ISSN 1000 － 4548
CODEN YGXUEB

岩土工程学报

Chinese Journal of Geotechnical Engineering

第 44 卷　　第 3 期 (总 376 期)
Vol.44　　No. 3 (Total 376)

3

2022

主　办

中国水利学会　中国土木工程学会
中国力学学会　中国建筑学会
中国水力发电工程学会　中国振动工程学会

ISSN 1000-4548
03>

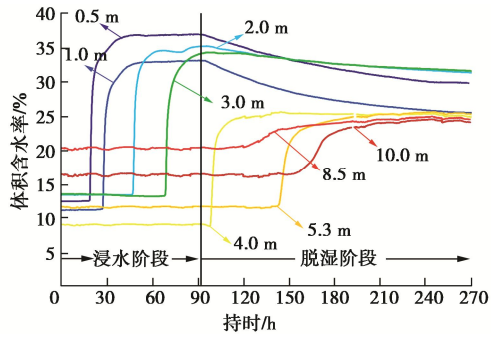


图 7 侧渗（LP1 剖面）体积含水率变化曲线

Fig. 7 Variation of volumetric water content in profile LP1 due to lateral water migration

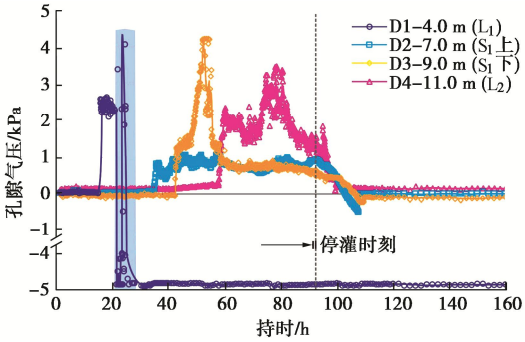


图 8 不同层位孔隙气压监测曲线

Fig. 8 Variation of pore-air pressure at different depths

DOI：10.11779/CJGE202203021 一文彩色插图

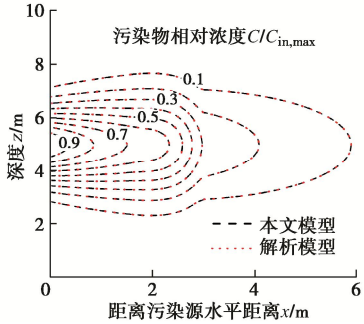
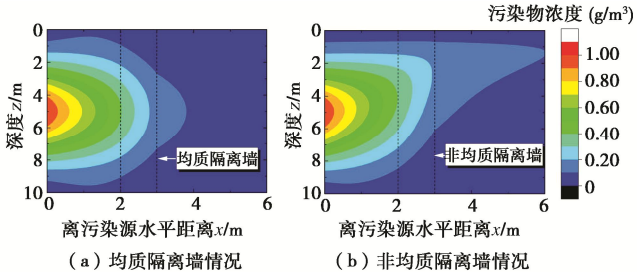


图 2 本文模型计算结果与解析解对比[8]

Fig. 2 Comparison between results by proposed model and analytical solutions[8]



（a）均质隔离墙情况　（b）非均质隔离墙情况

图 3 隔离墙和相邻含水层中污染物浓度分布

Fig. 3 Distribution of contaminant concentration in cutoff wall and adjacent aquifer

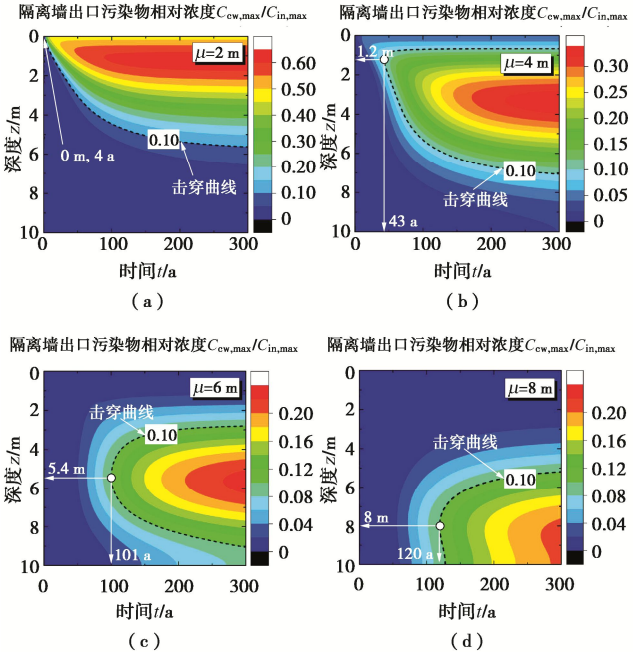


图 6 污染源浓度分布函数的数学期望 μ 对隔离墙出口污染物相对浓度的影响

Fig. 6 Influences of mathematical expectation μ on relative concentration of contaminants in outlet of cutoff wall

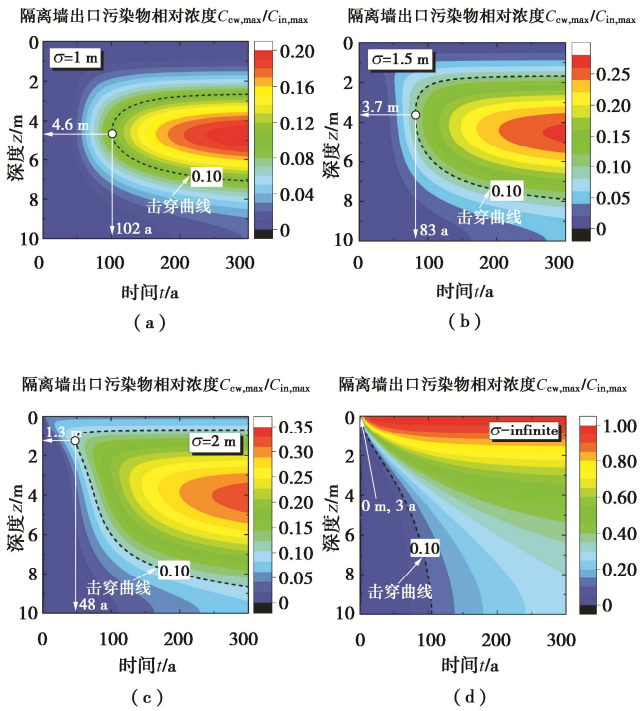


图 7 污染源浓度分布函数的方差 σ 对非均质隔离墙出口污染物相对浓度的影响

Fig. 7 Influence of variance σ on relative concentration of contaminants in outlet of non-homogeneous cutoff wall

《岩土工程学报》第十三届编委会名单

2021 年 5 月 15 日　北京

名誉编委： 周　镜　孙　钧　魏汝龙　殷宗泽　李广信

主　　任： 陈生水

副 主 任： 蔡正银　龚晓南　孔令伟　宫剑飞　陈祖煜　张建民

编　　委：（以汉语拼音为序）

白　冰　蔡国军　蔡袁强　蔡正银　陈国兴　陈锦剑　陈仁朋　陈生水　陈卫忠
陈育民　陈云敏　陈正汉　陈祖煜　程展林　崔新壮　杜修力　杜延军　范嘉程
冯世进　冯夏庭　高福平　高文生　高玉峰　宫剑飞　龚晓南　何满潮　何　宁
洪振舜　胡黎明　黄茂松　蒋明镜　孔纲强　孔令伟　赖远明　李典庆　李术才
李　霞　李运辉　梁发云　刘汉龙　刘　润　刘松玉　路德春　马　巍　梅国雄
明经平　缪林昌　邵生俊　沈　强　沈水龙　施　斌　施建勇　宋二祥　孙德安
唐朝生　汪小刚　王复明　王兰民　王立忠　王明洋　王　睿　王卫东　王玉杰
王　媛　韦昌富　翁孟嘉　吴宏伟　谢和平　谢永利　徐长节　徐永福　许怀后
薛　强　杨春和　杨光华　杨　峻　杨　庆　杨仲轩　姚仰平　于玉贞　俞　缙
詹良通　张　嘎　张鸿儒　张建红　张建民　张璐璐　张伟文　张文忠　赵绍铮
郑　刚　郑　宏　郑俊杰　周创兵　周小平　朱　斌　朱合华　朱俊高　邹德高
邹维列

M. Arroyo　M. D. Bolton　J. C. Chai　Ta-teh Chang　J. Chu
G. Crosta　Y. J. Cui　D. Frost　W. D. Guo　J. Han
L. Laloui　F. H. Lee　X. S. Li　A. Murakami　Y. Nakata
F. Nicot　C. O'Sullivan　J. C. Santamarina　S. Utili　C. Viggiani
J. H. Yin　H. S. Yu　F. Zhang

主　　编： 蔡正银

副 主 编： 汪小刚　杨春和　明经平

责任编辑： 明经平　李运辉　胡海霞　孙振远　黄贤沙

岩土工程学报

（月刊 1979 年创刊）

第 44 卷第 3 期（总 376）2022 年 3 月出版

Chinese Journal of Geotechnical Engineering

(Monthly, Started in 1979)

Vol. 44, No. 3 (Total No. 376) Published in Mar. 2022

主　　管　中国科学技术协会

主　　办　中国水利学会　中国土木工程学会
中国力学学会　中国建筑学会
中国水力发电工程学会　中国振动工程学会

承　　办　南京水利科学研究院

编辑出版　《岩土工程学报》编辑部
地址：南京虎踞关 34 号，210024
电话：（025）85829534，85829556 传真：（025）85829555
电子信箱：ge@nhri.cn

