样，考虑介质的某应力点时，每个相的应力状态变量均使该相处于平衡”。对式(59)表达的两个应力状态变量，Fredlund 已通过 19 个“零体变”和“零排水”试验进行了初步验证。Fredlund 还引用 Bishop 的非饱和土三轴剪切试验资料说明，在试验过程中孔隙气压力和孔隙水压力同时增减相等的值，并不改变偏应力 - 轴应变曲线的连续性。其他应力状态变量迄今尚没有做验证工作。

在通常情况下， $u_a=0$ ，吸力的概念已在土壤物理学中使用多年且已为土力学工作者所熟悉，吸力的量测或控制已有多种成熟的方法^[19]，故选用式(59)表达的两个应力状态变量，即 $\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}$ 和 $(u_a - u_w) \delta_{ij}$ ，比较方便。

4.3 应力状态变量与有效应力的比较

应力状态变量和有效应力都能描述非饱和土的应力状态，可以把有效应力看成是 3 个应力状态变量(式(84))综合效应的代表者或体现者，通过比较可以弄清二者之间的区别与联系。包括以下 3 个方面^[12]。

首先比较二者的物理内涵。有效应力的实质是控制土的变形和强度的应力，若有效应力不变，则土的变形和强度保持不变。Fredlund 认为^[50-51]：“一组合适的独立的应力状态变量应当是在应力状态变量的分量发生变化而应力状态变量本身保持不变时不引起土的体积变化或畸变的应力变量。”可见对变形而言，二者的物理内涵是一致的。

其次比较二者对非饱和土力学性状的描述形式。相应于应力状态的两种描述方法，非饱和土的应力 - 应变关系和强度准则有两套表述形式，其中的有效应力公式采用式(27)。

本构关系的比较，以线弹性变形为例。

有效应力表述：

$$\sigma'_{ij} = \lambda' \theta \delta_{ij} + 2\mu' \varepsilon_{ij} \quad (85)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{2G'} - \frac{\nu'}{E'} \sigma'_{kk} \delta_{ij} \quad (86a)$$

式中， λ' ， μ' 为有效 Lamé 常数， E' ， ν' ， G' 为土的有效弹性常数， θ 为体应变。

应力状态变量表述：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}}{2G} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{kk} - 3u_a) \delta_{ij} + \frac{u_a - u_w}{H} \delta_{ij} \quad (86b)$$

式中， E ， ν ， G 是土的弹性常数， H 是与吸力相关的土的弹性模量。式(85)和(86)分别包含 λ' ， μ' 和 E ， ν ， H 3 个独立的材料参数。比较两式右端可得

$$\left. \begin{aligned} G &= G' \\ E &= E' \\ \nu &= \nu' \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

$$\frac{1}{H} = \frac{1-2\nu}{E} \chi \quad (88a)$$

或
$$\chi = \frac{(1-2\nu)/E}{H} \quad (88b)$$

强度准则的比较如下，有效应力和应力状态变量表述：

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (89)$$

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (90)$$

式中， c' 和 ϕ' 分别是土的有效黏聚力和有效内摩擦角，而 ϕ^b 是与吸力变化相关的摩擦角。

由于土的强度值是惟一的，故式(89)、(90)应该相等，由此可得^[32]

$$\tan \phi^b = \chi \tan \phi' \quad (91)$$

由此可见，无论是对变形问题还是对强度问题，两种表述形式是相通的，但测定参数有难易之分。

最后比较二者的基本假定。式(23)、(27)都不计土颗粒和水的压缩性；两种强度理论(式(89)、(90))都假定内摩擦角不随且饱和度变化而黏聚力与吸力有关。故两种表述形式的基本假定也相同。

以上从物理内涵、假设、本构关系和强度的表达式等方面比较了非饱和土的有效应力与应力状态变量的异同，找出了二者之间的联系，为两类理论表达式之间的转换提供了方便。

需要指出，式(27)不能用于湿陷过程。因为在湿陷过程中，随着含水率的增加，吸力减小，按式(27)计算的有效应力也减小，而土的变形却急剧增加。这种现象与有效应力的概念是相悖的。应力状态变量则不受此限制，因而具有更广泛的适应性。

还应指出，有效应力概念明确，一旦确定了非饱和土/特殊土的有效应力，就可以方便地借鉴饱和土的理论研究成果和数值分析方法，这正是国内外学者对其恋恋不舍、苦苦求索的动力。因此，两种描述非饱和土应力状态的方法各有其优缺点，应当继续探索，并行发展，在目前尚不宜过分厚此薄彼。

5 非饱和土固结的混合物理论

非饱和土的固结问题涉及到三相的耦合运动及三相间的应力转移等复杂过程，是非饱和土力学的基本课题。沈珠江认为^[46]：“由于陆地上非饱和土的覆盖面积远大于饱和土，非饱和土固结理论有极其远大的应用前景”，是现代土力学要发展的“三个理论”的第一个。非饱和土固结理论的作用有两个：①为计算堤

坝、高填方、湿陷性黄土和膨胀土在荷载作用和干湿变化过程中的变形提供理论模型；②为研究更复杂的多场耦合问题（如盐渍土地基和高放废物深地质库缓冲层的热-水-力-化学耦合特性）提供基础平台。

在 1990 年前后，笔者以混合物理论为基础，以张量为表述工具，用公理化方法建模，创立了非饱和土固结的混合物理论。在构建固结理论的数学模型过程中，同时导出了非饱和土的二次非线性弹性本构模型、水气运动的广义 Darcy 定律之理论表达式和广义土-水特征曲线的理论框架，为后续研究（特别是试验研究方面）提供了理论依据。经过 20 多年的发展，形成了完整的理论体系和固结模型谱系（包括非线性固结、弹塑性固结、弹塑性损伤固结、热-水-力耦合固结、热-水-力-化学耦合固结），并用其解决了多项工程的疑难问题。

5.1 背景与特色

由于非饱和土固结问题的复杂性，早期的研究仅限于寻求孔隙水压力的控制方程，如 Brechtz、弗洛林、Scott、黄文熙和蒋彭年、Tekinson 的工作。同时考虑变形、孔隙水压力和孔隙气压力耦合作用的一维固结课题最先由 Barden 提出，他利用水气连续方程、Darcy 定律、吸力状态函数（即土水特征曲线方程）、Bishop 有效应力公式及孔隙率-有效应力关系形成封闭方程组，包含孔隙水压力、孔隙气压力、饱和度和孔隙率 4 个未知量。他按饱和度把土分成 5 类，探讨了每类土求解的可能性。

1965 年，俞培基等按水气状态把非饱和土分成 3 类^[2]：饱和度小于 20%~25%，水封闭而气连通；饱和度大于 80%~85%，气封闭而水连通；饱和度介于以上二者之间，水气各自连通，称为双开敞系统。Chang 等^[68]的研究对象就属于第二类非饱和土。非饱和土的固结理论应主要针对双开敞系统。

Fredlund 等^[69]利用土的体变连续方程、渗水 Darcy 定律、渗气 Fick 定律以及水、气体积变化的本构关系建立了非饱和土一维固结方程组：两个方程求解孔隙水压力和孔隙气压力两个未知量，并用有限差分法求得解答。他们的理论可看成是 Terzaghi 饱和土一维固结理论的推广。1984 年，Dakshanamurthy 等应用弹性理论建立了非饱和土的三维固结模型，有关成果最初在澳大利亚召开的第 5 届国际膨胀土会议文集上发表^[70]，但未能引起学者们的关注。随后 Fredlund^[71-72]在两次国际会议上介绍了他们的成果，但对所提三维固结模型没有进一步的想

法建立控制方程，缺乏适当的理论基础和严谨的理论体系，因而建立严谨的非饱和土的三维固结理论是 20

世纪 80 年代的前沿课题。

由于流体-多孔介质是固体和流体组成的多相介质，因而自 20 世纪 70 年代以来，有的学者尝试用 1960 年提出的混合物理论研究饱和和流体多孔介质的力学模型。随着混合物理论在 20 世纪 70 年代后期趋于成熟，一些学者用其研究三相多孔介质。但在这些研究工作中，有的引入的附加变量太多使问题更加复杂^[73]，有的人为假设太多而缺乏理论根据与实验基础^[74-75]，有的包含着模糊不清的概念^[76]，因而都难以应用于工程实际。

基于以上认识，笔者把非饱和土视为不溶混的三相混合物，用混合物理论的观点和方法研究非饱和土的固结问题，创立了非饱和土固结的混合物理论^[7-8, 32]。与已有的多孔介质的混合物理论相比，笔者工作的特点在于：①以笔者创建的岩土力学的公理化理论体系为指导；②首次把 Curie 原理和有效应力原理作为非饱和土的两个重要本构原理，采用了笔者提出的非饱和土有效应力的理论公式，大大简化了建模过程和本构关系；③在不计热效应的情况下，直接应用本构原理建立非饱和土固结所必需的本构方程，而不借助于熵、自由能及化学势等概念；④控制方程组以增量形式给出，包含的未知数和材料参数少，为加入复杂的本构模型和工程应用提供了方便，为理论的后续发展预留了发展空间；⑤一维问题和二维问题分别给出了解析解和有限元解，其结果可直接应用于工程实际；⑥在构建固结理论的数学模型过程中，同时导出了非饱和土的二次非线性弹性本构模型、水气运动的广义 Darcy 定律之理论表达式和广义土-水特征曲线的理论框架，为后续研究（特别是试验研究方面）提供了理论依据。

由于混合物理论是一个普遍的纯力学理论，必须将其与非饱和土及特殊土的具体特点相结合。

5.2 基本假设和场方程

为了简化问题，特作以下基本假设：

- (1) 土中水与气各自连通，水和气不承受剪应力。
- (2) 固相组分应力是对称的。
- (3) 土是均质各向同性的，小变形，准静态。
- (4) 不考虑水的相变和气在水中的溶解。
- (5) 土粒和水不可压缩。

(6) 等温过程，不计热效应，气相服从理想气体的状态方程。

此外，沿用土力学惯例，以压应力和压应变为正。

用 ϕ 、 ρ 和 γ 分别表示某组分的体积分数、体密度和真密度，用下标 s、f 和 g 分别代表固相、液相和气相，则对于非饱和土有：

$$\left. \begin{aligned} \phi_s &= 1 - n, \\ \rho_s &= (1 - n)\gamma_s, \\ \phi_f &= nS_r, \\ \rho_f &= nS_r\gamma_f, \\ \phi_g &= n(1 - S_r), \\ \rho_g &= n(1 - S_r)\gamma_g, \\ \gamma_g &= \frac{\Omega}{R\Theta}P_g, \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

式中, n 是土的孔隙率, S_r 是水的饱和度, Ω 是气体的分子量, R 是气体普适常数, Θ 是绝对温度, $P_g = p_a + u_a$ 为绝对气压, 而 p_a 是大气压, u_a 则是气压力超过大气压以上的部分。以 X_s , X_f 和 X_g 分别表示三相的位移, 用字母右上角的撇号表示对组分运动的物质导数, 三相的连续方程分别为

$$\left. \begin{aligned} \text{固相} \quad \frac{\partial(1-n)}{\partial t} + \nabla \cdot [(1-n)X'_s] &= 0, \\ \text{水} \quad \frac{\partial(nS_r)}{\partial t} + \nabla \cdot [nS_rX'_f] &= 0, \\ \text{气} \quad \frac{\partial[n(1-S_r)P_g]}{\partial t} + \nabla \cdot [n(1-S_r)P_gX'_g] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (93)$$

选用水的、气的和总体的动量守恒方程作为运动方程, 用 P_f 表示孔隙水压力, T 表示总应力张量, \hat{p}_f 和 \hat{p}_g 分别表示水和气所受的扩散阻力(动量供给量), 略去体力 and 惯性力(根据准静态假设 - 基本假设(3))可得

$$\left. \begin{aligned} \nabla(nS_rP_f) &= \hat{p}_f, \\ \nabla[n(1-S_r)P_g] &= \hat{p}_g, \\ \nabla \cdot T &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

根据基本假设(2), 动量矩守恒方程自动满足。由于不计热效应, 可以不应用能量方程。

式(93)、(94)共12个场方程, 其中包含 n , S_r , P_f , P_g , X_s , X_f , X_g , \hat{p}_f , \hat{p}_g , T 共25个未知量, 必须再补充13个本构方程才能形成封闭的方程组。

值得指出, 非饱和土的场方程(93)、(94)都是非线性的, 这是与传统连续介质力学不同的地方。

5.3 本构关系和封闭方程组

在场方程的25个未知量中, 选 \hat{p}_f , \hat{p}_g , T 和 S_r 为13个相关本构变量, 其余12个均可作为本构变量。但由式(93)的第一式可知, n 只依赖于 X'_s , 故可以省去 n 。考虑到应力 - 应变关系中必须包含应变, 而应变由几何关系确定:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\left[\nabla X_s + (\nabla X_s)^*\right]/2 \quad (95)$$

式中, *号表示转置, 所以本构变量中还应包含 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 。这样一来, 独立的本构变量共有17个, 即 P_f , P_g , X'_s ,

X'_f , X'_g 和 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 。

为了建立13个本构方程, 首先由等存性原理知, T , \hat{p}_f , \hat{p}_g 和 S_r 都是 P_f , P_g , X'_s , X'_f , X'_g 和 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的函数。再由 Curie 对称原理知: \hat{p}_f 和 \hat{p}_g 只与 X'_s , X'_f 及 X'_g 有关, 而 T 和 S_r 只与 P_f , P_g 及 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 有关。以下分别确定这些本构关系。

(1) 扩散阻力的本构关系

设

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_f &= f_1(X'_s, X'_f, X'_g), \\ \hat{p}_g &= f_2(X'_s, X'_f, X'_g). \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

以 f_1 为例, 其必须满足客观性原理, 按照标架变换规则(19)、(14b)可得

$$\begin{aligned} Q\hat{p}_f &= f_1(\dot{c}(t) + QX'_s + \dot{Q}X_s, \dot{c}(t) + QX'_f + \dot{Q}X_f, \\ &\quad \dot{c}(t) + QX'_g + \dot{Q}X_g). \end{aligned} \quad (97)$$

要求对所有的 $c(t)$ 、正交变换 $Q(t)$ 和 $\dot{Q}(t)$, f_1 的形式保持不变, 特别地取 $Q(t) = I$, $\dot{Q}(t) = 0$ 及 $\dot{c}(t) = -X'_s$, 则式(97)给出

$$\hat{p}_f = f_1(X'_f - X'_s, X'_g - X'_s) \quad (98)$$

这表明, 本构函数 f_1 只能通过速度差 $X'_f - X'_s$, $X'_g - X'_s$ 依赖于 X'_s , X'_f 和 X'_g 。同理,

$$\hat{p}_g = f_2(X'_f - X'_s, X'_g - X'_s) \quad (99)$$

显然, $X'_f - X'_s$ 和 $X'_g - X'_s$ 就是水和气在土中的相对渗透速度, 而 \hat{p}_f 和 \hat{p}_g 就是水和气所受到的渗透阻力。如定义

$$\left. \begin{aligned} X'_f - X'_s &= 0, \\ X'_g - X'_s &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

为渗流时的平衡态, 则由 \hat{p}_f 和 \hat{p}_g 的物理意义可知

$$\hat{p}_f^+ = \hat{p}_g^+ = 0 \quad (101)$$

式中, 上标+表示平衡态的值。对于平衡态的小的偏离, 即渗透速度较小时, 由式(98)、(99)及(101), 并考虑到渗透阻力与渗透方向相反, 应有

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_f &= -\xi_{11}(X'_f - X'_s) - \xi_{12}(X'_g - X'_s), \\ \hat{p}_g &= -\xi_{21}(X'_f - X'_s) - \xi_{22}(X'_g - X'_s). \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

其中已利用了基本假设(3), 土的渗透性是各向同性的。式中 ξ_{11} , ξ_{12} , ξ_{21} , ξ_{22} 都是材料参数。式(102)表明: 水、气渗流不仅会受到因本身对土骨架作相对运动而产生的阻力, 而且两种流体间也存在着阻力, 它们是相互牵连的。

在式(102)中略去水、气之间的阻力, 再代入运动方程(94)的前两式, 并记

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_f}{\gamma_f} &= \frac{(nS_r)^2}{\xi_{11}}, \\ \frac{K_g}{\gamma_f} &= \frac{[n(1-S_r)]^2}{\xi_{22}}. \end{aligned} \right\} \quad (103)$$

则得

$$\left. \begin{aligned} nS_f(X'_f - X'_s) &= -\frac{K_f}{\gamma_f} \nabla P_f, \\ n(1 - S_f)(X'_g - X'_s) &= -\frac{K_g}{\gamma_f} \nabla P_g, \end{aligned} \right\} \quad (104)$$

式中, K_f 和 K_g 分别称为渗水系数和渗气系数, 显然, 它们都与土的密度及饱和度有关。式 (104) 左边分别是土中水、气渗流相对于土骨架的表现速度, 故式 (104) 可称为土中水气流动的广义 Darcy 定律。换言之, Darcy 定律的实质是水、气运动方程的简化形式, 简化的条件包括 6 个方面: 水气各自连通; 土的渗透性是各向同性的; 渗透速度较小; 忽略各相速度梯度的影响 (否则要包含自旋张量); 忽略水、气之间的阻力; 忽略体力和惯性力; 忽略土骨架的运动。

笔者等对西安黑河水库金盆土场、兰州和平镇的重塑黄土、兰州和平镇的原状 Q₃ 黄土、广佛高速含黏砂土做了大量水平土柱渗水试验和数以百计的渗气试验, 充分验证了是式 (104) 的正确性^[9, 77-80], 部分研究结果示于图 2, 3。

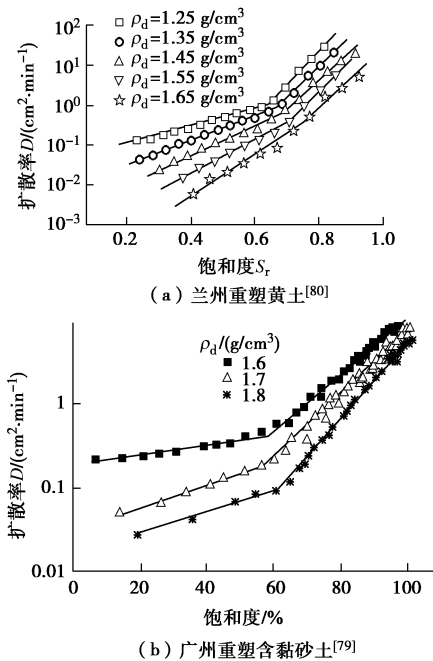


图 2 水分扩散率与饱和度及干密度之间的关系

Fig. 2 Relationship among water diffusion coefficient, degree of saturation and dry density

(2) 土骨架变形的本构关系

由平均应力定理^[66]式 (64) 可知, 混合理论中的固相应力实际上是土的粒间应力的表现值, 用这种应力建立本构关系包含着数目较多且难以确定的参数。总应力则和土骨架变形之间没有明确的对应关系。有效应力原理指出, 决定土骨架变形的是有效应力, 因此用有效应力建立土骨架变形的本构关系是恰当的。

根据有效应力的概念, 可设

$$\sigma' = f_3(\epsilon) \quad (105)$$

客观性原理要求

$$Q\sigma'Q^* = f_3(Q\epsilon Q^*) \quad (106)$$

$$Qf_3(\epsilon)Q^* = f_3(Q\epsilon Q^*) \quad (107)$$

满足式 (107) 的函数 f_3 称为各向同性张量函数^[28]。必须注意, 各向同性张量函数是空间标架中数学上的各向同性, 可以描述材料的各向同性性状, 与材料本身是否各向同性或是否均质无关。材料本身是否各向同性 (即物理上的各向同性) 或均质由物质标架中的物质不变性原理确定^[26]。

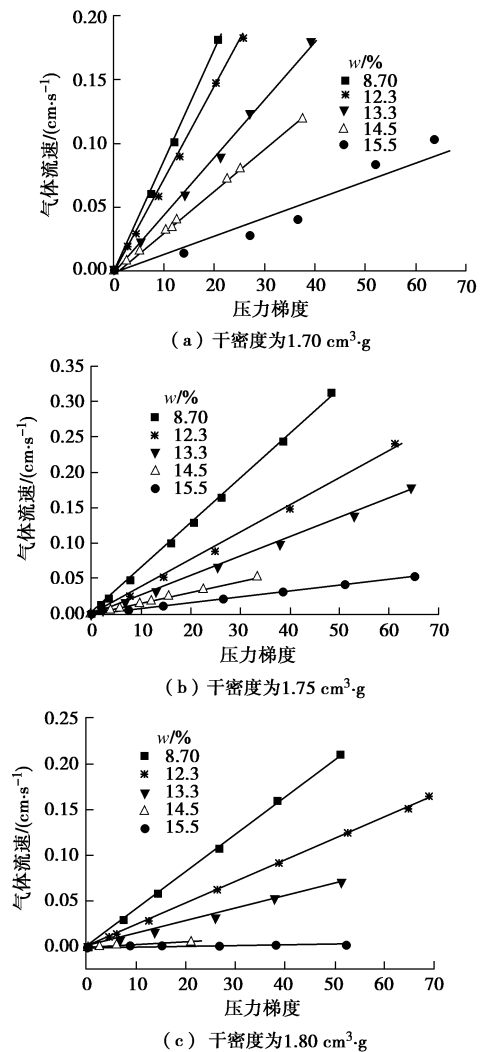


图 3 广州含黏砂土在控制干密度和含水率时气体流量与流速的关系^[77]

Fig. 3 Relationship between water content and flow velocity under same dry density

由于 σ' 和 ϵ 都是实二阶对称张量, 故式 (107) 成立的充要条件为

$$\sigma' = \lambda_0 I + \lambda_1 \epsilon + \lambda_2 \epsilon^2 \quad (108)$$

式中, λ_0, λ_1 和 λ_2 都是 ϵ 的 3 个不变量 J_1, J_2, J_3 的

非线性函数, 可用无穷级数表示, 能满足任意要求的精度。如考虑最简单的非线性方案, 即表达式中 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的最高次数为 2, 则表达式中 J_3 就不出现了。从而式 (108) 简化为

$$\boldsymbol{\sigma}' = (A_0 + AJ_1 + BJ_1^2 + LJ_2)\mathbf{I} + (D + QJ_1)\boldsymbol{\varepsilon} + N\boldsymbol{\varepsilon}^2 \quad (109)$$

这是考虑二次弹性的非线性本构关系。其中, A_0, A, B, L, D, Q, N 都是材料参数, 当材料处于无应力的自然状态时, 其应变初值为零, 于是 A_0 等于零, 只有 6 个材料参数。

由小变形假设, 略去二阶以上的量, 式 (109) 就简化为

$$\boldsymbol{\sigma}' = AJ_1\mathbf{I} + D\boldsymbol{\varepsilon} \quad (110)$$

仅包含 A 和 D 两个材料参数。将式 (110) 写成通常的弹性力学公式, 即为广义 Hook 定律

$$\boldsymbol{\sigma}' = \lambda\theta\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \quad (111)$$

式中, $\theta = \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}$ 是土的体应变, λ 和 μ 是 Lamé 常数。

由式 (109) 减去式 (110) 得

$$\boldsymbol{\sigma}' = (BJ_1^2 + LJ_2)\mathbf{I} + QJ_1\boldsymbol{\varepsilon} + N\boldsymbol{\varepsilon}^2 \quad (112a)$$

式 (112a) 即表示偏离 Hook 定律的非线性效应。由此可见, 不同类别的应力分量 and 不同类别的应变分量是耦合在一起的, 不存在类似 Hook 定律的解耦对应关系。

如把应变视为有效应力的函数, 同理可得和式 (112a) 对应的关系式为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\bar{B}I_1^2 + \bar{L}I_2)\mathbf{I} + \bar{Q}I_1\boldsymbol{\sigma}' + \bar{N}\boldsymbol{\sigma}'^2 \quad (112b)$$

式中, I_1, I_2, I_3 是有效应力张量的 3 个不变量, $\bar{B}, \bar{L}, \bar{Q}, \bar{N}$ 都是材料常数。把式 (112b) 写成分量形式:

$$\varepsilon_{ij} = (\bar{B}I_1^2 + \bar{L}I_2)\delta_{ij} + \bar{Q}I_1\sigma'_{ij} + \bar{N}\sigma'_{ik}\sigma'_{kj} \quad (112c)$$

对式 (112c) 中的两个自由指标进行缩并得

$$\bar{\varepsilon}_{ii} = (3\bar{B} + \bar{L} + \bar{Q} + \frac{1}{3}\bar{N})I_1^2 + (3\bar{L} - 2\bar{N})I_2' \quad (112d)$$

式中, $\bar{\varepsilon}_{ii}$ 是体变的非线性部分, $I_2' = \frac{1}{2}(\sigma'_{ij} - \frac{1}{3}I_1\delta_{ij})$

$(\sigma'_{ij} - \frac{1}{3}I_1\delta_{ij})$ 是应力偏张量的第二不变量。式 (112d)

右端第二项反映应力偏量对体变的影响。换言之, 二次弹性本构关系能反映剪胀性。

应当指出, 笔者等在后续的研究中, 相继建立了非饱和土、原状湿陷性黄土和膨胀土的一系列本构模型, 有关情况将在第 6 节介绍。

(3) 饱和度的本构关系

前已述及, S_r 只和 $\boldsymbol{\varepsilon}, P_f$ 及 P_g 有关, 故可设

$$S_r = f_4(\boldsymbol{\varepsilon}, P_f, P_g) \quad (113)$$

但因 S_r 是标量, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 是二阶张量, 故 S_r 对 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的依存关系只有通过 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的 3 个不变量才能实现。如暂不考虑

其第二、第三不变量对 S_r 的影响, 则式 (113) 简化为

$$S_r = f_4(\theta, P_f, P_g) \quad (114)$$

f_4 是标量函数, 自然是客观性的。据此, 并参照土壤物理学研究的成果, 笔者在 1991 年通过试验得出的 f_4 函数为^[14]

$$S_r = \alpha(n) - \beta(n) \lg[(P_g - P_f)/p_a] \quad (115)$$

式中, $P_g - P_f$ 称为土的基质吸力。这里用 n (反映土的密度) 代替 θ 对 S_r 的影响。其中的参数 α, β 由试验测定给出:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1.6486 - 2.2857n \\ \beta &= 0.6830 - 0.7330n \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

在式 (115) 中包含饱和度、吸力和密度 3 个变量, 可称为 3 变量广义土-水特征曲线模型。笔者等在后续的研究中, 把土中水分对应变张量的依存关系用对应力张量的依赖关系代替, 相继提出了分别考虑净平均应力和偏应力影响的 3 变量和 4 变量非饱和土广义土-水特征曲线模型, 有关情况将在第 6.5 节介绍。

(4) 封闭方程组

把有效应力公式 (27) 代入式 (94) 第三式, 得土的总体平衡方程:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \chi \nabla P_f + (1 - \chi) \nabla P_g = 0 \quad (117)$$

式中, 参数 χ 按式 (52) 确定。

式 (93)、(95)、(104)、(111)、(117), 包含 25 个未知数: $n, S_r, P_f, P_g, X_s, X_f, X_g, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}$, 故它们是封闭的。这些方程就是笔者提出的非饱和土固结的物理数学模型, 其中包含 $K_f, K_g, \chi, \lambda, \mu, \alpha, \beta, 7$ 个材料参数, 都可由试验测定, 详见文献 [32]。

5.4 增量线性化控制方程组

非饱和土固结的封闭方程组是用全量给出的, 且式 (93)、(104) 和 (115) 是非线性的, 这些给求解和应用造成了困难。为了能够模拟施工过程和加入复杂的本构关系, 需要对这些方程进一步简化, 并改写成增量形式。

设土中一点开始处于平衡状态, 初始状态量为 $n, S_r, P_f, P_g, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, X_s, X_f, X_g$, 在施加荷载增量后各量的相应改变量为 $\delta n, \delta s, \delta P_f, \delta P_g, \delta \boldsymbol{\sigma}, \delta \boldsymbol{\varepsilon}, \delta X_s, \delta X_f, \delta X_g$ 。为了简化问题而又能抓住其主要方面, 略去两个增量的乘积, 并略去不同量的时间导数与坐标导数的乘积。从而连续方程变为

$$-\delta \dot{n} + (1 - n) \nabla \cdot \delta X'_s = 0 \quad (118)$$

$$n \delta \dot{S}_r + S_r \delta \dot{n} + n S_r \nabla \cdot \delta X'_f = 0 \quad (119)$$

$$-n \delta \dot{S}_r - (1 - S_r) \delta \dot{n} + n(1 - S_r) \delta \dot{P}_g / P_g + n(1 - S_r) \nabla \cdot \delta X'_g = 0 \quad (120)$$

把水、气的运动方程取散度得（忽略孔隙率、饱和度和渗透系数的变化）

$$nS_r(\nabla \cdot \delta X'_r - \nabla \cdot \delta X'_s) = -\frac{K_f}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_f) \quad (121)$$

$$n(1-S_r)(\nabla \cdot \delta X'_g - \nabla \cdot \delta X'_s) = -\frac{K_g}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_g) \quad (122)$$

式 (95)、(111)、(117) 简化为

$$\nabla \cdot (\delta \sigma) + \chi \nabla(\delta P_f) + (1-\chi) \nabla \delta P_g = 0 \quad (123)$$

$$\delta \varepsilon = -[\nabla(\delta X'_s) + (\nabla(\delta X'_s))^*] / 2 \quad (124)$$

$$\delta \sigma = \lambda \delta \theta I + 2\mu \delta \varepsilon \quad (125)$$

由式 (118) 得

$$\delta \dot{n} = (1-n) \nabla \cdot \delta X'_s = -(1-n) \delta \dot{\theta} \quad (126)$$

把式 (121)、(122) 和 (126) 代入式 (119)、(120) 得

$$n \delta \dot{S}_r - S_r \delta \dot{\theta} = \frac{K_f}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_f) \quad (127)$$

$$-n \delta \dot{S}_r - (1-S_r) \delta \dot{\theta} + n(1-S_r) \frac{\delta \dot{P}_g}{P_g} = \frac{K_g}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_g) \quad (128)$$

这是两个重要的控制方程：

(1) 饱和土, $S_r = 1$, $\delta \dot{S}_r = 0$, $\delta P_g = 0$, $1-S_r = 0$, 式 (128) 自行消失, 式 (127) 变为

$$-\delta \dot{\theta} = \frac{K_f}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_f) \quad (129)$$

这是 Biot 理论的连续方程的增量形式, 而式 (123) 则因 $\chi = 1$ 化为 Biot 理论的平衡方程, 故 Biot 理论是本模型的一个特例。

(2) 饱气土 (干土), $S_r = 0$, $\delta \dot{S}_r = 0$, $\delta P_f = 0$, 式 (127) 自动消失, 而式 (128) 变为

$$-\delta \dot{\theta} + n(1-S_r) \frac{\delta \dot{P}_g}{P_g} = \frac{K_g}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_g) \quad (130)$$

由 Boyle 定律知, $n(1-S_r) \delta \dot{P}_g / P_g$ 代表单位土体积中气体的压缩率, 故式 (130) 意味着土的压缩率等于气体的压缩率与排气量之和。因而式 (130) 即是干土的连续方程。

把式 (127)、(128) 相加可得

$$-\delta \dot{\theta} + n(1-S_r) \frac{\delta \dot{P}_g}{P_g} = \frac{K_f}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_f) + \frac{K_g}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_g) \quad (131)$$

这就是非饱和土的总体连续方程, 但它不是独立的方程。

饱和度 - 密度 - 吸力状态方程 (115) 的增量形式为

$$\delta S_r = \alpha_1 \delta \theta + \beta_1 \delta P_f + \gamma_1 \delta P_g \quad (132a)$$

$$\alpha_1 = (1-n) [2.2857 - 0.7330 \lg((P_g - P_f) / p_a)], \quad (132b)$$

$$\beta_1 = 0.4343(0.6830 - 0.7330n) / (P_g - P_f) \quad (132c)$$

$$\gamma_1 = -\beta_1 \quad (132d)$$

其中利用了式 (126), 把式 (124)、(125) 代入式 (123), 把式 (132) 代入式 (127)、(128), 得到非饱和土固结的增量线性化控制方程组:

$$\left. \begin{aligned} & \mu \nabla^2(\delta X'_s) + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot (\delta X'_s) - \chi \nabla(\delta P_f) - \\ & (1-\chi) \nabla(\delta P_g) = 0, \\ & (S_r - \alpha_1 n) \nabla \cdot (\delta X'_s) + \beta_1 n (\delta \dot{P}_f - \delta \dot{P}_g) = \frac{K_f}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_f), \\ & (1-S_r + \alpha_1 n) \nabla \cdot (\delta X'_s) - \beta_1 n (\delta \dot{P}_f) + \\ & \left[\frac{n(1-S_r)}{P_g} + \beta_1 n \right] \delta \dot{P}_g = \frac{K_g}{\gamma_f} \nabla^2(\delta P_g). \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

式 (133) 共 5 个方程求解 5 个未知量: δP_f , δP_g 和 $\delta X'_s$, 仍包含 7 个材料参数。式 (133) 概括了非饱和土的三相连续方程、水气运动方程、总体平衡方程、几何方程、有效应力方程、理想气体的状态方程, 广义 Hook 定律及饱和度 - 密度 - 吸力状态方程共 11 方面的关系, 每个方程都包含了 5 个基本未知量, 充分体现了应力场、应变场与渗水、渗气场的耦合效应。尽管 7 个材料参数都与饱和度及土的密度有关, 但这并不影响式 (133) 的使用。因为控制方程以增量形式给出, 在每一次增量过程中, 可以把材料参数视为常数, 而在增量过程的末尾根据实际的饱和度与孔隙率调整它们的值, 供下一个增量过程使用, 从而为考虑土的非线性本构关系及模拟施工过程提供了方便。

5.5 一维固结问题的理论解答

(1) 控制方程和边界条件

设有一层厚度为 h 的无限大地基, 位于刚性的不透水不透气的基岩上, 其上表面透水透气, 并作用有强度为 q 的均布荷载。由于问题的对称性, 侧向不发生膨胀变形, 水和气也只能从上表面排出。这是一个典型的一维固结问题。为方便起见, 采用以下记号:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= S_r - \alpha_1 n, \\ a_2 &= \beta_1 n, \\ a_3 &= -\beta_1 n, \\ b_1 &= 1 - a_1, \\ b_3 &= n(1-S_r) / p_g + \beta_1 n, \\ p_1 &= \delta p_f, \\ p_2 &= \delta p_g, \\ K_1 &= \frac{K_f}{\gamma_f}, \\ K_2 &= \frac{K_g}{\gamma_f}. \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

其控制方程可由式 (133) 得到:

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \chi \frac{\partial P_1}{\partial z} + (1 - \chi) \frac{\partial P_2}{\partial z}, \quad (135a)$$

$$a_1 \frac{\partial^2 W}{\partial t \partial z} + a_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + a_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2}, \quad (135b)$$

$$b_1 \frac{\partial^2 W}{\partial t \partial z} - a_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + b_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 P_2}{\partial z^2}, \quad (135c)$$

式中, W 是土的竖向位移增量。为便于与饱和土的一维固结问题的解答比较, λ , μ , χ 及式 (134) 中各量在一个增量过程中均视为常量。

问题的边界条件可描述为

$$P_1(0, t) = P_2(0, t) = 0, \quad (136)$$

$$\frac{\partial P_1(h, t)}{\partial z} = \frac{\partial P_2(h, t)}{\partial z} = 0, \quad (137)$$

$$W(h, t) = 0. \quad (138)$$

(2) 初始条件

设荷载是瞬间施加的, 则加载瞬间时既来不及排水也来不及排气。这表示

$$\int_0^{0^+} K_1 \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} dt = \int_0^{0^+} K_2 \frac{\partial^2 P_2}{\partial z^2} dt = 0, \quad (139)$$

式中, 积分限 0 和 0^+ 分别代表开始加载的时刻和加载完成的时刻。于是由式 (135b)、(135c) 得

$$\left. \begin{aligned} a_1 \frac{\partial W(z, 0^+)}{\partial z} + a_2 P_1(z, 0^+) + a_3 P_2(z, 0^+) &= 0, \\ b_1 \frac{\partial W(z, 0^+)}{\partial z} - a_2 P_1(z, 0^+) + b_3 P_2(z, 0^+) &= 0. \end{aligned} \right\} (140)$$

此式亦可由积分中值定理得到。

另一方面, 把式 (135a) 对 z 积分一次,

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial W}{\partial z} = \chi P_1 + (1 - \chi) P_2 + f(t). \quad (141)$$

由地基中任一点的总应力等于 q 知

$$f(t) = -q. \quad (142)$$

把式 (142) 代入式 (141) 得

$$\frac{\partial W}{\partial z} = a_s [\chi P_1 + (1 - \chi) P_2 - q], \quad (143)$$

式中,

$$a_s = 1/(\lambda + 2\mu). \quad (144)$$

其中, a_s 为土的压缩性, 记 $P_1(z, 0^+) = P_{10}$, $P_2(z, 0^+) = P_{20}$ 。把式 (143) 代入式 (140), 联立解得

$$\left. \begin{aligned} P_{10} &= (\Delta_{10} / \Delta) q, \\ P_{20} &= (\Delta_{20} / \Delta) q, \\ \Delta_{10} &= a_s (a_1 b_3 + a_2 b_1), \\ \Delta_{20} &= a_s a_2, \\ \Delta &= x \Delta_{10} + (1 - x) \Delta_{20} + a_2 (a_3 + b_3). \end{aligned} \right\} (145)$$

进而可求出地基中任一点在加载瞬时由荷载引起

的有效应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{z0} &= \sigma'_z(z, 0^+) = (\Delta_{z0} / \Delta) q, \\ \Delta_{z0} &= a_2 (a_3 + b_3). \end{aligned} \right\} (146)$$

众所周知, 在饱和土地基中, $\sigma'_{z0} = 0$ 。由于式 (146) 可以看出, 在加载瞬时, 非饱和土地基中的初始应力并不为零, 当然要引起地基的瞬时沉降。

(3) 问题的解答

把式 (143) 对 t 求导后代入式 (135b)、(135c), 就得到关于 $P_1(z, t)$ 和 $P_2(z, t)$ 的二阶偏微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} (a_s a_1 \chi + a_2) \frac{\partial P_1}{\partial t} + [a_s a_1 (1 - \chi) + a_3] \frac{\partial P_2}{\partial t} &= K_1 \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2}, \\ (a_s b_1 \chi - a_2) \frac{\partial P_1}{\partial t} + [a_s b_1 (1 - \chi) + b_3] \frac{\partial P_2}{\partial t} &= K_2 \frac{\partial^2 P_2}{\partial z^2}. \end{aligned} \right\} (147)$$