主　　编　蔡正银

印　　刷　江苏河海印务有限公司

发行范围　公开发行

订　　阅　全国各地邮局（南京邮局总发行）
国内邮发代号 28－62

国外总发行　中国国际图书贸易总公司（北京 399 信箱）
国外发行代号 MO 0520

网　　址　www.cgejournal.com

Competent Authority:
China Association for Science and Technology

Sponsors:
Chinese Hydraulic Engineering Society, China Civil Engineering Society, The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, The Architectural Society of China, Chinese Society for Hydropower Engineering and Chinese Society for Vibration Engineering

Published under the Auspices of
Nanjing Hydraulic Research Institute

Edited and Published by
Editorial Office of Chinese Journal of Geotechnical Engineering
Address: 34 Hujuguan, Nanjing 210024, China
Tel: 86-25-85829534, 85829556　Fax: 86-25-85829555
E-mail: ge@nhri.cn

Editor-in-Chief:
CAI Zheng-yin

Printed by　Jiangsu Hohai Printing Limited Company

Overseas Distributor:
China International Book Trading Corporation
P. O. Box 399, Beijing, China

Web Site:　www.cgejournal.com

广 告 登 记　江苏省工商行政管理局登记编号：广登 32000000054

《岩土工程学报》征稿简则

本刊于1979年创刊，是中国水利学会、中国土木工程学会、中国力学学会、中国建筑学会、中国水力发电工程学会、中国振动工程学会联合主办的学术性科技期刊。本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊，并在建筑类核心期刊位于前列；本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”（中国科技核心期刊）及“中国科技论文与引文数据库”收录；本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录；本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录；本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址（www.cgejournal.com）全文发布本刊所有刊载文章。

1 宗旨及内容

（1）本刊旨在促进学科理论和实践的发展、促进海内外学术交流、加速科研成果向现实生产力转化。

（2）刊登土力学和岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿，倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿，并优先刊用这些稿件。

（3）本刊为月刊，主要栏目有：黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

2 来　稿

（1）来稿应符合科技论文写作惯例和基本要求，作者自留底稿。请优先采取网络在线投稿（www.cgejournal.com），本刊保留书面投稿（一式两份）和电子邮件投稿（ge@nhri.cn）。

（2）来稿一般在3个月内提出处理意见，请不要一稿两投，若3个月后仍未收到稿件处理通知，作者有权自行处理来稿。

（3）来稿注明作者姓名、性别、出生年月、出生地、学历、学位、技术职称、简历以及研究课题、单位全称及所属部门、地址、电话、传真、电子信箱及邮编等。

（4）署名者应为稿件执笔人或稿件内容的主要责任者。

（5）稿件可能涉及机密资料时应由作者单位出具非泄密证明。

（6）凡被海内外正式出版物公开发表或已录用的稿件本刊不再受理。

3 稿件选用和清稿体例

（1）稿件文责由作者自负。编者对稿件内容和论点不作改动。稿件一经选用应由第一作者参考审阅意见、稿面质疑、本刊体例作必要的修改补正或删减。文图、资料、数据务求准确无误，一次定稿。

（2）作者收到稿件录用通知后，应在45天内将修改清稿（WORD排版打印)连同同意发表稿件的作者声明一并寄回本部，并在线上载或E-mail发送修改清稿的电子文件。

（3）修改清稿版面，黄文熙讲座和综述文章一般不超过15页，论文一般不超过9页，短文和工程实录不超过7页，焦点论坛不超过2页，讨论不超过1页。

（4）稿件一经发表即付稿酬，并按发表文章页数收取版面费。

（5）凡本刊刊登的稿件均收入相应期刊光盘版及期刊网，并与印刷稿一次性付稿酬。

（6）本刊版面为A4开本，双栏排版，版芯为25.4 cm×17.8 cm。

（7）文章清稿层次体例为：中文文题、作者姓名、单位及所属部门、单位地址邮编、摘要、关键词、中图分类号、文献标识码、文章编号、作者简介；英文文题、作者姓名、单位及所属部门、单位地址邮编、摘要、关键词；基金项目及编号(首页下注)；正文（按1 2 3，1.1 1.2 1.3，（1）（2）（3），a）b) c)分章节)；参考文献。

（8）图表设计恰当，具自明性；先见引文，后见图表；表名和图名一律中英文并列。表格用三线表。单栏图图幅宽为8.0 cm，双栏图图幅宽为17.0 cm。插图比例宜适当，图面宜清晰，线条宜均匀，主线选5号线，坐标线选4号线，辅助线选3号线，图中汉字为小5号宋体字，图中字符务必与正文一致。

（9）计量单位使用我国法定计量单位，公式及中外文字符务必分清大小写，正斜体，黑白体，上下角标等，易混淆字符第一次出现时用铅笔注明。

（10）摘要应写成报道性内容，直接阐明研究的目的、方法、结果和结论，具独立性和自明性，以300字左右为宜。摘要应排除本学科领域中常识性内容，引言中出现的内容不宜写入摘要；不对论文的内容作自我评价；不要简单重复题目中已有的信息；不出现数学公式、化学结构式、插图和表格，不引入参考文献序号。关键词选词规范，以3～8个为宜。鼓励内容较为丰富详细的英文摘要，且语法正确、术语规范。

（11）参考文献限于作者亲自阅读、本文明确引用、公开发表或有案可查者。参考文献全部列于文后，按正文首次引用的先后次序编号，并在正文引用处右上角注明参考文献序号。多次引用同一著者的同一文献时，在正文标注首次引用的文献序号，并在序号的“[]”外著录引文页码。原始语种非英文参考文献后同时附相应的英文项目，并注明其原始语种。参考文献著录项目、体例如下：

a）专著（普通图书、会议文集、学位论文、报告、汇编、标准等）：[参考文献序号] 主要责任者.题名：其他题名信息[文献类型标识/文献载体标识].其他责任者.版本项.出版地:出版者,出版年:引文页码[引用日期].获取和访问路径.数字对象唯一标识符.

b）专著中析出文献：[参考文献序号] 析出文献主要责任者.析出文献题名[文献类型标识/文献载体标识].析出文献其他责任者//专著主要责任者.专著题名：其他题名信息.版本项.出版地:出版者,出版年:析出文献起止页码 [引用日期].获取和访问路径.数字对象唯一标识符.

c）连续出版物（期刊、报纸等）中析出文献：[参考文献序号] 析出文献主要责任者.析出文献题名[文献类型标识/文献载体标识]. 连续出版物题名:其他题名信息,年,卷(期):起止页码 [引用日期].获取和访问路径.数字对象唯一标识符.

d）专利：[参考文献序号] 专利申请者或所有者.专利题名:专利号[文献类型标识/文献载体标识].公告日期或公开日期 [引用日期].获取和访问路径.数字对象唯一标识符.

e）电子资源：[参考文献序号] 主要责任者.题名：其他题名信息[文献类型标识/文献载体标识].出版地：出版者，出版年:引文页码（更新或修改日期）[引用日期].获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

外文文献著录规则同中文文献。外国人名，姓前名后，名用缩写，不加缩写点。

注：①文献类型标识：M—普通图书，C—会议录，G—汇编，N—报纸，J—期刊，D—学位论文，R—报告，S—标准，P—专利，DB—数据库，CP—计算机程序，EB—电子公告，A—档案，CM—舆图，DS—数据集，Z—其他。②文献载体标识：MT—磁带，DK—磁盘，CD—光盘，OL—联机网络。③a),b),c),d) 4项中文献属于原始电子资源的著录“文献载体标识、引用日期、获取和访问路径” 项，文献属于二次电子资源的不著录；e) 项电子资源指除 a),b),c),d) 4项中包含的文献类型以外的电子资源；“数字对象唯一标识符”依照原文献如实著录，“获取和访问路径” 项中已包含的省略。

4 退　稿

（1）未录用稿件一般以E-mail发送退稿通知。

（2）作者收到稿件录用通知3个月仍未寄回修改清稿又未向编辑部说明情况者，即视为作者自动撤稿。

（3）退稿不承诺提供审阅意见。

5 本刊编辑部

本刊编辑部设在南京水利科学研究院科技信息研究中心。地址：南京市虎踞关34号，邮政编码：210024，电话：（025）85829534，85829556，85829553，85829543，传真：（025）85829555，电子信箱：ge@nhri.cn，网址： www.cgejournal.com。　　（2019年12月修订）

岩 土 工 程 学 报
YANTU GONGCHENG XUEBAO
第 44 卷　第 3 期（总 376 期）
2022 年 3 月

目　次

论　文

高压实膨润土孔隙结构特征研究进展 …… 李昆鹏，陈永贵，叶为民，崔玉军（399）
考虑水力耦合的射孔围岩水力压裂破裂数值模拟方法 …… 张　玉，王鹏胜，李大勇，张雨坤，魏　凯（409）
逆断层地表变形及避让距离的离心模型试验研究 …… 沈　超，薄景山，张雪东，孙强强，王　磊（420）
深部岩体半正弦应力波扰动下的层裂试验研究 …… 满　轲，刘晓丽，宋志飞（428）
基于现代原位测试 CPTU 的土体液化势统一评价方法 …… 段　伟，蔡国军，刘松玉，赵泽宁，董晓强，陈瑞锋（435）
平面 Rayleigh 波入射下饱和土中浅埋隧道复合式衬砌的动力响应 … 范凯祥，申玉生，闻毓民，黄海峰，王帅帅，高　波（444）
考虑体变特征的遗址土脱湿过程持水特性 …… 张　悦，叶为民（456）
层理页岩水力裂缝扩展规律的相场法研究 …… 刘　嘉，薛　熠，高　峰，滕　腾，梁　鑫（464）
微生物加固砂土弹塑性本构模型 …… 崔　昊，肖　杨，孙增春，汪成贵，梁　放，刘汉龙（474）
有限宽度填土挡墙主动土压力的普适解法 …… 赖丰文，刘松玉，杨大禹，程月红，范钦建（483）
基于动态贝叶斯网络的地铁隧道施工风险评估 …… 卢鑫月，许成顺，侯本伟，杜修力，李立云（492）
考虑接触角及粒径级配影响的土水特征曲线滞回模型 …… 伏映鹏，廖红建，吕龙龙，柴小庆（502）
大直径埋地钢管管顶土压力及其设计模型研究 …… 于金弘，石长征，伍鹤皋，徐文韬（514）
考虑温度效应和纤维加筋作用的垃圾土热-弹塑性本构模型 …… 李修磊，施建勇，姜兆起，李玉萍（523）
堆载-真空联合预压下的未打穿竖井地基固结理论 …… 田　乙，吴文兵，张　霖，蒋国盛，宗梦繁，梅国雄（533）
砂土液化概率计算新方法 …… 袁近远，李天宁，王兰民，汪云龙，陈龙伟，李兆焱，袁晓铭，王永志，陈卓识，李瑞山（541）
强震作用下软土场地桩基负摩阻力振动台试验研究 … 田兆阳，李　平，朱　胜，张　源，李玉影，刘应慈，周　楷，颜灵勇（550）
复合式衬砌结构联合承载的原位试验与数值分析 …… 何灏典，唐欣薇，严振瑞，郑怀丘，李代茂（560）

短　文

黄土中灌溉水入渗过程的现场试验研究 …… 赵志强，戴福初，闵　弘，涂新斌（569）
复杂应力条件下饱和珊瑚砂各向异性试验研究 …… 马维嘉，秦　悠，王常德，陈国兴（576）
固结作用下非均质隔离墙中污染物二维运移规律研究 …… 丁祥鸿，冯世进（584）

简　讯

《岩土工程学报》青年论坛学术活动进展报告 …… （473）
第七届全国工程安全与防护学术会议（二号通知） …… （540）
彩色插图索引 …… （532）
《岩土工程学报》征订启事 …… （583）
《岩土工程学报》第十三届编委会名单 …… （扉页Ⅰ）
征稿简则 …… （扉页Ⅱ）

期刊基本参数：CN 32－1124/TU * 1979 * m * A4 * 192 * zh * P * ￥40.00 *3000* 21 * 2022－03

Chinese Journal of Geotechnical Engineering
Vol. 44, No. 3 (Total No.376) Mar. 2022

CONTENTS

PAPERS

Advances in studies on pore structure of highly compacted bentonite … LI Kun-peng, CHEN Yong-gui, YE Wei-min, CUI Yu-jun（399）
Numerical simulation method for hydraulic fracture pressure of perforated surrounding rock under hydraulic coupling …… ZHANG Yu, WANG Peng-sheng, LI Da-yong, ZHANG Yu-kun, WEI Kai（409）
Centrifugal model tests on surface deformation and setback distance of reverse faults …… SHEN Chao, BO Jing-shan, ZHANG Xue-dong, SUN Qiang-qiang, WANG Lei（420）
Experimental study on spalling of deep rock under half sine stress wave disturbance …… MAN Ke, LIU Xiao-li, SONG Zhi-fei（428）
Unified evaluation method for soil liquefaction potential based on modern in-situ piezocone penetration tests …… DUAN-Wei, CAI Guo-jun, LIU Song-yu, ZHAO Ze-ning, DONG Xiao-qiang, CHEN Rui-feng（435）
Dynamic response of composite linings of shallowly buried tunnels in saturated soils subjected to incidence of plane Rayleigh waves …… FAN Kai-xiang, SHEN Yu-sheng, WEN Yu-min, HUANG Hai-feng, WANG Shuai-shuai, GAO Bo（444）
Water retention characteristics of earthen heritage soil during desiccation considering volumetric change …… ZHANG Yue, YE Wei-min（456）
Propagation of hydraulic fractures in bedded shale based on phase-field method …… LIU Jia, XUE Yi, GAO Feng, TENG Teng, LIANG Xin（464）
Elastoplastic constitutive model for biocemented sands …… CUI Hao, XIAO Yang, SUN Zeng-chun, WANG Cheng-gui, LIANG Fang, LIU Han-long（474）
Generalized solution to active earth pressure exerted onto retaining wall with narrow backfills …… LAI Feng-wen, LIU Song-yu, YANG Da-yu, CHENG Yue-hong, FAN Qin-jian（483）
Risk assessment of metro construction based on dynamic Bayesian network …… LU Xin-yue, XU Cheng-shun, HOU Ben-wei, DU Xiu-li, LI Li-yun（492）
Hysteretic model for fitting soil-water characteristic curves considering contact angle and grain-size distribution …… FU Ying-peng, LIAO Hong-jian, LÜ Long-long, CHAI Xiao-qing（502）
Soil pressures at top of large-diameter buried steel pipes and their design model …… YU Jin-hong, SHI Chang-zheng, WU He-gao, XU Wen-tao（514）
Thermo-elastoplastic constitutive model for municipal solid waste (MSW) considering temperature effects and fiber reinforcement …… LI Xiu-lei, SHI Jian-yong, JIANG Zhao-qi, LI Yu-ping（523）
Consolidation theory of soft foundation with partially penetrating vertical drains under surcharge-vacuum preloading …… TIAN Yi, WU Wen-bing, ZHANG Lin, JIANG Guo-sheng, ZONG Meng-fan, MEI Guo-xiong（533）
New method for calculating probability of sand liquefaction …… YUAN Jin-yuan, LI Tian-ning, WANG Lan-min, WANG Yun-long, CHEN Long-wei, LI Zhao-yan, YUAN Xiao-ming, WANG Yong-zhi, CHEN Zhuo-shi, LI Rui-shan …… （541）
Shaking table tests on negative friction of piles in soft soils under strong earthquake motion …… TIAN Zhao-yang, LI Ping, ZHU Sheng, ZHANG Yuan, LI Yu-ying, LIU Ying-ci, ZHOU Kai, YAN Ling-yong（550）
In-situ tests and numerical analysis of composite lining structures with joint bearing …… HE Hao-dian, TANG Xin-wei, YAN Zhen-rui, ZHENG Huai-qiu, LI Dai-mao（560）

NOTES

Field tests on irrigation infiltration in thick loess …… ZHAO Zhi-qiang, DAI Fu-chu, MIN Hong, TU Xin-bin（569）
Experimental study on anisotropy of saturated coral sand under complex stress conditions …… MA Wei-jia, QIN You, WANG Chang-de, CHEN Guo-xing（576）
Two-dimensional migration of contaminants in non-homogeneous cutoff wall considering consolidation …… DING Xiang-hong, FENG Shi-jin（584）
NEWS …… （473，532，540，559，583）
Members of Editorial Board of Chinese Journal of Geotechnical Engineering …… （head page Ⅰ）
Invitation for original papers …… （head page Ⅱ）

Serial parameters: CN 32－1124/TU * 1979 * m * A4 * 192* zh * P * $40.00 *3000* 21 * 2022－03

DOI：10.11779/CJGE202203001

高压实膨润土孔隙结构特征研究进展

李昆鹏[1, 2]，陈永贵*[1, 2]，叶为民[1, 2]，崔玉军[3]

（1. 同济大学地下建筑与工程系，上海 200092；2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室，上海 200092；3. 法国国立路桥大学，法国 巴黎 74455）

摘 要：在详细阐述高压实膨润土孔隙结构组成及其界限孔径确定方法的基础上，全面总结了处置库近场条件下孔隙结构演化规律及其对水力特性影响的研究成果。结果表明：高压实膨润土具有由晶层间孔隙、层叠体间孔隙、集合体间孔隙组成的三孔结构，而描述本构关系时通常简化为由宏观孔隙和微观孔隙构成的双孔结构。双孔结构中宏、微观孔隙界限孔径的确定方法尚未取得共识。孔隙结构演化规律受深地质处置库近场环境影响，包括温度场、渗流场、应力场、化学场，目前对多场耦合作用的研究还不够深入。孔隙比及孔径分布特征无法准确反映膨润土的孔隙结构，尤其体现在孔隙形态及其空间分布规律，应用于讨论孔隙结构对水力特性的影响时存在局限性。基于此，选取适用于描述高压实膨润土本构关系的界限孔径确定方法、揭示热-水-力-化多场耦合作用下孔隙结构演化规律、构建科学合理的孔隙结构量化指标体系并建立相应的水力特性预测模型，是今后需要深入研究的方向。

关键词：深地质处置库；高压实膨润土；孔隙结构；水力特性；研究进展

中图分类号：TU413 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0399－10

作者简介：李昆鹏(1995—)，男，陕西西安人，博士研究生，主要从事环境工程地质及非饱和土力学方面研究。E-mail: kunpeng_lee@tongji.edu.cn。

Advances in studies on pore structure of highly compacted bentonite

LI Kun-peng[1, 2], CHEN Yong-gui[1, 2], YE Wei-min[1, 2], CUI Yu-jun[3]

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Ecole des PontsParisTech, Paris 74455, France)

Abstract: Based on the detailed description of pore structure of highly compacted bentonite and approaches used to determine delimiting diameter, the evolution of pore structure under the near-field environment in repository and its influence on hydraulic behavior of the bentonite are summaried. The results show that the pore structure is made up of three classes of pores, including inter-layer, inter-particle and inter-aggregate pores. When describing the constitutive model for bentonite, the pore structure is always simplified as dual pore structure consisting of macro-and micro-pores. The approaches used to determine the delimiting diameter have not reached a consensus. The evolution of pore structure is affected by the near-field conditions of deep geological repository, including temperature, seepage, stress and chemical fields. However, less studies have considered the influences of multi-field coupling on the evolution. The pore ratio and pore-size distribution cannot accurately reflect the actual pore structure, especially the pore shape and spatial distribution. Hence, there are some limitations when the pore ratio and pore-size distribution are used to explore the relationship between the pore structure and the hydraulic behavior of the bentonite. Based on the above, the following aspects should be deeply studied in the future: the optimal approach used to determine the delimiting diameter for describing the constitutive model, the evolution law of pore structure under the coupled T-H-M-C conditions, the scientific and reasonable index system reflecting the actual pore structure, and the prediction model for hydraulic characteristics based on the above index system.