应用 Laplace 变换和有限 Fourier 变换, 可以解得

$$\left. \begin{aligned} P_1(z, t) &= \frac{4}{\pi} q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_1(n, t)}{(2n+1)} \exp[-m^2 C t] \sin mz, \\ P_2(z, t) &= \frac{4}{\pi} q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_2(n, t)}{(2n+1)} \exp[-m^2 C t] \sin mz, \end{aligned} \right\} (148)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{(2n+1)\pi}{2h}, \\ C &= \frac{\Delta_{11} + \Delta_{22}}{2\Delta}. \end{aligned} \right\} (149)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1(n, t) &= \frac{\Delta_{10}}{\Delta} \text{ch}\omega t + \frac{(\Delta_{10} / \Delta)(\Delta_{22} - \Delta_{11}) + 2(\Delta_{20} / \Delta)\Delta_{12}}{\sqrt{(\Delta_{11} - \Delta_{22})^2 + 4\Delta_{12}\Delta_{21}}} \text{sh}\omega t, \\ F_2(n, t) &= \frac{\Delta_{20}}{\Delta} \text{ch}\omega t + \frac{2(\Delta_{10} / \Delta)\Delta_{21} + (\Delta_{20} / \Delta)(\Delta_{11} - \Delta_{22})}{\sqrt{(\Delta_{11} - \Delta_{22})^2 + 4\Delta_{12}\Delta_{21}}} \text{sh}\omega t, \\ \omega &= m^2 \frac{\sqrt{(\Delta_{11} - \Delta_{22})^2 + 4\Delta_{12}\Delta_{21}}}{2\Delta}, \\ \Delta_{11} &= [a_s b_1 (1 - \chi) + b_3] K_1, \\ \Delta_{12} &= [a_s a_1 (1 - \chi) + a_3] K_2, \\ \Delta_{21} &= (a_s b_1 \chi - a_2) K_1, \\ \Delta_{22} &= (a_s a_1 \chi + a_2) K_2. \end{aligned} \right\} (150)$$

由式 (134)、(145)、(149) 和 (150) 可知, C 是一个反映非饱和土地基的压缩性、饱和度、密度、渗水性、渗气性及吸力的综合指标, 可称为非饱和土的一维固结系数。它与 Biot-Terzaghi 关于饱和土的一维固结理论中的固结系数相应:

$$C_v = K_f (1 + e) / \gamma_f a. \quad (151a)$$

Biot-Terzaghi 一维固结理论的孔隙水压力为

$$P_f = \frac{4}{\pi} q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \exp[-m^2 C_v t] \sin mz. \quad (151b)$$

与式 (148) 比较可以看出, 式 (148) 多出因子

$F_1(n,t)$ 和 $F_2(n,t)$, 说明 C, F_1, F_2 反映了地基非饱和和性质对固结的影响。

(4) 地基沉降

把式 (148) 代入式 (143) 并进行积分, 就得到地基在任一时刻 t 的总沉降:

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \int_0^h \varepsilon_z dz = - \int_0^h \frac{\partial W}{\partial z} dz \\
 &= a_s qh \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} [\chi F_1 + (1-\chi)F_2] \exp[-m^2 Ct] \right\} \quad (152)
 \end{aligned}$$

地基的瞬时沉降为

$$W(0) = a_s qh \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \left[x \frac{\Delta_{10}}{\Delta} + (1-x) \frac{\Delta_{20}}{\Delta} \right] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right\} = a_s \sigma_{z0} h \quad (153)$$

这里利用了 $\text{ch}\omega t|_{t=0} = 1, \text{sh}\omega t|_{t=0} = 0$ 及公式:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad (154)$$

式 (153) 表明, 非饱和土地基的瞬时沉降正是由于加载瞬时土中的有效应力引起的, 其根源在于气相的压缩性。对一维饱和土地基而言, 水是不可压缩的, 初始有效应力等于零, 故瞬时沉降也等于零。

地基在任意时刻的固结沉降是

$$\begin{aligned}
 W_c(t) &= W(t) - W(0) \\
 &= a_s qh \left\{ \chi \frac{\Delta_{10}}{\Delta} + (1-\chi) \frac{\Delta_{20}}{\Delta} - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \right. \\
 &\quad \left. [\chi F_1 + (1-\chi)F_2] \exp[-m^2 Ct] \right\} \quad (155)
 \end{aligned}$$

地基的最终固结沉降量为

$$W_c(\infty) = a_s qh \left[\chi \frac{\Delta_{10}}{\Delta} + (1-\chi) \frac{\Delta_{20}}{\Delta} \right] = a_s [\chi P_{10} + (1-\chi)P_{20}] h \quad (156)$$

与式 (153) 比较可知, $W_c(\infty)$ 就是初始孔隙水压力和气压力完全转化为有效应力引起的沉降。

地基的最终沉降量可在式 (152) 中令 $t = \infty$ 求得

$$W(\infty) = a_s qh = W(0) = W_c(\infty) \quad (157)$$

利用式 (155)、(156) 可以定义地基的固结度为

$$\begin{aligned}
 U(t) &= \frac{W_c(t)}{W_c(\infty)} = 1 - \frac{1}{x \Delta_{10} / \Delta + (1-x) \Delta_{20} / \Delta} \frac{8}{\pi^2} \cdot \\
 &\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot [\chi F_1 + (1-x)F_2] \exp[-m^2 Ct] \quad (158)
 \end{aligned}$$

式 (158) 表示地基固结沉降完成的程度。这样, 就从控制方程同时解出了孔隙水压力、孔隙气压力和土体位移; 不仅算出了固结沉降, 还算出了瞬时沉降。在二、三维的情况下, 本模型还可计算地基的瞬时沉降和水平位移, 这将在下节讨论。因此, 本模型保留

了 Biot 理论的优点, 是该理论的合理推广。由于非饱和土中气相的压缩性很大, 可以推测, Mandel-Cryer 效应不会发生; 即使存在, 也是不显著的。

(5) 与 Fredlund 理论的比较

Fredlund 提出的一维非饱和土固结的偏微分方程组为^[51, 69]

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial u_f}{\partial t} + C_f \frac{\partial u_a}{\partial t} &= C_v^f \frac{\partial^2 u_f}{\partial z^2}, \\
 C_a \frac{\partial u_f}{\partial t} + \frac{\partial u^a}{\partial t} &= C_v^a \frac{\partial^2 u_a}{\partial z^2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (159)$$

把式 (147) 稍加变动可写为

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial P_1}{\partial t} + \frac{a_s a_1 (1-x) + a_3}{a_s a_1 x + a_2} \frac{\partial P_2}{\partial t} &= \frac{K_1}{a_s a_1 x + a_2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2}, \\
 \frac{a_s b_1 x - a_2}{a_s b_1 (1-x) + b_3} \frac{\partial P_1}{\partial t} + \frac{\partial P_2}{\partial t} &= \frac{K_2}{a_s b_1 (1-x) + b_3} \frac{\partial^2 P_2}{\partial z^2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (160)$$

从形式上看, 二者是相似的, 但有着不同的内涵。除了在连续方程、渗透规律和本构关系方面的差别而外, 在导出式 (160) 时还用到了固相连续方程、总体平衡方程和几何方程。因此式 (160) 中的孔压是和土体的位移紧密联系得。用 Fredlund 理论是无法求出地基的瞬时沉降和固结沉降的。

式 (159) 中的系数 C_f 和 C_a 分别称为液相方程的相互作用系数和气相方程的相互作用系数; C_v^f 和 C_v^a 则由 Fredlundf 分别定义为液相固结系数和气相固结系数。从文献[51, 69]可知, C_v^f 只与水的性质有关, 而 C_v^a 只与气的性质及 S_r, n 有关, 即

$$\left. \begin{aligned}
 C_v^f &= \frac{1}{R_f} \frac{K_f}{\gamma_f m_f^f}, \\
 C_v^a &= \frac{R\theta}{\Omega (1-R_a)(p_a + u_a) m_1^a + (1-S_r)n} \frac{D_a}{\Omega}
 \end{aligned} \right\} \quad (161)$$

式 (161) 都不能象式 (149) 定义的 C 那样综合反映非饱和地基的性质。

Fredlund 还定义了两个固结度:

$$\left. \begin{aligned}
 U_f &= 1 - \int_0^h u_f dz / \int_0^h u_{fi} dz, \\
 U_a &= 1 - \int_0^h u_a dz / \int_0^h u_{ai} dz,
 \end{aligned} \right\} \quad (162)$$

式中, u_{fi} 和 u_{ai} 分别是加载瞬时的孔隙水压力和气压力。事实上, 上式仅分别表示孔隙水压力和孔隙气压力在固结过程中的消散度, 而不能像式 (158) 那样真正表示地基固结沉降完成的程度。

(6) 地基沉降后的饱和度、孔隙率及其它参数地基沉降后的体应变为

$$\theta = \varepsilon_z = W/h \quad (163a)$$

相应得孔隙比和孔隙率为

$$\left. \begin{aligned} e &= e_0 - (1 + e_0)\theta, \\ n &= e / (1 + e), \end{aligned} \right\} \quad (163b)$$

式中, e_0 为加载前的孔隙比。

地基的饱和度增量由式 (132a) 计算:

$$\delta S_r = \alpha_1 \theta - \beta_1 (P_2 - P_1) \quad (164)$$

固结后的饱和度与孔隙率作为新的起始参数, 可以用来确定地基在下一级荷载作用下固结所需的参数 χ, K_1, K_2 等。

5.6 二维固结问题

用 u 和 v 分别表示水平和垂直方向的位移分量的增量, 则式 (133) 在二维情况下具体形式为

$$\left. \begin{aligned} &(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \chi \frac{\partial P_1}{\partial x} - \\ &(1 - \chi) \frac{\partial P_2}{\partial x} + b_x = 0, \\ &\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \\ &\chi \frac{\partial P_1}{\partial y} - (1 - \chi) \frac{\partial P_2}{\partial y} + b_y = 0, \\ &-a_1 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right\} - a_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + a_2 \frac{\partial P_2}{\partial t} + \\ &K_1 \left\{ \frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_1}{\partial y^2} \right\} = 0, \\ &-b_1 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right\} + a_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} - b_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} + \\ &K_2 \left\{ \frac{\partial^2 P_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_2}{\partial y^2} \right\} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (165)$$

式中, b_x 和 b_y 分别是 x 和 y 方向的体力分量。应用伽辽金余法和有限元的思想, 可从式 (165) 导出求解平面问题的有限元方程

$$\sum_{e=1}^{MELES} \sum_{j=1}^{NNODE} \left[K_{ij} \right]_e^{t+\Delta t} \left\{ X_i \right\}_e^{t+\Delta t} = \sum_{e=1}^{MELES} \left\{ R_i \right\}_e^{t+\Delta t} \quad (i=1,2,3,\dots,NNODE) \quad (166)$$

式中, MELES 为土体单元总数, NNODE 为单元结点数。采用 8 结点等参元, NNODE = 8。由于每个结点有 4 个自由度, 故

$$\left\{ X_i \right\}_e^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ P_{1i} \\ P_{2i} \end{bmatrix}^{t+\Delta t} \quad (167)$$

单元刚度矩阵是 32×32 矩阵, 而每个单刚子块 $\left[K_{ij} \right]_e^{t+\Delta t}$ 包含 16 个分量:

$$\left[K_{ij} \right]_e^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} K_{ij}^{11} & K_{ij}^{12} & xK_{ij}^{13} & (1-\chi)K_{ij}^{14} \\ K_{ij}^{21} & K_{ij}^{22} & xK_{ij}^{23} & (1-\chi)K_{ij}^{24} \\ a_1 K_{ij}^{31} & a_1 K_{ij}^{32} & K_{ij}^{33} & -a_2 K_{ij}^{34} \\ b_1 K_{ij}^{41} & b_1 K_{ij}^{42} & -a_2 K_{ij}^{43} & K_{ij}^{44} \end{bmatrix} \quad (168)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} K_{ij}^{11} &= \iint_{A_e} \left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \mu \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy, \\ K_{ij}^{12} &= \iint_{A_e} \left[\lambda \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \mu \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right] dx dy, \\ K_{ij}^{21} &= \iint_{A_e} \left[\mu \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy, \\ K_{ij}^{22} &= \iint_{A_e} \left[\mu \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy, \\ K_{ij}^{13} &= -\iint_{A_e} \frac{\partial N_i}{\partial x} N_j dx dy = K_{ij}^{14}, \\ K_{ij}^{23} &= -\iint_{A_e} \frac{\partial N_i}{\partial y} N_j dx dy = K_{ij}^{24}, \\ K_{ij}^{31} &= -\iint_{A_e} N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} dx dy = K_{ij}^{41}, \\ K_{ij}^{32} &= -\iint_{A_e} N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} dx dy = K_{ij}^{42}, \\ K_{ij}^{34} &= -\iint_{A_e} N_i N_j dx dy = K_{ij}^{43}, \\ K_{ij}^{33} &= a_2 K_{ij}^{34} + \zeta \Delta t \iint_{A_e} -K_1 \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy, \\ K_{ij}^{44} &= b_3 K_{ij}^{43} + \zeta \Delta t \iint_{A_e} -K_2 \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy. \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

$N_i, N_j (i, j=1,2,3,\dots,8)$ 是形函数, 且位移和孔压的形函数相同。 Δt 是时间步长, ζ 是时间积分参数, 定义如下:

$$\int_t^{t+\Delta t} f(t) dt = \zeta f(t + \Delta t) + (1 - \zeta) f(t) \quad (170)$$

根据 Booker 等的研究^[81], $1/2 \leq \zeta \leq 1$ 时数值积分是无条件稳定的。本文取 $\zeta = 2/3$ 。

广义荷载向量为

$$\left\{ R_i \right\}_e^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ Q_{i1} \\ Q_{i2} \end{bmatrix}_e^{t+\Delta t} \quad (171)$$

式中,

$$\begin{aligned}
 F_x^{t+\Delta t} &= \iint_{A_e} N_i b_x^{t+\Delta t} dx dy - \int_{\Delta L_T} N_i \hat{T}_x^{t+\Delta t} dl, \\
 F_y^{t+\Delta t} &= \iint_{A_e} N_i b_y^{t+\Delta t} dx dy - \int_{\Delta L_T} N_i \hat{T}_y^{t+\Delta t} dl, \\
 Q_{i1}^{t+\Delta t} &= \int_{\Delta L_{Q1}} N_i \left[\zeta \hat{Q}_{i1}^{t+\Delta t} + (1-\zeta) \hat{Q}_{i1}^t \right] \Delta t dl + \\
 &\quad \sum_{j=1}^8 \left\{ a_1 K_y^{31} u_j^t + a_1 K_y^{32} v_j^t + \left[a_2 K_{ij}^{34} - (1-\zeta) \Delta t \iint_{A_e} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. K_1 \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \right] \cdot P_{1j}^t - a_2 K_y^{34} P_{2j}^t \right\}, \\
 Q_{i2}^{t+\Delta t} &= \int_{\Delta L_{Q2}} N_i \left[\zeta \hat{Q}_{i2}^{t+\Delta t} + (1-\zeta) \hat{Q}_{i2}^t \right] \Delta t dl + \\
 &\quad \sum_{j=1}^8 \left\{ b_1 K_y^{31} u_j^t + b_1 K_y^{32} v_j^t - a_2 K_y^{34} P_{1j}^t + \right. \\
 &\quad \left. \left[b_3 K_{ij}^{34} - (1-\zeta) \Delta t \iint_{A_e} - K_2 \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \right] P_{2j}^t \right\}.
 \end{aligned} \tag{172}$$

在式 (169)、(172) 中, A_e 是单元的面积, $\Delta L_T, \Delta L_{Q1}, \Delta L_{Q2}$ 分别是与力边界、水的流量边界、气的流量边界相重合的单元边界部分, $b_x^{t+\Delta t}, b_y^{t+\Delta t}$ 和 $\hat{T}_x^{t+\Delta t}, \hat{T}_y^{t+\Delta t}$ 分别是 $t + \Delta t$ 时的体力和边界面力。对小变形问题, 它们在固结中保持不变, 可按一般弹性力学有限元方法处理。而 $\hat{Q}_{i1}^t, \hat{Q}_{i2}^t$ 和 $\hat{Q}_{i1}^{t+\Delta t}, \hat{Q}_{i2}^{t+\Delta t}$ 分别是时刻 t 和 $t + \Delta t$ 时的边界面流量, 它们与边界面上的排水条件有关。 u_j^t, v_j^t, P_{1j}^t 和 P_{2j}^t 分别是结点在 t 时刻的位移和孔压。从式 (166) ~ (172) 可知, 只要知道了固结过程中 t 时刻各结点的位移和孔压, 就能算出 $t + \Delta t$ 时刻的相应值。但需重新计算 K_y^{33} 和 K_y^{44} , 并按式 (172) 的第三式和第四式修正右端项。

从式 (168)、(169) 可以看到两个显著特点。第一是刚度矩阵不对称; 第二个特点是 K_y^{33} 和 K_y^{44} 都由两项组成, 其中第一项 $a_2 K_y^{34}$ 和 $b_3 K_y^{43}$ 都与时间无关, 这就为进行加载瞬时不排水不排气分析提供了方便。

根据以上各式, 笔者设计了程序 CSU8, 即用八结点等参元编制的非饱和土固结程序。该程序共有 20 个子程序, 可用以分析平面应变问题和平面应力问题。利用该程序分析了非饱和土地基的一维和二维固结过程, 在一维情况时得到了解析解相同的结果; 在二维情况时获得了地基的变形场、应力场、孔隙水压力场、孔隙气压力场和饱和度场, 在饱和情况下的计算结果与基于 Biot 理论的饱和土弹塑性固结程序 BCF 一致。具体结果可参阅文献[8, 32]。

5.7 非饱和土固结的混合物理论的特色、发展及应用

基于混合物理论的非饱和土固结理论的主要特色列于表 1。笔者等在后续的研究中, 相继建立了非饱

和土的非线性固结模型^[82]、弹塑性固结模型^[82]、弹塑性损伤固结模型^[83-84]、热-水-力耦合分析模型^[85]及热-水-力-化学耦合分析模型, 自主设计了相应的 5 个有限元分析软件, 并用于解决多项工程中的疑难问题, 有关情况亦见表 2。详细情况本文从略。与国内外同类研究工作的比较亦从略。

表 2 非饱和土固结的混合物理论的主要特色、发展及应用情况

| 理论要素 | 主要特色 | 涉及知识领域 |
|---------|--|--------------------------|
| 创立时间 | 1989 年—1991 年 | |
| 理论基础 | 混合物理论 | |
| 建模理论 | 岩土力学的公理化理论体系 | 土力学 |
| 建模方法 | 公理化方法、张量表述 | |
| 水气运动 | 导出并采用了广义 Darcy 定律 | 非饱和土力学 |
| 液相 | 广义土-水特征曲线模型 | |
| 本构模型 | | 理性力学 |
| 土骨架 | 二次弹性与广义 Hook 定律 | |
| 本构模型 | | 混合物理论 |
| 数学模型 | 5 个二阶偏微分方程 | |
| | 求解 5 个未知量 | 不可逆过程热力学 |
| 参数确定 | 全部参数用试验测定 | |
| | 用 Laplace 变换和 Fourier 变换求得解析解, 给出了孔隙水压力、孔隙气压力、瞬时沉降、固结沉降、固结系数和固结度的解析表达式 | 土壤物理学 |
| 一维问题 | | 多孔介质力学 |
| 二维问题 | 有限元法求解, 8 结点等参元 | 数理方程 |
| | 自主研发软件: CSU8、USEPC, UESEPDC, USLEPDC, THMCA | 张量分析 |
| 分析软件 | | 有限元法 |
| | 非线性固结模型 (1998 年—2001 年) | 临渭、西宝公路沉降 |
| | 弹塑性固结模型 (2000 年—2001 年) | 膨胀土边坡开挖、入渗、蒸发等过程中损伤失稳 |
| | 原状膨胀土结构损伤固结模型 (2001 年—2006 年) | 小浪底大坝的变形稳定 |
| 后续发展及应用 | | 物理化学 |
| | (历时 20 余年) | 热-水-力耦合固结模型 (2010 年) |
| | | 平定高速高填路堤沉降 |
| | | 原状湿陷性黄土结构损伤固结模型 (2012 年) |
| | | 宁夏扶贫杨黄工程湿陷 |
| | | 热-水-力-化学耦合分析模型 (2013 年) |
| | | 广佛高速路堤水分迁移 |
| 主要贡献者 | 陈正汉, 谢定义, 黄海, 卢再华, 秦冰, 姚志华, 郭剑峰, 黄雪峰 | |

5.8 混合物理论在岩土力学中的应用

混合物理论是20世纪60—70年代诞生的一门新学问,严谨的理论体系和包容复杂因素的能力吸引了岩土界的注意。Prevost率先用其研究饱和土的力学模型^[75],Ratts将其用于土壤物理的研究^[259],他把土的固相看成是多组分的混合物,模型显得过于复杂。秦冰等^[85]、Frantziskonis等^[86]在1987年以混合物理论为基础建立了混凝土应变软化的本构模型,后来发展成为岩土介质的扰动状态模型^[87]。沈珠江提出的复合体损伤模型^[88-89]中也隐含有混合物理论的思想。李希等用混合物理论研究了双重孔隙介质中的渗流问题,李向维等研究了饱和多孔介质的质量耦合波动问题,笔者在1989年研究了多孔介质的力学模型和非饱和土的固结理论。

自笔者创立非饱和土固结的混合物理论以来,引起了许多学者对混合物理论的兴趣和青睐,杨松岩等、苗天德等、张引科等、张继发等、苏波等、黄璐等、赵成刚等、张昭等,均以混合物理论为基础,分别研究了非饱和岩土材料、冻土、非饱和土、多孔介质、软土、污染物输运、考虑水气交界面影响的有效应力等科学问题,取得了可喜的成果,展现了混合物理论在研究复杂岩土工程问题方面具有很大的潜力和指导作用。

即使对饱和土而言,在需要精确描述固、液各自的运动规律及二者之间的相互作用时,混合物理论也是有用的。例如,在渗透破坏和液化发生前的土粒,不仅会移动,而且会转动。借助于混合物理论可望对液化的机理做出更合理的解释。Crochet和Naghdī在1966年应用Green等提出的两相混合物理论详细研究了考虑组分应力非对称的黏性流体与固体相互作用的本构关系,Katsube等依据该本构关系在1987年求解了两个边值问题。陈至达指出:“自上世纪弹性力学奠定以来,对非对称弹性力学的研究一直不足,许多问题尚未深入认识,特别是物性方程的研究还没有有足够的实验资料。对非对称弹性力学中出现的体矩作用与固体电磁场和应力的关系、血液流动中红白细胞的旋转运动、断裂尖端的位错力偶场等近代力学问题都有根本关系。非对称弹性力学基本理论亟待发展。”从这一点来看,混合物理论亦有用武之地。

6 非饱和土与特殊土的本构模型

土的本构关系描述土的特性,是现代土力学的基本课题之一。对非饱和土而言,其本构关系具有多方面的内容,如应力-应变关系、屈服准则、强度准则、水气运动规律、土-水特征曲线与土中水量变化规律、理想气体状态方程、土的结构演化规律(损伤

演化方程或结构修复方程)、傅里叶热传导方程、气在水中的溶解规律(Henry定律)、相变规律等都是本构关系。由于气相的体变难以准确测定,故土骨架和液相的本构模型是本节的主要内容。

钱学森认为:“技术科学解决复杂问题的方法是,强调抓主要矛盾,忽略次要矛盾,追求复杂条件下工程精度所允许的近似答案”。故建立岩土介质的理论模型应针对具体对象,适当简化,抓住主要影响因素,着力找出物性与内外影响因素联系的规律性,搞好建模理论与研究对象的有机结合。对试验资料应“加以去粗取精、去伪存真、由表及里的改造制作功夫,造成概念和理论的系统”(毛泽东),而不要被某些表面现象所迷惑而看不到问题的本质。如第3.1节所述,对交叉学科的新理论和新方法,不能原封不动地照搬照套,而必须把这些一般的理论与岩土工程及岩土介质的具体特点相结合,这样才能真正解决问题,做出具体的创新成果。上述研究路线可归结为16个字,即^[90-91]弄清两头、抓大放小,实事求是,有机结合。此外,为方便工程应用,模型的框架和表达形式应力求简明,参数应尽量少而易于确定。对提出的新模型还应通过与已有模型及多种试验资料的比较分析验证其合理性,并在实践中检验、完善和发展。

黄文熙指出^[92]:“最有用的模型是能解决实际问题的最简单的模型”;“研究方向应该针对特殊的土料、特殊的工程对象和问题的特点、去找简单而能说明最主要问题的数学模型。要做到这一点是非常不容易的”。对非饱和和填土而言,吸力对其力学特性有重要影响,在建模时应突出吸力的作用。再如,在中国广泛分布的湿陷性黄土和膨胀土,不仅是典型的非饱和土,而且具有很显著的结构特征。湿陷性黄土的结构性主要表现为具有特殊的孔隙结构和胶结,在工程上表现为水敏性和湿陷性;而膨胀土具有湿胀干缩特性、裂隙性和超固结等3个主要工程特性,裂隙性是膨胀土的主要结构特征,俗称“裂土”。又如,冻土、盐渍土和可燃冰均具有类似的冰晶结构,并非均质。沈珠江强调指出^[46, 93-94]:“土体结构性数学模型——21世纪土力学的核心问题”,“发展新一代的结构模型是现代土力学的核心问题”;非饱和土固结理论“必须建立在合理的本构模型的基础上、并用于分析黄土与膨胀土和冻土的变形问题”。因此探讨湿陷性黄土和膨胀土的细观结构在多种应力路径和干湿过程中的演化规律、建立相应的结构性模型是本节重要内容之一,CT技术和环境扫描技术为此提供了有力工具。

在本构关系的研究中,善于吸收不同模型的优点,或推广已有的成功模型,扩充其功能,使之能反映新

的研究对象的主要特点, 均属明智之举, 如此就不必另起炉灶。本节建立的某些本构模型就采用了这一思路, 既体现了科学的继承性, 也是发展和创新。

笔者及其学术团队构建的非饱和土与特殊土的本构模型及相关成果汇于表 3。

6.1 非饱和土的增量非线性本构模型

土的增量非线性本构模型, 如邓肯 - 张模型, 在岩土工程中得到了广泛的应用。这是因为它的理论基础简明, 能描述土的应力 - 应变关系的基本特征——非线性和压硬性, 能反映应力状态和应力水平的影响, 参数具有明确的物理意义或几何意义且比较容易确定, 便于融入数值分析中以解决实际工程问题。因此,

发展合理实用的非饱和土的增量非线性模型是必要的。

本节主要考虑吸力的影响, 提出了一个合理、完整、实用的非饱和土的增量非线性模型^[95-96], 可看作是饱和土的邓肯 - 张模型的推广^[97]。

(1) 理论基础

采用非饱和土的两个应力状态变量描述, 考虑到吸力的贡献, 非饱和土的本构方程和强度方程的线性形式可表达为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\mu}{E}(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) - 3\frac{\mu}{E}p\delta_{ij} + \frac{1}{H}s\delta_{ij}, \quad (173)$$

$$\varepsilon_w = p / K_w + s / H_w, \quad (174)$$

表 3 陈正汉学术团队构建的非饱和土与特殊土的本构模型及相关成果统计表

Table 3 Constitutive models and relative achievements of unsaturated soils and special soils

| 序号 | 针对问题 | 针对土类 | 本构模型类别 | 发表时间 | 主要贡献者 | |
|----|---------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1 | | | 二次非线性模型 | 1991 年—1993 年 | 陈正汉, 谢定义 | |
| 2 | | | 增量非线性模型 | 1998 年—1999 年 | 陈正汉, 周海清 | |
| 3 | | 非饱和土 | 吸力增加屈服新准则 | 1999 年 | 陈正汉 | |
| 4 | | | 确定三轴加载屈服点的宏观方法 | | | |
| 5 | | | 统一屈服面模型 | 2000 年—2001 年 | 黄 海, 陈正汉, 苗强强 | |
| 6 | | | 广义湿陷系数 | 1984 年—1986 年 | 陈正汉, 刘祖典 | |
| 7 | | | 湿陷变形的全量非线性模型 | | | |
| 8 | | 湿陷准则 | | | | |
| 9 | | | 确定三轴加载屈服点的细观方法 | 2008 年—2009 年 | 方祥位, 陈正汉, 朱元青 | |
| 10 | 土骨架的变形强度及结构演化 | 湿陷性/黄土 | 基于细观结构演化的黄土加载 - 湿陷弹塑性模型 | 2008 年—2012 年 | 陈正汉, 朱元青, 姚志华, 方祥位, 李加贵 | |
| 11 | | | | 侧向卸荷路径的结构演化规律与抗剪强度特征 | 2008 年—2010 年 | 李加贵, 陈正汉 |
| 12 | | | | 考虑吸力和结构性影响的抗剪强度公式 | | |
| 13 | | | | 改进简化的弹塑性模型 | 2001 年 | 卢再华, 陈正汉, 孙树国 |
| 14 | | 重塑膨胀土 | 考虑温度影响的强度准则 | 2005 年 | 谢 云, 陈正汉, 李 刚 | |
| 15 | | | 考虑温度影响的非线性模型 | | | |
| 16 | | 原状膨胀土 | 基于细观结构演化的弹塑性模型 | 2001 年—2003 年 | 卢再华, 陈正汉 | |
| 17 | | | 多种应力路径下的结构演化特性 | 2006 年—2007 年 | 魏学温, 陈正汉 | |
| 18 | | | 三轴浸水过程结构修复演化规律 | 2008 年 | 姚志华 陈正汉 | |
| 19 | | | 考虑损伤度的屈服规律 | 2009 年 | | |
| 20 | | 含黏砂土 | 考虑吸力和剪胀性的含黏砂土的弹塑性模型 | 2011 年 | 苗强强, 陈正汉 | |
| 21 | 水气运动 | 非饱和土/特殊土 | 水、气运动的广义 Darcy 定律 | 1991 年—1993 年 | 陈正汉, 谢定义, 苗强强, 姚志华 | |
| 22 | | | 广义土 - 水特征曲线的理论框架 | 1991 年—1993 年 | 陈正汉, 谢定义 | |
| 23 | | | 考虑密度影响的广义 SWCC 模型 | 1991 年—1993 年 | 陈正汉, 谢定义 | |
| 24 | | 非饱和土(基质吸力在 500 kPa 以内) | 考虑正应力影响的广义 SWCC 模型 | 2000 年 | 黄 海, 陈正汉 | |
| 25 | 持水性能 | | | 考虑正应力和偏应力影响的广义 SWCC 模型 | 2004 年 | 方祥位, 陈正汉, 苗强强, 张 磊 |
| 26 | | | | 考虑不同应力分量耦合影响的广义 SWCC 模型 | 2013 年 | 章峻豪, 陈正汉 |
| 27 | | | | 膨润土(高吸力) | 考虑温度影响的高吸力段缓冲材料的 SWCC 模型 | 2012 年 |
| 28 | | 膨润土 - 砂混合料 | 考虑温度影响的混合缓冲材料的 SWCC 模型 | 2013 年 | 孙发鑫, 陈正汉 | |

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a)_f \tan \varphi' + (u_a - u_w)_f \tan \varphi^b \quad (175)$$

式中 σ_{ij} , ε_{ij} , u_a 和 u_w 分别是总应力张量、应变张量、孔隙气压力和孔隙水压力; δ_{ij} 是 Kronecker 记号, $(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij})$ 是净总应力张量, $p = \sigma_{kk} / 3 - u_a$ 称为净平均应力, $s = u_a - u_w$ 代表土的基质吸力, E 和 μ 分别代表土的杨氏模量和泊松比, H 是与基质吸力相关的土的体积模量, H 是与基质吸力相关的土的体变模量, K_w 和 H_w 分别是与净平均应力和基质吸力相关的水的体积模量; τ_f , $(\sigma - u_a)_f$ 和 $(u_a - u_w)_f$ 分别是破坏面上的剪切强度、破坏时的净法向应力和基质吸力; c' , φ' 和 φ^b 分别是饱和土的有效黏聚力、有效内摩擦角及与基质吸力相关的强度增加率 (又称为吸力摩擦角), 可利用三轴试验在 $p-q$ 坐标系中的强度包线 (图 4) 及相关公式转换求得; ε_w 代表土中水的体积变化 (以土的初始体积为基准计算) 并通过下式与含水率 w 相联系^[16]:

$$w = w_0 - \frac{1 + e_0}{G} \varepsilon_w \quad (176)$$

式中, w_0 , e_0 和 G 分别代表土的起始含水率、超始孔隙比和土粒相对密度。

在三轴条件下, 式 (173) 可减化为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1 - u_a}{E} - \frac{2\mu}{E}(\sigma_3 - u_a) + \frac{s}{H} \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 - u_a) + \frac{1 - \mu}{E}(\sigma_3 - u_a) + \frac{s}{H} \end{aligned} \right\} \quad (177)$$

式中, σ_1 和 σ_3 分别是大主应力和小主应力, ε_1 , ε_3 分别是大主应变和小主应变。

式 (174)、(177) 的增量形式为

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_1 &= \frac{1}{E_t} d(\sigma_1 - u_a) - 2 \frac{\mu_t}{E_t} d(\sigma_3 - u_a) + \frac{1}{H_t} ds \\ d\varepsilon_3 &= -\frac{\mu_t}{E_t} d(\sigma_1 - u_a) + \frac{1 - \mu_t}{E_t} d(\sigma_3 - u_a) + \frac{1}{H_t} ds \end{aligned} \right\} \quad (178)$$

$$d\varepsilon_w = dp / K_{wt} + ds / H_{wt} \quad (179)$$

式中, 下标 t 表示切线的意义。

考虑两种特殊应力路径的三轴试验: ① σ_3 , u_a 和 s 都保持常数的三轴剪切试验; ② 净平均应力 p 保持常数的三轴收缩试验。在前一种试验条件下, 式 (178)、(179) 给出:

$$E_t = d(\sigma_1 - \sigma_3) / d\varepsilon_1 = dq / d\varepsilon_1 \quad (180)$$

$$\mu_t = -d\varepsilon_3 / d\varepsilon_1 \quad (181)$$

$$K_t = dq / (3d\varepsilon_v) \quad (182)$$

$$K_{wt} = dq / (3d\varepsilon_w) \quad (183)$$

式中, K_t , q 和 ε_v 分别是土的切线体积模量、偏应力和体应变。在后一种试验条件下, 式 (178)、(179) 给出:

$$H_t = 3ds / d\varepsilon_v \quad (184)$$

$$H_{wt} = ds / d\varepsilon_w \quad (185)$$

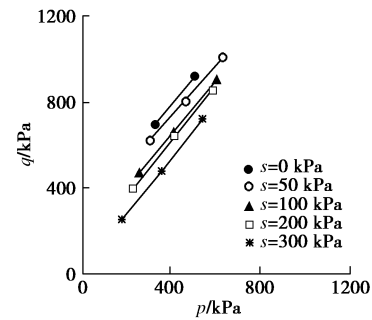


图 4 $p-q$ 平面上的强度包线

Fig. 4 Strength envelope in $p-q$ plane

式 (180) ~ (185) 就是用室内试验确定模型参数的理论依据。其中, μ_t 可用丹尼尔公式确定, 强度参数 c' , φ' 和 φ^b 的确定方法可参阅文献[51, 96]。

(2) 模型参数的变化规律及表达式

为了研究模型参数的变化规律, 根据式 (180) ~ (185), 共做了 3 种应力路径 22 个三轴排水试验^[98]。① 4 个净平均应力等于常数、吸力增大的三轴收缩试验; ② 14 个控制净室压力 ($\sigma_3 - u_a$) 和吸力 s 都为常数的三轴排水剪切试验; ③ 4 个吸力等于常数、净平均应力增大的各向等压试验。

文献[96, 98]给出了确定模型参数的方法及详细过程, 兹将相关结果引用如下。

非饱和土的切线杨氏模量 E_t 的表达式为

$$E_t = p_{atm} \left[1 - \frac{R_f(1 - \sin \varphi')(\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c' + s_f \tan \varphi^b) \cos \varphi' + 2(\sigma_3 - u_a) \sin \varphi'} \right]^2 \cdot (k^0 + m_1 \frac{s}{p_{atm}}) (\frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}})^n \quad (186)$$

式中 p_{atm} 是大气压, R_f 是破坏比, 取常数 (见表 4); k^0 , n 和 m_1 都是无因次常数。与邓肯 - 张模型相比, 非饱和土的切线杨氏模量公式增加了 φ^b , m_1 两个参数; 当吸力为零时, 就退化为饱和土的切线杨氏模量公式。

非饱和土的切线体积模量 K_t 的表达式为

$$K_t = K_t^0 + m_2 s \quad (187)$$

式中, K_t^0 和 m_2 为常数。当吸力为零时, 式 (187) 就退化为饱和土的切线体积模量 K_t^0 。

三轴收缩试验的 ε_v 和 ε_w 与 $\lg[(s + p_{atm}) / p_{atm}]$ 的关系都是线性的 (图 5), 用 $\lambda_v(p)$ 和 $\lambda_w(p)$ 分别表示它们的斜率, 则与基质吸力相关的土的切线体积模量和水的切线体积模量的表达式可分别为

$$H_t = 3 \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_v(p)} \quad (188)$$

$$H_{wt} = \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_w(p)} \quad (189)$$

表 4 重塑非饱和黄土的强度参数和非线性模型参数

Table 4 Strength parameters and non-linear model parameters of remolded unsaturated loess

| 吸力 /kPa | $(\sigma_3 - u_a)$ /kPa | q_f /kPa | p_f /kPa | ϕ' /($^\circ$) | c /kPa | $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ /kPa | 破坏比 R_f | | k | n |
|---------|-------------------------|------------|------------|-----------------------|----------|------------------------------------|-----------|------|------|------|
| | | | | | | | 试验值 | 均值 | | |
| 0 | 100 | 250 | 183.3 | 32.7 | 3.7 | 266 | 0.94 | 0.88 | 225 | 0.10 |
| | 200 | 480 | 360.0 | | | 543 | 0.88 | | | |
| | 300 | 720 | 540.0 | | | 862 | 0.84 | | | |
| 50 | 100 | 400 | 233.3 | 32.0 | 44.1 | 463 | 0.86 | 0.84 | 235 | 0.13 |
| | 200 | 644 | 414.7 | | | 775 | 0.83 | | | |
| | 300 | 850 | 583.3 | | | 1042 | 0.82 | | | |
| 100 | 100 | 472 | 257.3 | 31.6 | 57.6 | 568 | 0.83 | 0.81 | 260 | 0.10 |
| | 200 | 660 | 420.0 | | | 813 | 0.81 | | | |
| | 300 | 910 | 603.3 | | | 1149 | 0.79 | | | |
| 200 | 100 | 619 | 306.3 | 29.6 | 92.8 | 787 | 0.79 | 0.80 | 280 | 0.15 |
| | 200 | 800 | 466.7 | | | 980 | 0.82 | | | |
| | 300 | 1010 | 636.7 | | | 1282 | 0.79 | | | |
| 300 | 100 | 690 | 330.0 | 32.3 | 123.5 | 893 | 0.77 | 0.78 | * | * |
| | 200 | 919 | 506.3 | | | 1163 | 0.79 | | | |
| 均值 | | | | | | | 0.83 | | 0.12 | |

注：①*表示分析中发现吸力等于 300 kPa 的 k 过大而舍弃；②破坏比的差别系对硬化型和软化型应力 - 应变曲线采取不同破坏标准所致。

可见，二者均与当前的吸力有关。

试验表明， $\lambda_w(p)$ 随 p 变化不大，可视为常数；

而 $\lambda_e(p)$ 依赖于 p (图略)，

$$\lambda_e(p) = d\varepsilon_v / d \lg[(s + p_{atm}) / p_{atm}] = \lambda_e^0(p) + m_3 \lg[(p + p_{atm}) / p_{atm}] \quad (190)$$