Key words: deep geological repository; highly compacted bentonite; pore structure; hydraulic behavior; advances

0 引 言

高压实膨润土因具有低渗透性、高膨胀性、强吸附性，被视为高放废物深地质处置中最理想的缓冲/

基金项目：国家自然科学基金项目（42125701，41977232，41772279，42030714）；中央高校基本科研业务费项目

收稿日期：2021－05－11

*通信作者(E-mail: cyg@tongji.edu.cn)

回填材料[1]。处置库运营过程中，高压实膨润土长期遭受近场热−水−力−化（T-H-M-C）耦合作用（图 1），持水、渗透、膨胀等水力特性不断演化。如何准确评价高压实膨润土的水力特性，是深地质处置研究亟需解决的关键问题之一。

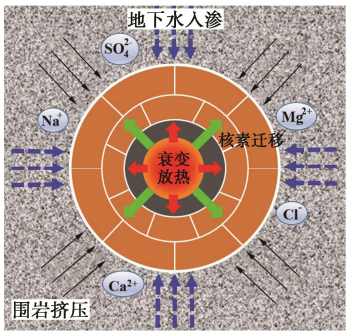


图 1 深地质处置库近场环境

Fig. 1 Typical near-field environment in HLW repository

高压实膨润土孔隙结构对其水力特性有显著影响。Romero 等[2]发现高压实膨润土的渗透、持水、体变特性与其孔隙结构特征密切相关；崔玉军等[1]、Delage[3]提出开展孔隙结构特征研究，有助于解释热−水−力耦合作用下高压实膨润土的宏观力学、吸力和温度效应；叶为民等[4]认为微观孔隙结构演变不可避免地影响高压实膨润土的缓冲特性。由此可见，开展高压实膨润土孔隙结构特征研究对合理评价其水力特性具有重要意义。

针对高压实膨润土孔隙结构特征的研究，可划分为 3 个阶段：①1958 年—1979 年[5-9]：学者们并未将高压实膨润土从压实黏土中单独区分，成果主要涉及压实黏土的孔隙结构特征；②1979 年—20 世纪末期[10-12]：自 Pusch 提出将高压实膨润土作为缓冲/回填材料以来，学者们开始对其孔隙结构特征开展专门研究，并通过压汞试验（MIP）、扫描电镜（SEM）技术逐步揭示了由集合体间孔隙、层叠体间孔隙和晶层间孔隙组成的三重孔隙结构；③21 世纪以来，环境扫描电镜（ESEM）[13-14]、微米 CT[15]等新型高分辨率微观测试手段的发展，促进了孔隙结构演化规律、孔隙结构可视化的研究。

本文在详细阐述高压实膨润土孔隙结构组成及界限孔径确定方法的基础上，全面总结了处置库近场条件下孔隙结构演化规律及其对水力特性影响的研究成果，并分别指出各方面今后的研究重点，以期为中国高放废物深地质处置库工程屏障系统的设计和性能评估提供借鉴。

1 孔隙结构组成及界限孔径确定方法

1.1 孔隙结构组成

针对高压实膨润土孔隙结构组成的研究始于压实黏土。早期学者们讨论压实黏土的微观结构特征时，主要聚焦于黏土颗粒结构而非孔隙结构。1958 年提出的基于双电层理论和絮凝−分散概念的 Lambe 模型[5]，认为压实黏土颗粒基本单元是单一的黏土晶体片层。随后，Aylmore 等[6]和 Olsen[7]发现颗粒基本单元为多个晶体片层聚集所形成的集合体。1970 年，Diamond[8]基于 MIP 和 SEM 发现了集合体之间存在明显孔隙，认为孔径分布特征有助于解释宏观特性。至此，学者们开始关注压实黏土孔隙结构。

1979 年，瑞典科学家 Pusch[10]通过大量试验研究，认为高压实膨润土是最合适的缓冲/回填材料。之后，学者们将压实膨润土从压实黏土中区分，开始专门研究其孔隙结构。Pusch[11]基于 SEM 技术观测到压实膨润土集合体之间的孔隙。Delage 等[16]利用 MIP 方法发现 Champlain 黏土不仅存在集合体之间的孔隙，还存在集合体内部的孔隙。在此基础上，Delage 等将黏土内部孔隙划分为集合体间孔隙（inter-aggregate pores）和集合体内孔隙（intra-aggregate pores），并通过比较最大压力条件下的注汞体积与土体总孔隙体积，来判断黏土中的孔隙是否完全被汞填充。然而，上述理论仅适用于低塑性黏土，对于以高压实膨润土为代表的高塑性黏土，因存在无法被 MIP 探测到的晶层间孔隙（interlayer pores），致使最大压力条件下的注汞体积明显小于总孔隙体积，上述方法显然不适用[3]。

目前，普遍认为高压实膨润土内部孔隙有晶层间孔隙、层叠体间孔隙、集合体间孔隙 3 部分组成，其中晶层间孔隙和层叠体间孔隙共同构成集合体内孔隙（图 2）[3, 12, 17-18]。由图 2 可知，蒙脱石单元晶层为 2∶1 型结构，由两层硅氧四面体夹一层铝氧八面体组成，数个至数百个单元晶层呈平行层状堆积形成层叠体，若干个层叠体聚集形成集合体。相应地，蒙脱石单元晶层之间的孔隙为晶层间孔隙，但其孔径范围过小，无法通过压汞试验观测；而层叠体间孔隙和集合体间孔隙可被压汞试验观测[17]。

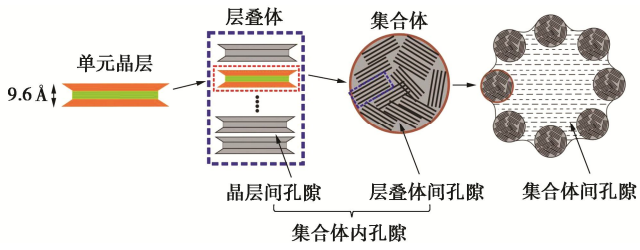


图 2 高压实膨润土微观结构组成[18]

Fig. 2 Microstructure of highly compacted bentonite[18]

1.2 界限孔径确定方法

在描述高压实膨润土的本构关系时，多采用非饱

和膨胀土弹塑性本构模型，即 BExM 模型[19]。该模型将高压实膨润土三孔结构简化为由宏观孔隙（集合体间孔隙）和微观孔隙（集合体内孔隙）构成的双孔结构。双孔结构的重点在于不同孔隙结构层次的划分，而采用不同的界限孔径划分方法，势必导致集合体间孔隙、集合体内孔隙划分结果的差异，影响模型准确性。为此，学者们就不同孔隙结构层次的合理划分，开展了大量研究。

表 1 总结了 5 种常见的界限孔径确定方法。Lloret 等[17]基于不同干密度试样孔径分布特征（pore size distribution，PSD），认为机械压实只会压缩集合体间孔隙，而对集合体内孔隙几乎无影响，据此定义集合体间与集合体内孔隙的界限孔径为 150～200 nm，如图 3（a）所示。Delage 等[16]根据压汞试验的注汞/退汞曲线，认为集合体内孔隙在注汞/退汞过程中仅发生弹性、可逆的变形，集合体间孔隙在退汞时将滞留汞液，从而提出截留孔隙对应集合体间孔隙，自由孔隙对应集合体内孔隙（图 3（b））。Romero 等[2]对比不同干密度试样持水曲线（water retention curve，WRC），将持水曲线交汇点吸力依据 Laplace 方程换算的孔径定义为界限孔径，见图 3（c）。另外，Romero 等[20]、Yuan 等[21]分别依据饱和试样孔径分布曲线峰值（图 3（d））、孔径分布曲线双峰间谷值（图 3（e））来划分集合体间孔隙和集合体内孔隙，其各自适用性有待进一步研究。因此，探讨不同界限孔径确定方法对 BExM 模型准确性的影响，从而选取适用于描述高压实膨润土本构关系的界限孔径确定方法，是未来亟需开展的工作。

表 1 界限孔径确定方法

Table 1 Approaches used to determine delimiting diameter

方法名称	理论基础/假设	文献
PSD 法	机械压实只会压缩集合体间孔隙，而对集合体内孔隙几乎无影响	Lloret 等[17]
注汞/退汞法	集合体内孔隙在注汞/退汞过程中仅发生弹性、可逆的变形，集合体间孔隙在退汞时滞留汞液	Delage 等[16]
WRC 法	机械压实不会影响集合体内孔隙水的赋存特征	Romero 等[2]
峰值法	将饱和样孔径分布曲线峰值孔径作为界限孔径	Romero 等[20]
谷值法	将压实样孔径分布曲线谷值孔径作为界限孔径	Yuan 等[21]

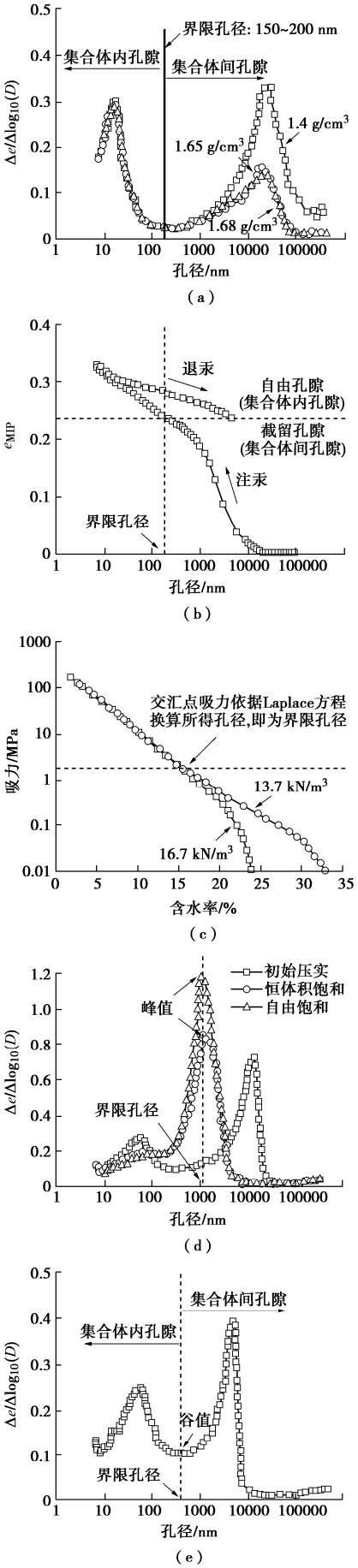


图 3 双孔结构划分示意图

Fig. 3 Schematic diagram of dividing dual-pore structure

2 近场条件下孔隙结构演化规律

高压实膨润土孔隙结构受环境条件影响显著。近年来，学者们围绕处置库近场环境，深入研究了温度场、渗流场、应力场、化学场影响下高压实膨润土孔隙结构的演化规律。

2.1 温度场影响

高放废物被封存后将持续向外释放衰变热，在高压实膨润土内部形成温度场，导致膨润土孔隙结构不断演化。如图 4 所示[22]，集合体间孔隙峰值将随着温度的升高而出现右移，集合体内孔隙峰值几乎不受影响，而集合体间孔隙、集合体内孔隙体积皆会随着温度的升高而增大。此外，温度升高会引起宏观干缩裂隙发育，出现大于 10^4 nm 的孔隙。

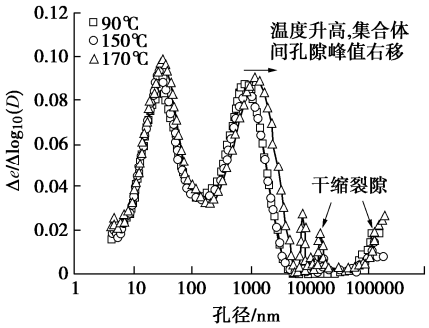


图 4 不同温度下高压实膨润土的孔径分布曲线[22]

Fig. 4 Pore-size distribution curves of highly compacted bentonite under various temperatures[22]

国内外学者针对温度场作用下，膨润土孔隙结构演化机理进行了许多有益的探索。结果表明，温度变化范围不同，温度场对孔隙结构的影响机理存在差异。低于 100℃时，温度主要通过脱去物理吸附水和部分层间结合水的方式影响膨润土的孔隙结构[23]；高于 100℃时，主要通过一系列物理化学反应，如胶凝作用[24]、硅质胶结物的生成[25]、蒙脱石向伊利石转化[26]等，来改变膨润土的孔隙结构。

2.2 渗流场影响

处置库建成运营后，地下水入渗将在工程屏障内形成渗流场。在渗流场及温度场作用下，膨润土可能经历湿化及湿化—干燥循环过程。

（1）湿化过程

湿化过程中，水分子逐渐进入蒙脱石晶层间孔隙，导致层叠体裂解与集合体膨胀[27]。自由边界条件下，膨胀导致膨润土宏观体积增大，集合体间和集合体内孔隙增多（图 5（a））；恒体积条件下，膨润土体积不变，膨胀导致集合体间孔隙封闭，部分集合体间孔隙转化为集合体内孔隙，使集合体间与集合体内的孔隙分别呈现减小和增大的趋势[28]（图 5（b））。

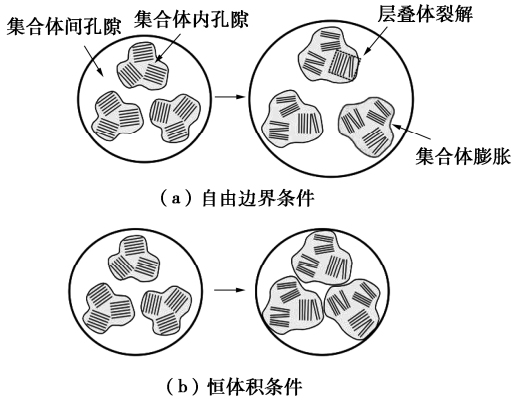


图 5 湿化过程中孔隙结构演化示意图[28]

Fig. 5 Evolution of pore structure during wetting process[28]

研究表明，尽管不同边界下土体孔隙结构演化规律存在差异，但随着湿化程度增大，孔隙结构最终趋于均匀化。图 6[27]显示了膨润土孔隙结构随吸力降低的演化特征，当吸力降低至 0 时，膨润土达到湿化饱和状态，集合体结构基本消失，取而代之的是发生裂解后的蒙脱石片层，孔隙结构呈现均匀化特征。

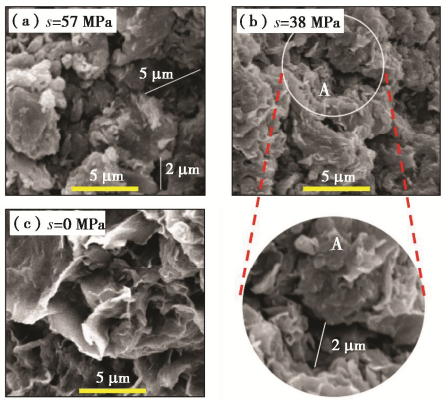


图 6 不同吸力下高压实膨润土的 ESEM 图像[27]

Fig. 6 ESEM photos of highly compacted bentonite at various suctions[27]

值得说明的是，湿化饱和并不等同于湿化均匀。Tomioka 等[15]基于 μ-CT 发现，饱和初期高压实膨润土的湿化部分主要为集合体外侧的层叠体（率先湿化形成胶体融合结构），而集合体内部的层叠体无显著变化（图 7），此时试样尚未达到湿化均匀状态。Wang 等[29]通过对比湿化饱和 15～90 d 的高压实膨润土孔径分布特征，发现随着饱和时间延长，集合体间孔隙、集合体内孔隙会持续转化为孔径介于二者之间的新孔隙群，促使试样在微观层次趋于各向同性。然而，即使湿化饱和 90 d 后，上述转化仍在持续，表明湿化均

匀过程十分漫长。因此，如何对不同湿化阶段的孔隙结构均匀化程度进行定量表征，需要进一步研究。

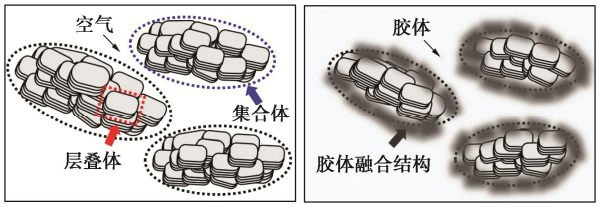


图 7 干燥及湿化饱和初期高压实膨润土的微观结构示意图[15]

Fig. 7 Micro-structures of highly compacted bentonite in dry state and metting-saturated state[15]

（2）湿化—干燥循环过程

Sun 等[14]通过控制 ESEM 观测腔内相对湿度，研究了湿化—干燥循环过程中自由边界高压实膨润土孔隙结构的演化规律。结果表明，湿化—干燥循环过程中集合体内孔隙的变化几乎可逆，而集合体间孔隙则受循环作用影响显著。如图 8 所示，尽管集合体间孔隙在湿化、干燥路径上分别发生扩张与收缩，但集合体间孔隙经过湿化—干燥循环后开度增大，存在明显的塑性积累。

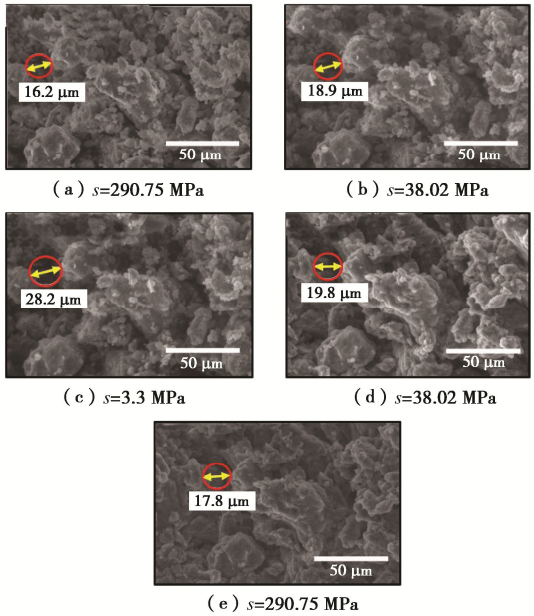


图 8 湿化—干燥过程中集合体间孔隙的演化特征[14]

Fig. 8 Evolution of inter-aggregate pore during wetting-drying path[14]