式中， $\lambda_e^0(p)$ 是 $\lambda_e(p) - \lg[(p + p_{atm}) / p_{atm}]$ 坐标系中直线上相应于 $p = 0$ 的点的纵坐标， m_3 是直线的斜率，为常数。

与净平均应力相关的水的切线体积模量 K_{wt} 可按以下方法确定。发现同一吸力下的各种净室压力的三轴排水剪切试验的 $w - p$ 关系在破坏前可用直线近似 (图 6)，该直线上的含水率与同一净平均应力下的试验点的含水率之差小于 0.25%；各种吸力下的直线坡度 (用 $\beta(s)$ 表示) 彼此接近，可取其平均值，为常数。

把式 (176) 对 p 求导可得

$$K_{wt} = -(1 + e_0) / G\beta(s) \quad (191)$$

式(191)右边的负号表示含水率随着排水而降低。

因 $\beta(s)$ 为常数，故 K_{wt} 亦为常数。

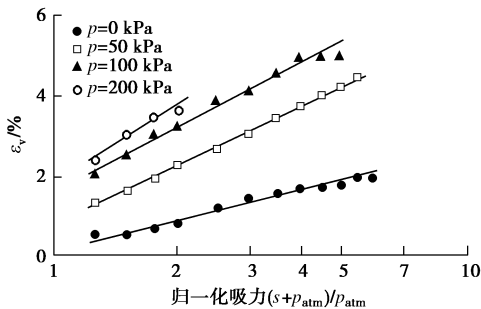


图 5 三轴收缩试验的 $w - \lg[(s + p_{atm}) / p_{atm}]$ 关系

Fig. 5 Relationship between w and $\lg[(s + p_{atm}) / p_{atm}]$ of triaxial shrinkage tests

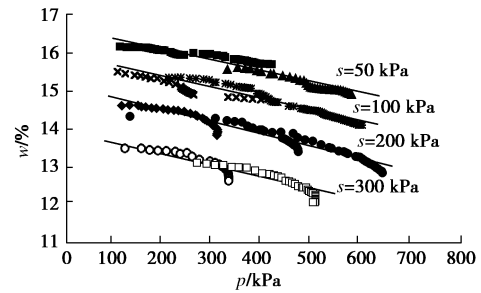


图 6 14 个三轴排水剪切试验的 $w - p$ 关系

Fig. 6 Relationship between w and p of triaxial drained shear tests

非饱和土的增量非线性模型包括土骨架的本构关系和水量变化两个方面，共含 13 个参数，即 c' ， ϕ' ， ϕ^b ， n ， k^0 ， m_1 ， R_f ， K_t^0 ， m_2 ， K_{wt} ， $\lambda_w(p)$ ， m_3 ， K_{wt} (或 $\beta(s)$)。当土处于饱和状态时，吸力等于零，只留下 6 个参数，即 c' ， ϕ' ， n ， k^0 ， R_f 和 K_t^0 ，本文模型退化为 Duncan-Chang 模型。确定全部参数只需要两种非饱和土的三轴试验：①三轴收缩试验；②吸力和净围压等于常数的三轴排水剪切试验。总之，该模型保留了邓肯 - 张模型的全部优点，是邓肯 - 张模型的合理推广。若增加卸载参数，此模型就可以用于卸载过程。

(3) 模型的应用

应用本文模型可以预测不排水试验 (又称为常含水率试验 CW) 中吸力的变化。在三轴压缩试验的不排水阶段，式 (187) 给出

$$d\varepsilon_w = dp / K_{wt} + ds / H_{wt} = 0 \quad (192)$$

把式 (189) 代入式 (192) 可得

$$ds = -\frac{H_{wt}}{K_{wt}} dp = -\ln 10 \frac{s + p_{atm}}{K_{wt} \lambda_w(p)} dp \quad (193)$$

此式表明：对硬化反应($dp>0$)，吸力将减小；对软化反应($dp<0$)，吸力将增大；当土样剪切达到临界状态时($dp=0$)^[99]，则吸力保持不变。

式(193)可改写为

$$\frac{ds}{s + p_{atm}} = -\frac{1}{\Omega} dp \quad (194)$$

式中，

$$\Omega = \frac{K_{wt} \lambda_w(p)}{\ln 10} \quad (195)$$

对建模试验所用黄土而言， K_{wt} 和 $\lambda_w(p)$ 都是常数，因而 Ω 亦为常数。

如果加载路径是单调的（即 p 总是增大或总是减小），积分式(194)两边可得

$$\ln \frac{s_1 + p_{atm}}{s_2 + p_{atm}} = \frac{1}{\Omega} (p_2 - p_1) \quad (196)$$

式中，下标1和2分别代表应力-应变曲线上的起点和终点，也可代表应力-应变曲线上任一段弧的起点和终点。若应力-应变曲线同时包含硬化段和软化段，则对式(195)的积分可分两段进行。

对于三轴不排水剪切阶段，若 σ_3 和 u_a 保持不变，则式(196)成为

$$\ln \frac{s_1 + p_{atm}}{s_2 + p_{atm}} = \frac{1}{3\Omega} [(\sigma_1 - \sigma_2) - (\sigma_1 - \sigma_3)] \quad (197)$$

a) 例1：各向等压常含水率试验中的吸力变化

Bishop等做过一个这种试验，土样是击实的Selset黏土^[100]。图7中的实线是试验曲线。选择试验曲线上的第1点和第6点确定参数 Ω ，把这两点的吸力和净平均应力代入式(196)，算得 $\Omega=637$ kPa。图7中其余各点的吸力值可由式(196)预测，计算结果在同一图中用虚线表示，与实验曲线比较接近。

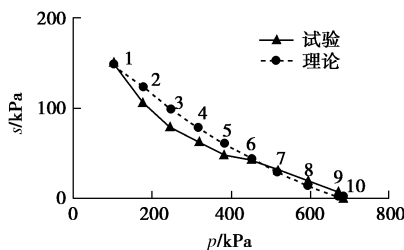


图7 理论计算与各向等压试验结果的比较

Fig. 7 Change of suction under hydrostatic pressure of Selset clay

b) 例2：常含水率三轴剪切试验中的吸力变化

Drumright进行了一系列常含水率三轴剪切试验^[101]，土样是Copper Tailings。试样先在某一净室压力下固结，然后进行排气不排水剪切。在剪切过程中记录吸力和偏应力。6个试样在剪切前的应力状态列于表5。

表5 试样在剪切前的应力状态^[101]

| Table 5 Stress states of copper tailings before shear | | |
|---|-----------|--------|
| 试验编号 | 净固结压力/kPa | 吸力/kPa |
| US11 | 15 | 49.8 |
| US12 | 15 | 150.1 |
| US18 | 50 | 49.3 |
| US19 | 50 | 149.3 |
| US24 | 150 | 48.6 |
| US25 | 150 | 145.3 |

试验US11的首尾两点用来确定式(197)中的参数 3Ω 。该试验结束时的应力状态为 $q=223.1$ kPa， $s=33.9$ kPa。据此算得 3Ω 等于1988 kPa。把此值代入式(34)计算6个试验过程中的吸力变化。计算结果与实测数据示于图8(a)~8(f)。除试验US24(图8(e))外，模型能反映试验过程中吸力的变化趋势。

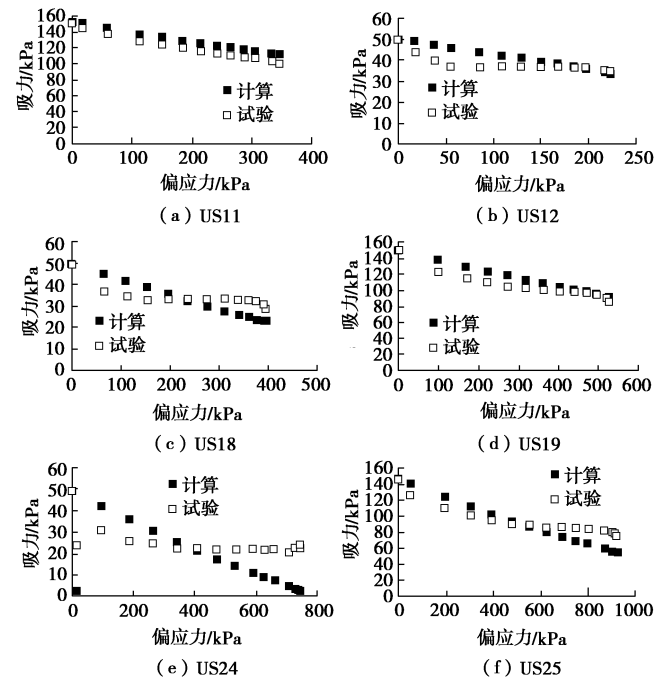


图8 常含水率三轴剪切过程中的吸力变化

Fig. 8 Change of suction during triaxial undrained shear

6.2 非饱和土的弹塑性模型

(1) 对巴塞罗那模型的验证与改进

非饱和土的第一个弹塑性模型最早由Alonso等提出^[102]，后来被称为巴塞罗那模型。该模型以修正剑桥模型为基础，考虑了吸力对非饱和土的压缩性、抗剪强度和屈服的影响。其主要特色是提出了两个屈服机理：加载湿陷屈服LC和吸力增加屈服SI。其中SI屈服的准则假定，当土的吸力 s 达到历史上受过的最大吸力 s_0 时（即 $s = s_0 = \text{const}$ ）就发生屈服，屈服面在 $p-q-s$ 坐标系中是一个平面；而LC屈服线在 $p-s$ 平面上的轨迹是一个经过理论推导和简化处理的理论成果，为该模型的精髓和创新。巴塞罗那模型的缺

点有二：①SI 屈服准则既无理论依据，也无试验的验证；②两个屈服面的耦合运动的，二者在 $p-q-s$ 空间有一条截交线（在 $p-s$ 平面的一个交点），给数值分析带来不便。

本节利用 6.1 节的 3 类试验对巴塞罗那模型进行分析验证^[98]。净平均应力保持常数而吸力逐级增加的三轴收缩试验用 ε_v-1gs 曲线确定屈服点（图 9）。由图 9 可见，吸力增加时，相应于净平均应力等于 5, 50 和 100 kPa 的屈服吸力大约都是 100 kPa，而试样曾受过的最大吸力是 20 kPa（即初始吸力）。这表明 Alonso 等提出的吸力增加屈服条件对所研究的重塑非饱和黄土并不适用。

吸力保持常数而净围压逐级增加的各向等压试验用 $v-1gp$ 曲线确定屈服点（图略），得到的屈服净平均应力汇于表 5；将屈服点绘在 $p-s$ 平面上（图 10），可见吸力越高，屈服净平均应力越大，这与 LC 屈服的概念一致。

图 9 中相应于平均应力等于 200 kPa 的土样没有发生明显的吸力增加屈服。从表 6 可知，当试样吸力在 200 kPa 以内时，屈服净平均应力不超过 200 kPa。因此，净平均应力等于 200 kPa 的试样已穿过了 LC 曲线而屈服了。

表 6 控制吸力的各向等压试验得到的土性指标

Table 6 Yield stresses of samples

| 吸力 /kPa | 屈服净平均应力/kPa | | |
|---------|------------------|------------------|-------|
| | (1) ^① | (2) ^② | 平均值 |
| 0 | 170 | 165 | 167.5 |
| 50 | 185 | 180 | 182.5 |
| 100 | 190 | 200 | 195.0 |
| 200 | 200 | 210 | 205.0 |

注：①用 ε_v-1gp 确定；②用 $v-1gp$ 确定。

上述事实表明：由吸力增加引起的屈服不仅取决于土在历史上曾受过的最大吸力，而且还与土的初始密度及净平均应力有关。当土的初始密度较低时，吸力增加时土就会在很低的吸力下屈服，从文献[103]的试验资料中可以找到这种情况的例证。文献[103]使数种黏性土在净总应力等于零的条件下从泥浆状态开始脱水，吸力从零开始增加。土的孔隙比在吸力很小时就急剧减小，表明土样发生屈服。屈服吸力不超过 10 kPa，与 $s = s_0 = \text{const}$ 表达的屈服条件接近。反之，若土的初始密度较高则土样在干缩时需要较高的吸力才能屈服，本文的土样就是例证。如果土样的初始孔隙比相当小，或如果净总应力大得足以引起 LC 屈服而导致土的压缩性大大减小，则土样就会对随后的吸力加载呈现弹性反应。换言之，土样的 SI 屈服受其 LC 屈服的影响。文献[51, 104]和本文的试验资料支持这

些观点。图 11 是文献[104]关于正常固结的 Jossigny 粉土的各种压力下的干缩试验资料，吸力从零增至 1000 kPa。当荷载等于 25, 50 kPa 时，土样发生屈服，屈服吸力均为 50 kPa 而不等于其初始吸力（0 kPa）。当荷载等于 200, 400 kPa 时，无明显屈服现象发生。该土样的这些性状与本文的重塑黄土土样的相似。

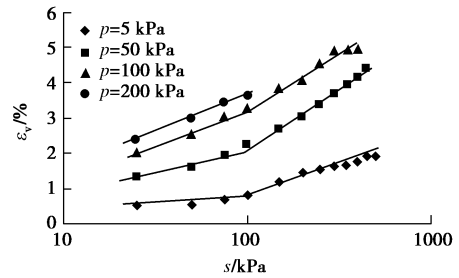


图 9 用 ε_v-1gs 曲线确定屈服点

Fig. 9 Determination of yield points by ε_v-1gs

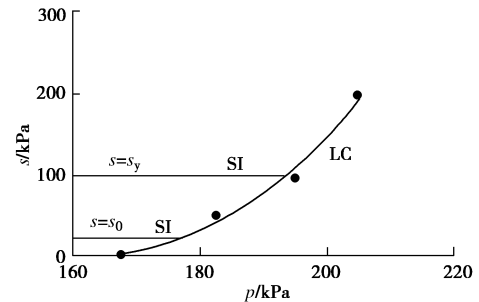


图 10 $p-s$ 平面上的屈服轨迹(汾阳机场重塑黄土)

Fig. 10 Yield loci of remolded loess on $p-s$ plane

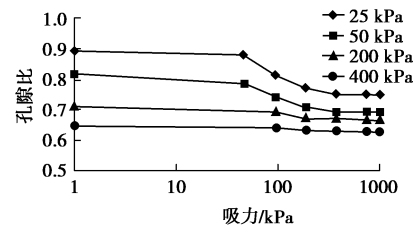


图 11 Jossigny 粉土的各种压力下的干缩试验

Fig. 11 Relationship between e and $lg s$ of Jossign silt

据此，笔者提出了一个新的吸力增加屈服准则^[16]，其表达式为

$$s = s_y = \text{const} \quad , \quad (198)$$

式中， s_y 是土的屈服吸力。由于 $s_y \geq s_0$ ，所以新屈服准则扩大了弹性区的范围（图 10）。

姚志华^[84]研究了兰州和平镇原状性 Q₃ 黄土及其共同密度、同含水率的重塑土的吸力屈服特性，其结果进一步支持上述论断（图 12）。土样的初始干密度、孔隙比、含水率、相对密度分别为 1.35 g/cm³，1.01，20.56% 和 2.72，初始吸力 30 kPa，但二者的屈服吸力却分别为 122 kPa 和 77 kPa。

如何判断非饱和土在三轴应力条件下是否屈服，这是一个尚需研究的问题^[105]。如把借助于 $\varepsilon_v - \lg p$ 曲线确定屈服点的方法用于三轴剪切试验资料时，所得屈服点在 $p - q$ 平面上分布得较离散。

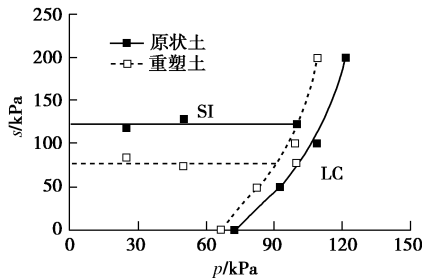


图 12 兰州和平镇原状 Q₃黄土及重塑土在 $p - s$ 平面上的屈服线

Fig. 12 Yield loci of Lanzhou loess on $p - s$ plane

考虑到三轴应力条件下土的屈服，不仅有球应力的影响，还有偏应力的贡献，笔者建议利用 $\varepsilon_v - \lg q/p$ 关系曲线确定屈服点^[98]，这是一个宏观现象学方法。吸力等于 0 和 100 kPa 的两组三轴试验的 $\varepsilon_v - \lg q/p$ 关系曲线示于图 13。从图 13 可知，三轴剪切试验的 $\varepsilon_v - \lg q/p$ 曲线的首尾部分可用直线近似拟合，两直线的交点所对应的应力即可作为屈服应力 (p_y, q_y)。把各试验的 (p_y, q_y) 绘在 $p - q$ 平面上 (图 14)，除一个点 (相应于 $s=100$ kPa 和 $\sigma_3 - u_a = 100$ kPa 的三轴试验) 与其余各点不够协调外，总的看来，屈服点的分布呈现良好的规律性。虽然利用图 14 上的点尚不足以确定屈服面的总体形状，但可以看出，屈服曲线随吸力增加向外扩展。这和 LC 屈服线在概念上是一致的。

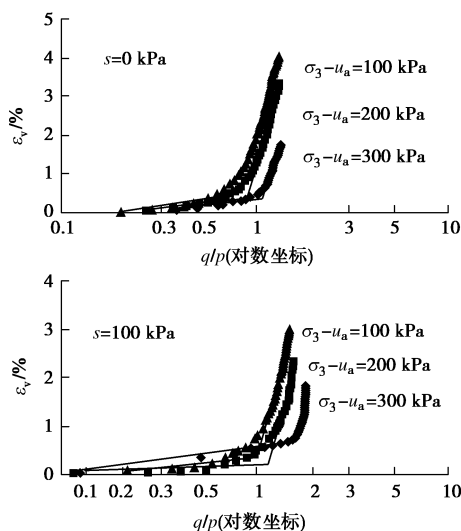


图 13 用 $\varepsilon_v - \lg q/p$ 关系曲线确定三轴剪切试验的屈服点
Fig. 13 Determination of yield points of triaxial shear tests by $\varepsilon_v - \lg q/p$

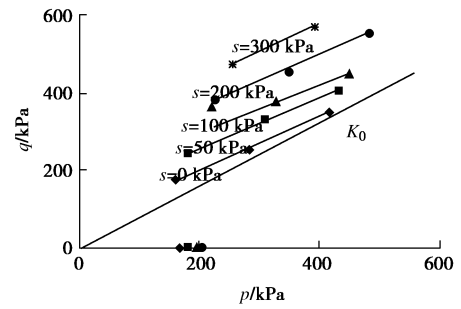


图 14 屈服点 $p - q$ 平面上的分布

Fig. 14 Yield points for various suctions on $p - q$ plane

如把 k_0 线 ($k_0 = 1 - \sin \phi'$) 和吸力保持常数而净围压逐级增加的各向等压试验确定的屈服点也绘在图 14 上，可以看出，屈服包线既不是文献[102, 106]所假定的长轴位于 p 轴上的椭圆 (即修正剑桥模型)，也不是文献[105]所说的对称于 k_0 线的椭圆。屈服包线的具体形式有待进一步研究。

(2) 非饱和土的统一屈服面模型

为了搞清 $p - s$ 平面上屈服线的全貌，共做了 7 个净平均应力和吸力同时变化的三轴排水试验，吸力增量与净平均应力增量之比在试验中保持常数^[107]。为了减小各试样间的差异，均先加载至 $p=5$ kPa 和 $s=25$ kPa 的应力点，保持 12 h，再加载至路径起点 A ($p=25$ kPa, $s=25$ kPa)。7 条路径 AB, \dots, AH 与 p 轴夹角分别为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ (图 15)。每级荷载中的净平均应力增量和吸力增量同步施加。稳定标准为体变每 2 h 不超过 0.006 cm^3 及加载时间不少于 48 h。每个试验历时 30 d 左右。这 7 条路径都使土从弹性状态变化到塑性状态，这样得到的屈服线将位于同一个初始屈服面上，从而直接得到 $p - s$ 平面上的初始屈服线。

在 7 条路径中， p 和 s 所占比重各不相同，取占比重大的变量 p 或 s 作为横坐标，土的比容 $v = 1 + e$ 为纵坐标。路径 $AB \sim AE$ 采用 $v - \lg p$ 坐标，而 $AF \sim AH$ 采用 $v - \lg s$ 坐标。将屈服点描绘在 $p - s$ 平面上，得到一条光滑曲线，就是 $p - s$ 平面上的初始屈服线 (图 16)，可看成是 LC 屈服线和 SI 屈服线的包络线，称之为统一屈服线。其数学表达式为^[107]

$$p_0 = p_0^* + \xi s - \zeta [e^{\eta \cdot s / p_{atm}} - 1] \quad (199)$$

式中， η, ξ 和 ζ 均为土性参数， p_0^* 是饱和土的屈服应力， p_{atm} 为大气压。将屈服线的数学公式代入巴塞罗那模型，就得到统一屈服面，其表达式为

$$f(p, q, s) = q^2 - M^2(p + p_s)(p_0 - p) = 0 \quad (200)$$

屈服面的空间形式如图 16 所示。类似于饱和土，如把看成是塑性体应变的函数，则空间屈服面将随土

的硬化向外扩展, 从而省去了分析两条屈服线 (LC 和 SI) 耦合运动的麻烦。

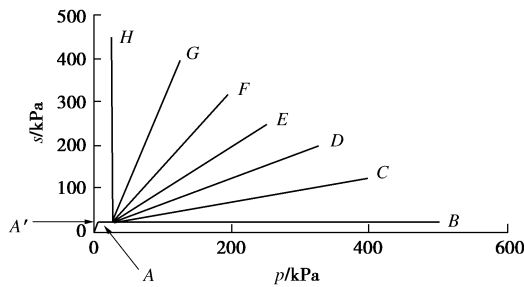
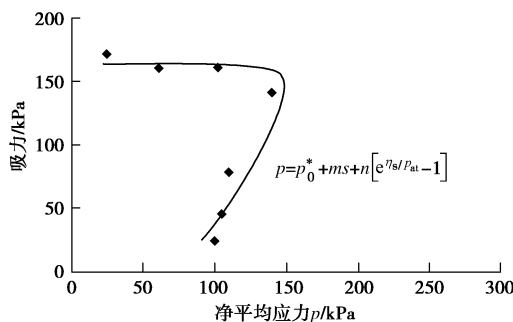
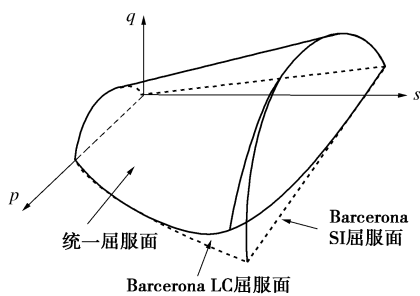


图 15 $p-s$ 平面上的径向应力路径试验
Fig. 15 Stress paths of tests on $p-s$ plane



(a) $p-s$ 平面上的统一屈服线



(b) $p-s-q$ 空间的屈服面

图 16 统一屈服线和统一屈服面的空间形式

Fig. 16 Unified yield locis and yield surfaces

6.3 湿陷性黄土的结构模型

(1) 广义湿陷系数

通常采用竖向湿陷系数 δ_s 作为评价黄土湿陷性的主要指标。由于其测定方法简便, 故得到工程界的广泛应用, 至今仍作为湿陷性黄土地基分类划级、预测湿陷量的依据^[108]。不过, 压缩试验所模拟的应力-应变不符合地基情况。事实上, 黄土地基在局部荷载作用下湿陷, 不仅有竖向位移, 而且有水平变形^[109-112], 仅用湿陷系数 δ_s 描述湿陷变形是不全面的。为了描述黄土在复杂应力状态下的湿陷性, 笔者提出了三个广义湿陷系数^[113-114], 即湿陷体应变、湿陷偏应变和湿陷性应变罗德角, 分别用 ε_v^{sh} , ε_s^{sh} 和 θ_ε^{sh} 表示如下:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_v^{sh} &= \varepsilon_1^{sh} + \varepsilon_2^{sh} + \varepsilon_3^{sh}, \\ \varepsilon_s^{sh} &= \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_1^{sh} - \varepsilon_2^{sh})^2 + (\varepsilon_2^{sh} - \varepsilon_3^{sh})^2 + (\varepsilon_3^{sh} - \varepsilon_1^{sh})^2]^{1/2}, \\ \theta_\varepsilon^{sh} &= \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3'}{(J_2')^{3/2}}\right). \end{aligned} \right\} \quad (201)$$

式中, J_2' 和 J_3' 为湿陷偏应变的第二和第三不变量。广义湿陷系数为用现代土力学知识和三轴仪研究黄土的湿陷性提供了方便。

(2) 宏观湿陷变形特征及其与细观结构的关系

黄土的湿陷变形与塑性变形有相似之处, 即与应力路径有关 (即与加荷次序有关)。若把水视为一种广义的力, 则湿陷变形就与水和力对土的作用次序有关, 即先加力后浸水与先浸水后加力所产生的湿陷变形是不同的。相应的试验方法有单线法和双线法之分。一般认为, 单线法比较符合工程实际, 而双线法似与实际情况不符, 但试验比较简便。

为了揭示黄土在复杂应力状态下的湿陷变形特征和细观结构演化规律, 笔者应用应力控制三轴仪对洛川 Q_3 黄土做了一系列在加载过程中保持主应力比 ($K = \sigma_3 / \sigma_1$) 等于常数、待加载到一定应力状态时浸水至饱和的三轴湿陷试验^[113], 可称之为三轴单线法; 20 多年后, 笔者等应用 CT-三轴仪对宁夏扶贫杨黄工程的 Q_3 黄土、陕西蒲城电厂三期工地的 Q_2 黄土和甘肃兰州理工大学后山的 Q_3 黄土做了多种应力路径的 CT-三轴加卸载-湿陷试验^[115-122]。试验的具体实施方案汇于表 7, 8。

洛川 Q_3 黄土的三轴湿陷试验结果示于图 17, 宁夏扶贫杨黄工程 11 号泵站场地黄土在加卸载过程和浸水过程中的细观结构演化的 CT 照片示于图 18 中。图 17, 18 表明, 黄土湿陷有以下特征。

a) 主应力比 K 对湿陷变形的影响很大, 不同 K 值的湿陷变形曲线具有不同的形态。当 $K \geq 0.4$ 时, 曲线上有一明显的拐点, 把曲线分成两部分: 前段下凹, 后段上凹; $K=0.3$ 时, 曲线只有下凹部分; $K=0.2$ 时, 试样在湿陷过程中变形很不均匀, 试样下部断面明显胀大, 标志着试样已破坏 (图中用虚线表示); $K < 0.2$ 时, 试样未进行到底就破坏。表 2 是 $K=0.15$ 、 $\sigma_3 = 17.65$ kPa、 $\sigma_1 - \sigma_3 = 100$ kPa 的湿陷变形试验表明, 在浸水 25 min 后, 试样的上部尚未浸湿, 下部已变成泥浆。

b) 湿陷变形曲线上的拐点反映了黄土在湿陷过程中结构和强度的变化。在拐点以前主要是原有结构的破坏和强度的丧失; 在拐点以后则既有原结构的破坏和强度的丧失, 又有新结构和强度的形成。由于“增长”的因素大于“消失”的因素, 因而曲线表现为上

升的趋势。对于较小的 K ，由于 q/p 较大，“消”的因素大于“长”的因素，新的稳定结构不可能形成，故曲线只有下凹部分。转点的位置与 K 有关。一般说来，转点的剪应力 q_t 随 K 的增大而减小。这是因为土样新结构的形成和强度的增长主要靠球应力使土变密， K 越大对应于同一剪应力的球应力越大，因而体

变越大，土越密实，强度增长越快，“长”大于“消”的局面出现得越早。所以转点在 $p-\epsilon_v^{sh}$ 和 $q-\epsilon_s^{sh}$ 曲线上的不同位置，也反映了不同应力状态下黄土浸水后结构强度的改变。在接近转点时，曲线斜率接近于零，反映了黄土浸水后残余强度的丧失导致了土结构的崩解，在该瞬间，土的结构最低。

表 7 陕西洛川县黑木沟 Q_3 黄土湿陷试验统计表^[81]

Table 7 Collapse tests on Q_3 loess in Heimugou of Luocuan County of Shaanxi Province

| 试验方法 | | 单线法 (共 40 个试验) | | | | | | 双线法(共 3 个试验) | | | |
|-----------------|--------------|---|------|------|------|------|------|--------------|---------------------------|-----|-----|
| 等应力比 K | | 0.15 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 1.00 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
| 浸水前的偏应力 /kPa | 100 | | | | 80 | | | 100 | | | |
| | | | | | 100 | 50 | 40 | 100 | | | |
| | | | 40 | 70 | 115 | 80 | 80 | 150 | | | |
| | | | 60 | 100 | 125 | 90 | 90 | 200 | 各做一个试验，浸水前围压 等于 20 kPa | | |
| | | | 80 | 125 | 150 | 100 | 100 | 250 | | | |
| | | | 100 | 140 | 175 | 150 | 150 | 300 | | | |
| | | | 120 | 150 | 200 | 200 | 200 | 400 | | | |
| | | | | | 200 | 300 | 300 | 500 | | | |
| | | | 300 | | | | | | | | |
| 单向湿陷试验 | | 9 个试验 浸水前轴向压力 = 50, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 kPa | | | | | | | | | |
| 对比 试验 | 三轴 | 围压 = 100 kPa, 偏应力 = 150 kPa (和 $K=0.4$, 偏应力 = 150 kPa 的试验结果对比) | | | | | | | | | |
| | 单线法 (2 个) | 围压 = 100 kPa, 偏应力 = 100 kPa (和 $K=0.6$, 偏应力 = 100 kPa 的试验结果对比) | | | | | | | | | |
| 常规三 轴试验 | 原状 | 固结排水剪试验 4 个, 围压 = 100, 150, 250, 300 kPa | | | | | | | | | |
| | 饱和 | 固结不排水剪试验 3 个, 围压 = 100, 200, 300 kPa | | | | | | | | | |
| 试验总数/个 | | 61 | | | | | | | | | |

表 8 原状黄土在加卸载过程和浸水过程中细观结构演化的 CT-三轴试验

Table 8 CT-triaxial tests on meso-structure evolution of intact loess during loading and inundation

| 取样地点/研究者 | 土类 | 试验分类编号(根据试验条件和应力路径) | 试验数 | 图像数 | 试验时间 |
|---------------------------------|-------------------|--|-----|-----|-------------------|
| 宁夏扶贫扬黄工程 #11 泵站 (朱元青,陈正汉) | 原状湿陷性 Q_3 黄土 | ① 第 1 阶段: 吸力 = C , 净围压 = C , 偏应力 = C | 6 | 273 | 2007 年— 2008 年 |
| | | 第 2 阶段: 逐渐浸水, 对 6 个横断面扫描 7~9 次 | | | |
| | | 第 3 阶段: 围压 = C , 偏应力增加 | | | |
| 陕西蒲城电厂 三期工程工地 (方祥位,陈正汉) | 原状 Q_2 黄土 | ② 吸力 = C 且 净围压 = C | 8 | 84 | 2008 年 |
| | | ③ 含水率 = C 且 室压力 = C | 4 | 42 | |
| | | ④ 室压力 = C 且 偏应力 = C , 浸水到饱和 | 4 | 124 | |
| | | ⑤ 第 1 阶段: 吸力 = C 且 净围压 = C | 12 | 168 | |
| 第 2 阶段: 轴压 = C , 净侧压力减小到破坏 | | | | | |
| 兰州理工大学 (李加贵,陈正汉) | 原状湿陷性 Q_3 黄土 | ⑥ 第 1 阶段: 吸力 = C 且 净围压 = C | 9 | 90 | 2010 年 |
| | | 第 2 阶段: 浸水到饱和 | | | |
| | | ⑦ 第 1 阶段: 吸力 = C 且 净围压 = C | 3 | 24 | |
| 第 2 阶段: 浸水到饱和 | | | | | |
| 第 3 阶段: 轴压 = C , 侧压力减小到破坏 | | | | | |
| | | ⑧ 第 1 阶段: 吸力 = C 且 净围压 = C | 3 | 42 | |
| | | 第 2 阶段: 轴压 = C , 净侧压力减小到预定值 | | | |
| | | 第 3 阶段: 浸水到饱和 | | | |
| 合计 | | | 49 | 847 | |

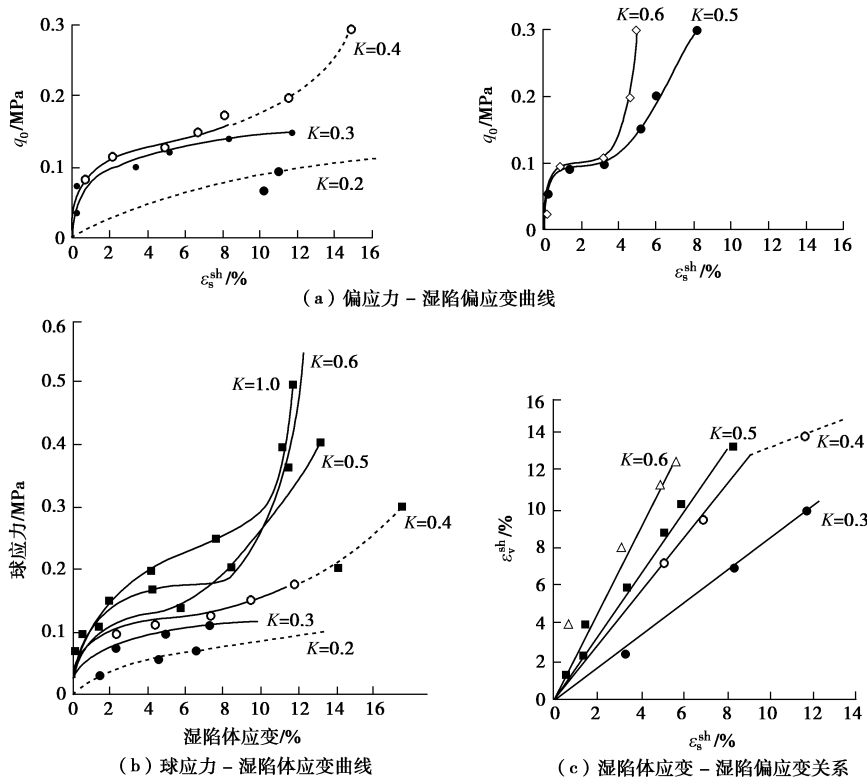


图 17 洛川 Q₃ 黄土的应力应变关系

Fig. 17 Relationship between stress and strain of Luochuan Q₃ loess

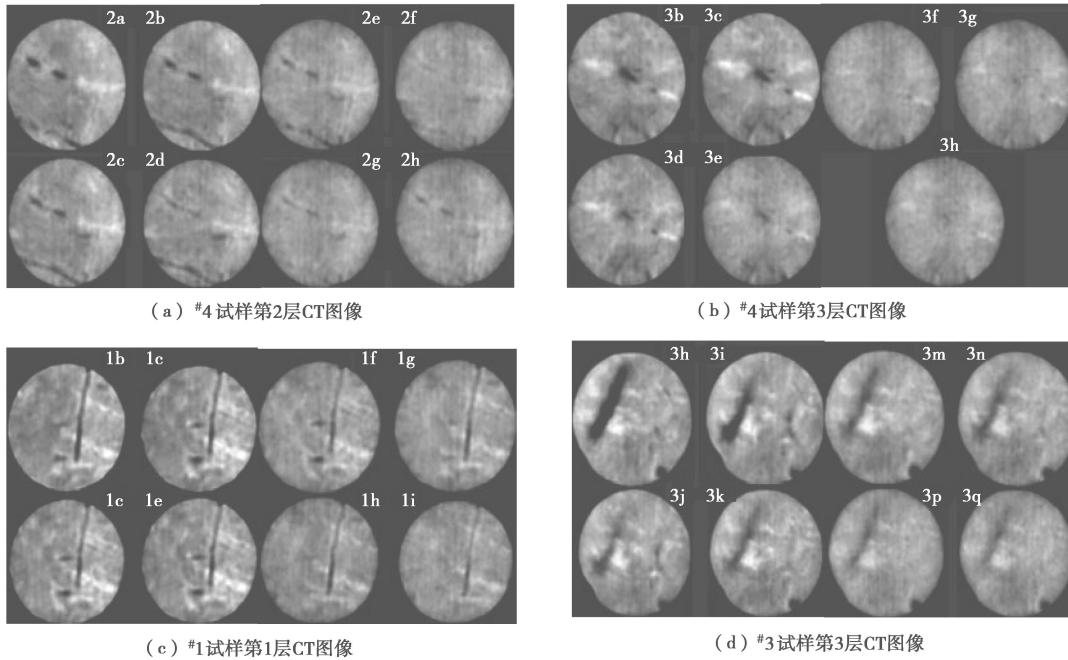


图 18 宁夏泵站 Q₃ 黄土 CT 扫描图像

Fig. 18 CT images of samples of Ninxia loess

c) 黄土在三轴应力状态下的湿陷变形的确表现为体积和剪切变形两方面。当 K 较大时，主要表现为湿陷体积变形；当 K 较小时，主要表现为湿陷剪切变形。例如：当 $K=0.2$ 、 $P=34.32$ kPa、 $q=58.84$ kPa 时， $\varepsilon_v^{sh}=1.3\%$ ， $\varepsilon_s^{sh}=10.3\%$ 。这种塑性体积变形较小而塑性剪切变形急剧发展的现象，类似于塑性流。不过，黄土的湿陷塑性变形与塑性理论中的塑性变形机理有

所不同。湿陷变形是由于土中水分变化（或者说是吸力状态改变）导致土结构的变化，水与力共同作用引起的附加变形；而后者则纯粹是由于应力引起的。

d) 球应力和偏应力都能导致湿陷，且它们对湿陷体变和湿陷偏应变有交叉影响。例如，当 $K=1$ ，在各向等压为 245.17 kPa 的作用下， $\varepsilon_v^{sh}=7.73\%$ ，按各向同性计算， $\varepsilon_1^{sh}=2.5\%$ ，其值不可忽视。湿陷就意味

着土结构的破坏。球应力所以能引起黄土结构的破坏在于黄土的特殊结构。根据文献高国瑞对黄土显微结构的研究,湿陷黄土具有粒状架空接触式结构,其内部存在着孔径远比构成孔隙土粒为大的架空孔隙(不同于大孔隙)。这种结构即使土样受到均压作用,土骨架中的应力却非均匀分布,在土粒的胶结物上将发生应力集中,使胶结物受到压、剪、弯扭的组合应力作用。随着水的浸入,黄土的加固黏聚力破坏,连结强度减弱,黄土的骨架就会失去稳定,土粒重新排列,架空孔隙周围的颗粒将落入孔隙内,造成湿陷现象。不像正常固结土那样,在球应力作用下只产生塑性屈服和硬化,没有突变变形发生。

e) 在一定应力状态下,黄土的原有结构破坏,并能形成新的稳定结构,软硬化相伴而生。在宏观表现为湿陷变形曲线由下凹段和上凹段两部分组成,试样结构经历了先破坏湿陷、再逐渐压密以至形成新结构的过程;在 CT 图上表现为原状土样中的空洞和裂隙逐渐减小以至消失,并逐渐形成一个均质密实的新结构;在 CT 数上表现为 CT 数均值不断增大,方差不断减小,直到二者达到稳定值。

以宁夏杨黄工程的#4 试样为例。浸水前该试样的干密度 $=1.32 \text{ g/cm}^3$,初始吸力 $=250 \text{ kPa}$,净围压 $=100 \text{ kPa}$,偏应力 $=0 \text{ kPa}$ 。仅受静水压力作用,该试样的结构在湿陷过程中发生了质的变化。从 CT 图像上看(图 18(a)、18(b)),试样断面由原来明显非均质(甚至有裂隙)演变到相当均质;从该试样的 CT 数据看,从图 2(b)到 2(c),CT 数均值由 829.06 变为 983.26,增加了 154.2;而从 2(f)到 2(g)及 3(f)到 3(g),CT 数均值仅在小数部分有变化,方差也较接近,反映这两个断面的新结构已经形成,而且相当均质。

由此可知:①湿陷后的黄土不等于其强度完全丧失,相反,会有新的强度产生,湿陷后的黄土地基经过一定时间仍能达到新的稳定,稳定程度取决于应力状态;换言之,球应力和偏应力对湿陷体变和湿陷偏应变有交叉影响;②黄土湿陷的宏观反应与其微观结构演化是密切关联的,CT 技术能为建立黄土微观结构的演化方程和黄土的结构性模型提供了切实可行途径,而不是仅仅做凭空假设。

f) 低应力下浸水或较高应力单独作用都难以使大孔隙破坏。例如,宁夏杨黄工程的#1 试样先在 100 kPa 各向等压下湿陷,再施加偏应力。图 18(c)的 1b~1h 是湿陷阶段,由于应力水平低,土中的大孔隙没有明显的变化;1i 对应于湿陷后施加偏应力等于 50 kPa ,大孔隙基本消失。再如,3 号试样先在 100 kPa 各向等压下固结,接着逐级施加偏应力到 200 kPa 变形稳定(图 18(d)的 3h),大孔隙尚清晰可见,这时该断面

上的大孔隙直径为 4.4 mm ,长度为 22.9 mm ;随后浸水湿陷(图 18 的 3i~3q),大孔隙基本消失。

关于黄土中不同直径孔隙对湿陷性的贡献,学者们根据各自的研究结果得出了不同的结论。高国瑞依据扫描电镜的观察,认为湿陷主要由粒状架空孔隙引起,这一认识也是学术界的主流观点。杨运来通过对湿陷前后孔径的统计发现:黄土中半径小于 0.054 mm 的孔隙体积占总孔隙体积的 97%,而半径大于 0.208 mm 的孔隙几乎不存在,细孔隙的含量也仅有 15%左右。湿陷以后,半径大于 0.054 mm 的孔隙几乎全部破坏。

笔者等对宁夏#11 泵站 Q_3 黄土、兰州理工大学后山 Q_3 黄土和蒲城电厂 Q_2 黄土的研究发现,在湿陷过程后,肉眼可见的中小孔隙一般都消失了;但大孔隙是否会破坏消失,取决于浸水和作用力两个因素。例如, Q_2 黄土在三轴剪切试验直到破坏(应变硬化型,轴向应变达 15%),有的大孔隙仍然存在(图 19);其湿陷试验发现,个别大孔隙的孔径有所减小,但并不消失(图 20)。

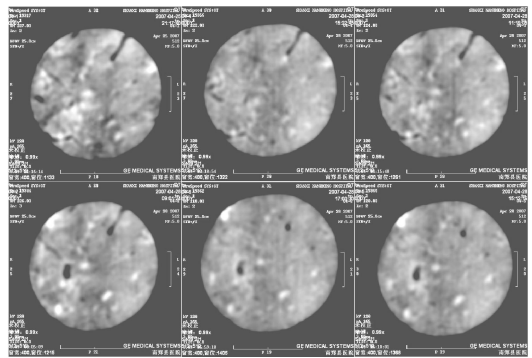


图 19 蒲城电厂原状 Q_2 黄土(L3 层)#4 试样的三轴剪切中的 CT 图片(应变硬化型)(试样干密度 $=1.43 \text{ g/cm}^3$,吸力 $=300 \text{ kPa}$,净围压 $=100 \text{ kPa}$)

Fig. 19 CT images of sample No. 4 of Q_2 loess in Pucheng Power Plant

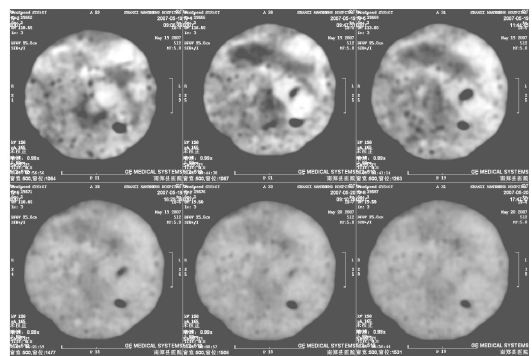


图 20 蒲城电厂原状 Q_2 黄土#12 试样在三轴湿陷中第 3 层的 CT 图片

Fig. 20 CT images of 3rd layer of sample No. 12 of Q_2 loess in Pucheng Power Plant

(3) 湿陷变形的全量非线性本构模型及其应用

黄土的结构在湿陷前后发生重大变化, 反映在湿陷变形 - 应力曲线上就是转点前后变形曲线具有不同的形态 (图 17 (a)、17 (b)), 故对其进行数学描述宜分段处理^[113]。此法虽然浅显, 但能直观反映湿陷变形的非线性、结构性和应力状态的影响、以及球应力和偏应力的交叉效应, 具有直截了当、过程透明、结果简洁、参数易定、便于应用等突出优点。

a) 转点前的 ε_v^{sh} 和应力状态的关系。对于每一应力比 K , 转点前的 $p - \varepsilon_v^{sh}$ 关系曲线接近双曲线, 故可用下式描述:

$$p = \frac{\varepsilon_v^{sh}}{a + b\varepsilon_v^{sh}}, \quad (202)$$

式中, $1/a$ 是 $p - \varepsilon_v^{sh}$ 曲线的起始斜率, 它反映产生湿陷的难易程度, $1/b$ 是双曲线的渐近线相应的球应力。 a, b 与 K 的关系由下式确定:

$$a = 0.2865 + \frac{1 - 1.6667K}{8.2035K - 1.9767}, \quad (203)$$

$$b = 0.7487 - 2.8508 \times 10^{-5} e^{15K}. \quad (204)$$

综合式 (203)、(204) 可以解得

$$\varepsilon_v^{sh} = \frac{ap}{1 - bp} = \frac{\left(0.2865 + \frac{1 - 1.6667K}{8.2035K - 1.9767}\right)p}{1 - (0.7487 - 2.8508 \times 10^{-5} e^{15K})p}. \quad (205)$$

b) 转点后的 ε_v^{sh} 和应力状态的关系。可用幂函数表示

$$p = \alpha(\varepsilon_v^{sh})^\beta, \quad (206)$$

$$\alpha = 0.9369 - 1.5419K, \quad (207)$$

$$\beta = \frac{K}{1.2274 - 1.6347K}. \quad (208)$$

由式 (206) 解出

$$\varepsilon_v^{sh} = (p/\alpha)^{1/\beta} = \left(\frac{p}{0.9369 - 1.5419K}\right)^{\frac{1.2274 - 1.6347}{K}}. \quad (209)$$

c) 转点的轨迹方程式

应用式 (205)、(209) 计算 ε_v^{sh} 时, 需要先知应力点是在转点以前或以后, 为此, 须建立转点的轨迹方程。图 21 是转点球应力 p_t 与 K 的关系曲线, 其数学表达式为

$$p_t = 1.14 + \frac{K - 0.30}{2.91 - 4.10K}, \quad (210)$$

这就是应用式 (205)、(209) 计算 ε_v^{sh} 的判别准则。

d) ε_s^{sh} 和应力状态的关系

图 15 (c) 是 ε_v^{sh} 和 ε_s^{sh} 的关系曲线 (含转点前后), 它们近似一簇过原点的直线, 可表达为

$$\varepsilon_v^{sh} = \lambda \varepsilon_s^{sh}, \quad (211)$$

式中, 斜率 λ 和 K 成线性关系,

$$\lambda = 4.470K - 0.444, \quad (212)$$

λ 可定义为湿陷变形比。从式 (209) 可知, 湿陷剪应变随 K 的增大而减小。

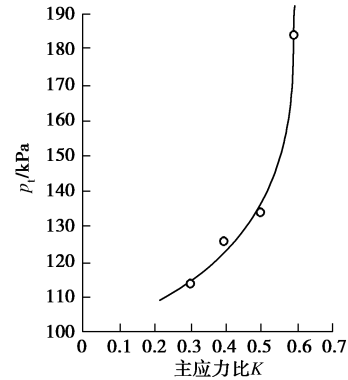


图 21 转点的球应力与主应力比的关系

Fig. 21 Relationship between spherical stress at turning point and ratio of principal stress

转点以前, 结合式 (205)、(211)、(212) 得

$$\varepsilon_s^{sh} = \frac{ap}{(4.470K - 0.444)(1 - bp)}, \quad (213)$$

再把 $p = \frac{1 + 2K}{3(1 - K)}q$ 代入式 (213) 则得

$$\varepsilon_s^{sh} = \frac{\bar{a}q}{1 - b\bar{q}}, \quad (214)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= \frac{1 + 2K}{3(1 - K)(4.470K - 0.444)}a, \\ \bar{b} &= \frac{1 + 2K}{3(1 - K)}b. \end{aligned} \right\} \quad (215)$$

转点以后, 结合式 (209)、(211)、(212), 并把

$p = \frac{1 + 2K}{3(1 - K)}q$ 代入则得

$$\varepsilon_s^{sh} = \frac{\varepsilon_v^{sh}}{\lambda} = \left(\frac{q}{\bar{a}}\right)^{1/\bar{\beta}}, \quad (216)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= \frac{\lambda\beta}{(1 + 2K)/3(1 - K)}, \\ \bar{\beta} &= \beta. \end{aligned} \right\} \quad (217)$$

比较式 (213)、(216) 和式 (205)、(209) 可知, $\varepsilon_v^{sh} - p$ 与 $\varepsilon_s^{sh} - q$ 具有类似的函数关系, 仅变形参数不同而已。还应注意到这 4 个表达式中的 $K = \frac{3 - \eta}{3 + 2\eta}$ 和 $\eta = q/p$, 故这 4 式都反映了湿陷变形对

应力状态和应力路径的依赖关系。很明显它们都是非线性关系, 是相互间有交叉影响, 这也是黄土湿陷变形的重要特点。

应用以上本构关系, 通过计算分析, 得到了在外荷作用下地基湿陷变形的规律: ①最大分层湿陷应变出现在 (0.5~1.0) b 内 (b 为基础宽度); ②在基础

下(0~2)b范围内的湿陷量占总湿陷量的80%以上,即附加荷载湿陷量的大部分集中在压缩层范围;③基础下(0.5~1.0)b内产生较大的侧向位移,促使基础下的土体侧向挤出,加剧了竖向湿陷变形。这些规律与有关单位在兰州钢厂和陕西张桥等地载荷浸水试验结果^[109-111]比较接近(图22和图23)。

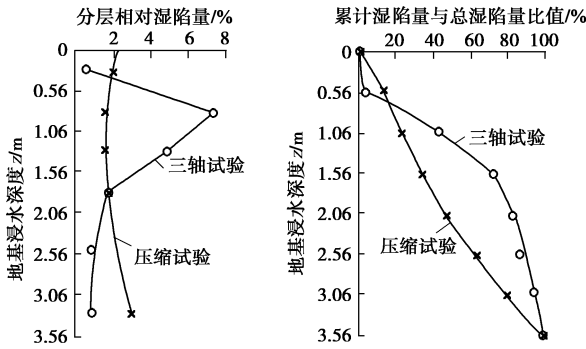


图 22 计算湿陷变形的竖向分布 (b 为基础宽度)
Fig. 22 Predicted vertical distribution of collapse

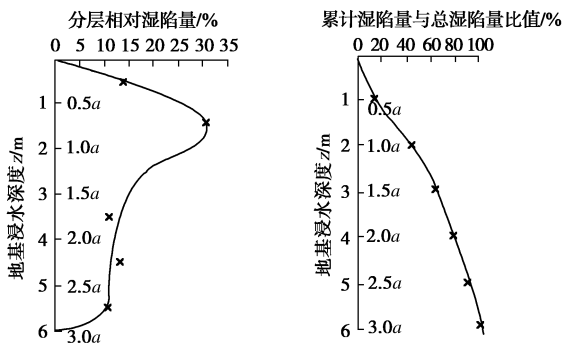


图 23 兰州钢厂载荷浸水试验结果 (基础宽度 2 m)
Fig. 23 Inundation test results of Lanzhou Steel Mill
(4) 湿陷准则

穆斯塔伐耶夫认为,黄土湿陷是因为应力超过了黄土的浸水强度,从而使土的应力状态达到了极限平衡造成的。穆氏研究发现,强度参数 c , φ 和静止侧压力系数 ξ 都是含水率的函数。据此提出了包括含水率影响的广义 M-C 准则^[123]亦即黄土发生湿陷的初始条件:

$$\sin \varphi(w) = \frac{\sigma_1^q - \sigma_3^q + [1 - \xi(w)]\sigma_{1c}(w)}{\sigma_1^q + \sigma_3^q + [1 + \xi(w)]\sigma_{1c}(w) + 2c(w) \cdot \cot \varphi(w)} \quad (218)$$

式中, σ_{1c} 是竖向自重应力, σ_1^q , σ_3^q 分别是荷载引起的附加大、小主应力增量。在此,穆氏有可能忽视了附加主应力的方向不一定与自重应力相同。

众所周知, M-C 准则只能描述剪切破坏。从本节前述可知,单纯的球应力作用也可以引起黄土湿陷;

黄土发生有限的湿陷变形后有可能形成新的稳定结构,而不会破坏失去承载能力。由此观之,把 M-C 准则作为黄土湿陷的起始条件是不合适的。加之湿陷变形有大有小,据此可知,剪切破坏的条件比发生湿陷的初始条件苛刻。

鉴于上述,寻求新的判别湿陷初始条件就显得很必要。可以根据湿陷初始压力的概念提出以下确定湿陷初始条件的方法。所谓湿陷初始压力,通常是指在饱水时能引起黄土湿陷的最小压力。从理论和实验方面精确确定这一压力的数值是困难的,因而黄土规范建议,取相应于湿陷系数 $\delta_s = 0.015$ 时的压力作为湿陷初始压力。当然这只是对侧限压缩试验而言。对于承重地基,不同部位具有不同的湿陷初始压力。换言之,湿陷初始压力与应力状态相关。为了能与黄土规范协调,笔者取三轴试验的 $\epsilon_1^{sh} = 1.5\%$ 对应的应力状态为湿陷初始的应力状态。利用式 (202),可以确定不同 K 值下的湿陷初始压力 (p , q),把这些点标在 $p-q$ 坐标中,其包络线接近圆形(图 24),轨迹方程为

$$(p - p_0)^2 + (q - q_0)^2 = R^2 \quad (219)$$

式中 p_0 , q_0 , R 分别是圆心座标值和圆的半径,都是含水率 w 的函数。当含水率变化时,用相同的方法,可以求得湿陷初始压力轨迹曲线族。图 24 中的 w_0 代表饱和水情况, w_1, w_2, \dots 则是未饱和情况。式 (219) 就是湿陷变形发生的初始条件,或称为湿陷准则^[114]。

受上述工作的启发^[124],苗天德等^[125-126]提出了黄土湿陷的突变模型,他们在 1999 年导出的湿陷准则^[126]与式 (219) 的形式相同。

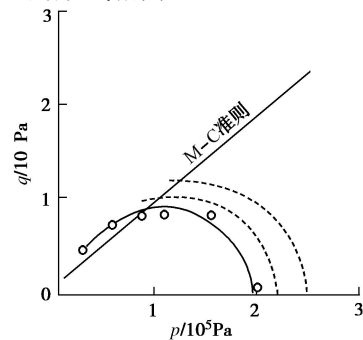


图 24 黄土的湿陷准则随含水率的变化
Fig. 24 Determination of collapse criteria for loess

另一方面,由洛川原状黄土的饱和后的三轴快剪试验(表 6)测得其黏聚力等于 7.84 kPa,内摩擦角等于 20.9° ;据此可用下式推算出在 $p-q$ 坐标系中相应破坏线的倾角 $\bar{\varphi} = 39^\circ$ 和截距 $\bar{c} = 16.7$ kPa:

$$\left. \begin{aligned} \tan \bar{\varphi} &= \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \\ \bar{c} &= \frac{6c \cdot \cos \varphi}{3 - \sin \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (220)$$

$p - q$ 坐标系中破坏线的方程为

$$q = p \tan \bar{\phi} + \bar{c} \quad (221)$$

则黄土的湿陷准则线就是园位于破坏线以下的弧段式 (219), 弧的顶点即园与破坏线的交点, 其坐标可把式 (219) 和式 (221) 联立求得。

(5) 确定三轴应力状态屈服点的细观方法

试样某一断面的 CT 图像实际上就是其上物质点的密度分布图。由 CT 试验可得两个数据: CT 数和方差, 分别用符号 HU (或 H, 或 ME) 和 SD 表示, 代表扫描断面上的物质点的平均密度和密度差异。CT 数反映了选定区域所有物质点的平均密度, CT 数越大, 土越密实, 土颗粒之间的联结越强, 故 CT 数可反映土颗粒联接的强弱程度; 方差反映选定区域物质点密度的不均匀程度, 方差越小, 土颗粒排列分布越均匀, 反之均匀性越差, 故 SD 可反映土粒排列的均匀程度。综合而言, CT 数据能反映土的结构性强弱。土粒、水和空气的 CT 数相差甚远, 在 CT 图像上裂隙和空洞等缺陷很容易识别。

黄土具有很强的结构性, 在荷载较小时能保持原有结构, 变形小, CT 数变化也小; 当荷载较大时, 土的结构发生屈服, 变形速率增大, CT 数应有所反映。基于这一认识, 方祥位、陈正汉和朱元青提出了用 CT 数据确定屈服点的方法^[115, 120, 127]。

图 25 是宁夏扶贫杨黄工程#11 号泵站原状 Q₃ 黄土#3 试样(干密度 = 1.32 g/cm³, 控制吸力 $s = 150$ kPa, 净围压 = 100 kPa) 在剪切过程中的第 2、5 层 CT 数均值 H 与应力的关系。曲线有明显的转折点, CT 数在转折点前变化平缓, 但在转折点后曲线斜率陡增, 表明土的结构发生了改变, 即土屈服了。故可把转折点对应的应力作为屈服压力。

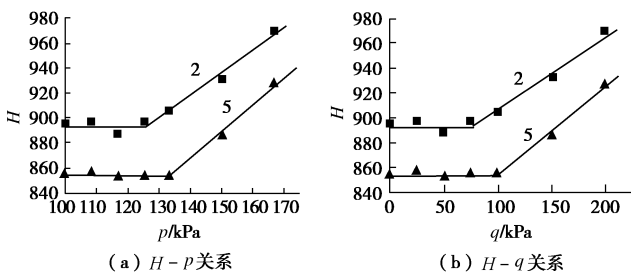


图 25 用 CT 数与应力的关系确定屈服点

Fig. 25 Determination of yield points using relationship between CT data and stress

(6) 湿陷性黄土的细观结构演化方程

如何定量描述黄土的结构性是近 10 多年来的研究热点, 引起了许多学者的关注。谢定义等首先提出黄土结构势的概念^[128], 将其作为描述黄土结构性的定量指标, 进而把该指标成功用于本构关系和强度准则

的研究, 拉开了黄土结构性研究的序幕。后经邵生俊、骆亚生等的一系列工作, 将相关研究推广到复杂应力情况。

笔者等依据 CT 细观试验资料, 提出了定量描述黄土结构性及其演化规律的新途径。基本思路是: CT - 三轴试验可同时综合检测土样的变形、应力、水分和细观结构变化, 通过把土样的细观结构数据与宏观反应数据相联系, 就可建立黄土的细观结构演化规律。

首先, 用以下方法描述土的结构性和损伤度。以未受荷载、未浸湿的完好原状非饱和湿陷性黄土样之状态为无损状态, 其 CT 数均值用 H_i 表示; 相应的饱和土样在加载完全破坏时的状态为完全损伤状态, 其 CT 数均值用 H_f 表示。设土样在某应力 σ 作用下稳定变形时 CT 数均值用 H_σ 表示, 在该应力作用下浸水变形稳定时的 CT 数均值用 $H_{\sigma w}$ 表示, 则土样的结构参数 m_1 和 m_2 可分别定义为^[116, 120]

$$m_1 = \frac{H_f - H_\sigma}{H_f - H_i} \quad (222)$$

$$m_2 = \frac{H_f - H_{\sigma w}}{H_f - H_i} \quad (223)$$

对未损伤的原状土, $H = H_i$, $m_1 = 1$; 对完全损伤土, $H = H_f$, $m_1 = 0$ 。受力土样在浸水前, $H_{\sigma w} = H_\sigma$, $m_2 = m_1$ 。

土样在加载过程和湿陷过程中的损伤变量 D_1 和 D_2 可分别定义为

$$D_1 = \frac{m_{cr} - m_\sigma}{m_0} \quad (224)$$

$$D_2 = \frac{m_\sigma - m_{\sigma w}}{m_0} \quad (225)$$

式中, m_0 是土的初始结构参数, m_{cr} 是土结构开始损伤时的结构参数。总损伤变量为

$$D = D_1 + D_2 \quad (226)$$

其次, 把 D_1 和宏观应力、宏观应变相联系, 把 D_2 和宏观应力、湿陷应变、水分变化相联系, 就可分别得到加载过程和受荷浸水过程的损伤演化方程。朱元青^[116, 120]把试样结构损伤变量与试样体应变 (扣除损伤开始前的体应变) 和偏应变 (扣除损伤开始前的偏应变) 相联系, 通过分析和二元线性回归, 得出 Q₃ 黄土的损伤演化方程如下:

$$D_1 = A_1 \langle \varepsilon_v - \varepsilon_{vc} \rangle + A_2 \langle \varepsilon_s - \varepsilon_{sc} \rangle \quad (227)$$

Q₃ 黄土在湿陷过程中的结构损伤演化方程为

$$D_2 = 1 - \exp \left[- (A_3 \varepsilon_v^{sh} + A_4 \varepsilon_s^{sh} + A_5) \frac{\theta - \theta_\sigma}{\theta_s - \theta_\sigma} \right] \quad (228)$$

式中, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 是土性参数。

李加贵对某地 Q₃ 黄土进行的 12 个侧向卸荷 CT

三轴试验发现^[121], 侧向卸荷过程中结构损伤变量 D_1 与偏应变 ε_s 为指数关系:

$$D_1 = 1 - \exp(-A_1 \varepsilon_s) \quad (229)$$

式中, A_1 可表示为初始净围压 $(\sigma_3 - u_a)$ 、破坏时的偏应力 q_f 和吸力 s 的函数

$$A_1 = \alpha_1 \frac{q_f + (\sigma_3 - u_a)}{s} + \alpha_2 \quad (230)$$

其中, α_1 和 α_2 为拟合系数 (常数)。

李加贵的研究还表明, Q_3 黄土在侧向卸荷后的浸水湿陷过程中的损伤演化方程仍可用式 (228) 描述^[129]。

方祥位对 Q_2 黄土采用了相同的结构性和结构损伤变量定义, 对三轴剪切过程提出了如下的结构演化方程^[127]:

$$D_1 = 1 - \exp\left[-\frac{1}{\sqrt{(s + p_{atm})/p_{atm}}} e^{\frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}}} (\bar{A}_1 \varepsilon_s + \bar{A}_2 \varepsilon_v)\right] \quad (231)$$

其特点是显含吸力、净围压、体应变和偏应变的影响。

对 Q_2 黄土的三轴浸水湿陷过程, 方祥位提出的结构演化方程如下:

$$D_2 = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\bar{A}_3}{\sqrt{(s + p_{atm})/p_{atm}}} e^{\frac{p_{atm} + p_{atm}}{\sigma_3 - u_a} q} \varepsilon_v^{sh} + \frac{\bar{A}_4}{\sqrt{(s + p_{atm})/p_{atm}}} e^{\frac{\sigma_3 - u_a + p_{atm}}{p_{atm} q}} \varepsilon_s^{sh} + \bar{A}_5 \Delta S_r\right)\right] \quad (232)$$

式中, $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3, \bar{A}_4, \bar{A}_5$ 是土性参数。式 (231)、(232) 包含了 6 个状态变量: 净围压、偏应力、吸力、湿陷体应变、湿陷偏应变及饱和度的增量, 考虑因素较全面, 但形式复杂。

(7) 基于细观结构演化的湿陷性黄土的加载—湿陷弹塑性模型

a) 基本思路

模型包括土骨架的变形与水量变化两个方面, 对加载过程和湿陷过程分别描述。土骨架变形方面以 Barcelona 模型为基础, 考虑结构性的影响; 水量变化方面采用笔者提出的广义土水特征曲线模型 (有关情况将在 6.5 节介绍)。

b) 加载过程的屈服净平均应力

设湿陷性黄土的屈服净平均应力 p_y 由两部分组成, 即与吸力相关的部分 p_0 及与结构性相关的部分 p^s 。 p_0 是重塑非饱和黄土的屈服净平均应力, 按照 Barcelona 模型的 LC 屈服线方程确定; p^s 用损伤规律描述。设 p_0^s 是相同干密度、相同初始吸力的原状土样和重塑土样在初始屈服时的净平均应力之差, 则屈服净平均应力 p_y 可表示为

$$p_y = p_0 + p^s = p_0 + p_0^s m_{1\sigma} \quad (233)$$

式中, $m_{1\sigma}$ 为加载过程中的结构参数, p_0^s 和 $m_{1\sigma}$ 表达

式分别为

$$p_0^s = p_{ci} - p_{oi} \quad (234)$$

$$m_{1\sigma} = m_{10}(1 - D_1) \quad (235)$$

式中, m_{10} 为初始结构参数, p_{ci} 和 p_{oi} 分别表示原状土与重塑土的初始屈服净平均应力, 可分别用原状土和重塑土的 LC 屈服线公式计算 (由文献[86]可知, 原状黄土在没有发生屈服和湿陷前, 其初始屈服线仍与 Barcelona 模型在 $p-s$ 平面上和 $p-q$ 平面上的屈服线形状相似)。

c) 考虑吸力和结构性影响的黄土破坏准则

李加贵和陈正汉对原状湿陷性黄土的强度研究发现, 与既往对非饱和土强度的认识不同 (6.1 节), 原状湿陷性黄土的强度参数 c 和 φ 吸力均与吸力及结构性有关, 可表达为^[129]

$$\tau = c(s, m_f) + \sigma \tan \varphi(s, m_f) \quad (236)$$

$$c(s, m_f) = \beta_1 s + \beta_2 m_f + \beta_3 \quad (237)$$

$$\varphi(s, m_f) = \beta_4 s + \beta_5 m_f + \beta_6 \quad (238)$$

式中, m_f 是破坏时的结构指标, $\beta_4 \sim \beta_6$ 均为参数。当吸力为零、土的结构性可忽略不计时, β_3 和 β_6 分别代表饱和和重塑黄土的有效黏聚力和有效摩擦角。

d) 加载过程的屈服面

将考虑结构性影响的屈服应力 p_y 及加载过程中临界状态线斜率 M_f (利用式 (236) ~ (238) 按式 (229) 换算得出) 代入修正 Barcelona 模型中的 LC 屈服面中, 得到考虑结构性影响的加载过程中的 LC 屈服面:

$$f_1(p, q, s, p_0^*) \equiv q^2 - M_f^2 (p + p_s)(p_y - p) = 0 \quad (239)$$

$$\left(\frac{p_{yi}}{p^c}\right) = \left(\frac{p_y^*}{p^c}\right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}} \quad (240)$$

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1 - \gamma)\exp(-\beta s) + \gamma] \quad (241)$$

式中, p_y^* 表示饱和原状黄土的屈服净平均应力, $\lambda(0)$ 为饱和原状土的各向等压压缩曲线在 $e - \ln p$ 平面上屈服后的斜率, γ 为与原状土最大刚度相关的常数, β 为控制原状土刚度随吸力增长速率的参数。

暂不考虑结构性对 SI 屈服面的影响, 吸力增加屈服准则采用第 6.2 节式 (198), 即

$$f_2 = s - s_y = 0 \quad (242)$$

式中, s_y 为原状黄土的初始屈服吸力。

e) 湿陷过程的本构关系

湿陷过程中任意时刻的结构损伤变量用式 (226) 描述, 相对应的结构性参数为

$$m_{1\sigma w} = m_{10}(1 - D_1 - D_2) \quad (243)$$

用 $m_{1\sigma w}$ 替换式 (235) 中的 $m_{1\sigma}$, 即得湿陷过程的本构关系, 具体表达式见文献[84, 116, 129]。

f) 模型验证

朱元青和李加贵分别用各自的试验做了初步验证, 其结果示于表 9 和表 10、图 26 和图 27。姚志华用兰州和平镇非饱和原状 Q₃ 黄土的三轴剪切试验及浸水试验做了进一步验证, 其结果示于图 28, 29。可以看到, 对剪切过程而言, 不考虑结构性影响的模型计算结果表现为较强的硬化特征; 而考虑结构性影响的模型预测结果与剪切试验和湿陷试验的数据均比较接近。

表 9 #1 试样浸水前后模型计算与试验结果的比较(宁夏 Q₃ 黄土)^[116]

Table 9 Comparison between model predictions and loading-inundation test results of sample No. 1 of Ningxia Q₃ loess

| 编号 | 试样浸水前的应力状态 | | | 固结体应变 $\epsilon_{vc}/\%$ | | 湿陷体应变 $\epsilon_v^{sh}/\%$ | |
|----|------------|---------|---------|--------------------------|------|----------------------------|------|
| | p/kPa | q/kPa | s/kPa | 试验 | 模型 | 试验 | 模型 |
| 1 | 100 | 0 | 150 | 1.23 | 1.41 | 4.31 | 3.87 |
| 4 | 100 | 0 | 250 | 1.60 | 1.64 | 4.79 | 5.01 |

表 10 模型计算的#3 试样湿陷应变与浸水试验结果的比较(宁夏 Q₃ 黄土)^[116]

Table 10 Comparison between model predictions and loading-inundation test results of sample No. 3 of Ningxia Q₃ loess

| 试样浸水前的应力状态 | | | 湿陷体应变 $\epsilon_v^{sh}/\%$ | | 湿陷偏应变 $\epsilon_s^{sh}/\%$ | |
|------------|---------|---------|----------------------------|------|----------------------------|------|
| p/kPa | q/kPa | s/kPa | 试验 | 模型 | 试验 | 模型 |
| 100 | 0 | 150 | | | | |
| 108 | 25 | 150 | 0.10 | 0.11 | 0.39 | 0.45 |
| 117 | 50 | 150 | 0.27 | 0.31 | 1.17 | 1.12 |
| 125 | 75 | 150 | 0.45 | 0.49 | 1.45 | 1.59 |
| 133 | 100 | 150 | 1.00 | 0.95 | 2.02 | 2.24 |
| 150 | 150 | 150 | 3.02 | 3.34 | 3.98 | 4.52 |
| 167 | 200 | 150 | 5.07 | 4.51 | 7.53 | 6.82 |
| 167 | 200 | 0 | 5.30 | 4.56 | 9.50 | 9.40 |

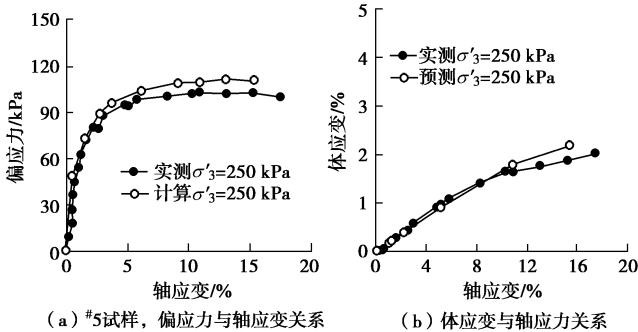


图 26 模型预测与侧向卸荷试验的比较^[129]

Fig. 26 Comparison between model predictions and test results of sample No. 5 of Lanzhou Q₃ loess

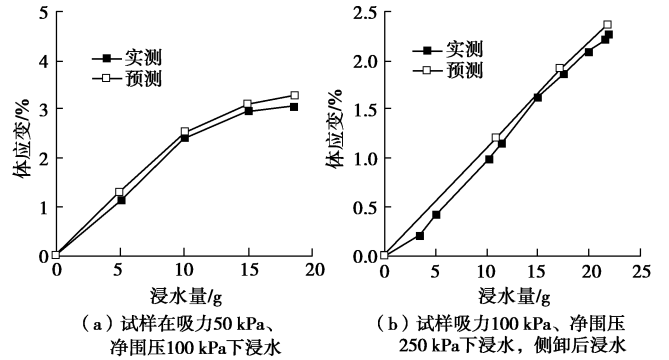


图 27 模型预测的湿陷体应变 - 浸水量关系与浸水试验结果的比较^[129] (兰州理工大学 Q₃ 黄土)

Fig. 27 Comparison between model predictions and inundation test results of Lanzhou Q₃ loess

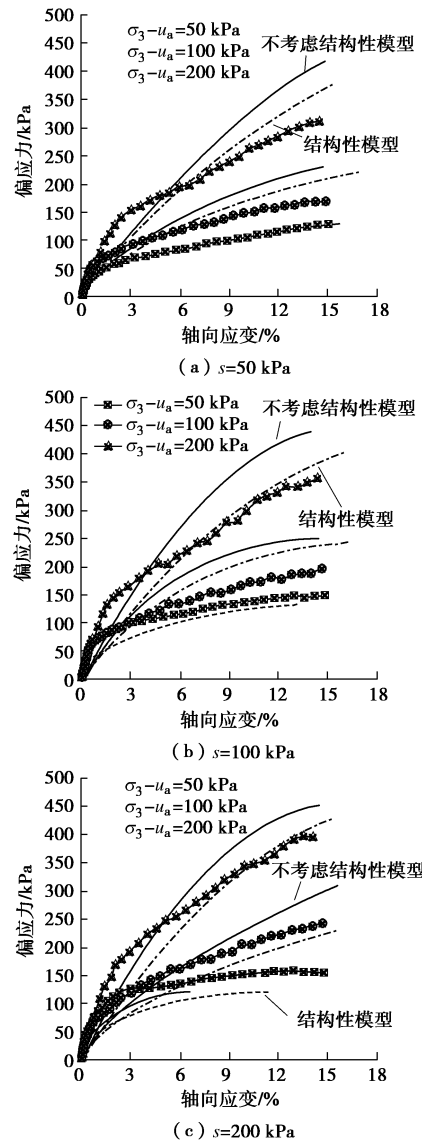


图 28 模型计算结果与三轴剪切试验数据对比(兰州和平镇 Q₃ 黄土)^[84]

Fig. 28 Comparison between model predictions and triaxial shear test results of Q₃ loess in Heping town of Lanzhou city

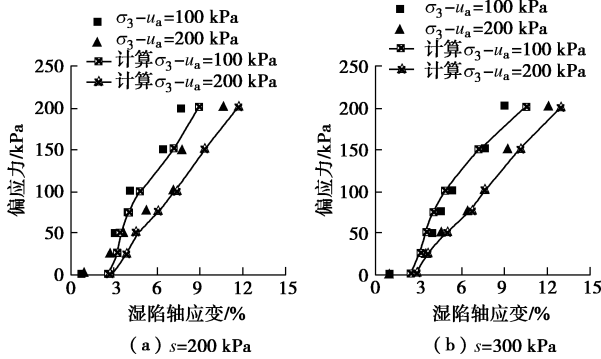


图 29 模型预测与三轴湿陷试验结果比较(兰州和平镇 Q₃ 黄土)

Fig. 29 Comparison between model predictions and triaxial collapse test results of Q₃ loess in Heping town of Lanzhou city

g) 模型应用

姚志华在非饱和土弹塑性固结程序-USEPC^[82]与非饱和膨胀土弹塑性损伤固结程序-UESEPDC^[130]的基础上,利用 Fortran95 语言设计了非饱和黄土渗流-固结的有限元程序 ULEPDC (Unsaturated Loess Elastic-Plastic Damage Seepage Consolidation)。该程序考虑了黄土的加载-湿陷损伤演化规律、广义土-水特曲线、非饱和渗水规律与渗气规律等,采用 4 节点等参单元,包括主程序、26 个子程序以及 3 个输入文件,能解决原状湿陷性黄土在加载-湿陷过程中的弹塑性损伤与流-固耦合问题。

程序 ULEPDC 在正式应用之前,先经过考题验证。在忽略结构损伤情况下,程序 ULEPDC 与程序 USEPC 计算结果一致。由于程序 USEPC 和 UESEPDC 已与非饱和土非线性固结程序 CSU8^[8, 32]及基于 Biot 理论的饱和土弹塑性固结程序 BCF 进行了有效对比,这 4 个程序的计算结果吻合度较高,并且 4 个程序均得到实际应用,说明程序 ULEPDC 的计算结果具有合理性和可靠性。

姚志华应用程序 ULEPDC 对兰州和平镇大厚度自重湿陷性黄土场地的大型浸水试验进行了有限元计算,分析了试坑在浸水过程中的土、水、气多相耦合变化情况。数值计算分为浸水阶段和停水阶段两个阶段,计算得到了不同时刻的湿润锋位置、体积含水率、孔隙水压力、孔隙气压力、水平位移、竖向位移以及损伤演化过程,并分析了渗气系数和渗水系数的变化对非饱和黄土入渗的影响,与现场大型试坑浸水试验结果^[131]吻合较好。部分计算结果与现场浸水试验数据的比较示于图 30~32。

6.4 膨胀土的本构模型

(1) 对重塑膨胀土弹塑性模型的简化

Gens 等在 1992 年提出了一个非饱和膨胀土弹塑性概念模型框架,简称为 G-A 模型^[132]。该模型存在以下不足: ①为了描述膨胀土膨胀的微观机理,将土

体变形分为微观结构变形和宏观结构变形两个层次,微观结构层次变形按饱和土理论中非线性弹性模型计算;宏观结构层次变形按巴塞罗那模型计算,土体总变形为两部分变形之和,模型框架非常复杂;微观结构层次变形不易量测,有关的参数只能假定。②模型参数多达 17 个,还有 3 个硬化参数。③膨胀土湿胀干缩变形明显,水量变化是本构模型的一个重要方面,但该模型并未包含水量变化的内容。④在 $p-s$ 平面上,假定吸力增加屈服线和吸力减少屈服线都是与 p 轴成 45° 的斜直线,缺乏依据。

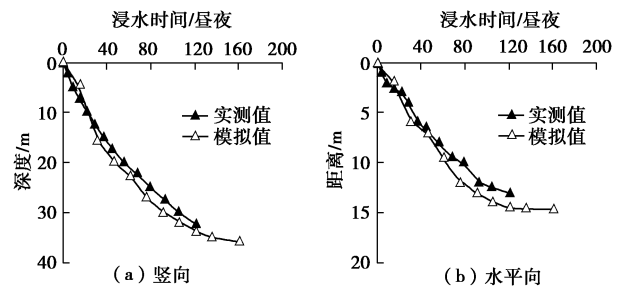


图 30 湿润锋横竖向运移实测值与计算结果对比^[84]

Fig. 30 Comparison between measured and computed positions of horizontal and vertical wetting fronts