然而，湿化—干燥循环中的塑性积累并不会持续产生。Nowamooz 等[30]认为当循环次数达到一定时，孔隙结构的演化将达到某一平衡状态，此时湿化—干燥循环对孔隙结构演化的影响将完全可逆，试样呈现纯弹性特征。在此基础上，Nowamooz 等定义该状态下的孔隙比为弹性孔隙比 e_{0el}，用来表征试样在湿化—干燥循环中的平衡状态。

2.3　应力场影响

受围岩应力场的影响，高压实膨润土在服役过程中可能会经历加载及加载—卸载循环过程。

（1）加载过程

以往，学者们大多通过将试样压制至不同干密度的方式，来研究加载过程中孔隙结构的演化规律。结果表明：加载过程只会压缩集合体间孔隙，对集合体内孔隙几乎无影响（图 3（a））[17]。实际上，通过对比不同干密度试样孔隙结构特征的差异并不能完全反映加载的影响，这是因为干密度仅能反映加载终值的差异，而无法反映加载速率、加载路径等加载过程因素的作用。虽然大量试验[13, 31]已经证实加载过程仅会压缩集合体间孔隙，但集合体间孔隙的压缩效果（如压缩后孔隙形态、连通度等）是否与加载速率、加载路径等因素存在关联，目前尚未见报道。

（2）加载—卸载循环过程

研究表明，卸载—卸载过程会导致土体产生塑性积累[32]。基于此，可将加载诱导膨润土集合体间孔隙的变形分为弹性变形和塑性变形。随着卸载过程的进行，弹性变形完全恢复，而塑性变形将逐渐累积。与湿化—干燥循环类似，加载—卸载循环中的塑性累积并不会持续产生。随着加载—卸载循环次数的增加，塑性变形逐渐减少；当达到一定循环次数时，加载—卸载过程所导致的集合体间孔隙的变形将几乎可逆，试样接近完全弹性状态。

2.4　化学场影响

处置库近场化学环境对膨润土孔隙结构具有重要影响。目前，学者们主要针对围岩地下水作用下的盐溶液条件、考虑混凝土衰解作用的碱溶液条件，来探讨化学场影响下膨润土孔隙结构演化规律。

（1）盐溶液条件

盐溶液对恒体积高压实膨润土孔径分布特征的影响见图 9[33]。可以看出，相比于蒸馏水，1.0 mol/L NaCl 溶液饱和试样集合体间孔隙体积较大、集合体内孔隙体积（根据总孔隙比 e_T 与集合体间孔隙比 e_M 的差值判断）较小，这一现象与 Mata 等[34]、Mokni 等[35]的研究一致。基于扩散双电层理论，扩散双电层厚度与离子浓度的平方根呈反比，Na^+浓度升高将导致扩散双电层被压缩，层叠体间排斥力减小，进而抑制集合体膨胀、降低集合体间孔隙的封闭程度[36]。

（2）碱溶液条件

研究表明，处置库内混凝土衰解所形成的碱性环境也会影响膨润土孔隙结构的演化。如图 10 所示[37]，相较于蒸馏水，0.6 mol/L NaOH 溶液饱和试样集合体间孔隙与集合体内孔隙体积均有所增大，且集合体间孔隙峰值出现明显右移现象，这主要是由于：①碱性环境会诱发蒙脱石碎片化及溶蚀，试样总孔隙比由 e_T

增至 e_{TF}，使得集合体间孔隙与集合体内孔隙体积同时增大；②蒙脱石溶蚀会导致溶蚀孔隙的出现，增大集合体间孔隙平均孔径，促使集合体间孔隙峰值右移[37-38]。

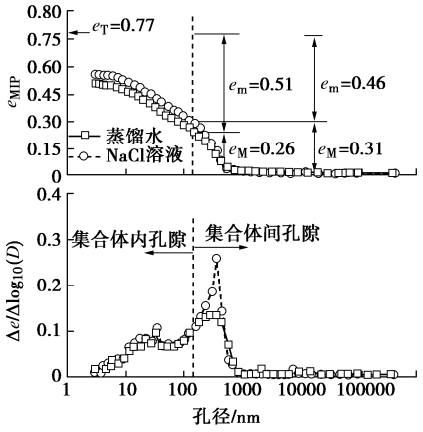


图 9 盐溶液对高压实膨润土孔径分布特征的影响[33]

Fig. 9 Effects of salt solution on pore-size distribution of high-pressure bentonite[33]

实际上，高压实膨润土在长期服役过程中遭受着温度场、渗流场、应力场、化学场所形成的多场耦合作用。考虑到不同场因素彼此之间也存在相互影响及制约，多场耦合作用下的膨润土孔隙结构演化规律往往更为复杂，不能简单的理解为单场效应间的叠加，而目前在此方面的研究还不够深入。因此，未来有必要针对热−水−力−化多场耦合作用下的膨润土孔隙结构演化规律，开展更为系统的研究。

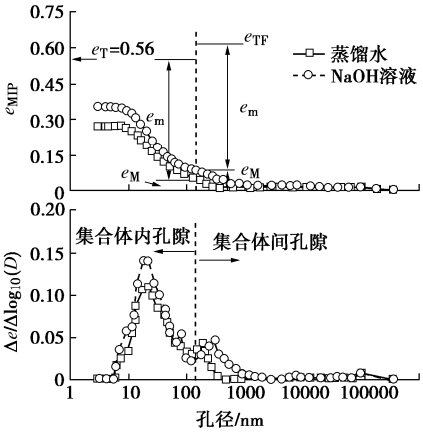


图 10 碱溶液对高压实膨润土孔径分布特征的影响[37]

Fig. 10 Effects of alkali solution on pore-size distribution of high-pressure bentonite[37]

3 孔隙结构对水力特性的影响

高压实膨润土水力特性是指其在渗流作用下的力学响应，主要包括持水、渗透和膨胀特性。近年来，学者们大多基于孔隙比及孔径分布特征，来研究高压实膨润土孔隙结构对水力特性的影响。

3.1 持水特性

高压实膨润土的持水特性指其含水状态（含水率、饱和度等）与吸力的关系，常以持水曲线进行描述。图 11 为不同孔隙比高压实膨润土在恒体积条件下，经湿化路径所测定的持水曲线。由图 11 可知，高吸力范围内持水曲线几乎重合，孔隙比对持水性能的影响不显著；低吸力范围内，含水率随孔隙比增加而增大，这主要是由于不同吸力范围内膨润土的持水机制不同造成的[2, 20]。高吸力范围内，膨润土主要通过吸附作用持水，而低吸力范围膨润土主要通过毛细作用持水，前者与气−液−固界面性质有关，后者主要受孔隙结构特征控制[39]。

常见的持水曲线预测模型，如 BC 模型、VG 模型、FX 模型等，尽管都包含与土体孔隙结构特征有关的参数，但这些参数大多缺乏明确的物理意义。Gallipoli 等[40]考虑孔隙比对土体持水曲线的影响，对 VG 模型进行了修正，如下式：

$$S_r=\left[\frac{1}{1+(\phi e^{\psi}s)^n}\right]^m, \tag{1}$$

式中，S_r 为饱和度，e 为孔隙比，s 为吸力，ϕ，ψ，m，n 分别为拟合参数。

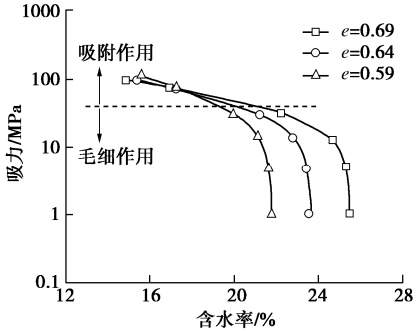


图 11 不同孔隙比高压实膨润土的持水曲线[17]

Fig. 11 Water retention curves of highly compacted bentonite with different void ratios[17]

在此基础上，有学者进一步讨论了孔径分布特征与持水特性的相关关系[41]。结果显示，孔径累积分布函数 $F(D)$ 与土体饱和度 S_r 的数学表达形式相同（式（2），（3）），结合 Laplace 方程中孔径和吸力的对应关系（式（4））），可实现基于孔径分布特征的持水曲线预测（式（5））。

$$F(D)=\frac{V_P}{V_{Mmax}}=\frac{V_{Mmax}-V_M}{V_{Mmax}}=1-\frac{V_M}{V_{Mmax}}, \tag{2}$$

$$S_r=\frac{V_W}{V_V}=\frac{V_P}{V_V}=\frac{V_{Mmax}-V_M}{V_{Mmax}}=1-\frac{V_M}{V_{Mmax}}, \tag{3}$$

$$s=\frac{2T_s\cos\theta}{D}\quad,\tag{4}$$

$$S_r=F(D)=F\left(\frac{2T_S\cos\theta}{s}\right)=f(s)\quad,\tag{5}$$

式中，D 为孔隙直径，V_P 为孔径小于 D 的孔隙体积，V_{Mmax} 为压汞试验所测得的孔隙总体积，V_M 为孔径大于 D 的孔隙体积，V_W 为孔隙水体积，V_V 为孔隙总体积，V_P 为孔径小于 D 的孔隙体积，T_s 为水的表面张力，θ 为接触角。

考虑到晶层间孔隙孔径范围过小，无法通过压汞试验观测，因而取压汞试验所测得的孔隙总体积作为膨润土实际的孔隙总体积（式（3））势必会造成结果偏差，使计算出的饱和度偏低。未来研究中，如何在压汞试验所测孔径分布特征的基础上，结合晶层间孔隙体积或孔径分布特征，来构建更为准确的高压实膨润土持水特性预测模型，是值得探索的课题。

3.2　渗透特性

国际上作为缓冲/回填材料的高压实膨润土饱和渗透系数随孔隙比的变化规律见图 12[17, 42-46]。由图 12 可知，半对数坐标内，高压实膨润土饱和渗透系数随孔隙比的增大而呈现线性增大趋势。