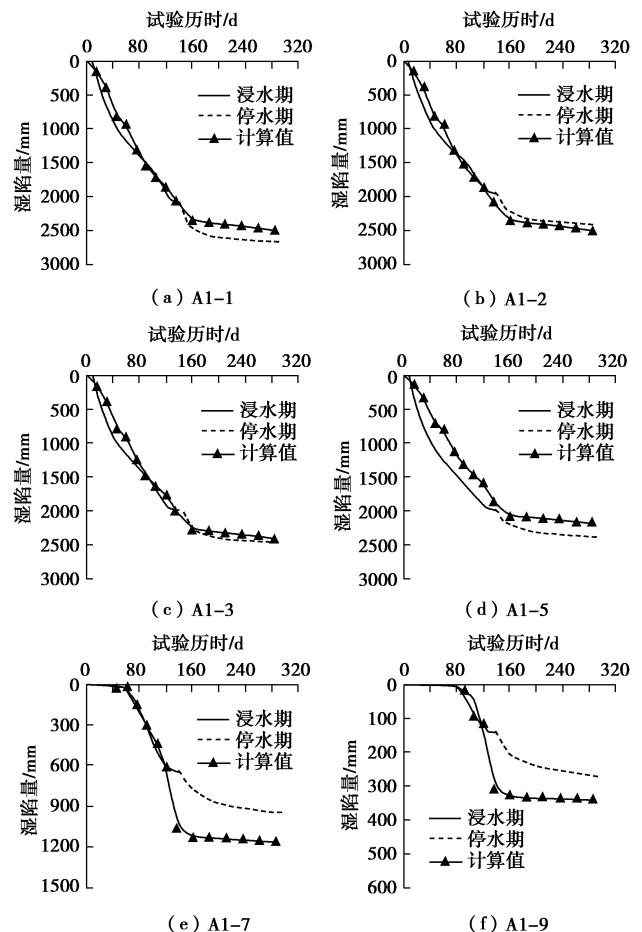


图 31 部分地表沉降观测点湿陷量的实测值与计算值比较^[84]

Fig. 31 Comparison between measured and computed total collapse of surface settlements

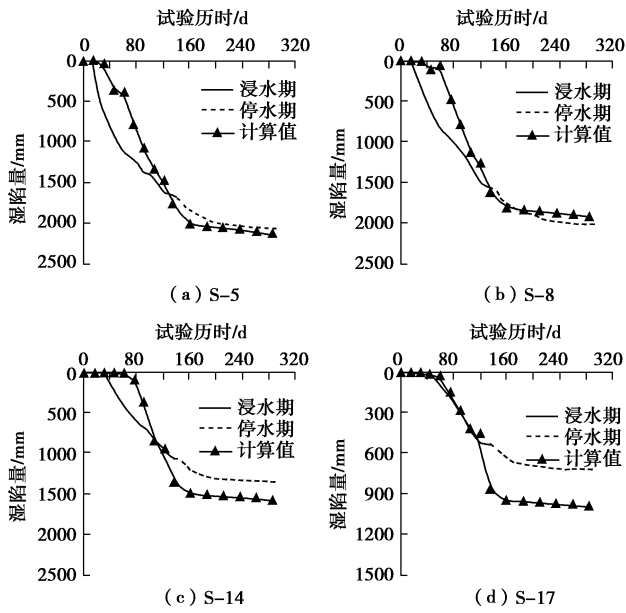


图 32 部分深层沉降观测点湿陷量实测值与计算值^[84]

Fig. 32 Comparison between measured and computed total collapses of deep settlements

为克服 G-A 模型的不足, 卢再华等根据南阳重塑膨胀土的试验结果, 对其进行了简化改进^[133-134], 以便应用。试验包括 4 类: ① 4 个吸力等于常数、净平均应力增大的各向等压试验, 控制吸力分别为 0, 50, 100, 200 kPa, 净平均应力分级施加, 试验结束时净平均应力分别为 400, 400, 300, 300 kPa; ② 3 个净平均应力等于常数, 吸力增大的三轴收缩试验, 控制净平均应力分别为 25, 50, 100 kPa, 吸力分级施加, 试验结束时吸力分别为 400, 400, 300 kPa; ③ 3 个净平均应力等于常数, 吸力减小的三轴膨胀试验, 控制净平均应力分别为 25, 50, 100 kPa, 3 个试样都先施加吸力到 400 kPa, 变形及排水稳定后再使吸力降到零; ④ 12 个净室压力及吸力都控制为常数的三轴排水剪切试验, 吸力分别控制为 0, 50, 100, 200 kPa, 净室压力($\sigma_3 - u_a$)分别控制为 100, 200, 300 kPa, 剪切速率为 0.0022 mm/min。

在膨胀土的 G-A 模型中, 将土体变形分为微观和宏观两个结构层次是使得模型非常复杂的主要原因。考虑到通常的试验只能得到土体总的变形结果, 加上 G-A 模型中微观和宏观层次弹性体变随 p, s 变化趋势一致, 所以不再区分微观、宏观变形, 直接由膨胀土变形随 p, s 变化的试验结果分析其体积变化规律。

控制净平均应力为常数、吸力逐级增加的三轴收缩试验结果表明, 不同净平均应力下的屈服吸力大体相同 (图 33), 可视作常数, 故仍可用水平的 SI 屈服线描述吸力增加屈服轨迹。

控制净平均应力等于常数、吸力减小的三轴膨胀

试验结果表明, 膨胀量随净平均应力的增大而迅速减小。当净平均应力等于 100 kPa 时, 膨胀量已很小, 说明膨胀土场地的膨胀主要由 5 m 以内的浅土层引起。膨胀土的干 $f_d = t_d(1 - \frac{p}{p_0})^n$ 湿循环试验表明, 湿胀变形包含塑性变形。为简化起见, 假定吸力减小引起的屈服 SD 亦为水平线 (图 33)。

为了反映膨胀土膨胀量随围压增大而减小这一特性, 设 SD 屈服后的塑性体变按下式计算:

$$d\varepsilon_{vsd}^p = d\varepsilon_{vs}^e \cdot f_d \quad (244)$$

$$f_d = t_d(1 - \frac{p}{p_0})^n \quad (245)$$

式中, $d\varepsilon_{vs}^e$ 为吸力变化引起弹性体变, f_d 是放大函数, 随围压增大而减小, t_d 是膨胀系数, 反映膨胀土膨胀潜势大小, p_0 为某吸力下屈服净平均应力, n 为膨胀因子, 反映膨胀体变随围压衰减快慢。

考虑到膨胀土浸湿时的变形以膨胀为主, 将非饱和土的 LC 屈服线改用 LY 表示。这样, 重塑膨胀土在 $p-s$ 平面内的 3 条屈服轨迹如图 34 所示。

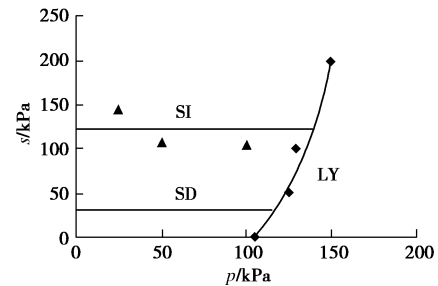


图 33 重塑膨胀土在 $p-s$ 平面上的屈服线

Fig. 33 Yield loci of remolded expansive soils on $p-s$ plane

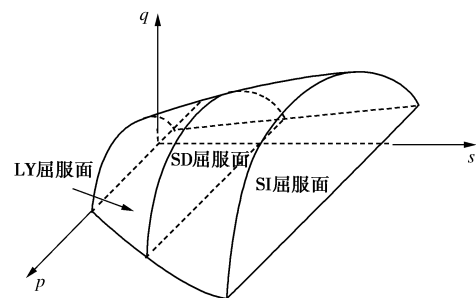


图 34 重塑膨胀土在 $p-q-s$ 空间的屈服面图

Fig. 34 Yield surfacespace of remolded expansive soils in $p-q-s$

图 34 为膨胀土在 $p-q-s$ 空间的屈服面图, 3 个屈服面所包围区域为弹性区, 应力路径超越任一屈服面, 土体将发生屈服。SI、SD 屈服后仅产生塑性体变; LY 屈服后不仅产生塑性体变, 还要产生塑性剪应变, 两者比例按关联流动法则计算。

a) 水分变化规律

采用 6.1 节的式 (179) 描述, 包含两个参数。

改进后的膨胀土 G-A 弹塑性本构模型有 12 个参数, 另加两个水量变化指标, 共包含 14 个参数; 模型不需分别计算宏观结构层次、微观结构层次的变形; 全部参数可通过 4 种非饱和土三轴试验得到。

b) 模型功能及性状

计算分析表明, 改进后的模型能够模拟试验揭示的膨胀土干湿变形的如下特征: ①相同围压和相同干密度下, 膨胀量随初始含水率降低而增大; ②相同初始含水率和相同干密度下, 膨胀量随围压增大而减小; ③相同围压和相同初始含水率下, 膨胀量随干密度增大而增大; ④结构疏松的膨胀土浸水不但不膨胀, 反而会发生湿陷; ⑤膨胀土的湿胀干缩变形具有不可逆性, 多次胀缩循环后形成累积收缩或累积膨胀。

具体情况可参阅文献[134]。

(2)考虑温度影响的重塑膨胀土的抗剪强度准则与增量非线性本构模型

a) 试验概况

为了揭示温度对膨胀土力学性状的影响, 应用温控土工三轴仪做了三种应力路径的试验^[135-136]: ①控制温度、净围压和基质吸力都等于常数的三轴排水剪切试验; ②控制温度和净围压都等于常数而基质吸力增大的收缩试验; ③控制温度和基质吸力都等于常数而净平均应力增大的均压固结试验。试验用土取自南阳市陶岔, 探井位于南水北调中线工程的渠坡上, 重塑制样。试样的初始干密度为 1.5 g/cm^3 , 初始含水率为 24.2%, 土粒相对密度为 2.73。

三轴排水剪切试验控制温度为 15°C , 30°C , 45°C 和 60°C , 净围压控制为 50, 100, 200 kPa, 基质吸力控制为 100 kPa。土样先在常吸力和常净围压下排水固结, 等排水和固结变形稳定后剪切。固结过程的稳定标准为体变在 2 h 内不超过 0.006 cm^3 , 并且排水量在 2 h 内不超过 0.012 cm^3 。剪切速率控制为 0.00555 mm/min 。

收缩试验的温度控制为 45°C , 净围压控制为 50 kPa, 基质吸力分级施加, 试验结束时基质吸力为 300 kPa。均压固结试验的温度控制为 45°C , 基质吸力控制为 100 kPa, 净平均应力分级施加, 试验结束时净平均应力为 300 kPa。

b) 考虑温度影响的抗剪强度准则^[136]

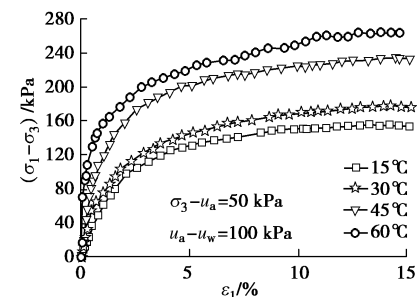
控制温度、净围压和基质吸力都等于常数的三轴排水剪切试验的偏应力 - 轴向应变示于图 35。可见, 不同温度下的应力 - 应变曲线皆相似, 土的强度随温度升高而增大。在 $p_f - q_f$ 平面上的不同温度下的强度

包线近似为彼此平行的直线 (图 36), 故可认为温度对重塑膨胀土的内摩擦角影响可以忽略, 而其对黏聚力的影响显著。对比图 36 与 6.1 (2) 节的图 4 可见, 温度对土强度的效果与吸力类似。考虑到吸力对非饱和和土黏聚力的贡献 (见 6.1 节式 (175)), 由图 37 可知, 包含温度影响的总黏聚力和抗剪强度公式分别可表示为

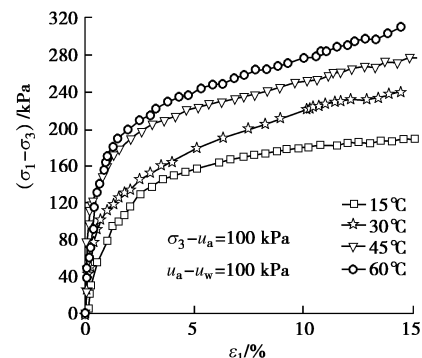
$$c = c' + k^T \cdot T + (u_a - u_w)_f \tan \phi^b, \quad (246)$$

$$\tau = c' + k^T T + (u_a - u_w)_f \tan \phi^b + (\sigma - u_a)_f \tan \phi', \quad (247)$$

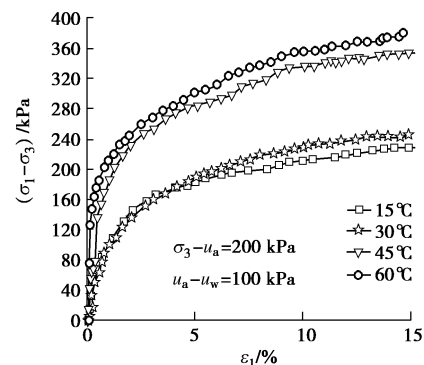
式中, k^T 表示总黏聚力随温度增加的系数, T 是摄氏温度。



(a) $\sigma_3 - u_a = 500 \text{ kPa}$



(b) $\sigma_3 - u_a = 100 \text{ kPa}$



(c) $\sigma_3 - u_a = 200 \text{ kPa}$

图 35 控制温度、吸力和净围压为常数的三轴排水剪切试验的应力 - 应变曲线

Fig. 35 Stress-strain curves of triaxial drained shear tests under constant temperature and suction

c) 考虑温度影响的增量非线性本构模型

谢云等分析了温度对非饱和土的增量非线性模型 (6.1 节) 参数的影响 (图 38~40), 对该模型的功能进行了扩充^[137], 提出了包括温度影响的切线模量表达式为

$$E_t = (1 - R_f L)^2 \cdot [k^0 + m_1 \left(\frac{u_a - u_w}{p_{atm}}\right) + m_2 T] \cdot p_{atm} \cdot \left(\frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}}\right)^n, \quad (248)$$

式中, c' , φ' , φ^b , k^T , R_f , k^0 , m_1 , m_2 , n 等 9 个参数, 均可有控制温度的非饱和土三轴试验测定。其中增加了 k^T 和 m_2 两个温度影响参数。

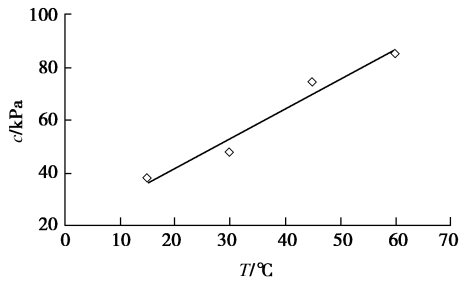


图 36 $p_t - q_t$ 平面上不同温度的强度包线

Fig. 36 Strength envelope for various temperatures on $p_t - q_t$ plane

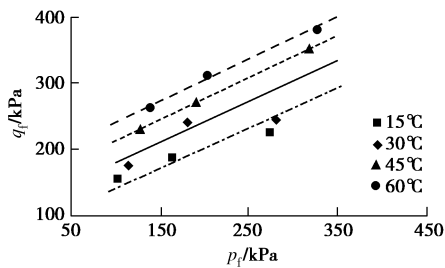


图 37 总黏聚力与温度的关系

Fig. 37 Relationship total cohesion and temperature

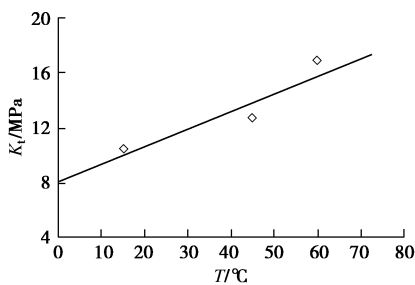


图 38 参数 k 与温度的关系

Fig. 38 Relationship between parameter k and temperature

在试验温度范围内, 切线体积模量 K_t 随温度升高而增大 (图 39), 但与净平均应力相关的水的切线体积模量 K_{wt} 则随温度升高而减小 (图 40 二者与温度的关系均可用线性方程描述, 表达式略)。

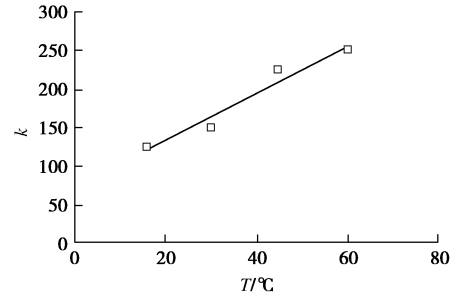


图 39 切线体积模量 K_t 随温度的变化

Fig. 39 Relationship between tangent modulus and temperature

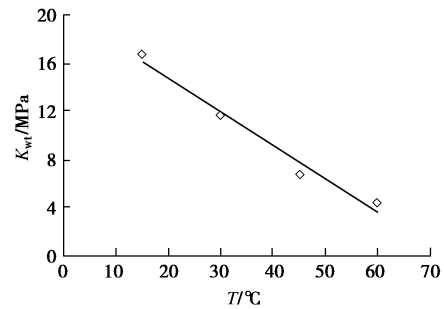


图 40 与净平均应力相关的水的切线体积模量 K_{wt} 随温度的变化

Fig. 40 Change of K_{wt} with temperature

温度会引起土的膨胀变形, 应当计及。Hueckel 等^[138]对天然黏土及重塑黏性土用三轴试验研究了温度对土的体变影响 (温度范围为 18°C~115°C) 发现, 重塑的超固结土的热固结问题是一个可逆的变化过程。超固结状态下土的膨胀主要是由于土基质内的吸附水和矿物质的膨胀引起。可恢复的体积热应变可以表示为

$$\varepsilon_v^{tc} = \alpha(\Delta T, p') \Delta T, \quad (249)$$

$$\alpha(\Delta T, p') = \alpha_0^* + \alpha_2 \Delta T + (\alpha_1 + \alpha_3 \Delta T) \Delta T \ln \frac{p_c}{p_0^*}, \quad (250)$$

式中, α_0^* , α_1 , α_2 , α_3 是与温度有关的常数, p_c 是参考压力, p_0^* 是饱和状态下的前期固结压力。

用建立的考虑温度影响的非饱和土非线性本构模型对试验应力应变曲线进行了初步验证, 二者吻合很好 (图略)。

(3) 膨胀土的结构损伤演化规律

原状膨胀土具有胀缩性、裂隙性和超固结性 3 个重要特性。原状膨胀土具有明显的结构特征: 在细观上具有网状微裂隙和铁锰集粒, 在宏观上, 有钙质结核和裂隙及流纹。在气候干湿交替变化和加卸载过程中, 气候影响范围内 (厚 3~5 m), 由于反复胀缩, 裂隙发育, 故膨胀土又称裂土。裂隙破坏了土体的完整性, 使强度降低, 变形增大, 超固结性丧失, 并为

水的渗入提供了通道,进一步加剧了土性劣化。因此,裂隙性是膨胀土的重要的结构特征,对原状膨胀土的力学特性影响很大,包承纲认为^[67]:“对膨胀土体中裂隙在干湿循环、自然环境下的发展规律及其引起边坡渐进破坏的机理和力学机制研究是膨胀土路堑边坡长期稳定性理论研究的关键”。故研究膨胀土的结构性主要应研究其在力与水的作用下裂隙的发育、发展和演化特性。重塑膨胀土也具有胀缩性和裂隙性,对其裂隙的演化特征应予同样重视。表 11 为笔者等研究膨胀土微观结构演化特性的试验情况。

a) 原状膨胀土在三轴剪切过程中的结构演化规律

对南阳靳岗村 6 个原状膨胀土样(表 12)和陶岔渠坡 9 个原状土样做了控制净围压和吸力等于常数的 CT - 三轴排水剪切试验,每个试样扫描两个断面,分别位于试样高度的 1/3 和 2/3 处,用数字 1 和 2 标识;每个断面扫描 6 次,分别用 a, b, c, d, e, f 标识(图 41)。CT 图片和 CT 数清楚表明,土样从开始变形到破坏,其结构是有明显变化的;破裂面是从裂隙萌生、逐渐发展演变形成的。试验揭示出裂隙有以下的演化规律^[130, 139-142]: ①原状膨胀土的初始结构损伤较大,且在空间上分布不均匀;②剪切引起的结构损伤发展显著(表现为裂隙发育直至数个裂隙连通);③吸力和围压均对损伤演化有影响,当围压或吸力较大时,损伤演化减缓;④原状样破裂面的形成具有以下 3 个特性:必然性,原生裂隙、软弱面或较大的空洞是土样的薄弱区域,容易开展为断裂面(图 41 中的虚线①);随机性,在形成前无明显征兆,随剪切进行而萌生的

裂隙演化成断裂面(图 41 中的虚线②);连带性,断裂面为其它断裂面开展引起(图 41 中的虚线③和④)。

取无损土样的 CT 数(或方差)为基准值,用基准值与某一土样在试验过程中的 CT 数(或方差)之相对差值定义损伤变量 D ,用基准值与某一试样的初始 CT 数(或初始方差)之相对差值定义初始损伤变量 D_0 ,分析可得以下损伤演化方程:

$$D = D_0 + \exp\left(\frac{p_0}{p} \varepsilon_s^{\frac{s}{p_{am}}}\right) - 1 \quad (251)$$

式中, p 和 p_0 分别为土样在剪切过程中的球应力和前期固结压力, ε_s 为偏应变。该演化方程能反映前期固结压力、净平均应力、吸力、偏应变及初始损伤程度对膨胀土在剪切过程中结构损伤演化的影响,参数少,形式简单,便于应用。图 42 是按式(251)计算的结果与 6 个试样的试验值的比较,除[#]3 试样偏差较大外,损伤演化方程较好地拟合了其余试样的损伤演化规律。

b) 原状膨胀土在侧向卸荷和等净平均应力条件下剪切过程中的结构损伤演化特性^[142]

对陶岔渠坡原状膨胀土做了一组起始净围压为 200 kPa 的侧向卸荷 CT - 三轴试验,基质吸力分别控制为 100, 150, 200 kPa。在试验中,减小侧向压力而保持轴向净压力不变,故在减小侧压时应对轴压进行补偿。扫描方式同上。试验发现:①偏应力 - 轴向应变关系呈理想弹塑性;②破坏应变很小,当轴向应变在 1%左右,3 个试样的偏应力就达到峰值;③试样中逐渐发育出两条裂隙(图 43),这与工程实际中观察

表 11 膨胀土微观结构在加 - 卸载过程和干湿过程中的演化特性试验

Table 11 CT tests on meso-structure evolution of expansive soils during loading-unloading and wetting-drying

| 取样地点 | 土类、研究者 | 试验分类编号(根据试验条件和应力路径) | 试验数 | 图像数 | 时间 |
|------|-------------------|-----------------------------------|-----|-----|--------|
| 南阳 | 原状膨胀土 | ① 吸力 = C 和 净围压 = C , 三轴剪切 | 6 | 72 | |
| 靳岗村一 | 重塑膨胀土 卢再华, 陈正汉 | ② 第一阶段: 9 个试样在自由状态下湿干循环 5 次 | 12 | 66 | 2000 年 |
| 南水北调 | | 1 个试验不做干湿循环试验 | 10 | 120 | |
| 中线工程 | | 第二阶段: 吸力 = C 和 净围压 = C , 三轴剪切 | | | |
| 干渠中心 | | | | | |
| 河南省浙 | 原状膨胀土 | ③ 吸力 = C 和 净围压 = C , 三轴剪切 | 9 | 82 | 2006 年 |
| | 川县陶岔 | ④ 吸力 = C 和 净平均应力 = C , 三轴剪切 | 3 | 20 | |
| | | ⑤ 吸力 = C 和 轴压 = C , 净侧向压力减小 | 3 | 18 | |
| | | ⑥ 第一阶段: 试样在自由状态下湿干循环 4 次 | 4 | 48 | |
| 镇一南水 | 重塑膨胀土 | 第二阶段: 加载到预定净平均应力和偏应力浸水 | 4 | 92 | 2008 年 |
| 北调中线 | 姚志华, 陈正汉 | ⑦ 第一阶段: 干湿循环 0~4 次造成不同程度的损伤 | 6 | 108 | 2009 年 |
| 工程干渠 | | 第二阶段: 吸力 = C , 施加 8 级静水压力增量 | | | |
| 左岸渠坡 | 重塑膨胀土 | ⑧ 预先在试样中造孔(具有不同分布) | 6 | 100 | 2010 年 |
| | 汪时机, 陈正汉 | 吸力 = C 和 净围压 = C , 三轴剪切 | | | |
| 合计 | | | 59 | 726 | |

表 12 南阳靳岗村原状膨胀土样在剪切前物性指标及应力状态

Table 12 Physical indices and stress states before shear of Nanyang expansive soils

| 试样编号 | 干密度 $\rho_d / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 含水率 $w / \%$ | 比容 v | 吸力 s / kPa | 净围压 $/ \text{kPa}$ |
|------|--|--------------|--------|---------------------|--------------------|
| 1 | 1.66 | 23.6 | 1.65 | 100 | 100 |
| 2 | 1.68 | 22.1 | 1.63 | 100 | 50 |
| 3 | 1.67 | 23.2 | 1.64 | 100 | 25 |
| 4 | 1.61 | 22.8 | 1.69 | 200 | 25 |
| 5 | 1.69 | 21.0 | 1.62 | 200 | 50 |
| 6 | 1.66 | 21.9 | 1.65 | 200 | 100 |

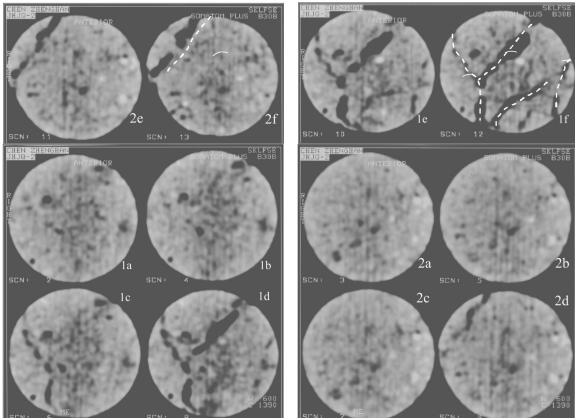


图 41 南阳靳岗村原状膨胀土#2 土样三轴剪切 CT 图片
Fig. 41 CT images of sample No. 2 of Nanyang expansive soils during triaxial shear

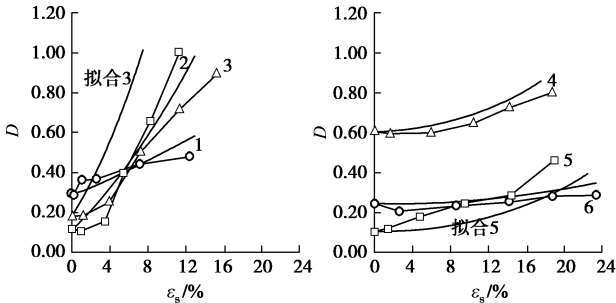


图 42 损伤演化方程计算值与试验结果的比较
Fig. 42 Comparison between predictions by damage evolution Eq. (252) and test results

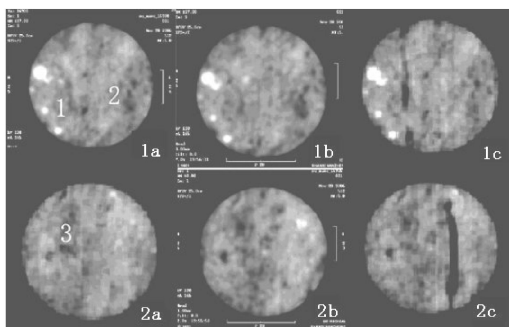


图 43 陶岔渠坡原状膨胀土#11 土样侧向卸荷三轴剪切试验 CT 图片 ($\rho_d = 1.70 \text{ g/cm}^3$, 初始含水率 $w = 21.8\%$, $s = 150 \text{ kPa}$, $p = 200 \text{ kPa}$)
Fig. 43 CT images of sample No. 11 of intact expansive soils during triaxial shear with lateral unloading

到的开挖引起卸荷裂隙的现象相一致。

对陶岔渠坡原状膨胀土做了 3 个净平均应力 p 和基质吸力 s 都等于常数的 CT - 三轴排水剪切试验, 控制 p 等于 250 kPa, 基质吸力控制为 100, 150, 200 kPa。此类试验也是侧向卸荷, 只是为了维持净平均应力不变, 轴向加荷的增量较大。扫描方式同上。由于试验的净平均应力较低, 故试样尚未破坏时就结束试验了; 尽管相应的轴向应变小于 1%, 但试样内的缺陷已逐渐发展成为将要贯通的裂隙。

分析发现^[19], 这两类试验的结构损伤演化也基本符合式 (251) 所描述的规律。

c) 重塑膨胀土在干湿循环过程中的结构损伤演化特性^[130]

对南阳靳岗村的 12 个重塑膨胀土试样各做了 5 次干湿循环试验, 在每次增湿和干燥结束后对位于试样高度的 1/3 和 2/3 处的两个断面扫描。两个断面分别用 a, b 标记(图 44)。发现随着干湿循环次数增加, CT 数 ME 值减少, SD 值增大。图像显示, 裂隙不断产生, 并不断扩展, 形成网状。损伤演化方程为

$$D = \exp(A\varepsilon_v) \quad (252)$$

式中, A 为参数, ε_v 是体应变。图 45 是 A 等于 3 时的拟合曲线, 能定性反映试样损伤发展的趋势。

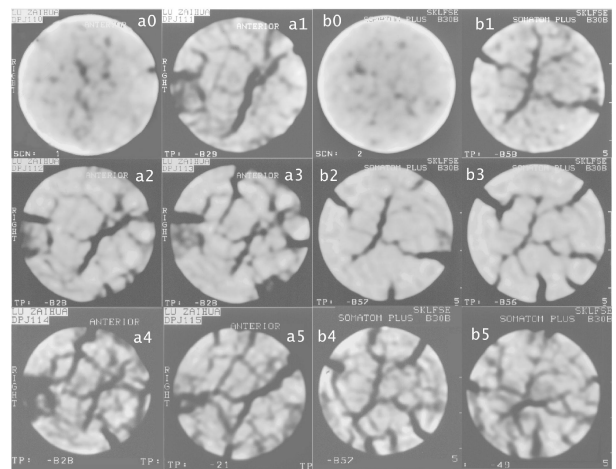


图 44 靳岗村重塑膨胀土#5 土样在 5 次干湿循环中的 CT 图
Fig. 44 CT images of sample No. 5 of remolded expansive soils during 5 circles of drying-wetting

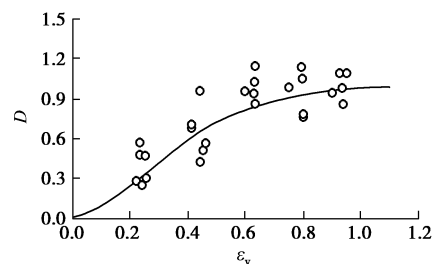


图 45 损伤变量与体应变的关系及拟合曲线(起始干密度 $\rho_d = 1.70 \text{ g/cm}^3$, 起始含水率 $w = 29.6\%$)
Fig. 45 Relationship between damage variable and ε_v

d) 重塑膨胀土经历干湿循环后在三轴剪切过程中的结构损伤演化特性

对南阳靳岗村的一个压实重塑膨胀土试样和 9 个经历多次干湿循环后具有裂隙的重塑膨胀土试样进行了三轴剪切试验 (控制吸力和围压都等于常数), 共取得 CT 照片 108 张, 发现已有裂隙随着剪切过程逐渐闭合, 空洞和微裂隙也逐渐消失, 土样断面不断变密实 (图略)。

e) 具有不同初始损伤度的重塑膨胀土在三轴浸水过程中结构损伤演化特性^[143]

试验采用陶岔渠坡的重塑膨胀土样。先让 4 个试样在自由状态下经历不同干湿循环次数, 从而获得不同的损伤度 (用 CT 数度量), 每个试样扫描两个断面, 分别位于试样高度的 1/3 和 2/3 处, 每个断面扫描 6 次; 再按应力控制式三轴试验的方法, 对试样施加一定的围压和偏应力, 4 个试样的相应数值分别为 (p, q) = (50, 50)、(50, 100)、(100, 50)、(100, 100); 待变形稳定后用 GDS 压力 - 体积控制器使试样浸水, 在浸水过程中对试样的 5 个断面扫描 (对应于试样高度的 6 分点, 从下到上依次以 a, b, c, d, e 标识), 每个断面随浸水量的增加扫描 5 次。

图 46 是 4 个试样经历干湿循环后在三轴应力条件下浸水的体应变 - 轴应变关系曲线, 表明试样体积经历压缩、膨胀、再压缩 3 个阶段。发生此种现象的原因可解释如下: 试样浸水初期, 仅试样表层和浅层裂隙浸水, 浸湿土粒膨胀填充裂隙, 土的表层模量减小, 致使试样产生压缩; 随着水向试样内部进一步入渗, 内部土粒膨胀, 其潜在膨胀力约为 300~400 kPa^[144], 远远超过围压, 由此引起的体积增量超过了裂隙体积, 导致试样总体上膨胀; 随着膨胀力释放、试样结构软化, 试样再次产生压缩。

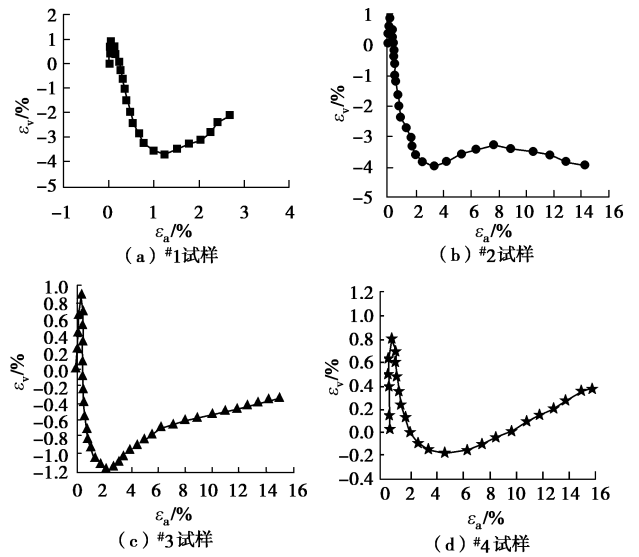


图 46 三轴浸水过程中 $\epsilon_v - \epsilon_a$ 的关系曲线

Fig. 46 Relationship between ϵ_v and ϵ_a during soaking

图 47 是 #2 试样在自由状态时其下 1/3 高度处截面的 CT 扫描图像。对应的扫描状态依次为试验前、第一次干燥、第一次增湿、第二次干燥、第二次增湿和第三次干燥。可见增湿和干燥均能引起裂隙的发育扩展与收缩闭合。总体来看, 试样第一次增湿只产生表层裂纹, 第二次增湿后大裂隙出现; 第一次干燥试样体积收缩不产生裂隙, 第二次干燥后表层小裂隙扩展, 而第三次干燥大裂隙会出现收缩现象; 试样增湿过程中小裂隙闭合, 大裂隙会扩展; 干燥后小裂隙会延伸扩张, 而较大裂隙干燥后会变窄。

图 48~51 分别是 4 个试样在三轴浸水过程中的 CT 图片, 可见试样中的裂隙均趋于逐渐闭合, 闭合程度取决于应力状态。为定量描述结构修复状况, 引入结构修复指标, 其定义为

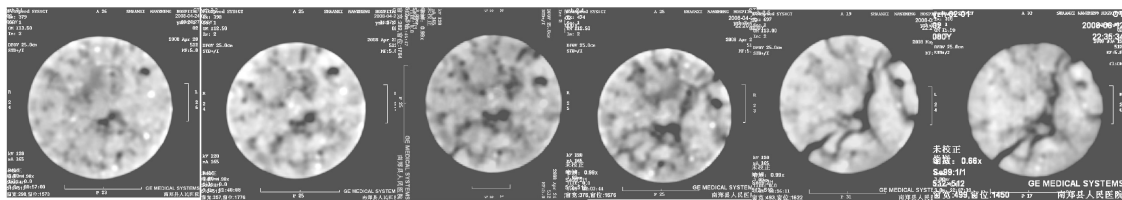


图 47 #2 试样在自由状态下的干湿循环过程中下 1/3 高度处截面的 CT 图像

Fig. 47 CT images of #2 simple of remolded expansive soil during circles of drying- wetting

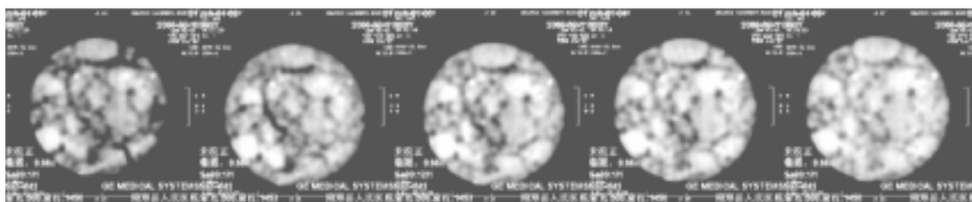


图 48 #1 试样 (p = 50 kPa, q = 50 kPa) b 截面在不同浸水量时的 CT 扫描图像

Fig. 48 CT images of b-section of sample No.1 of remolded expansive soils during soaking

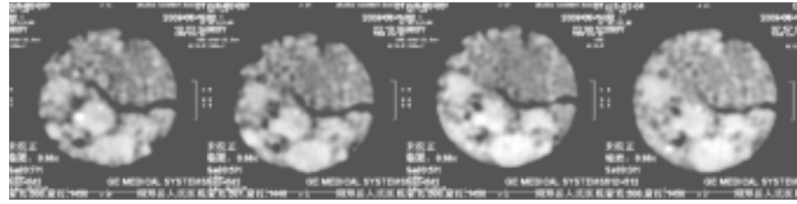


图 49 #2 试样 ($p = 50 \text{ kPa}, q = 100 \text{ kPa}$) d 截面不同浸水量时的 CT 扫描图像

Fig. 49 CT images of d-section of sample No. 2 of remolded expansive soils during soaking

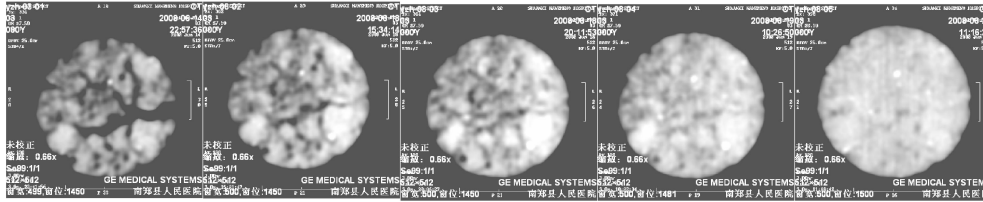


图 50 #3 试样 ($p = 100 \text{ kPa}, q = 50 \text{ kPa}$) a 截面在不同浸水量时的 CT 图片

Fig. 50 CT images of a-section of #3 sample No. 3 of remolded expansive soils during soaking