Yuan 等[47]讨论了宏观孔隙比 e_M 和微观孔隙比 e_m 对高压实膨润土饱和渗透系数的影响，结果见图 13。显然，饱和渗透系数与 e_M 存在较强相关性，而与 e_m 相关性较差。饱和状态下，微观孔隙中水分子受双电层作用，几乎不会移动，渗流过程基本是在宏观孔隙中实现的，因而饱和渗透系数受 e_M 影响更为显著。

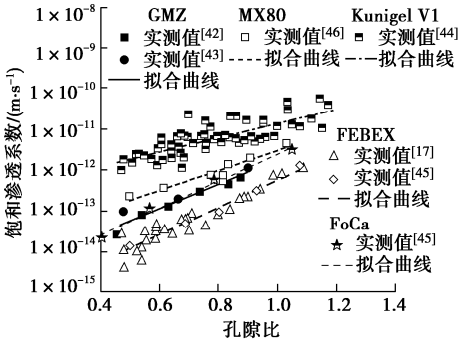


图 12　高压实膨润土饱和渗透系数随孔隙比的变化[17, 42-46]

Fig. 12 Evolution of saturated permeability of highly compacted bentonite with void ratio[17, 42-46]

综合图 13（a）、图 14[47]还可以看出，尽管 A、B 点试样的初始孔隙比 e_0、宏观孔隙比 e_M 相等，孔径分布特征相似，但饱和渗透系数却相差 2 个数量级。这表明孔隙比、孔径分布特征并不能完全反映膨润土实际的孔隙结构，尤其是其迂曲性特征，会显著影响水分在膨润土中的渗流过程。

此外，也有学者尝试采用三维扫描成像技术研究膨润土孔隙结构特征对渗透特性的影响。宋帅兵[48]基于不同尺度孔隙结构模型，通过叠加、融合构建了高压实膨润土在全尺度范围内的孔隙结构模型，如图 15。然而，受观测精度及重构算法准确性的限制，重构模型中有效孔隙率、迂曲度等特征指标均与实际情况存在差异，由此计算得到的渗透系数与试验结果难以完全契合。尽管如此，通过提升观测精度、优化重构算法来建立更为真实的膨润土三维孔隙结构模型，仍是未来研究渗透性随孔隙结构特征演化的主要手段之一。

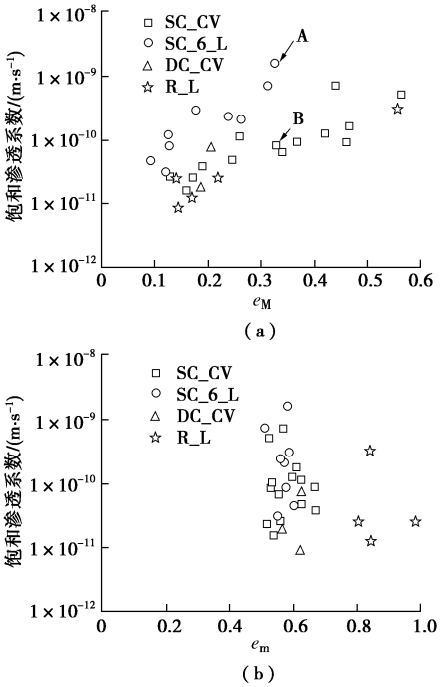


图 13　高压实膨润土饱和渗透系数随 e_M 及 e_m 的变化[47]

Fig. 13 Evolution of saturated permeabilityof highly compacted bentonite with e_M and e_m [47]

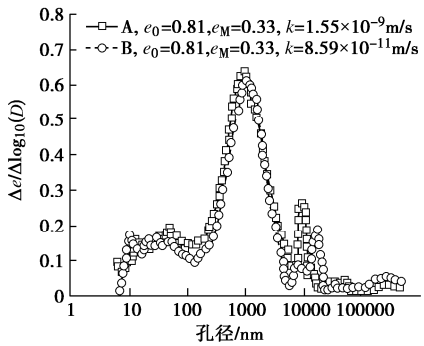


图 14　试样 A 与试样 B 的孔径分布曲线[47]

Fig. 14 Pore-size distribution curves of samples A and B[47]

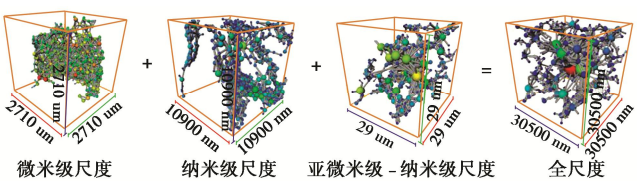


图 15　不同尺度高压实膨润土孔隙结构模型[48]

Fig. 15 Model for pore structure of highly compacted bentonite with different scales[48]

3.3 膨胀特性

膨胀特性是高压实膨润土封闭施工接缝的关键。常见作为缓冲/回填材料的高压实膨润土最大膨胀力与孔隙比关系曲线见图 16[17, 49-52]。由图 16 可知，半对数坐标内，高压实膨润土最大膨胀力随孔隙比的增大而呈现线性减小趋势，相应的拟合方程见表 2。

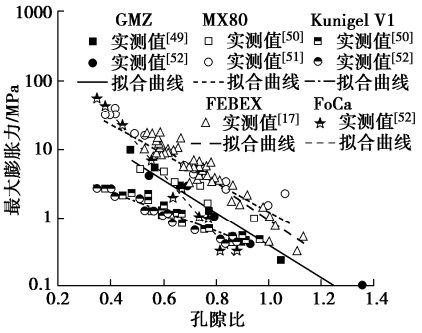


图 16 高压实膨润土最大膨胀力随孔隙比的变化[17, 49-52]

Fig. 16 Evolution of maximum swelling pressure of highly compacted bentonite with void ratio[17, 49-52]

表 2 高压实膨润土最大膨胀力与孔隙比的拟合方程

Table 2 Fitting relationships between maximums welling pressure of highly compacted bentonite and void ratio

膨润土类型	拟合方程	R^2
GMZ	$\lg P_{sf}=1.995-2.395e$	0.949
MX80	$\lg P_{sf}=2.205-2.146e$	0.812
Kunigel V1	$\lg P_{sf}=0.969-1.461e$	0.926
FEBEX	$\lg P_{sf}=2.562-2.585e$	0.905
FoCa	$\lg P_{sf}=3.266-4.396e$	0.985

进一步研究表明，高压实膨润土膨胀特性也与孔径分布特征密切相关。文献[53]对比了相同膨润土掺量、相同孔隙比条件下膨润土−黏土岩混合物、膨润土−砂混合物的膨胀力差异，发现二者间膨胀力差值 ΔP_{sf} 与集合体间孔隙体积占总孔隙体积百分比的差值 $\Delta(V_{VM}/V_V)$ 呈显著线性关系。

实际上，孔隙比、孔径分布特征并不能完全反映高压实膨润土的孔隙结构，相同孔隙比、孔径分布特征下的孔隙结构也可能有所差异，尤其体现在孔隙形态及其空间分布规律上[48]。因此，构建科学合理的孔隙结构量化指标体系，在此基础上建立相应的水力特性预测模型，是未来探索孔隙结构对水力特性影响的主要研究方向。

4 结论及建议

高压实膨润土孔隙结构对水力特性影响显著。本文针对高压实膨润土孔隙结构组成及其界限孔径确定方法、近场条件下孔隙结构演化规律、孔隙结构对水力特性的影响等方面研究成果，开展了扼要地论述和讨论，结论如下：

（1）高压实膨润土具有由晶层间孔隙、层叠体间孔隙、集合体间孔隙组成的三孔结构，而在描述本构关系时，常将其简化为由宏观孔隙（集合体间孔隙）和微观孔隙（集合体内孔隙）构成的双孔结构。

（2）双孔结构的重点在于宏、微观孔隙界限孔径的确定，目前常用的确定方法包括 PSD 法、注汞/退汞法、WRC 法、峰值法、谷值法 5 种，但不同方法对本构关系准确性的影响还有待讨论。

（3）高压实膨润土孔隙结构演化规律受处置库近场环境影响显著，目前研究主要涉及温度场、渗流场（湿化及湿化—干燥循环）、应力场（加载及加载—卸载循环）、化学场（盐溶液及碱溶液作用）4 方面，缺乏对多场耦合作用的深入考虑。

（4）由于缺乏合理的孔隙结构量化指标体系，现有研究多基于孔隙比与孔径分布特征来分析高压实膨润土孔隙结构对水力特性（持水、渗透、膨胀）的影响。考虑到孔隙比与孔径分布特征无法准确反映膨润土的孔隙结构，尤其体现在孔隙形态及其空间分布规律上，应用于讨论孔隙结构对水力特性的影响时存在一定的局限性。

综上可知，目前关于高压实膨润土孔隙结构特征的研究仍旧十分有限，选取适用于描述高压实膨润土本构关系的界限孔径确定方法、揭示热−水−力−化多场耦合作用下孔隙结构演化规律、构建科学合理的孔隙结构量化指标体系并建立相应的水力特性预测模型，是今后值得深入研究的方向。

参考文献：

[1] 崔玉军, 陈 宝. 高放核废物地质处置中工程屏障研究新进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(4): 842－847. (CUI Yu-jun, CHEN Bao. Recent advances in research on engineered barrier for geological disposal of high-level radioactive nuclear waste[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(4): 842－847. (in Chinese))

[2] ROMERO E, GENS A, LLORET A. Water permeability, water retention and microstructure of unsaturated compacted Boom clay[J]. Engineering Geology, 1999, **54**(1/2): 117－127.