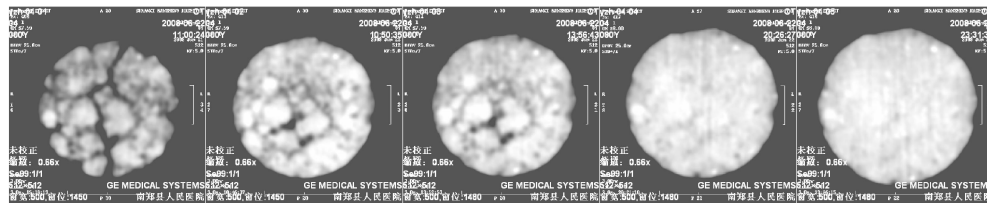


图 51 #4 试样 ($p = 100 \text{ kPa}, q = 100 \text{ kPa}$) a 截面在不同浸水量时的 CT 图片

Fig. 51 CT images of a-section of sample No. 4 of remolded expansive soils during soaking

表 13 试样的初始参数和应力状态

Table 13 Initial parameters and stress states of samples

| 试样编号 | 体积/cm ³ | 干密度/(g·cm ⁻³) | 孔隙比 e | 含水率/% | 饱和度/% | 吸力/kPa | 循环次数/次 |
|------|--------------------|---------------------------|---------|-------|-------|--------|--------|
| 0 | 96.00 | 1.500 | 0.820 | 26.55 | 88.39 | 50 | 0 |
| 1 | 88.42 | 1.637 | 0.668 | 21.63 | 88.40 | 50 | 1 |
| 2 | 89.82 | 1.586 | 0.721 | 23.32 | 88.29 | 50 | 2 |
| 3 | 92.05 | 1.569 | 0.739 | 24.05 | 88.73 | 50 | 3 |
| 4 | 95.17 | 1.506 | 0.813 | 26.44 | 88.67 | 50 | 4 |
| 5 | 95.67 | 1.505 | 0.814 | 26.34 | 88.33 | 100 | 4 |

$$m = \frac{ME - ME_i}{ME_f - ME_i}, \quad (253)$$

式中, ME 是土样在浸水某一时刻对应的 CT 数均值; ME_i 为多次湿干循环裂隙发育稳定的 CT 数均值, ME_f 是浸水后裂隙完全闭合时的 CT 数均值。4 个试样结构修复指标的试验值绘于图 52。

通过多元分析,可采用下式描述浸水过程中结构修复指标与净平均应力、偏应力、含水率和偏应变的关系:

$$m = m_0 + a \ln w + b \exp\left(-\frac{p}{q + p_{atm}} \varepsilon_s\right), \quad (254)$$

可称其为结构修复演化方程。式中, m_0 是固结结束时的结构修复指标。

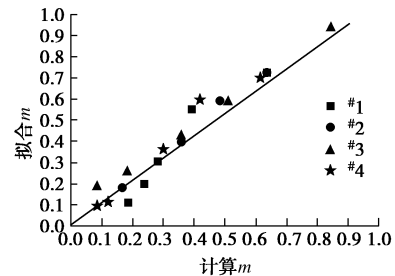


图 52 结构修复指标的试验值与拟合值之间的关系

Fig. 52 Relationship between test data and Eq. (254) fitting of structure-repair index

f) 裂隙膨胀土的屈服特性^[145]

为了研究不同损伤度对屈服的影响,做了 6 个试验(表 13)。先对试样进行干湿循环,用烘箱对试样脱湿,控制温度 35℃,无鼓风状态干燥 24 h。干湿循

环结束后施加吸力，再逐级增加净平均应力；试验结束时各试样的净平均应力都为 350 kPa。完成一个试验约需 10~16 d 不等，其历时长短取决于试验最终达到的净平均应力和干湿循环的次数，以及损伤程度的大小。在各级压力下变形稳定后对土样进行实时 CT 跟踪扫描。每个试样扫描两个截面，分别位于试样高度的 1/3 和 2/3 处。每个试样扫描 9 次，对应的净平均应力分别为 0, 25, 50, 75, 100, 150, 200, 250, 350 kPa。

为节省篇幅，仅给出#0 试样和#4 试样的 CT 图像 (图 53 和图 54)。可见干湿循环次数越多，试样的初始损伤越严重；随着荷载增大，土的结构发生屈服，体积被逐渐压缩，土中的缺陷趋于消失，但在同一荷载下的结构改变的幅度不同。

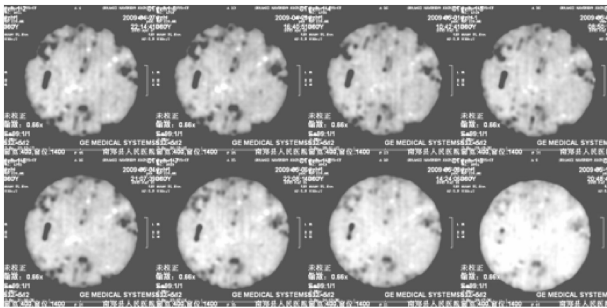


图 53 #0 试样 a 截面在各级荷载下的 CT 扫描图像

Fig. 53 CT images of a-section of sample No. 0 at different loads

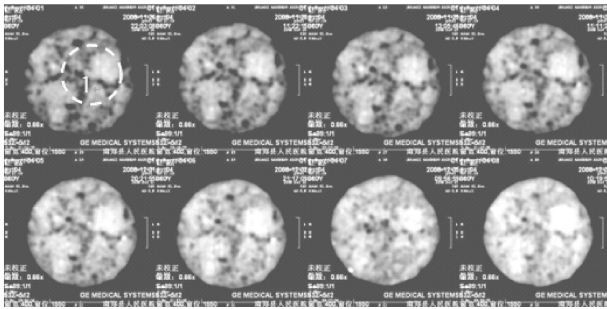


图 54 #4 试样 a 截面在各级荷载下的 CT 扫描图像

Fig. 54 CT images of a-section of #4 simple at different loads

利用试样的 $v - \lg p$ 宏观关系图与 $ME - p$ 、 $SD - p$ 细观关系图可以确定屈服点 (图 55)。同一试样的试验点近似位于两相交的直线段上，两直线段的交点可作为屈服点，屈服点的净平均应力就是屈服应力。把图中屈服点列于表 14 中，取 3 种方法的平均值作为屈服压力。可见随着干湿循环次数的增加，损伤越严重，在同一吸力下试样的屈服应力越小。与 6.3 节中黄土屈服有所不同：原状 Q_3 黄土在屈服前，CT 数 ME 随着净平均应力的增长很小，屈服后 ME 迅速增加。而裂隙膨胀土屈服前 CT 数 ME 和方差 SD 变化快，屈服点后的变化趋势均趋于平缓。这是因为膨

胀土在干湿循环后的试样有较多的裂隙和空洞，在较小的净平均应力作用下就会闭合；而 Q_3 黄土虽有不少裂隙和空洞，但自身的结构性强度大。

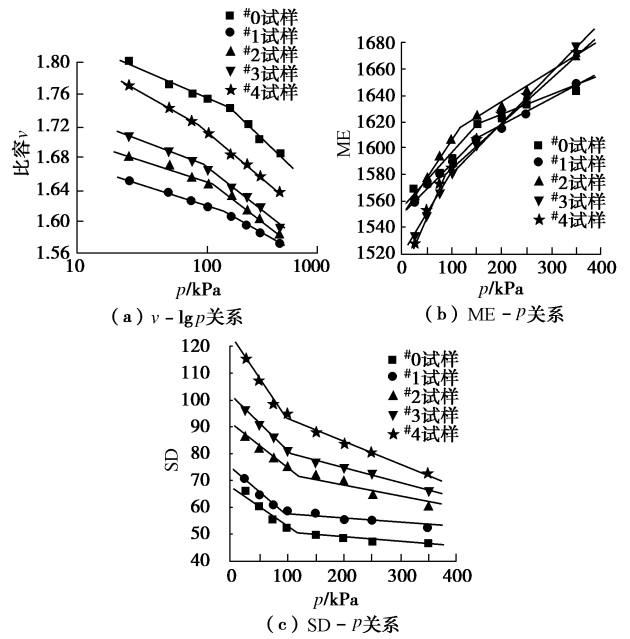


图 55 屈服点的确定

Fig. 55 Determination of yield points

表 14 各试样屈服应力值

Table 14 Yield stresses of samples

| 试样 | 屈服应力 | | | 平均值 |
|----|--------|--------|--------|--------|
| | (1) | (2) | (3) | |
| #0 | 150.34 | 153.78 | 139.93 | 148.01 |
| #1 | 134.58 | 145.94 | 122.35 | 134.29 |
| #2 | 116.61 | 125.28 | 109.49 | 116.95 |
| #3 | 94.25 | 100.75 | 91.97 | 95.73 |
| #4 | 82.14 | 86.12 | 82.11 | 83.46 |
| #5 | 166.74 | 175.39 | 168.24 | 170.12 |

注：表中(1)、(2)、(3)分别表示由 $v - \lg p$ 、 $ME - p$ 、 $SD - p$ 得到的屈服应力。

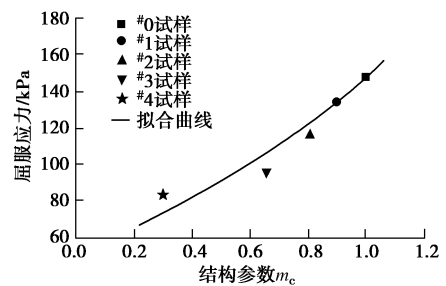


图 56 屈服应力与结构参数 m_c 之间的关系

Fig. 56 Relationship between yield stresses and m_c

基于 CT 数 ME 定义干湿循环过程中的结构参数 m_c ，其表达式为

$$m_c = \frac{ME - ME_f}{ME_i - ME_f} \quad (255)$$

式中 ME 表示干湿循环过程中的任意时刻对应的 CT 数；#0 试样没有经过干湿循环，可认为是没有损伤的试样，相应的 CT 数用 ME_i 表示；#4 试样经过 4 次干湿循环，裂隙发育非常明显，可认为是完全损伤试样，相应的 CT 数用 ME_f 表示。没有损伤的#0 试样结构性最强，结构参数为 1；随着损伤的加大试样初始结构性逐渐减小，经历 4 次干湿循环的#4 试样的结构性最差。

类似地，用加载过程的 CT 数 ME，可定义加载过程中的结构参数 m_p，

$$m_p = \frac{ME - ME_i}{ME_f - ME_i} \quad (256)$$

两种结构参数的值列于表 15 中。干湿循环对试样原有结构造成损伤，静水压力加载使土密实，以至形成新的结构。将两种结构参数相加得土的总结构参数：

$$m = m_c + m_p \quad (257)$$

图 56 是屈服应力 p（表 14）与结构参数 m（表 15）之间的关系曲线。可用下式描述：

$$p_0 = p_{0i} \exp(m - m_{0i}) \quad (258)$$

式中，p_{0i} 和 m_{0i} 分别为未经干湿循环试样的屈服应力及其所对应的结构参数。式（258）表明屈服应力随着结构参数的增大而增大。

表 15 试样结构参数值

Table 15 Structural parameters of samples

| 试样 | ME | | m _c | m _p | m |
|----|---------|---------|----------------|----------------|------|
| | 初始扫描 | 屈服扫描 | | | |
| #0 | 1553.32 | 1614.32 | 1.00 | 0.57 | 1.57 |
| #1 | 1542.86 | 1607.51 | 0.90 | 0.53 | 1.43 |
| #2 | 1532.36 | 1597.79 | 0.81 | 0.47 | 1.28 |
| #3 | 1515.01 | 1585.24 | 0.66 | 0.41 | 1.07 |
| #4 | 1473.15 | 1568.13 | 0.30 | 0.35 | 0.65 |

再把结构参数 m 与试样总的体应变 ε_v 相联系，二者之间的关系曲线如图 57 所示，可用下式描述：

$$m = m_{0i} - \exp(a + b\varepsilon_v) \quad (259)$$

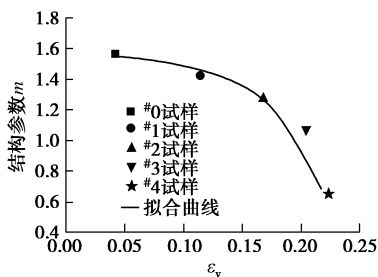


图 57 结构参数 m 与总体应变 ε_v 之间的关系

Fig. 57 Relationship between m and ε_v

(4) 原状膨胀土的弹塑性结构损伤模型

有两种途径。第一种方法是把式（258）、（259）代入 G-A 模型，就可得到考虑初始损伤膨胀土的屈服面方程^[145]：

$$f_1(p, q, s) \equiv q^2 - M^2(p + p_s) \{ p_{0i} \exp[-\exp(a + b\varepsilon_{vc})] - p \} \quad (260)$$

其在 p-q-s 空间中的图形示于图 58。

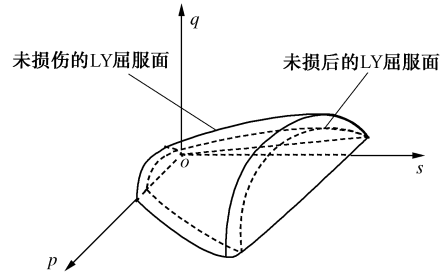


图 58 损伤土的屈服面与未损伤土的屈服面比较

Fig. 58 Comparison between damaged yield surface and undamaged yield surface

第二种方法是利用复合损伤理论^[88-89]（或扰动状态概念）^[87]，把将土体的变形过程看作由原状土向损伤土逐渐转化的过程，土体的变形特性可用原状土和损伤土各占一定比例的复合材料描述。据此，卢再华等建立了原状膨胀土的弹塑性损伤模型^[146]，包括无损部分的应力应变关系、完全损伤部分的应力应变关系和损伤演化方程是 3 个部分。其中，无损部分采用笔者提出的非饱和土的增量非线性模型（见 6.1 节），水量变化采用笔者提出的广义土水特征曲线（见 6.5 节）描述。

由南阳靳岗村原状膨胀土的剪切应力 - 应变曲线（图 59）可见，原状膨胀土在低围压下剪切时有明显的剪胀现象。G-A 模型采用修正剑桥模型的椭圆屈服面描述膨胀土在三轴应力状态下的屈服特性，对剪缩特性为主的土比较适用。为了弥补其不足，将殷宗泽提出的抛物线剪切屈服面（用 S_y 表示）^[147]引入简化的 G-A 模型中。从而，原状膨胀土的弹塑性损伤模型共包括 SI, SD, LY 和 SY 4 个屈服面，它们的空间形状示于图 60。

鉴于用 SI 和 SD 屈服面计算湿胀干缩变形比较麻烦，也比较粗糙，可改用增量非线性函数计算，从而省去了 2 个屈服面 SI 和 SD，使计算简化。

用南阳原状膨胀 6 个土样的三轴剪切试验结果对提出的弹塑性损伤模型进行了初步验证（图 59）。

(5) 原状膨胀土弹塑性损伤模型的应用

卢再华把提出的原状膨胀土弹塑性损伤模型与笔者建立的非饱和土固结理论相结合，得到了原状膨胀土的固结模型^[83, 130]。在笔者设计的非饱和土固结程序 CSU8、黄海设计的非饱和土弹塑性固结程序 USEPC 的基础上，卢再华设计了非饱和膨胀土弹塑性损伤固

结程序 UESEPCD^[130]。程序按平面应变问题计算, 采用 4 结点等参元, 包含 33 个子程序。

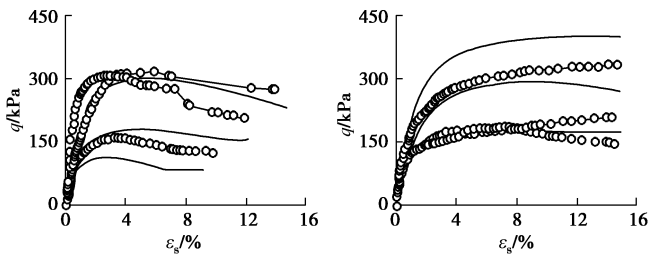


图 59 6 个原状膨胀土剪切应力 - 应变曲线与模型计算的比较
Fig. 59 Comparison between predictions and test stress-strain curves of intact expansive soils

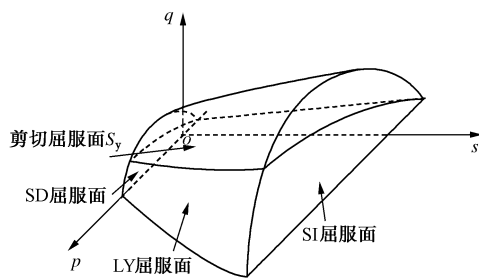


图 60 原状膨胀土的 4 个屈服面

Fig. 60 Yield surfaces of intact expansive soils

应用程序 UESEPCD 先对均质膨胀土地进行降雨、蒸发作用下的有限元计算; 然后对该场地进行边坡开挖和应力调整运算; 应力调整完成后进入挖方边坡在大气营力作用阶段的降雨、蒸发循环过程。通过对膨胀土挖方边坡的土、水、气多相耦合的全过程有限元分析, 定量地描述了膨胀土边坡的胀缩性、裂隙性和超固结性对其失稳滑动的影响, 给出了每一过程中土体的应力场、位移场、含水率场、吸力场、孔隙水压力场、孔隙气压力场、损伤场和塑性区, 模拟了膨胀土边坡的浅层坍塌现象。限于篇幅, 不再赘述。

6.5 持水特性的本构模型

在土壤物理学中, 把由试验得到的土的体积含水率 (或饱和度, 或重力含水率) 与吸力 (基质吸力或总吸力) 之间的关系曲线称之为土 - 水特征曲线^[1] (即 soil-water characteristics curve, 简称为 SWCC)。由于土的吸力变化范围很大 (从 $0 \sim 10^6$ kPa), 故对吸力常采用对数坐标表示。在一般情况下, 仅考虑基质吸力的作用, 特别当吸力超过 1500 kPa 之后, 可认为基质吸力与总吸力等价。土 - 水特征曲线反映土在一定基质吸力作用下的持水性能, 即由于基质吸力克服重力而使水保持在土中的能力, 因而也称为持水曲线^[2]。

从现代土力学观点来看, 持水特性是非饱和土的本构关系之一。因此, 用研究本构关系的观点、理论

和方法探索持水特性可提升该领域的研究水平。例如, 近期的研究表明, 土 - 水特征曲线与应力状态、应力路径和应力历史有关。考虑应力状态和应力路径影响的土 - 水特征曲线公式可称之为广义土 - 水特征曲线模型。在式 (115) 中包含饱和度、吸力和密度 3 个变量, 是 3 变量广义土 - 水特征曲线模型。笔者等在后续的研究中, 把土中水分对应变张量的依存关系用对应力张量的依赖关系代替, 相继提出了分别考虑净平均应力和偏应力影响的 3 变量和 4 变量非饱和土广义土 - 水特征曲线模型。

(1) 考虑密度影响的广义土 - 水特征曲线

由 5.3 节式 (113) 可知, 饱和度与吸力及应变张量有关。饱和度是标量, 而应变张量是二阶张量, 故饱和度对应变张量的依存关系只有通过其 3 个不变量才能实现。应变张量的第一个不变量是体应变, 等价于土的密度变化。

为了探讨密度对土 - 水特征曲线的影响, 笔者等^[9]采用张力计研究了非饱和土的持水特性。试验用土取自西安黑河大坝金盆土场的 Q₃ 黄土 (粉质黏土), 重塑制样。用千斤顶把配好水的水重塑土在高 15 cm、内径 10 cm 的钢筒中分 5 层压实到设计干密度, 每层的厚度用套在压力活塞上的钢环高度控制, 试样成型后的高度是 10 cm。用直径略小于张力仪陶瓷头直径的钻头在试样中心打孔, 孔深 8 cm, 把标定好的张力仪插入试样中。在钢筒上部分的空余部分, 用制样的土填满, 然后把土筒装入塑料带中, 塑料带的口在收紧后用绳子紧扎在张力仪的塑料杆上。根据跟踪观察, 张力仪的读数在 36 h 内就稳定了。因此, 上述措施完全可以保证试样的含水率不变。

试样的控制含水率为 10%, 13.2%, 16.2%, 17.33%, 19.34%, 21.06%, 23.5%, 26.00%, 28.00%, 31.00%, 36.00%; 控制干密度为 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7 g/cm³。对于干密度为 1.6 和 1.7 g/cm³ 的试样, 把张力仪的陶瓷头插入小于其直径 0.1 mm 的孔中非常困难, 只得放弃相应的试验。每一干密度在同一含水率下同时制 5 个试样平行测定, 整理资料时采用它们的平均值。当含水率低于 17.33% 时, 张力仪的读数超过了其有效量程 (80 kPa), 因而对这一部分资料舍弃不用。

在半对数坐标上, 当饱和度小于 80%, 不同密度的土样的 $S_r - \lg\left(\frac{u_a - u_w}{p_{atm}}\right)$ 都是直线 (图 61), 其方程为

$$S_r = a_0 - b_0 \lg\left(\frac{u_a - u_w}{p_{atm}}\right) \quad (261)$$

式中, p_{atm} 是大气压, a_0 , b_0 均为无量纲土性参数。式 (261) 表明, 饱和度随吸力增大而降低。

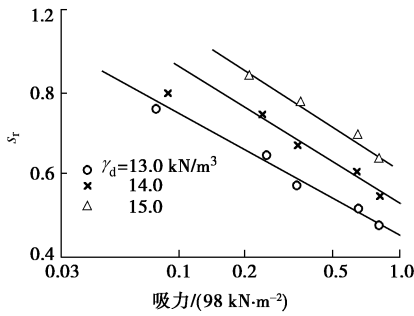


图 61 西安金盆重塑黄土的土 - 水特征曲线 (半对数坐标)

Fig. 61 SWCC of Jinpen remolded loess of Xi'an city

图 62 是参数 a_0 , b_0 与孔隙率 n (与干密度等价) 的依赖关系, 可用下式描述:

$$\begin{cases} a_0 = a_1 - a_2 n, \\ b_0 = b_1 - b_2 n, \end{cases} \quad (262)$$

式中, a_1 , a_2 , b_1 , b_2 分别是图 62 中两条直线的截距和斜率, 皆为无量纲参数。对于西安黑河金盆土样, 参数 a_1 , a_2 , b_1 , b_2 的数值分别为 1.6486, 2.2857, 0.6830 和 0.7330。由图 62 可见, 参数 a 随密度变化较大, 而 b 受其影响较小, 可视为常数。把 a_0 的表达式代入式 (261) 得

$$S_r = a_1 - a_2 n - b_0 \lg\left(\frac{u_a - u_w}{p_{atm}}\right) \quad (263)$$

由于式 (263) 明显反映了密度的影响, 包含饱和度、孔隙率、吸力 3 个变量, 故可称之为 3 变量广义土 - 水特征曲线, 其中包含 a_1 , a_2 , b_0 3 个参数。

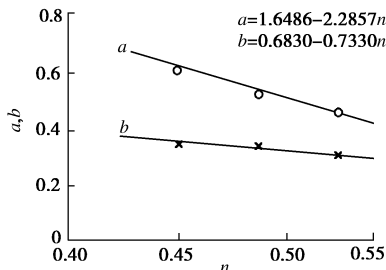


图 62 持水曲线参数 a , b 与孔隙率的关系

Fig. 62 Relationship among a and b and n

与传统土 - 水特征曲线试验方法相比, 上述方法虽然需要较多的试样, 但其试验过程中的重力含水率和试样干密度被控制为已知量, 试样的体积亦保持常数, 仅需测试吸力; 试样不发生干缩或湿胀, 无需考虑体变影响, 因而不必对传统土 - 水特征曲线进行修正; 也不必区分增湿过程与脱湿过程, 这些是其最突出的优点。当吸力高于 80 kPa 后, 可用接触滤纸法或热传导探头测定吸力; 如果有多套设备, 可同时制备一系列干密度相等但含水率不同的试样, 同时测试吸力, 则可把测试一条完整 SWCC 的历时从几个月缩短到 10 d 之内。显然, 该法对任何土类的原状试样和重塑试样均适用, 具有广泛的应用前景。

为了考虑密度对 SWCC 的影响, 张雪东等^[148]在已知两个具有不同初始孔隙比的 SWCC 的基础上 (以饱和度为变量), 假定饱和度的改变量与孔隙比的改变量之间存在一定的比例关系, 通过插值逐点求解任意初始孔隙比的土水特征曲线。该法只需做两个不同初始密度的试验, 可简化工作量; 但其假定并非普遍规律, 也未经试验数据验证, 必然存在偏差。与图 61 中曲线不同的是, 他们研究的每条曲线上的孔隙比是逐点变化的。

包承纲等^[149]视土 - 水特征曲线上两个特征点之间的区段为直线, 建议了一个与式 (261) 相同的土水特征曲线公式, 其中的参数为常数, 可用两个特征点处的吸力解联立方程确定, 进而将式 (261) 改写为如下表达式:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = p_1 - q_1 \lg(u_a - u_w) \quad (264)$$

其中, p_1 , q_1 均为常数。李志清等^[150]用压力板仪研究了襄樊原状膨胀土的持水特性, 在吸力 10~300 kPa 范围内, 建议的表达式与式 (264) 相同。

王协群等^[151] (用压力板仪研究了重庆黏土在不同压实度下的持水特性, 结果表明压实度对该土的持水特性有一定影响。同时指出重庆黏土受降雨入渗影响的吸力变化范围为 30~100 kPa, 相应重力含水率与吸力之间呈线性关系, 建议的表达式形式与式 (261) 相同, 且其中的参数随密度变化。换言之, 文献[151]和本节的研究成果不仅在形式上而且在内涵上都是一致的。

(2) 考虑应力状态和应力路径影响的广义土 - 水特征曲线

从理论上考虑, 土 - 水特征曲线应当与应力状态、应力路径相关。这是因为, 水分变化规律是非饱和土的一个本构关系, 必然与应力状态变量及应力路径有关。描述非饱和土的应力状态通常用两个应力状态变量, 即净总应力 $\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}$ 和吸力 $s = u_a - u_w$ 。净总应力可用其 3 个不变量 (净平均应力 p 、偏应力 q 和应力罗德角 θ_σ) 反映, 它们和吸力对土 - 水特征曲线均有贡献。传统土 - 水特征曲线仅考虑了吸力一个变量的影响, 存在明显的缺点。

a) 考虑净平均应力或净竖向压力影响的广义土 - 水特征曲线

陈正汉用一组控制净平均应力为常数、吸力增大的非饱和土三轴收缩试验研究了净平均应力对土 - 水特征曲线的影响^[98]。试验用土取自山西汾阳机场探井中的 Q₃ 黄土 (粉质黏土), 重塑制样。根据设计的试样干密度算出一个土样所需的湿土, 再分成 5 等份。用专门的加载设备把土料在试样模中分 5 层压实, 每

层高度用套在试样模活塞上的钢环控制。试样的直径和高度分别是 3.91 cm 和 8 cm；土样的初始含水率、初始干密度和初始吸力分别是 17.15%、1.70 g/cm³ 和 20 kPa；相应的初始孔隙比为 0.60；初始饱和度为 77.75%；土粒相对密度为 2.72。做了 4 个三轴收缩试验，净平均应力分别控制为 5, 50, 100, 200 kPa，试样的吸力从 20 kPa 起分级施加，试验终止时的吸力依次为 500, 450, 400, 100 kPa。

由于非饱和土的渗透性很小 为了使试样内的吸力在加荷过程中尽可能保持不变并取得各级荷载下试样变形与排水量的稳定值，加荷速率必须相当小。采用的稳定标准为：在 2 h 时内，试样的体变和排水量分别小于 0.0063 cm³ 和 0.012 cm³，且每级吸力稳定时间不少于 48 h。完成一个试验约需 24~33 d 不等，其历时长短取决于试验最终达到的净平均应力或吸力的高低。试验结束时，试样被切成 3 段，分别量测各段的含水率，发现 3 者的含水率彼此很接近。由试样的初始含水率和最终含水率之差，可以算出试样的实际排水量，并据此把试验过程中所量测的排水量按历时校正。由于试验在秋冬季进行，试验结果表明，排水量的量测值与校正值之间的相对差别在 5% 之内。尽管如此，在下文的分析中排水量采用校正值。

试验结果示于图 63。显而易见，不同的净平均应力对应着不同的土 - 水特征曲线。说明当土同时受吸力和净平均应力作用时，土中水分与吸力之间并不存在单值对应的关系。事实上，净平均应力引起体变，改变了土的密度。这一点具有实际意义，当在分析计算中使用土 - 水特征曲线时，应根据土实际承受的正应力进行土 - 水特征曲线试验。

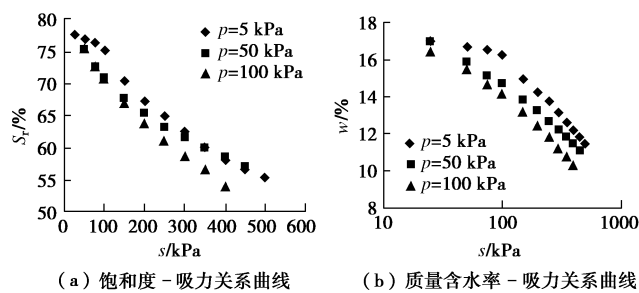


图 63 山西汾阳机场重塑黄土在不同净平均应力下的土 - 水特征曲线

Fig. 63 SWCC of remolded loess of Fenyang Airport of Shanxi

图 63 中净平均应力等于 5 kPa 的试验近似于常规收缩试验（净平均应力等于零），相应的 $(u_a - u_w) - S_r$ 关系或 $w - (u_a - u_w)$ 关系可近似看成是通常的土 - 水特征曲线，其它 3 个试验的相应曲线就是考虑净平均应力影响的广义土 - 水特征曲线。

应当指出，吴宏伟等^[152]、龚壁卫等^[153]也提出土

- 水特征曲线试验应考虑上覆压力和围压的影响，他们所做的一维固结和各向等压的土 - 水特征曲线试验分别采用单轴体积压力板仪和应力式体积压力板仪，试样直径和高度分别为 7 cm 和 2 cm。

对于非饱和土的水量变化，笔者提出了式 (179) 的本构关系^[96]。

黄海^[107]将 H_{wt} 的表达式代入式 (179)，对两边积分，得全量形式：

$$\varepsilon_w = \frac{p}{K_{wt}} + \frac{\lambda_w(p)}{\ln 10} \ln \left(\frac{s + p_{atm}}{\lambda_w(p)} \right) \quad (265)$$

将式 (265) 代入式 (176) 得

$$w = w_0 - \frac{1 + e_0}{d_s} \left[\frac{p}{K_{wt}} + \frac{\lambda_w(p)}{\ln 10} \ln \left(\frac{s + p_{atm}}{\lambda_w(p)} \right) \right] \quad (266)$$

式 (266) 即为考虑净平均应力的广义土水特征曲线的理论公式。其一般形式为^[107]

$$w = w_0 - ap - b \ln \left(\frac{s + p_{atm}}{p_{atm}} \right) \quad (267)$$

式中， $a = \frac{1 + e_0}{d_s K_{wt}}$ ， $b = \frac{1 + e_0}{d_s} \frac{\lambda_w(p)}{\ln 10}$ ，二者均为常数。

式 (267) 包括含水率、净平均应力和吸力 3 个变量，亦是 3 变量广义土 - 水特征曲线。比较式 (263) 与式 (267)，可见 $a_2 n$ 与 ap 相当。换言之，净平均应力的作用等价于密度的影响。

黄海等用一系列净平均应力与吸力之比等于常数的三轴排水试验验证了式 (267) 的合理性^[107]。试验用土为汾阳机场重塑黄土，试验情况见 6.2 节及图 15。根据式 (267) 对排水量数据进行二元线性回归拟合，求得相应的 a ， b 值。为了说明拟合效果，绘制土 - 水特征曲线的二维图，取占各试验路径中比重大的 P 或 S 作为横坐标。除路径 AG 外，其余路径的预测结果均与试验数据吻合较好（图略）。

苗强强等用一系列控制净竖向压力为常数、吸力增大的非饱和土收缩试验与控制净平均应力为常数、吸力增加的三轴收缩试验，研究了广州—佛山高速公路的重塑含黏砂土的广义土 - 水特征曲线^[79, 152]。理论预测与试验结果的比较分别示于图 64 和图 65 中，二者的吻合情况都比较好。

b) 考虑偏应力影响的广义土 - 水特征曲线

方祥位等用应力控制式非饱和土三轴仪研究了剪应力对土水特征曲线的影响^[154]。试验用土采用青海桥头电厂五期工程探井中的黄土，重塑制样。制样方法与 6.5 节 (2) 相同。试样的直径和高度分别是 3.91 cm 和 8 cm。土粒相对密度为 2.72，土的液限、塑限和塑性指数分别为 29.5%、19% 和 10.5，属于粉质黏土。试验按干密度分为两组：初始干密度为 1.68 g/cm³ 的

土样, 初始孔隙比为 0.62, 初始含水率为 16%, 初始饱和度为 70.2%; 初始干密度为 1.5 g/cm³ 的土样, 初始孔隙比为 0.81, 初始含水率为 16%, 初始饱和度为 53.7%。

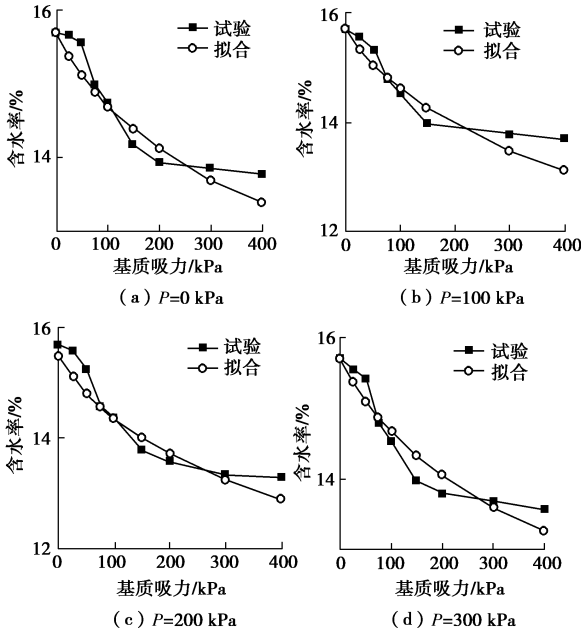


图 64 考虑净竖向压力作用时理论公式 (267) 拟合曲线与广州重塑含黏砂土的试验曲线比较

Fig. 64 Comparison between SWCCs predicted by Eq. (267) and test results considering effect of vertical pressure on SWCCs

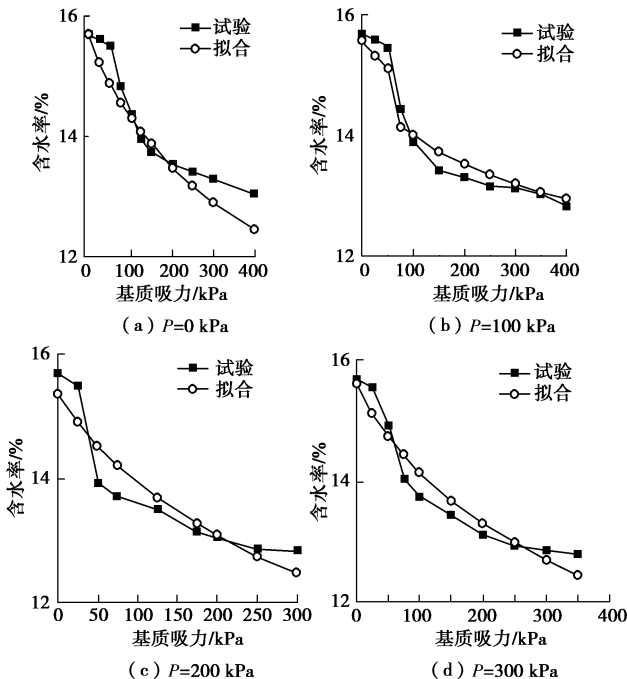


图 65 考虑净平均应力作用时理论公式 (267) 拟合曲线与广州重塑含黏砂土的试验曲线比较

Fig. 65 Comparison between SWCC predicted by Eq. (267) with test results considering effect of net mean stress on SWCCs

共做了 7 个同时控制吸力和净平均应力为常数的三轴固结排水剪切试验 (表 16)。试验包括固结和排水剪切两个阶段: 在固结阶段, 先施加吸力, 紧接着施加围压, 使净围压 $\sigma_3 - u_a$ 等于 150 kPa; 在剪切阶段, 控制吸力为常数, 调节围压 σ_3 和轴向应力 (相当于 $\sigma_1 - \sigma_3$), 使净平均应力控制为常数 (150 kPa), 逐级施加偏应力直至试样破坏。每级加载的稳定标准与 6.5 节 (2) 的试验相同, 即在 2 h 内, 试样的体变和排水量分别小于 0.0063 cm³ 和 0.012 cm³。完成一个试验约需 15 d 左右。鉴于试验历时较长, 对排水量进行了校正, 分析试验资料时采用校正值 (表 16)。

对固结阶段, 根据式 (267) 用二元线性回归拟合, 分别得到两组试验的 a, b 值 (表 17)。 a, b 均与土样密度有关, 密度越小, 在压力和吸力作用下变形和排水越易。

从表 16 的最后一列可见, 等 p 剪切过程的排水量约占总排水量的 20%~30%, 不允忽略。同时可以看到, 吸力越低, 剪切引起的排水量占有的份额越大。

图 66 是剪切阶段的含水率随广义剪应力的变化情况。其 $w-q$ 关系近似为直线, 斜率的绝对值用 $c(s)$ 表示, 列于表 18。相同密度的土样在不同吸力作用下的直线斜率数值很接近, 可用其平均值 c 取代。

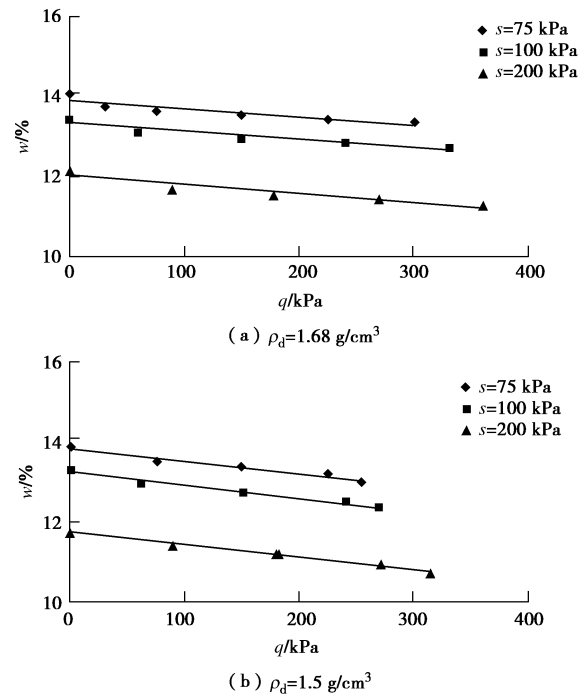


图 66 青海桥头电厂重塑黄土在控制吸力和净平均应力为常数的剪切过程中的 $w - q$ 关系

Fig. 66 Relationship between w and q for remolded loess of Qiaotou Power Plant in Qinghai province

结合式 (267), 可得同时考虑吸力、净平均应力和偏应力的广义土水特征曲线公式如下:

表 16 青海桥头电厂试样排水量的量测值与校正值的比较

Table 16 Comparison between measured and corrected values of water discharge of Qiaotou Power plant in Qinghai province

| 干密度 /(g·cm ⁻³) | 吸力 /kPa | 排水量的量测值/cm ³ | | | 排水量的校正值/cm ³ | | | 差值 /cm ³ | 相对误差 /% | 剪切排水量占总排水量 比例/% |
|-------------------------------|------------|-------------------------|-------|-------|-------------------------|------|------|------------------------|------------|--------------------|
| | | 总量 | 固结 | 剪切 | 总量 | 固结 | 剪切 | | | |
| 1.68 | 30 | 0.25 | 0.188 | 0.062 | | | | | | |
| | 75 | 4.18 | 3.080 | 1.100 | 4.29 | 3.16 | 1.13 | 0.11 | 2.56 | 26.34 |
| | 100 | 5.14 | 3.960 | 1.180 | 5.34 | 4.11 | 1.23 | 0.20 | 3.75 | 23.03 |
| | 200 | 7.50 | 6.150 | 1.350 | 7.61 | 6.24 | 1.37 | 0.11 | 1.45 | 18.00 |
| 1.50 | 75 | 4.32 | 3.040 | 1.280 | 4.26 | 3.00 | 1.26 | 0.06 | 1.41 | 29.58 |
| | 100 | 5.01 | 3.700 | 1.310 | 5.18 | 3.83 | 1.35 | 0.17 | 3.28 | 26.06 |
| | 200 | 7.40 | 5.960 | 1.440 | 7.55 | 6.08 | 1.47 | 0.15 | 1.99 | 19.47 |

表 17 青海桥头电厂土样的广义土 - 水特征曲线参数值

Table 17 Parameter values of SWCC of Qiaotou Power plant in Qingdao province

| 干密度/(g·cm ⁻³) | a/ (10 ⁻⁵ kPa) | b | c/ (10 ⁻⁵ kPa) |
|---------------------------|---------------------------|-------|---------------------------|
| 1.68 | 1.47 | 0.032 | 2.09 |
| 1.50 | 1.87 | 0.035 | 3.07 |

表 18 青海桥头电厂重塑黄土的 w - q 关系直线斜率的绝对值

Table 18 Slopes of w - q curves of remolded loess of Qiaotou Power plant in Qinghai province

| 干密度 /(g·cm ⁻³) | 吸力 /kPa | c(s) /(10 ⁻⁵ kPa ⁻¹) | c /(-10 ⁻⁵ kPa ⁻¹) |
|-------------------------------|------------|--|--|
| 1.68 | 75 | 1.98 | |
| | 100 | 2.09 | 2.09 |
| | 200 | 2.19 | |
| 1.50 | 75 | 3.02 | |
| | 100 | 3.17 | 3.07 |
| | 200 | 3.02 | |

$$w = w_0 - ap - b \ln \left(\frac{s + p_{atm}}{p_{atm}} \right) - cq \quad (268)$$

式 (268) 是迄今包含非饱和土应力状态变量的不变量数目最多的广义土 - 水特征曲线公式, 亦可称为 4 变量土 - 水特征曲线公式。应力罗德角对土 - 水特征曲线影响尚待研究。

式 (268) 亦可用理论方法导出。考虑偏应力的影响, 式 (179) 可扩展为^[155]

表 19 广州含黏砂土试样排水量的量测值与校正值的比较

Table 19 Comparison between measured and corrected values of Guangzhou clayey-sand soils

| 干密度 /(g·cm ⁻³) | 吸力 /kPa | 排水量的量测值/cm ³ | | | 排水量校正值/cm ³ | | | 差值 /cm ³ | 相对误差 /% | 剪切排水量占总 排水量比例/% |
|-------------------------------|------------|-------------------------|------|-------|------------------------|------|------|------------------------|------------|--------------------|
| | | 总量 | 固结 | 剪切 | 总量 | 固结 | 剪切 | | | |
| 1.85 | 50 | 7.102 | 3.85 | 3.252 | 7.3 | 3.95 | 3.35 | 0.248 | 3.49 | 45.89 |
| | 100 | 7.892 | 4.55 | 3.342 | 8.1 | 4.60 | 3.50 | 0.208 | 2.64 | 43.21 |
| | 200 | 9.744 | 6.3 | 3.444 | 10.0 | 6.45 | 3.55 | 0.256 | 2.63 | 35.50 |

$$d\varepsilon_w = \frac{dp}{K_{wpt}} + \frac{ds}{H_{wt}} + \frac{dq}{K_{wqt}} \quad (269)$$

式中, K_{wpt} , H_{wt} 和 K_{wqt} 分别表示与净平均应力、吸力和偏应力相关的水的切线体积模量, K_{wpt} 和 K_{wqt} 可视为常数^[155], H_{wt} 与吸力相关, 从 6.5(2) 节知, $H_{wt} = \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_w(p)}$ 。对式 (269) 两边积分, 并利用式 (176), 化简即得式 (268)。其中,

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1 + e_0}{d_s K_{wpt}}, \\ b &= \frac{(1 + e_0) \lambda_w(p)}{d_s \ln 10}, \\ c &= \frac{1 + e_0}{d_s K_{wqt}}. \end{aligned} \right\} \quad (270)$$

张磊^[155]以广州含黏砂土为对象, 用一组净平均应力和吸力为常数的非饱和土三轴剪切试验 (应力控制式) 进一步验证了式 (268) 的正确性。试样初始含水率和干密度分别为 14.5% 和 1.85 g/cm³, 试样直径和高度分别是 3.91 cm 和 8 cm。共做了 3 个试验, 净平均应力控制为 200 kPa, 吸力分别控制为 50, 100 和 200 kPa。由于在增大偏应力时必须降低净围压 ($\sigma_3 - u_a$) 以保持净平均应力不变, 加之试验历时长, 故每个试验只加了 50, 100, 150, 175 kPa 等 4 级剪应力。试验方法和稳定标准与本节前所述相同, 每级荷载稳定时间 2~3 d, 完成一个试验约需要 30 d 左右, 对试验排水量做了校正, 见表 19。

由表 19 的最后一列可见,含黏砂土在等 p 剪切过程的排水量约占总排水量的 35%~45%,高出青海桥头电厂重塑黄土在同类试验中的排水量 10%以上,在分析计算中必须考虑。

图 67 是广州含黏砂土在剪切阶段的含水率随偏应力的变化情况,其 $w-q$ 关系近似为直线,不同吸力作用下的直线斜率数值很接近,其平均值为 $1.09 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$,此即为式 (268) 中参数 c 之值,比青海桥头电厂重塑黄土的相应参数值高出了 1 个数量级。

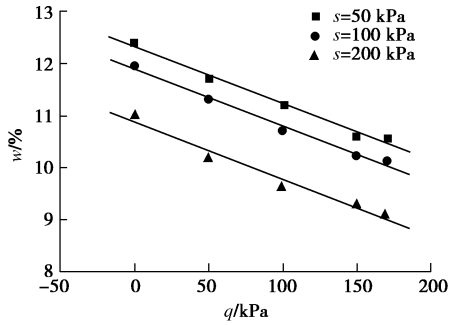


图 67 广州含黏砂土在控制吸力和净平均应力为常数的剪切过程中的 $w-q$ 关系

Fig. 67 Relationship of w between q for Guangzhou clayey-sand soils

c) 考虑应力状态变量交叉效应(或应力路径)影响的广义土水特征曲线

在上述对广义土-水特征曲线的研究中,用试验确定 $w-s$ 关系和 $w-p$ 关系时,不施加偏应力(即 $q=0$),未考虑偏应力对其影响;而在用试验确定 $w-q$ 关系时,仅取了一个净平均应力,未考虑不同净平均应力对其影响。换言之,式 (269) 中的 K_{wpt} ,

$$H_{wt} = \ln 10 \frac{s + P_{atm}}{\lambda_w(p)} \text{ 和 } K_{wqt} \text{ 均不为常数, 后二者等价于}$$

$\lambda_w(p)$ 和 c 不为常数。为弥补上述研究的不足,章峻豪等^[156]探讨了考虑净平均应力和偏应力对广义土-水特征曲线影响的交叉效应,研究结果还发现偏应力和吸力的交叉效应对土水特征曲线也有影响。

试验分为 3 组: ①第 1 组,控制偏应力和净平均应力都为常数、基质吸力逐级增大的三轴收缩试验; ②第 2 组;控制偏应力和基质吸力都为常数、净平均应力逐级增大的三轴各向等压试验; ③第 3 组,控制净平均应力和基质吸力都为常数、偏应力逐级增大的等 p 剪切试验。总计 26 个试验,试验方案列于表 20。表 19 中符号 p_0 , q_0 和 s_0 的下标“0”表示该值在试验过程中控制为常数。每级荷载下,试验稳定的标准为两小时内试样体变量不大于 0.0063 cm^3 ,且排水量不大于 0.012 cm^3 ;在施加偏应力时,轴向变形速率控制为 0.0066 mm/min 。

考虑到试验历时较长及排水量测系统的误差,应对排水量测值进行校正。方法是在试验结束时,称量试样的质量,根据试样初始质量和最终质量之差,按历时校正试验过程中的排水量。试验的量测值和校正正值列于表 20。从表 20 可见,排水量的量测值与校正正值的差别不大。尽管如此,在以下的分析中排水量均采用校正正值。

表 20 试样排水量的量测值与校正值的比较

Table 20 Comparison between measured and corrected values of water discharge

| 试验条件描述/kPa | | 量测值 / cm^3 | 校正值 / cm^3 | 相对误差/% | |
|-----------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------|------|
| 控制偏应力和净平均应力都为常数的三轴收缩试验 | $q_0=0$ $p_0=50$ | 4.44 | 4.33 | 2.54 | |
| | $q_0=0$ $p_0=100$ | 4.89 | 4.47 | 9.40 | |
| | $q_0=0$ $p_0=200$ | 6.02 | 5.69 | 5.80 | |
| | $q_0=100$ $p_0=50$ | 4.09 | 3.79 | 7.92 | |
| | $q_0=100$ $p_0=100$ | 3.90 | 3.75 | 4.00 | |
| | $q_0=100$ $p_0=200$ | 4.96 | 4.78 | 3.77 | |
| 控制偏应力和基质吸力都为常数的各向等量加压试验 | $q_0=200$ $p_0=100$ | 3.32 | 3.11 | 6.75 | |
| | $q_0=200$ $p_0=200$ | 3.98 | 3.67 | 8.45 | |
| | $q_0=0$ | $s_0=50$ | 3.46 | 3.26 | 6.13 |
| | | $s_0=100$ | 3.99 | 3.88 | 2.84 |
| | | $s_0=200$ | 5.67 | 5.22 | 8.62 |
| | $q_0=100$ | $s_0=50$ | 3.02 | 2.75 | 9.82 |
| $s_0=100$ | | 3.88 | 3.57 | 8.68 | |
| $s_0=200$ | | 5.01 | 4.69 | 6.82 | |
| $q_0=200$ | $s_0=50$ | 2.34 | 2.17 | 7.83 | |
| | $s_0=100$ | 3.49 | 3.46 | 0.87 | |
| | $s_0=200$ | 4.39 | 4.30 | 2.09 | |
| 控制净平均应力和基质吸力都为常数的等 p 剪切试验 | $p_0=100$ | $s_0=50$ | 1.50 | 1.38 | 8.70 |
| | | $s_0=100$ | 2.58 | 2.43 | 6.17 |
| | | $s_0=200$ | 3.36 | 3.15 | 6.67 |
| | $p_0=200$ | $s_0=50$ | 2.31 | 2.15 | 7.44 |
| | | $s_0=100$ | 3.25 | 3.04 | 6.91 |
| | | $s_0=200$ | 3.78 | 3.64 | 3.85 |
| $p_0=300$ | $s_0=50$ | 3.54 | 3.46 | 2.31 | |
| | $s_0=200$ | 4.75 | 4.58 | 3.71 | |

分析试验结果发现了以下规律:

$$\lambda_w(p) = a_2 + b_2 q_0 \quad (271)$$

$$K_{wpt} = a_1 + b_1 q_0 \quad (272)$$

$$K_{wqt} = a_3 + b_3 p_0 \quad (273)$$

将式 (271) ~ (273) 代入式 (269), 再对两边积分得

$$\varepsilon_w = \frac{p}{a_1 + b_1 q_0} + \frac{a_2 + b_2 q_0}{\ln 10} \ln\left(\frac{s + p_{atm}}{p_{atm}}\right) + \frac{q}{a_3 + b_3 p_0} \quad (274)$$

把式 (274) 代入式 (175) 得

$$w = w_0 - \bar{a}p - \bar{b} \ln\left(\frac{s + p_{atm}}{p_{atm}}\right) - \bar{c}q \quad (275)$$

式 (275) 即改进后的广义土 - 水特征曲线的表达式,

其中, $\bar{a} = \frac{1 + e_0}{d_s(a_1 + b_1 q_0)}$, $\bar{b} = \frac{(1 + e_0)(a_2 + b_2 q_0)}{d_s \ln 10}$,

$\bar{c} = \frac{1 + e_0}{d_s(a_3 + b_3 p_0)}$ 。 a_1, a_2, a_3, b_1, b_2 和 b_3 都是土

性参数, $a_1 = 9800.70 \text{ kPa}$, $a_2 = 0.076$, $a_3 = 87700 \text{ kPa}$, $b_1 = 40.77$, $b_2 = -0.00015 \text{ kPa}^{-1}$, $b_3 = -225$ 。

式 (271) ~ (273) 抓住了主要因素, 忽略了次要因素, 不仅反映了净平均应力和偏应力对土的持水特性的影响, 而且反映了偏应力和吸力的交叉效应; 既是对式 (268) 的改进, 也是对持水特性认识的深化, 故可称为考虑应力状态变量交叉效应的广义土 - 水特

征曲线公式或改进的广义土 - 水特征曲线公式 (用 MGSWCC 表示)。

不同应力路径下, 分别按 GSWCC 表达式 (即式 (268)) 和 MGSWCC 表达式 (即式 (275)) 计算本文 26 个试验过程的含水率, 其结果与试验数据的比较见表 21, 可以看到, MGSWCC 表达式计算的结果与试验数据更为吻合。如果允许相对误差限制在 10% 以内, 则不必对 GSWCC 的表达式进行修正, 就可满足要求。

(3) 考虑温度影响的高吸力段缓冲材料的 SWCC 模型

膨润土是高放废物地质库的缓冲材料和工程屏障, 其吸力可达数百兆帕。测定其土 - 水特征曲线通常用水蒸气平衡技术, 即通过施加恒定的相对湿度 (RH) 实现吸力 Ψ 的控制。相对湿度 (RH) 定义为当前水蒸气压力 p_v 与当前温度对应的饱和水蒸气

表 21 用 GSWCC 表达式和 MGSWCC 表达式预测试验结果统计表

Table 21 Comparison between predicted values by Eq. (268) and those by Eq.(275)

| 试验类别 | 试验数据 点数目 | 式 (268) 预测试验结果的相对误差 | | | 式 (275) 预测试验结果的相对误差 | | |
|--------------------------------|-------------|---------------------|---------------|---------------|---------------------|-------------|---------------|
| | | 最大值 | 误差 ≤ 5% 点数 | 误差 ≤ 1% 点数 | 最大值 | 误差 ≤ 5% 点数 | 误差 ≤ 1% 点数 |
| | | /% | /相对百分数 | /相对百分数 | /% | /相对百分数 | /相对百分数 |
| 控制净平均应力和偏应力为常数、吸力增大的三轴收缩试验 | 48 | 6.23 | 46 /95.83% | 21 /43.75% | 2.01 | 48 /100% | 45 /93.75% |
| 控制偏应力和基质吸力为常数、净平均应力增大的三轴各向等压试验 | 53 | 7.58 | 48 /90.57% | 24 /45.28% | 1.24% | 53 /100% | 50 /94.34% |
| 控制净平均应力和吸力为常数、偏应力增大的三轴剪切试验 | 50 | 3.90 | 50 /100% | 37 /74.00% | 1.76% | 50 /100% | 46 /92% |

表 22 试验所用饱和盐溶液及其相对湿度与吸力

Table 22 RH values and the corresponding suctions of the used saturated salt solutions

| 固相 | 20℃ | 40℃ | 60℃ | 80℃ | 100℃ |
|---|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| KNO ₃ | — | 88%RH / 18MPa | 82%RH / 30MPa | — | — |
| KCl | 85%RH / 22 MPa | — | — | 79.5%RH / 37MPa | — |
| NaCl | 75.7%RH / 38MPa | 74.7%RH / 42MPa | 74.9%RH / 44MPa | 76.4%RH / 44MPa | — |
| KBr | — | — | — | — | 69.2%RH / 63MPa |
| NaNO ₃ | — | — | 67.5%RH / 60MPa | 65.5%RH / 69MPa | — |
| NaNO ₂ | 66%RH / 56MPa | 61.5%RH / 70MPa | 59.3%RH / 80MPa | 58.9%RH / 86MPa | — |
| NaClO ₃ | — | — | — | — | 54%RH / 106MPa |
| NaBr | 57.9%RH / 74MPa | 52.4%RH / 93MPa | 49.9%RH / 107MPa | 50%RH / 113MPa | — |
| Mg(NO ₃) ₂ | — | — | 43%RH / 130MPa | — | — |
| K ₂ CO ₃ | 44%RH / 111MPa | 42%RH / 125MPa | — | — | — |
| MgCl ₂ | 33%RH / 150MPa | 32%RH / 164MPa | 30%RH / 185MPa | — | — |
| KF | — | — | — | 22.8%RH / 241MPa | 22.9%RH / 253MPa |
| KC ₂ H ₃ O ₂ | 23%RH / 198MPa | 20%RH / 232MPa | — | — | — |

压力 p_v 与当前温度对应的饱和水蒸气压力 p_{vs} 之比 (通常认为 p_{vs} 只是温度的函数)。在均匀恒定的温度条件下, 一定化学溶液上方气体的相对湿度是恒定的, 故通常使用化学溶液控制气体的相对湿度。吸力与相对湿度之间存在如下关系 (表 22):

$$\Psi = -\frac{RT\rho_w}{M_w} \ln(\text{RH}) = -\frac{RT\rho_w}{M_w} \ln\left(\frac{p_v}{p_{vs}}\right), \quad (276)$$

式中, R 为通用气体常数, T 为绝对温度, ρ_w 为水的密度, M_w 为水的克分子量。

如前文所述, 在高吸力段内, 吸附作用是土中吸持水的主导因素, 当达到 (高) 吸力平衡时, 土中的水蒸气与土中的吸附水是处于相平衡状态的, 下文将从吸附热力学的角度对高吸力段内持水曲线的温度效应加以分析^[157]。

水分子被吸附到矿物表面后, 由原来三维空间上运动转变为在二维空间上运动, 其自由度必减小, 意味着发生吸附后水的熵必会减小, 即吸附熵 ΔS_m 总会小于零。根据热力学, 吸附热 (焓) ΔH_m 与吸附熵 ΔS_m 之间存在如下关系^[158]:

$$\Delta H_m = T\Delta S_m, \quad (277)$$

式中, 吸附热 ΔH_m 以吸热为正。由式 (277), $\Delta S_m < 0$, 则 $\Delta H_m < 0$, 即土吸附水总是放热的。根据 Le Chatelier 原理, 对于一个放热过程, 温度升高会抑制这个过程的进行, 故温度的升高必会抑制土对水的吸附, 即在高吸力段内土的持水能力总会随着温度的升高而减弱, 这与前述的实验现象是一致的。

根据热力学的 Clausius - Clapeyron 方程^[158]有

$$\left.\frac{\partial p_v}{\partial T}\right|_{dw=0} = -\frac{\Delta H_m p_v}{RT^2}, \quad (278)$$

式中, 左端代表在等含水率 (即等吸附量) 条件下土中水蒸气压力 p_v 随温度 T 的变化。需要说明的是, 式 (279) 是一个微分表达式, 式中的吸附热 ΔH_m 为微分吸附热 (有别于积分吸附热)。同样根据 Clausius - Clapeyron 方程, 对于饱和蒸汽压 p_{vs} 随温度 T 的变化, 有:

$$\frac{dp_{vs}}{dT} = -\frac{\Delta H_m^{\text{sat}} p_{vs}}{RT^2}, \quad (279)$$

其中, ΔH_m^{sat} 为自由水的 (微分) 冷凝热。

另一方面, 由式 (276), 在等含水率条件下将吸力 Ψ 对温度 T 求导有

$$\left.\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right|_{dw=0} = \frac{\Psi}{T} + \frac{\Psi}{\ln(p_v/p_{vs})} \left(\frac{1}{p_v} \left.\frac{\partial p_v}{\partial T}\right|_{dw=0} - \frac{1}{p_{vs}} \frac{dp_{vs}}{dT} \right). \quad (280)$$

将式 (278)、(279) 代入式 (280) 可得

$$T \left.\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right|_{dw=0} = \Psi + \frac{\rho_w}{M_w} (\Delta H_m - \Delta H_m^{\text{sat}}). \quad (281)$$

吸附热 ΔH_m 及冷凝热 ΔH_m^{sat} 与温度 T 的相关性通常不显著^[30], 当温度变化范围有限时, 可认为 ΔH_m , ΔH_m^{sat} 与温度 T 无关。此时, 式 (281) 的右端将只是吸力 Ψ 的函数, 即

$$T \left.\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right|_{dw=0} = f(\Psi). \quad (282)$$

很多研究 (包括本文试验结果) 表明, 在 $w - \lg \Psi$ 的半对数坐标中, 不同温度下的持水曲线基本上是彼此平行的, 这在数学上需要满足:

$$\frac{1}{\Psi} \left.\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right|_{dw=0} = g(T), \quad (283)$$

其中, $g(T)$ 为温度 T 的某一函数。将式 (282) 代入式 (283) 有

$$\frac{1}{\Psi} f(\Psi) = T \cdot g(T), \quad (284)$$

式 (284) 左端只是吸力 Ψ 的函数, 右端只是温度 T 的函数, 若上式成立, 其左、右两端只能等于常数, 即

$$\frac{1}{\Psi} f(\Psi) = T \cdot g(T) = \xi, \quad (285)$$

其中, ξ 为某一常数。将式 (285) 代入式 (283) 或 (282), 可得

$$\frac{1}{\Psi} \left.\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right|_{dw=0} = \frac{\xi}{T}, \quad (286)$$

式 (286) 即表达了在高吸力范围内温度对持水曲线影响所需服从的微分函数关系。对式 (286) 积分可得

$$\left(\frac{\Psi}{\Psi_0}\right) = \left(\frac{T}{T_0}\right)^\xi, \quad (287)$$

式中, Ψ , Ψ_0 为相同含水率下任意温度 T 、参考温度 T_0 所分别对应的吸力。由前面的分析, 土的持水能力总会随着温度的升高而减弱, 则在等含水率条件下吸力必会随温度的升高而减小, 故参数 ξ 必小于零。参数 ξ 与土吸附水的吸附热是相关的, 将式 (286) 代入式 (281), 可得

$$\Delta H_m = \frac{(\xi - 1)M_w \Psi}{\rho_w} + \Delta H_m^{\text{sat}}. \quad (288)$$

式 (288) 可知, 在相同的吸力下, 吸附热的绝对值越大, 参数 ξ 的绝对值会越大。

在非饱和土的热 - 水 - 力多场耦合分析中, 往往需要考虑水蒸气与吸附水之间转化产生的热量^[85], 即土吸附/解附水产生的吸附热和解附热。式 (288) 则可作为计算该吸附热的依据 (相应的解附热等于该吸附热的负数)。在现有的研究中, 水蒸气与吸附水之间转化产生的热量通常取为自由水的相变潜热 (即冷凝热和蒸发热)^[85], 这一做法会低估土吸附/解附水产生

的热效应。由式(288)可知,当吸力等于零时(即为自由水时),吸附热 ΔH_m 等于冷凝热 ΔH_m^{sat} ;而吸力越大,吸附热的绝对值会越大(即热效应越显著),这也与吸力越大土水之间的相互作用就越强烈的事实是一致的。

如果已知参考温度 T_0 下持水曲线的函数形式,

$$w_{T_0} = w_0(\Psi) \quad (289)$$

利用式(287),则任意温度 T 下的持水曲线可表达为

$$w_T = w_0 \left[\Psi (T_0/T)^\xi \right] \quad (290)$$

依据式(290),通过对参考温度 T_0 之外的持水曲线试验数据进行拟合分析,即可确定参数 ξ 。

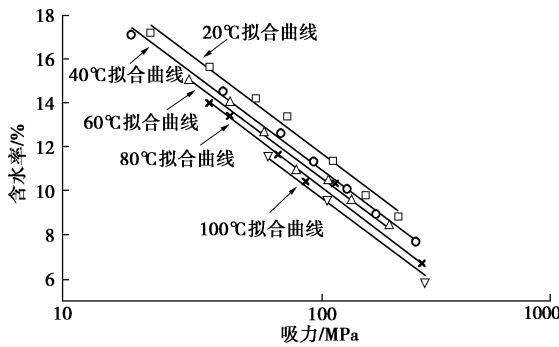


图 68 不同温度下本文压实试样的平均持水曲线

Fig. 68 Temperature dependence of average water retention curves of compacted samples

模型验证

在下文模型验证中,先利用2个温度下(含参考温度 T_0)的持水曲线确定参数 ξ ,进而预测与比较其它温度下的持水曲线。

a) 算例 1: 高庙子膨润土

首先以本文试验中压实试样的平均持水曲线为例(如图68)进行分析,选取20°C作为参考温度。在本文试验范围内,20°C下压实试样平均持水曲线的拟合公式为

$$w_{20} = a_0 \ln \Psi + c_0 \quad (291)$$

式中, $a_0 = -3.86$, $c_0 = 29.51$ 。

将式(291)代入式(290)可得

$$w_T = a_0 \ln \Psi - a_0 \xi \ln(T/T_0) + c_0 \quad (292)$$

利用式(292)对60°C下的试验数据进行拟合分析,可得 $\xi = -2.27$ 。由式(23),并取 $\xi = -2.27$,可得40°C,80°C及100°C下的预测曲线如图69所示,预测曲线与试验数据吻合得很好。

b) 算例 2: MX-80 膨润土

MX-80 膨润土是目前研究最为广泛的缓冲/回填材料,其蒙脱石含量在65%~82%之间,可交换性阳离子以 Na^+ 为主。Tang等、Jacinto等分别采用不同方

法研究过温度对MX-80膨润土持水曲线的影响[159-160]。

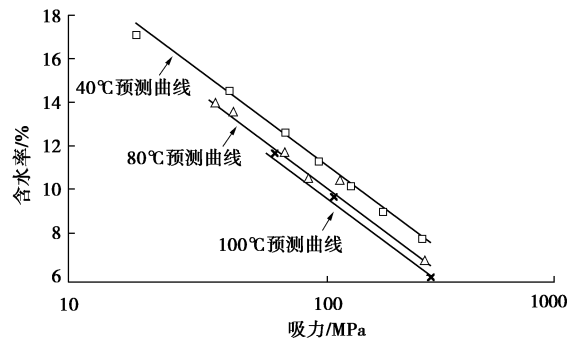


图 69 模型预测曲线与实测数据的比较(本文压实试样)

Fig. 69 Comparison between measured and predicted results for compacted GMZ bentonite in this work

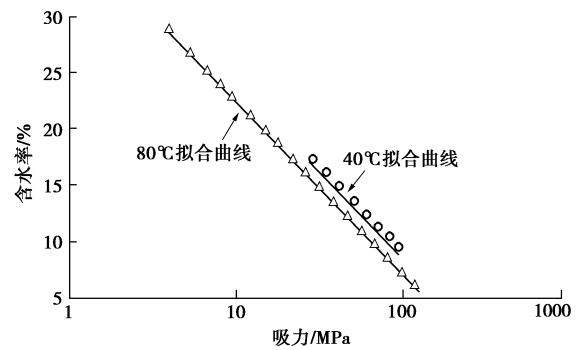


图 70 预测值与实测数据拟合的比较(MX-80膨润土,文献[19])

Fig. 70 Comparison between fitted curves and predicted results for MX-80 bentonite (from Tang & Cui, 2005)

Tang等[19]的试验方法及条件与本文类似,试样的初始干密度约为 1.65 g/cm^3 ,试验吸力约在6~180 MPa之间,分别在20°C,40°C,60°C及80°C下进行了试验,并给出了各温度下的拟合曲线(在 $w-\lg \Psi$ 坐标中为直线),其中,20°C,60°C下的拟合公式分别为

$$w_{20} = -6.68 \ln \Psi + 40.88 \quad (293)$$

$$w_{60} = -6.68 \ln \Psi + 38.87 \quad (294)$$

由式(293)、(294)及式(288),可得 $\xi = -2.36$ 。以20°C作为参考温度,利用式(292)、(293),并代入 $\xi = -2.36$,可得40°C,80°C下持水曲线的预测值如图70所示,预测值与Tang等给出的40°C,80°C下的拟合曲线可以很好地吻合。

在Jacinto等[160]对MX-80膨润土的研究中,采用了湿度探头直接量测试样吸力的方法,限于篇幅,本文仅分析其中干密度 1.75 g/cm^3 下的试验结果。对于干密度 1.75 g/cm^3 的试样,分别在40°C,60°C,80°C及100°C下进行了吸力量测,测得的吸力在10~200 MPa之间,所得各温度下的持水曲线在 $w-\lg \Psi$ 坐标

中基本上亦呈相互平行的直线，其中，40℃、100℃下的拟合公式分别为

$$w_{40} = -7.45 \ln \Psi + 44.50 \quad (295)$$

$$w_{100} = -7.45 \ln \Psi + 41.45 \quad (296)$$

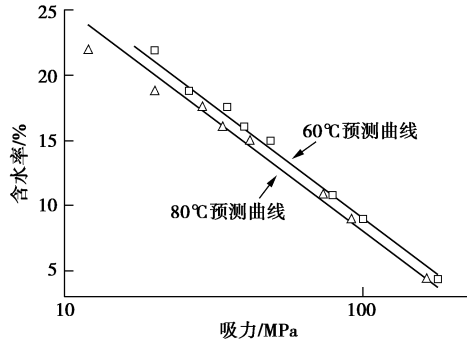


图 71 预测曲线与实测数据的比较 (MX-80 膨润土, 文献[20])
Fig. 71 Comparison between measured and predicted results for MX-80 bentonite [20]

由式 (295) ~ (297), 可得 $\xi = -2.33$ 。以 40℃ 作为参考温度, 利用式 (292)、(295), 并代入 $\xi = -2.33$, 可得 60℃、80℃ 下的预测持水曲线如图 71 所示, 预测曲线与实测数据可以较好地吻合。

以 Jacinto 等^[160]的试验结果为基础, Jacinto 等^[161]通过溶液热力学的方法又给出了不同含水率下 MX-80 膨润土对水的积分吸附热。若由式 (281) 在等含水率路径下进行积分并代入式 (287), 可得本文模型对应的积分吸附热 $\Delta_I H_m$ 如下:

$$\Delta_I H_m = -\frac{M_w}{\rho_w} \frac{\Delta \left[\frac{\Psi_0}{T} \left(\frac{T}{T_0} \right)^\xi \right]}{\Delta \left(\frac{1}{T} \right)} + \Delta_I H_m^{\text{sat}} \quad (297)$$

式中, $\Delta_I H_m^{\text{sat}}$ 为自由水的积分冷凝热。由式 (295)、(297)), 并代入 $\xi = -2.33$, 可得本文模型预测的积分吸附热结果如图 72 所示, 与 Jacinto 等报道的数据基本吻合。

c) 算例 3: FEBEX 膨润土

FEBEX 膨润土是西班牙高放废物处置库的候选缓冲/回填材料, 其蒙脱石含量超过 90%, 可交换性阳离子中 Ca^{2+} 所占比例最高。Lloret 等^[162]曾较为系统地研究了温度对 FEBEX 膨润土持水特性的影响, 本文仅选取其中一组恒体积条件下的试验结果加以分析, 该组试样干密度为 1.65 g/cm^3 , 试验温度为 20℃、40℃、60℃, 试验过程中吸力逐级减小 (即吸水路径), 吸力范围在 1~150 MPa 之间, 试验结果如图 73 所示, 在该图中还示出了 van Genuchten - Mualem 模型在各温度下的拟合结果。van Genuchten - Mualem 模型可表

达为

$$w = \frac{w_s}{\left[1 + (\alpha \Psi)^n \right]^{1-1/n}} \quad (298)$$

式中, w_s 为饱和含水率, α , n 为拟合参数。

将式 (298) 代入式 (290) 可得

$$w_T = \frac{w_{s0}}{\left[1 + (\alpha_0 \Psi (T_0/T)^\xi)^{n_0} \right]^{1-1/n_0}} \quad (299)$$

式中, w_{s0} 为参考温度 T_0 下的饱和含水率, α_0 , n_0 为参考温度 T_0 下 van Genuchten - Mualem 模型的拟合参数。取 20℃ 作为参考温度, 有 $w_{s0} = 27.37\%$, $\alpha_0 = 0.065$, $n_0 = 1.29$, 再依据式 (299) 通过对 60℃ 下的试验数据进行拟合分析, 可得 $\xi = -3.58$ 。由式 (299), 取 $\xi = -3.58$, 可得 40℃ 下的预测曲线如图 73 所示。当吸力大于 10 MPa 时, 预测曲线可以与实测数据很好的吻合; 但当吸力小于 10 MPa 时, 预测曲线与实测数据之间有一定偏差, 这是因为在式 (299) 中, 不管温度 T 、参数 ξ 如何变化, 当吸力 Ψ 趋于零时, 含水率 w_T 总是趋于参考温度下的饱和含水率 w_{s0} , 而实际上不同温度下的饱和含水率是有所不同的。

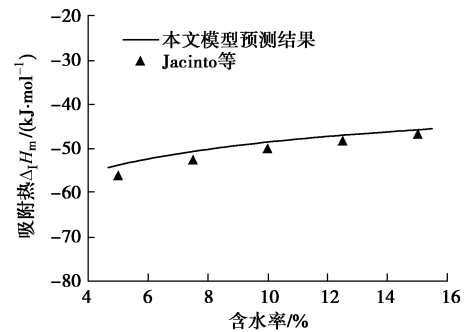


图 72 MX-80 膨润土积分吸附热对比

Fig. 72 Comparison between reported adsorption heats by Jacinto et al. (2011) and model predictions

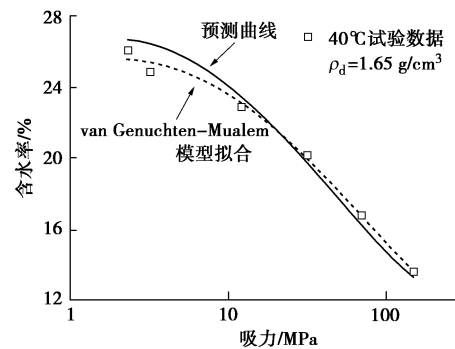


图 73 预测曲线与实测数据的比较^[21]

Fig. 73 Comparison between measured and predicted results for FEBEX bentonite^[21]

7 结 论

(1)非饱和土与特殊土力学涉及广阔的知识领域和工程领域,需要用多理论、多方法、多途径进行探讨,并需经过较长时间和实践检验才能获得正确的认识。

(2)非饱和土与特殊土力学的理论和测试技术已发展到实用阶段,能够为解决路堤、大坝、边坡、湿陷性黄土和膨胀土等特殊土的工程问题提供科学依据和理论指南。

(3)建立非饱和土与特殊土的理论模型应遵循“假设合理、物性鲜明、应用简便”的原则和“弄清两头、抓大放小、实事求是、有机结合”的技术路线;对交叉学科的新理论和新方法,不能原封不动地照搬照套,而必须把其与研究对象的具体特点相结合,着力做好消化、简化、改造、搭桥、结合、验证、完善、应用、发展工作,才能真正解决问题,做出具体的创新成果。

(4)从事非饱和土与特殊土力学的研究必须具备良好的综合素质、坚实的基础理论、扎实的科研基本功和科学的研究方法,并不断攫取交叉边缘学科和高新技术领域的新知识。

致 谢: 本文的排版工作是姚志华博士完成的,笔者对他付出的辛勤劳动和精心编排表示衷心地感谢。

参考文献:

- [1] 陈正汉. 非饱和土与特殊土的工程特性和力学理论研究[C](特邀报告)// 中国土木工程学会第十届土力学及岩土工程学术会议论文集. 重庆, 2007: 172 - 194. (CHEN Zheng-han. On engineering characteristics and mechanics theory of unsaturated soil and special soils (Invited Lecture)[C]// Proceedings of 10th Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering of Chinese Civil Engineering Society. Chongqing, 2007: 172 - 194. (in Chinese))
- [2] 俞培基, 陈愈炯. 非饱和土的水-气形态及其力学性质的关系[J]. 水利学报, 1965(1): 16 - 23. (YU Pei-ji, CHEN Yu-jiong. Water-air patterns and mechanics properties of unsaturated soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1965(1): 16 - 23. (in Chinese))
- [3] 包承纲. 非饱和土压实土的多相形态及孔压消散问题[C]// 第三届全国土力学及基础工程会议论文集. 杭州, 1979: 1 - 15. (BAO Cheng-gang. Multiphase morphology and pore water pressure dissipation of unsaturated compacted soil[C]// Proceedings of the 3rd National Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hangzhou, 1979: 1 - 15. (in Chinese))
- [4] 陈正汉, 谢定义, 刘祖典. 非饱和土的固结理论[C]// 中国力学学会岩土力学专业委员会与同济大学岩土工程研究所合编: 岩土力学新分析方法讨论会文集. 上海, 1989: 298 - 305. (CHEN Zheng-han, XIE Ding-yi, LIU Zu-dian. Consolidation theory of unsaturated soil[C]// Proceedings of New Analysis Methods of Geotechnical Mechanics Seminar. Shanghai, 1989: 298 - 305. (in Chinese))
- [5] 蒋彭年. 非饱和土工程性质简论[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(6): 39 - 59. (JIANG Peng-nian. Brief discussion on the engineering properties of unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(6): 39 - 59. (in Chinese))
- [6] CHEN Zheng-han, et al. The consolidation of unsaturated soil[C]// Proc 7th Int Conf On Computer Methods and Advances in Geomechanics. Cairns, 1991: 1617 - 1621
- [7] 陈正汉, 谢定义, 刘祖典. 非饱和土固结的混合物理论(I)[J]. 应用数学和力学(英文版), 1993, 14(2): 127 - 150. (CHEN Zheng-han, XIE Ding-yi, LIU Zu-dian. Consolidation theory of unsaturated soil based on the theory of mixture(I) [J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 1993, 14(2): 137 - 150. (in Chinese))
- [8] 陈正汉. 非饱和土固结的混合物理论(II)[J]. 应用数学和力学, 1993, 14(8): 687 - 698. (CHEN Zheng-han. Consolidation theory of unsaturated soil based on the theory of mixture(II) [J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 1993, 14(8): 721 - 733. (in Chinese))
- [9] 陈正汉, 谢定义, 王永胜. 非饱和土的水气运动规律及其工程性质研究[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 9 - 20. (CHEN Z H, WANG Y S, XIE D Y. Experimental studies of laws of fluid motion and engineering property of unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(3): 9 - 20. (in Chinese))
- [10] CHEN Zheng-han. A dynamical theory of interaction of triphase porous media[C]// Proc 2nd Int Conf on Non-Linear Mechanics, Beijing: Peking Univ Press, 1993: 889 - 892.
- [11] 陈正汉, 王永胜, 谢定义. 非饱和土的有效应力探讨[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3): 62 - 69. (CHEN Zheng-han, WANG Yong-sheng, XIE Ding-yi. Effective stress in unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(3): 62 - 69. (in Chinese))
- [12] 陈正汉. 非饱和土的应力状态和应力状态变量[C]// 第七

- 届全国土力学及基础工程学术会议论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994, 186 - 191. (CHEN, Z. H. Stress state and stress state variables of unsaturated soil[C]// Proceedings of 7th Chinese Conference of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Beijing: China Architecture and Building Press, 1994: 186 - 191. (in Chinese))
- [13] 陈正汉. 岩土力学的公理化理论体系[J]. 应用数学和力学, 1994, **15**(10): 901 - 910. (CHEN Zheng-han. An axiomatics of geomechanics[J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 1994, **15**(10): 953 - 964. (in Chinese))
- [14] CHEN Zheng-han. Stress theory and axiomatics as well as consolidation theory of unsaturated soil[C]// Proc 1-st Conf On Unsaturated soils. Paris, 1995, 695 - 702.
- [15] LI Xi-kui, ZIENKIEWICZ O C & Xie Y M. A numerical model for immiscible two-phase fluid flow in a porous medium and its time domain solution[J]. Int J for Numerical Methods in Engineering, 1990, **30**(6): 1195 - 1212.
- [16] LI Xi-kui, OC ZIENKIEWICZ. Multiphase flow in deforming porous media and finite element solutions[J]. Computers & Structures, 1992, **45**(2): 211 - 227.
- [17] YANG D Q, SHEN Z J. Two dimensional numerical simulation of generalized consolidation problem of unsaturated soils[C]// Proc 7th Int Conf On Computer Methods and Advances in Geomechanics. Cairns, 1991: 1261 - 1266.
- [18] 杨代泉. 非饱和土二维固结非线性数值模型[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(S): 2 - 12. (YANG Dai-quan. Numerical model for two dimensional nonlinear consolidation of unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(S): 2 - 12. (in Chinese))
- [19] 陈正汉, 孙树国, 方祥位, 等. 非饱和土与特殊土测试技术新进展[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(2): 147 - 169. (CHEN Zheng-han, SUN Shu-guo, FANG Xiang-wei, et al. Recent advances of the measuring technology for unsaturated soils and special soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(2): 147 - 169. (in Chinese))
- [20] 包承纲. 非饱和土研究现状之评述[C]// 岩土春秋—中国土木工程学会土力学及岩土工程分会成立 50 周年纪念文集. 北京: 清华大学出版社, 2007: 148 - 156. (BAO Cheng-gang. Review on the research of unsaturated soil[C]// Geotechnical Engineering in Spring and Autumn- Soil Mechanics and Geotechnical Engineering Branch of China Civil Engineering Society Founded 50 Anniversary Anthology. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 148 - 156. (in Chinese))
- [21] 黄文熙. 寄语青年岩土力学工作者[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(S): 1. (HUANG Wen-xi. Advice to the youth workers of geomechanics [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(S): 1. (in Chinese))
- [22] BOWEN R M. Theory of mixtures [M]. New York: Academic Press, 1976.
- [23] BOWEN R M. Incompressible porous media models by use of the theory of mixture [J]. International Journal of Engineering Science, 1980, **18**(6): 1129 - 1148.
- [24] BOWEN R M. Compressible porous media models by use of the theory of mixture [J]. International Journal of Engineering Science, 1982, **20**(6): 697 - 735.
- [25] TRUESDELL C, NOLL W. The non-linear field theories of mechanics[M]// Encyclopedia of Physics. Berlin: Springer-Verlag, 1965.
- [26] ERIGEN A C. Mechanics of continua[M]. 2nd ed. Roberi E Krieger Publishing Company, Inc. 1980.
- [27] 朱兆祥, 戴天民. 本构关系. 中国大百科全书, 第2卷, 力学[M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1985: 19. (ZHU Zhao-xiang, DAI Tian-min. Constitutive relationship. China encyclopedia, Vol.2, mechanics[M]. Beijing: China Encyclopedia Publishing Press, 1985: 19. (in Chinese))
- [28] 郭仲衡. 非线性弹性理论[M]. 北京: 科学出版社, 1980. (GUO, Z. H. Nonlinear elastic theory[M]. Beijing: Science Press, 1980. (in Chinese))
- [29] BEDFORD A, DEUMHELLER D S. Theories of immiscible and structured mixtures[J]. International Journal of Engineering Science, 1983, **21**(8): 863 - 960.
- [30] PASSMAN S L, NUNZIATO J M, WALSH E K. A theory of multiphase mixtures[M]// Appendix 5C of Rational Thermodynamics 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1984: 286 - 325.
- [31] 陈正汉. 混合物理论当前研究中的两个问题[C]// 现代数学和力学—非线性力学的理论、方法和应用. 兰州: 兰州大学出版社, 1991: 353 - 355. (CHEN Zheng-han. Two problems of mixtures theory in the current study[C]// Modern Mathematics and Mechanics- The Theory, Method and Application of Nonlinear Mechanics. Lanzhou: Lanzhou University Press, 1991: 353 - 355. (in Chinese))
- [32] 陈正汉. 非饱和土固结的混合物理论—数学模型、试验研究、边值问题[D]. 西安: 陕西机械学院, 1991. (CHEN Zheng-han. Mixture theory of Consolidation of unsaturated soils- Mathematical model, Experimental study and

- Boundary value problems[D]. Xian: Shanxi Mechanical College, 1991. (in Chinese)
- [33] BEAR J. Dynamics of fluids in porous media[M]. American Elsevier Publisher Company, Inc, 1972: 63 - 69.
- [34] DEGROOT Mazur. 非平衡态热力学[M]. 陆全康, 译. 上海: 上海科学技术出版社, 1983. (DEGROOT Mazur. Non-equilibrium thermodynamics[M]. LU Quan-kan, trans. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1983. (in Chinese))
- [35] 杨东华. 不可逆过程热力学原理及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 1989. (YANG Dong-hua. Principle and engineering application of irreversible thermodynamic[M]. Beijing: Scientific publishing press, 1989. (in Chinese))
- [36] 熊吟涛. 热力学[M]. 3 版. 北京: 人民教育出版社, 1979. (XIONG Y T. Thermodynamics[M]. 3ed. Beijing: People's Education Press, 1979. (in Chinese))
- [37] 曾丹苓. 工程非平衡热动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1991. (CENG Dan-ling. Non-equilibrium thermodynamics [M]. Beijing: Scientific Publishing Press, 1991. (in Chinese))
- [38] 魏汝龙. 论土的剪胀性[J]. 水利学报, 1963(6): 31 - 40. (WEI Ru-long. On dilatancy of soils[J]. Chinese Journal of Hydraulic Engineering, 1963(6): 31 - 40. (in Chinese))
- [39] 沈珠江. 当前土力学研究中的几个问题[J]. 岩土工程学报, 1986, **8**(5): 1 - 8. (SHEN Zhu-jiang. Several problems in the current studies of soil mechanics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, **8**(5): 1 - 8. (in Chinese))
- [40] 濮家骝, 李广信. 土的本构关系及其验证与应用[J]. 岩土工程学报, 1986, **8**(1): 47 - 82. (PU Jia-liu, LI Guang-xin. Soils constitutive relation and its validation and application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, , 1986, **8**(1): 47 - 82. (in Chinese))
- [41] 范镜泓, 高志晖. 非线性连续介质力学[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1987. (FAN Jing-hong, GAO Zhi-hui. Nonlinear continuum mechanics[M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1987. (in Chinese))
- [42] LAMBE T W. Stress path method[J]. ASCE J Soil Mechanics & Foundation Engineering Division, 1967, **SM6**: 309 - 331.
- [43] LAMBE T W, WHITMAN R V. Soil mechanics(SI Version)[M]. New York: Wiley & Sons, 1979.
- [44] 刘祖德. 应力路径对填土应力-应变关系的影响[J]. 岩土工程学报, 1982, **4**(4): 45 - 55. (LIU Zu-de. Influence of stress path to stress-strain relations of filling soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, **4**(4): 45 - 55. (in Chinese))
- [45] SHEN Zhu-jiang. A stress-strain model for sand under complex loading[C]// Advances in Constitutive Laws for Engineering Materials—Proc of Int Conf on Constitutive Laws for Engineering Materials. Beijing: International Academic Press, 1989: 303 - 308.
- [46] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000. (SHEN Zhu-jiang. Theory of soil mechanics[M]. Beijing: China National Water Resources and hydropower Press, 2000. (in Chinese))
- [47] 谢定义, 冯志焱. 对非饱和土有效应力研究中若干基本观点的思辨[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(2): 170 - 173. (XIE Ding-yi, FENG Zhi-yan. Consideration of some fundamental viewpoints in studying effective stress of unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(2): 170 - 173. (in Chinese))
- [48] KHALILI N, KHABBAZ M H. On the theory of three-dimensional consolidation in unsaturated soils[C]// Proc of 1st Int Conf on Unsaturated Soils. Paris, 1995: 745 - 750.
- [49] 陈勉, 陈至达. 多重孔隙介质的有效应力定律[J]. 应用数学和力学, 1999, **20**(11): 1121 - 1127. (CHEN Mian, CHEN Zhi-da. Effective stress laws for multi-porosity media[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1999, **20**(11): 1121 - 1127. (in Chinese))
- [50] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R. Stress state variables for unsaturated soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1977, **103**(GT5): 447 - 466.
- [51] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: John Wiley and Sons Inc., 1993.
- [52] BOLZON G, SCHREFLER B A, ZIENKIWICZ O C. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states[J]. Géotechnique, 1996, **46**(2): 279 - 289.
- [53] HOULSBY G T. The work input to a granular material[J]. Géotechnique, 1979, **29**(3): 354 - 358.
- [54] HOULSBY G T. The work input to an unsaturated granular material[J]. Géotechnique e, 1997, **47**(1): 193 - 196.
- [55] LI X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils[J]. Geotechnique, 2007, **57**(5): 411 - 422.
- [56] ZHAO C G, LIU Y, GAO F P. Work and energy equations and the principle of generalized effective stress for unsaturated soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **34**: 920 - 936.
- [57] 赵成刚, 蔡国庆. 非饱和土广义有效应力原理[J]. 岩土力学, 2009, **30**(11): 3232 - 3236. (ZHAO Cheng-gang, CAI

- Guo-qing. Principle of generalized effective stress for unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, **30**(11): 3232 - 3236. (in Chinese))
- [58] LU N. Is matric suction stress variable?[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2008, **134**(7): 899 - 905.
- [59] HOULSBY G T. Editorial[J]. *Geotechnique*, 2004, **54**(10): 416.
- [60] 王竹溪. 热力学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1984. (WANG Z X. Thermodynamics[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, (1984. (in Chinese))
- [61] 谢定义. 21 世纪土力学的思考[J]. *岩土工程学报*, 1997, **19**(4): 111 - 114. (XIE Ding-yi. Some problem on soil mechanics for 21 century[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, **19**(4): 111 - 114. (in Chinese))
- [62] 谢定义, 姚仰平, 党发宁. 高等土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008. (XIE D Y, YAO Y P, DANG F N. Advanced soil mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese))
- [63] FUNG Y C. Foundation of solid mechanics[M]. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall Inc, 1965.
- [64] 郭仲衡. 张量(理论和应用)[M]. 北京: 科学出版社, 1988. (GUO Z H. Tensor (theory and application) [M]. Beijing: Science Press, 1988. (in Chinese))
- [65] 陈正汉, 秦冰. 非饱和土的应力状态变量研究[J]. *岩土力学*, 2012, **33**(1): 1 - 11. (CHEN Zheng-han, QIN Bin. On stress state variables of unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, **33**(1): 1 - 11. (in Chinese))
- [66] CARROLL M M. Mechanical response of fluid-saturated porous materials[C]// Proc 15th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. New York: North-Holland, 1980: 251 - 261.
- [67] 包承纲. 非饱和土的性状及膨胀土边坡稳定问题[J]. *岩土工程学报*, 2004, **26**(1): 1 - 15. (BAO Cheng-gang. Behavior of unsaturated soil and stability of expansive soil slope[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, **26**(1): 1 - 15. (in Chinese))
- [68] CHANG C S & DUNCAN J M. Consolidation analysis for partly saturated clay by using an elastic-plastic effective stress-strain model [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1983(7): 39 - 55.
- [69] FREDLUND D G and HASAN J U. One-dimensional consolidation theory: Unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1979, **16**(3): 521 - 531.
- [70] DAKSHANAMURTHY V, FREDLUND D G, RAHARDJO H. Coupled three-dimensional consolidation theory of unsaturated porous media[C]// Proceedings of the 5th International Conference on Expansive Soils. New York: American Society of Civil Engineering, 1984: 99-103.
- [71] FREDLUND D G. Consolidation of unsaturated porous media[C]// Proc of the NATO advanced study institute on mechanics of fluid in porous media. Newark, 1982: 525 - 578.
- [72] FREDLUND D G. Soil mechanics principles that embrace unsaturated soils[C]// Proc of 11th ICSMFE, San Francisco, 1985: 313 - 321.
- [73] THIGPEN L, BERRYMAN G. Mechanics of porous elastic materials containing multiphase fluid[J]. *Int J Engng Sci*, 1985, **23**: 1203 - 1214.
- [74] VARDOULAKIS I, BESKOS D E. Dynamic behavior of nearly saturated porous media[J]. *Mechanics of Materials*, 1986(5): 87 - 108.
- [75] PREVOST J H. Mechanics of continuous porous media[J]. *Int J Engng Sci*, 1980, **18**: 787 - 800.
- [76] BOER R, EHLER W. On the problem of fluid- and gas-filled elasto-plastic solids[J]. *Int J Solids Structures*, 1986, **22**(11): 1231 - 1242.
- [77] 苗强强, 陈正汉, 张磊等. 非饱和黏土质砂的渗气规律试验研究[J]. *岩土力学*, 2010, **31**(12): 3746 - 3750. (MIAO Qiang-qiang, CHEN Zheng-han, ZHANG Lei et al. Experimental study of gas permeability of unsaturated clayey sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, **31**(12): 3746 - 3750. (in Chinese))
- [78] 姚志华, 陈正汉, 黄雪峰, 等. 非饱和 Q₃ 黄土渗气特性试验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, **31**(6): 1264 - 1273. (YAO Zhi-hua, CHEN Zheng-han, HUANG Xue-feng, et al. Experimental research on gas permeability of unsaturated Q₃ loess[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, **31**(6): 1264 - 1273. (in Chinese))
- [79] 苗强强. 非饱和含黏砂的水气分运移规律和力学特性研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2011. (Miao Qiang-qiang. Moisture migration regularity and mechanical properties of unsaturated clayey sand[D]. Chongqing: Logistic Engineering University, 2011. (in Chinese))
- [80] 姚志华, 陈正汉, 黄雪峰, 等. 非饱和原状和重塑 Q₃ 黄土渗水特性研究[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(6): 1020 - 1027. (YAO Zhi-hua, CHEN Zheng-han, HUANG Xue-feng, et al. Hydraulic conductivity of unsaturated undisturbed and

- remolded Q₃ loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(6): 1020 - 1027. (in Chinese))
- [81] BOOKER J R, SMALL J C. An investigation of the stability of numerical solutions of Biot's equations of consolidation[J]. Int J Solids and Structures, 1975, **11**: 907 - 917.
- [82] 陈正汉, 黄海, 卢再华. 非饱和土的非线性固结模型与弹塑性固结模型及其应用[J]. 应用数学和力学, 2001, **21**(1): 93 - 103. (CHEN Zheng-han, HUANG Hai, LU Zai-hua. Nonlinear and elasto-plasticity consolidation models of unsaturated soil and applications[J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 2001, **21**(1): 105 - 117. (in Chinese))
- [83] 卢再华, 陈正汉, 方祥位, 等. 非饱和膨胀土的结构损伤模型及其在土坡多场耦合分析中的应用[J]. 应用数学和力学, 2006, **27**(7): 781 - 788. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han, FANG Xiang-wei et al. Structural damage model of unsaturated expansive soil and its application in multi-field couple analysis on expansive soil slope[J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 2006, **27**(7): 891 - 900. (in Chinese))
- [84] 姚志华. 大厚度自重湿陷性黄土的水气运移和力学特性及地基湿陷变形规律研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2012. (YAO Zhi-hua. Water-air Migration, Mechanical Characteristics and Foundation Collapse Deformation of Self-weight Collapse Loess with Heavy Section[D]. Chongqing: Logistic Engineering University. 2012. (in Chinese))
- [85] 秦冰, 陈正汉, 等. 基于混合物理论的非饱和土热-水力耦合分析模型[J]. 应用数学和力学, 2010, **31**(12): 1476 - 1487. (QIN Bin, CHEN Zheng-han, et al. Analysis model of coupled thermo-hydro-mechanical behavior of unsaturated soils based on theory of mixtures[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2010, **31**(12): 1561 - 1576. (in Chinese))
- [86] FRANTZISKONIS G, DESAI C S. Constitutive model with strain softening[J]. Int J Solids Structures, 1987, **23**(6): 733 - 750.
- [87] DESAI C S, SHAO C, PARK I J. Disturbed state model of cyclic behavior of soils and interface in dynamic soils structure interaction[C]// 9th Int Conf Computer Methods and Advances in Geomechanics. Wunhan, 1997: 31 - 42.
- [88] 沈珠江, 章为民. 损伤力学在土力学中的应用[C]// 全国第三届岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集, 北京: 中国建筑工业出版社, 1988: 595 - 610. (SHEN Zhu-jiang, ZHANG Wei-ming. Application of damage mechanics in soil mechanics[C]// Proceedings of Third Conference on Analytical Method for Numerical Analysis of Rock and Soil Mechanics, Beijing: China Architecture and Building Press, 1988: 595 - 610. (in Chinese))
- [89] 沈珠江. 土体变形特性的损伤力学模拟[C]// 第五届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集, 重庆, 1994: 1 - 8. (SHEN Zhu-jiang, Damage mechanics simulation of soil deformation characteristics[C]// 5th National Seminar on Numerical Analysis of Rock and Soil Mechanics and Analytic Methods Papers. Chongqing, 1994: 1 - 8. (in Chinese))
- [90] 陈正汉. 关于土力学理论模型和科研方法的思考(I)[J]. 力学与实践, 2003(6): 59 - 62. (CHEN Zheng-han. Consideration on theoretical models and research methods of soil mechanics(I) [J]. Mechanics and Practice, 2003(6): 59 - 62. (in Chinese))
- [91] 陈正汉. 关于土力学理论模型和科研方法的思考(II) [J]. 力学与实践, 2004(1): 63 - 67. (CHEN Zheng-han. Consideration on theoretical models and research methods of soil mechanics(II) [J]. Mechanics and Practice, 2004(1): 63 - 67. (in Chinese))
- [92] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983. (HUANG Wen-xi. Engineering properties of soil[M]. Beijing: Water Conservancy and Electric Power Press, 1983. (in Chinese))
- [93] 沈珠江. 土体结构性的数学模型—21世纪土力学的核心问题[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(1): 95 - 97. (SHEN Zhu-jiang. Mathematical model for soil structural—Core issues of soil mechanics in the 21st century[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(1): 95 - 97. (in Chinese))
- [94] 沈珠江. 现代土力学的基本问题[J]. 力学与实践, 1998, **20**(6): 1 - 6. (SHEN Zhu-jiang. Fundamental problems of modern soil mechanics[J]. Mechanics and Practice, , 1998, **20**(6): 1 - 6. (in Chinese))
- [95] CHEN Zheng-han, et al. A non-linear model of unsaturated soil[C]// Proc Int 2nd Conf on Unsaturated Soil. Beijing: International Academic Publishers, 1998: 461 - 466.
- [96] 陈正汉, 周海清, Fredlund. 非饱和土的非线性模型及其应用[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(5): 603 - 608. (CHEN Zheng-han, ZHOU Hai-qing, FREDLUND D G. Nonlinear model for unsaturated soils and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(5): 603 - 608. (in Chinese))
- [97] 殷宗泽, 周建, 赵仲辉等. 非饱和土本构关系及变形

- 计算[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(2): 137 - 146. (YIN Zong-ze, ZHOU Jian, CHIU C F, et al. Constitutive relations and deformation calculation for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(2): 137 - 146. (in Chinese))
- [98] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(1): 82 - 90. (CHEN Zheng-han. Deformation, strength, yield and moisture change of a remolded unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(1): 82 - 90. (in Chinese))
- [99] CHEN Zheng-han, SUN Shu-guo. Strength characteristics and critical state of an unsaturated compacted loess[C]// STRENGTH THEORY—Application, Development & Prospects for 21st Century. Beijing: Science Press.
- [100] BISHOP A W, BLIGHT G E. Some aspects of effective stress in satu-rated and unsaturated soils [J]. Geotechnique, 1963, **13**(3): 177 - 197.
- [101] DRUMRIGHT E E. The contribution of matric suction to the shear strength of unsaturated soils[D]. York: Dissertation, Colorado State University, 1998: 227 - 232.
- [102] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. Géotechnique, 1990, **40**(3): 405 - 430.
- [103] JEAN-MARIE Fleureau, SIBA Kheirbek-Saoud, RIA Soemiro, et al. Behavior of clayey soils on drying-wetting paths[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, **30**(2): 287 - 296.
- [104] DELAGE P, GRAHAM J. Mechanical behavior of unsaturated soils: Understanding the behavior of unsaturated soils require reliable conceptual models[C]// Proceedings of the First International Conference on Unsaturated Soils. Paris, 1995: 1223 - 1256.
- [105] CUI Y J, DELAGE P. Yielding and plastic behavior of an unsaturated compacted silt[J]. Géotechnique, 1996, **46**(2): 291 - 311.
- [106] WHEELER S J, SIVAKUMAR V. An elasto-plasticity critical state framework for unsaturated silt[J]. Géotechnique, 1995, **45**(1): 35 - 53.
- [107] 黄 海, 陈正汉, 李 刚. 非饱和土在 $p-s$ 平面上的屈服轨迹及土-水特征曲线的探讨[J]. 岩土力学, 2000, **21**(4): 316 - 321. (HUANG Hai, CHEN Zheng-han, LI Gang. A study on yield locus of unsaturated soils on $p-s$ plane and soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(4): 316 - 321. (in Chinese))
- [108] GB50025—2004 湿陷性黄土地区建筑规范[S]. 2004. (GB50025 — 2004 Code for building construction in collapsible loess regions[S]. 2004. (in Chinese))
- [109] 汪国烈, 等. 自重湿陷性黄土的试验研究(试坑浸水及载荷试验报告)[R]. 兰州: 甘肃省建工局建筑科学研究所, 1975. (WANG Guo-lie, et al. Test research on collapse loess under overburden pressure[R]. Lanzhou: Gansu Province Building Research Institute, 1975. (in Chinese))
- [110] 涂光祉 等. 陕西省焦化厂自重湿陷黄土地基的试验研究[R]. 西安: 西安冶金建筑学院, 1977. (TU Guang-zhi, et al. Test research on collapse loess under overburden pressure in Shanxi coking plants[R]. Xi'an: Xi'an Metallurgy Building Institute, 1977. (in Chinese))
- [111] 涂光祉, 等. 渭北张桥自重湿陷黄土的试验研究[R]. 西安: 西安冶金建筑学院, 1975. (TU Guang-zhi, et al. Test research on collapse loess under overburden pressure in Weibei Zhangqiao[R]. Xi'an: Xi'an Metallurgy Building Institute, 1975. (in Chinese))
- [112] 钱鸿缙, 王继唐, 罗宇生, 等. 湿陷性黄土地基[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985. (QIAN Hong-jin, WANG Ji-tang, LUO Yu-sheng, et al. Collapsible loess foundation[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1985. (in Chinese))
- [113] 陈正汉, 刘祖典. 黄土的湿陷变形机理[J]. 岩土工程学报, 1986, **8**(2): 1 - 12. (CHEN Zheng-han, LIU Zu-dian. Mechanism of collapse deformation of loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, **8**(2): 1-12. (in Chinese)).
- [114] 陈正汉, 许镇鸿, 刘祖典. 关于黄土湿陷的若干问题[J]. 土木工程学报, 1986, **19**(3): 62 - 69. (CHEN Zheng-han, XU Zheng-hong, LIU Zu-dian. Some problems of collapsible loess[J]. Chinese Journal of civil Engineering, 1986, **19**(3): 62 - 69. (in Chinese))
- [115] 陈正汉, 方祥位, 朱元青, 等. 膨胀土和黄土的细观结构及其演化规律研[J]. 岩土力学, 2009, **30**(1): 1 - 11. (CHEN Zheng-han, FANG Xiang-wei, ZHU Yuan-qing, et al. The meso-structures and their evolution characteristics of expansive soil and loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(1): 1 - 11. (in Chinese))
- [116] 朱元青. 基于细观结构变化的原状湿陷性黄土的本构模型研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2008. (ZHU Yuan-qing. Constitutive model of undisturbed collapsible loess based on meso-structure change[D]. Chongqing: Logistic Engineering

- University, 2008. (in Chinese))
- [117] 方祥位, 陈正汉, 申春妮, 等. 非饱和原状 Q_2 黄土屈服硬化过程的细观结构演化分析[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(7): 1044 - 1050. (FANG Xiang-wei, CHEN Zheng-han, SHEN Chun-qi, et al. Analysis on Meso-structure evolution of unsaturated natural Q_2 loess during yield hardening[J]. Chinese Journal of civil Engineering, 2008, **30**(7): 1044 - 1050. (in Chinese))
- [118] 方祥位, 陈正汉, 申春妮, 等. 原状 Q_2 黄土结构损伤演化的细观试验研究[J]. 水利学报, 2008, **39**(8): 940 - 946. (FANG Xiang-wei, CHEN Zheng-han, SHEN Chun-qi, et al. Meso-testing research on structure damage evolution of natural Q_2 loess [J]. Chinese Journal of Hydraulic Engineering, 2008, **39**(8): 940 - 946. (in Chinese))
- [119] 方祥位, 申春妮, 陈正汉, 等. 原状 Q_2 黄土三轴剪切细观结构演化定量研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(1): 27 - 31. (FANG Xiang-wei, SHEN Chun-ni, CHEN Zheng-han, et al. Quantitative study of meso-structure evolution of intact Q_2 loess during triaxial shear test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(1): 27 - 31. (in Chinese))
- [120] 朱元青, 陈正汉. 原状 Q_3 黄土在加载和湿陷过程中细观结构动态演化的 CT 三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(8): 1219 - 1228. (ZHU Yuan-qing, CHEN Zheng-han. Experimental study on dynamic evolution of meso-structure of intact Q_3 loess during loading and collapse using CT and triaxial apparatus[J]. Chinese Journal of civil Engineering, , 2009, **31**(8): 1219 - 1228. (in Chinese))
- [121] 李加贵, 陈正汉, 黄雪峰, 等. Q_3 黄土侧向卸荷时的细观结构演化及强度特性[J]. 岩土力学, 2010, **31**(4): 1084 - 1091. (LI Jia-gui, CHEN Zheng-han, HUANG Xue-feng, et al. CT-triaxial shear tests on the meso-structure evolution and strength of unsaturated loess Q_3 during unloading confining pressure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(4): 1084 - 1091. (in Chinese))
- [122] 李加贵, 陈正汉, 黄雪峰. 原状 Q_3 黄土湿陷特性的 CT-三轴试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(6): 1288 - 1296. (LI Jia-gui CHEN Zheng-han HUANG Xue-feng. CT-triaxial Test for collapsibility of undisturbed Q_3 loess[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(6): 1288 - 1296. (in Chinese))
- [123] 穆斯塔伐耶夫. 湿陷性黄土地基和基础的计算[M]. 张中兴译. 北京: 水利电力出版社, 1984. (Mycrafaev. Calculations of collapsible loess Foundation and basis[M]. ZHANG Zhong-xing, translator. Beijing: Water Conservancy and Electric Power Press, 1984. (in Chinese))
- [124] 苗天德. 黄土湿陷变形机理的研究现状[C]// 湿陷性黄土研究与工程. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001: 73 - 84. (MIAO Tian-de. Present situation on deformation mechanism of loess collapsibility[C]// Engineering and Research on Collapsible Loess. Beijing: China Architecture and Building Press, 2001: 73 - 84. (in Chinese))
- [125] 苗天德, 王正贵. 考虑微结构失稳湿陷性黄土变形机理[J]. 中国科学(B 辑), 1990(1): 86 - 96. (MIAO Tian-de, WANG Zheng-gui. Deformation mechanism of Collapsible loess considering microstructure instability[J]. Science in China, Ser.B, 1990(1): 86 - 96. (in Chinese))
- [126] 苗天德, 刘忠玉, 任九生. 湿陷性黄土的变形机理与本构关系[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(4): 383 - 387. (MIAO Tian-de, LIU Zhong-yu, REN Jiu-sheng. Deformation mechanism and constitutive relation of collapsible loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(4): 383 - 387. (in Chinese))
- [127] 方祥位. Q_2 黄土的细观结构和力学特性研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2008. (FANG Xiang-wei. Micro-meso structure and mechanical properties of Q_2 loess[D]. Chongqing: Logistic Engineering University, 2008. (in Chinese))
- [128] 谢定义, 齐吉林. 土的结构性及其定量化参数研究的新途径[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(6): 651 - 656. (XIE Ding-yi, QI Ji-lin. Soil structure characteristics and new approach in research on its quantitative parameter[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(6): 651 - 656. (in Chinese))
- [129] 李加贵. 侧向卸荷条件下考虑细观结构演化的非饱和原状 Q_3 黄土的主动土压力研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2010. (LI Jia-gui. Active soil pressure of unsaturated intact loess in Q_3 considering the meso-structure evolution under lateral unloading conditions[D]. Chongqing: Logistic Engineering University, 2010. (in Chinese))
- [130] 卢再华. 非饱和膨胀土的弹塑性损伤模型及其在土坡多场耦合分析中的应用[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2001. (LU Zai-hua. Elastic-plastic damage model of expansive soil and its application in multi-field coupling analysis of slope[D]. Chongqing: Logistic Engineering University, 2001. (in Chinese))
- [131] 姚志华, 黄雪峰, 陈正汉, 等. 兰州地区大厚度自重湿陷性黄土场地浸水试验综合观测研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(1): 65 - 74. (YAO Zhi-hua, HUANG Xue-feng,

- CHEN Zheng-han, et al. Comprehensive soaking tests on self-weight collapse loess with heavy section in Lanzhou region[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(1): 65 - 74. (in Chinese))
- [132] GENS A, ALONSO E E. A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays[J]. Canadian Geotechnique Journal, 1992, **29**: 1013 - 1032.
- [133] 卢再华, 陈正汉, 孙树国. 南阳膨胀土的变形和强度特性的三轴试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(5): 717 - 723. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han, SUN Shu-guo. Study on deformation and strength characteristic of expansive soil with triaxial tests[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(5): 717 - 723.
- [134] 卢再华, 王权民, 陈正汉. 非饱和膨胀土本构模型的试验研究及分析[J]. 地下空间, 2001, **21**(增刊 1): 379 - 385. (LU Zai-hua, WANG Quan-ming, CHEN Zheng-han. Research on the constitutive model of unsaturated expansive soil[J]. Underground Space, 2001, **21**(S1): 379 - 385. (in Chinese))
- [135] 陈正汉, 谢云, 孙树国, 等. 温控土工三轴仪的研制及其应用[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(8): 928 - 933. (CHEN Zheng-han, XIE Yun, SUN Shu-guo, et al. Development of temperature controlled triaxial apparatus for soils and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(8): 928 - 933. (in Chinese))
- [136] 谢云, 陈正汉, 李刚. 温度对非饱和膨胀土抗剪强度和变形特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(9): 1082 - 1085. (XIE Yun, CHEN Zheng-Han, LI Gang. Research of thermal effects on shear strength and deformation characteristics of unsaturated bentonite soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(9): 1082 - 1085. (in Chinese))
- [137] 谢云, 陈正汉, 李刚. 考虑温度影响的重塑非饱和膨胀土非线性本构模型[J]. 岩土力学, 2007, **28**(9): 1937 - 1942. (XIE Yun, CHEN Zheng-han, LI Gang. Thermo-nonlinear model for unsaturated expansive soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(9): 1937 - 1942. (in Chinese))
- [138] HUECKEL T, BORSETTO M. Thermoplasticity of saturated clays and shales: Constitutive equations[J]. J Geotech Engrg, ASCE, 1990, **116**(12): 1765 - 1795.
- [139] 陈正汉, 卢再华, 蒲毅彬. 非饱和土三轴仪的 CT 机配套及其应用[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(4): 387 - 392. (CHEN Zheng-han, LU Zai-hua, PU Yi-bin. The matching of computerized tomography with triaxial test apparatus for unsaturated soils[J]. Chinese J of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(4), 387 - 392. (in Chinese))
- [140] 卢再华, 陈正汉, 蒲毅彬. 原状膨胀土损伤演化的三轴 CT 试验研究[J]. 水利学报, 2002, **6**: 106 - 112. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han, PU Yi-bin. Study on damage evolution of natural expansive soil with computerized tomography during triaxial shear test[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, **6**: 106 - 112. (in Chinese))
- [141] 卢再华, 陈正汉, 蒲毅彬. 膨胀土干湿循环环缩裂隙演化的 CT 试验研究, 岩土力学, 2002, **23**(4), 417 - 422. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han, PU Yi-bin A CT study on the crack evolution of expansive soil during drying and wetting cycles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, **23**(4): 417 - 422. (in Chinese))
- [142] 魏学温. 膨胀土的湿胀变形与结构损伤演化特性研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2007. (WEI Xue-wen. Swelling deformation and structural damage evolvement properties of expansive soils[D]. Chongqing: Logistic Engineering University, 2007. (in Chinese))
- [143] 姚志华, 陈正汉, 朱元青, 等. 膨胀土在湿干循环和三轴浸水过程中细观结构变化的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(1): 68 - 76. (YAO Zhi-hua, CHEN Zheng-han, ZHU Yuan-qing, et al. Meso-structural change of remolded expansive soils during wetting-drying cycles and triaxial soaking tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(1): 68 - 76. (in Chinese))
- [144] 谢云, 陈正汉, 孙树国, 等. 重塑膨胀土的三向膨胀力试验研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(8): 1636 - 1642. (XIE Yun, CHEN Zheng-han, SUN Shu-guo, et al. Test research on three-dimensional swelling pressure of remolded expansive clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(8): 1636 - 1642. (in Chinese))
- [145] 姚志华, 陈正汉, 黄雪峰, 等. 结构损伤对膨胀土屈服特性的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(7): 1503 - 1512. (YAO Zhi-hua, CHEN Zheng-han, Huang xue-feng, et al. Influence of structural damage on yielding characteristics of expansive soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(7): 1503 - 1512. (in Chinese))
- [146] 卢再华, 陈正汉. 非饱和原状膨胀土的弹塑性损伤本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(4): 422 - 426. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han. An elastoplastic damage constitutive model of unsaturated undisturbed expansive soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003,

- 25(4): 422 - 426. (in Chinese))
- [147] 卢再华, 陈正汉, 曹继东. 原状膨胀土的强度变形特性及其本构模型研究[J]. 岩土力学, 2001, 22(3): 339 - 342. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han, CAO Ji-dong. A study on the strength and deformation characteristics and the constitutive model of natural expansive soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, 22(3): 339 - 342. (in Chinese))
- [148] 张雪东, 赵成刚, 蔡国庆, 等. 土体密实状态对土-水特征曲线影响规律研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(5): 1463 - 1468. (ZHANG Xue-dong, ZHAO Cheng-gang, CAI Guo-qing, et al. Research on influence of soil density on soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(5): 1463 - 1468. (in Chinese))
- [149] BAO Cheng-gang, GONG Bi-wei, ZHAN Lian-tong. Properties of unsaturated soils and slope stability of expansive soils[C]// Proceedings of 2nd International Conference on Unsaturated soils. Beijing: International Academic Publishers, 1998: 71 - 98.
- [150] 李志清, 胡瑞林, 王立朝, 等. 非饱和膨胀土 SWCC 研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(5): 730 - 734. (LI Zhi-qing, HU Rui-lin, WANG Li-chao. Study on SWCC of unsaturated expansive soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(5): 730 - 734. (in Chinese))
- [151] 王协群, 邹维列, 骆以道, 等. 考虑压实度时的土水特征曲线和温度对吸力的影响[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 368 - 372. (WANG Xie-qun, ZOU Wei-lie, LUO Yi-dao, et al. SWCCs and influence of temperature on matrix suction under different compaction degrees[J]. Chinese J of Geotechnical Engineering, 2011, 33(3): 368 - 372. (in Chinese))
- [152] NG C W W, PANG Y W. Influence of stress states on soil-water characteristics and slope stability[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2000, 126(2): 157 - 166.
- [153] 龚壁卫, 吴宏伟, 王斌. 应力状态对膨胀土 SWCC 的影响研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(12): 1915 - 1918. (GONG Bi-wei, WU Hong-wei, WANG Bin. Influence of stress states on soil-water characteristics of expansive soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(12): 1915 - 1918. (in Chinese))
- [154] 方祥位, 陈正汉, 孙树国, 等. 剪切对非饱和土土水特征曲线影响的研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(9): 1451 - 1454. (FANG Xiang-wei, CHEN Zheng-han, SHEN Chun-ni. A study on effect of shear on soil-water characteristic curve of an unsaturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(9): 1451 - 1454. (in Chinese))
- [155] 张磊. 非饱和路基填土(含黏砂土)力学特性的试验研究[D]. 重庆: 后勤工程学院, 2010. (ZHANG Lei. Experimental study on mechanical properties of unsaturated subgrade filling (clayey sand)[J]. Chongqing: Logistic Engineering University, 2010. (in Chinese))
- [156] 章峻豪, 陈正汉. 南水北调中线工程安阳段渠坡换填土广义土-水特征曲线的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊 2): 3987 - 3994. (ZHANG Jun-hao, CHEN Zheng-han. Test research on generalized SWCC for the backfill soil of the canal slope in Anyang district of South-to-North Water Diversion Project[J]. Chinese J. of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 3987 - 3994. (in Chinese))
- [157] 秦冰, 陈正汉, 孙发鑫, 等. 高吸力下持水曲线的温度效应及其吸附热力学模型[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(10): 1877 - 1886. (QIN Bing, CHEN Zheng-han, SUN Fa-xin, et al. Temperature effect on water retention curve in high suction range and its modeling based on thermodynamics of sorption[J]. Chinese J of Geotechnical Engineering, 2012, 34(10): 1877 - 1886. (in Chinese))
- [158] 胡英. 物理化学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007. (HU Ying. Physical chemistry[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007. (in Chinese))
- [159] TANG A M, CUI Y J. Controlling suction by the vapour equilibrium technique at different temperatures and its application in determining the water retention properties of MX80 clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42: 287 - 296.
- [160] JACINTO A C, VILLAR M V, GÓMEZ-ESPINA R, et al. Adaptation of the van Genuchten expression to the effects of temperature and density for compacted bentonites[J]. Applied Clay Science, 2009, 42: 575 - 582.
- [161] JACINTO A C, LEDESMA A, VILLAR M V, et al. Influence of temperature on the water retention capacity of soils analysis using solution thermodynamics[C]// Proceedings of the 5th International Conference on Unsaturated Soils. London: Taylor & Francis Group, 2011: 555 - 560.
- [162] LLORET A, ROMERO E, VILLAR M V. FEBEX II Project: Final report on thermo-hydro-mechanical laboratory tests[R]. Madrid: Publicación Técnica ENRESA, 2004.