[3] DELAGE P. Microstructure features in the behaviour of engineered barriers for nuclear waste disposal[C]// Experimental Unsaturated Soil Mechanics, 2007, Berlin.

[4] 叶为民, 赖小玲, 刘 毅, 等. 高庙子膨润土微观结构时效性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(12): 2255－2261. (YE Wei-min, LAI Xiao-ling, LIU Yi, et al. Experimental study on ageing effects on microstructure of unsaturated GMZ01 bentonite[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(12): 2255－2261. (in Chinese))

[5] LAMBE T W. The structure of compacted clay[J]. Journal of

the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1958, **84**(SM2): 1 – 34.

[6] AYLMORE L A G, QUIRK J P. Domain or turbostratic structure of clays[J]. Nature, 1960, **187**(4742): 1046 – 1048.

[7] OLSEN H W. Hydraulic flow through saturated clays[J]. Clays and Clay Minerals, 1960, **9**(1): 131 – 161.

[8] DIAMOND S. Pore size distributions in clays[J]. Clays and Clay Minerals, 1970, **18**(1): 7 – 23.

[9] AHMED S, LOVELL C W, DIAMOND S. Pore sizes and strength of compacted clay[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1974, **100**(4): 407 – 425.

[10] PUSCH R. Highly compacted sodium bentonite for isolating rock-deposited radioactive waste products[J]. Nuclear Technology, 1979, **45**(2): 153 – 157.

[11] PUSCH R. Mineral-water interactions and their influence on the physical behavior of highly compacted Na bentonite[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1982, **19**: 381 – 387.

[12] YONG R N. Overview of modeling of clay microstructure and interactions for prediction of waste isolation barrier performance[J]. Engineering Geology, 1999, **54**(1): 83 – 91.

[13] ROMERO E, SIMMS P H. Microstructure investigation in unsaturated soils: a review with special attention to contribution of mercury intrusion porosimetry and environmental scanning electron microscopy[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2008, **26**(6): 705 – 727.

[14] SUN H, MAŠÍN D, NAJSER J, et al. Bentonite microstructure and saturation evolution in wetting–drying cycles evaluated using ESEM, MIP and WRC measurements[J]. Géotechnique. 2019, **69**(8): 713 – 726.

[15] TOMIOKA S, KOZAKI T, TAKAMATSU H, et al. Analysis of microstructural images of dry and water-saturated compacted bentonite samples observed with X-ray micro CT[J]. Applied Clay Science. 2010, **47**(1/2): 65 – 71.

[16] DELAGE P, LEFEBVRE G. Study of the structure of a sensitive Champlain clay and of its evolution during consolidation[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1984, **21**(1): 21 – 35.

[17] LLORET A, VILLAR M V. Advances on the knowledge of the thermo-hydro-mechanical behaviour of heavily compacted “FEBEX” bentonite[J]. Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C, 2007, **32**(8-14): 701 – 715.

[18] AGUS S S. An Experimental Study on Hydro-Mechanical Characteristics of Compacted Bentonite-Sand Mixtures[D]. Weimar, Germany: Bauhaus-University Weimar, 2005.

[19] ALONSO E E, VAUNAT J, GENS A. Modelling the mechanical behaviour of expansive clays[J]. Engineering Geology, 1999, **54**(1): 173 – 183.

[20] ROMERO E, DELLA VECCHIA G, JOMMI C. An insight into the water retention properties of compacted clayey soils[J]. Géotechnique, 2011, **61**(4): 313 – 328.

[21] YUAN S, LIU X, ROMERO E, et al. Discussion on the separation of macropores and micropores in a compacted expansive clay[J]. Géotechnique, 2020, **10**(3): 454 – 460.

[22] 刘　伟，梁栋，杨仲田，等. 高温作用对膨润土孔隙结构的影响[J]. 化工新型材料, 2018, **46**(增刊 1): 43 – 46. (LIU Wei, LIANG Dong, YANG Zhong-tian, et al. Influence of high temperature on the pore structure of bentonite[J]. New Chemical Materials, 2018, **46**(S1): 43 – 46. (in Chinese))

[23] 徐　颖，邓利蓉，芦玉峰，等. 热处理对柯尔碱膨润土微观结构和物化性能的影响[J]. 岩矿测试, 2019, **38**(3): 280 – 287. (XU Ying, DENG Li-rong, LU Yu-feng, et al. Effect of thermal treatment on the composition and physicochemical properties of bentonite from the Kerjian Region, Xinjiang[J]. Rock and Mineral Analysis, 2019, **38**(3): 280 – 287. (In Chinese))

[24] COUTURE R A. Steam rapidly reduces the swelling capacity of bentonite[J]. Nature, 1985, **318**(6041): 50 – 52.

[25] PUSCH R, BLUEMLING P, JOHNSON L. Performance of strongly compressed MX-80 pellets under repository-like conditions[J]. Applied Clay Science, 2003, **23**(1/2/3/4): 239 – 244.

[26] INOUE A, WATANABE T, KOHYAMA N, et al. Characterization of illitization of smectite in bentonite beds at kinnekulle, Sweden[J]. Clays and Clay Minerals, 1990, **38**(3): 241 – 249.

[27] CUI Y J, LOISEAU C, DELAGE P. Microstructure changes of a confined swelling soil due to suction controlled hydration[J]. Proceedings of the 3nd International Conference on Unsaturated Soils, 2002, **2**: 593 – 598.

[28] YE W M, WANG Y, WANG Q, et al. Stress-dependent temperature effect on the swelling behavior of compacted GMZ bentonite[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2020, **79**(7): 3897 – 3907.

[29] WANG Q, CUI Y, MINH TANG A, et al. Time- and density-dependent microstructure features of compacted bentonite[J]. Soils and Foundations, 2014, **54**(4): 657 – 666.

[30] NOWAMOOZ H, MASROURI F. Influence of suction cycles on the soil fabric of compacted swelling soil[J]. Comptes Rendus Geoscience, 2010, **342**(12): 901 – 910.

[31] LLORET A, VILLAR M V, SÀNCHEZ M, et al. Mechanical behaviour of heavily compacted bentonite under high suction changes[J]. Géotechnique, 2003, **53**(1): 27 – 40.

[32] SUDDEEPONG A, CHAI J, SHEN S, et al. Deformation behaviour of clay under repeated one-dimensional unloading – reloading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, **52**(8): 1035 – 1044.

[33] 贺 勇. 化-水-力耦合作用下高压实 GMZ 膨润土体变特征研究[D]. 上海: 同济大学, 2017. (HE Yong. Volume Change Behavior of Highly Compacted GMZ Bentonite under Chemo-Hydro-Mechanical Conditions[D]. Shanghai: Tongji University, 2017. (In Chinese))

[34] MATA C, ROMERO E, LEDESMA A. Hydro-chemical effects on water retention in bentonite-sand mixtures[C]// Proceedings 3rd International Conference on Unsaturated Soils, Recife, 2002, Brazil.

[35] MOKNI N. Deformation and Flow Driven by Osmotic Processes in Porous Materials[D]. Barcelona: Polytechnic University of Catalonia, 2011.

[36] LIU L, CHEN Y, YE W, et al. Effects of hyperalkaline solutions on the swelling pressure of compacted Gaomiaozi (GMZ) bentonite from the viewpoint of Na+ cations and OH – anions[J]. Applied Clay Science, 2018, **161**: 334 – 342.

[37] BAO C, JIAXING G, HUIXIN Z. Alteration of compacted GMZ bentonite by infiltration of alkaline solution[J]. Clay Minerals, 2016, **51**(2): 237 – 247.

[38] SUN Z, CHEN Y, CUI Y, et al. Effect of synthetic water and cement solutions on the swelling pressure of compacted Gaomiaozi(GMZ) bentonite: The Beishan site case, Gansu, China[J]. Engineering Geology, 2018, **244**: 66 – 74.

[39] 刘樟荣，叶为民，崔玉军，等. 基于微孔填充和毛细管凝聚理论的持水曲线模型[J]. 岩土力学，2021，**42**(6): 1549 – 1556. (LIU Zhang-rong, YE Wei-min, CUI Yu-jun, et al. A micro-pore filling and capillary condensation theories based water retention model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(6): 1549 – 1556. (in Chinese))

[40] GALLIPOLI D, WHEELER S J, KARSTUNEN M. Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil[J]. Géotechnique, 2003, **53**(1): 105 – 112.

[41] 费锁柱，谭晓慧，董小乐，等. 基于土体孔径分布的土水特征曲线预测[J]. 岩土工程学报，2021，**43**(9): 1691 – 1699. (FEI Suo-zhu, TAN Xiao-hui, DONG Xiao-le, et al. A micro-pore filling and capillary condensation theories based water retention model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(9): 1691 – 1699. (in Chinese))

[42] YE W M, ZHANG F, CHEN B, et al. Effects of salt solutions on the hydro-mechanical behavior of compacted GMZ01 Bentonite[J]. Environmental Earth Sciences, 2014, **72**(7): 2621 – 2630.

[43] WEN Z. Physical property of China's buffer material for high-level radioactive waste repositories[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(4): 794 – 800.

[44] MITACHI T. Mechanical behavior of bentonite-sand mixtures as buffer materials[J]. Soils and Foundations, 2008, **48**(3): 363 – 374.

[45] RAO S M, K. R. Hydro-mechanical characterization of Barmer 1 bentonite from Rajasthan, India[J]. Nuclear Engineering and Design, 2013, **265**: 330 – 340.

[46] WANG Q, MINH TANG A, CUI Y, et al. The effects of technological voids on the hydro-mechanical behaviour of compacted bentonite – sand mixture[J]. Soils and Foundations, 2013, **53**(2): 232 – 245.

[47] YUAN S Y, LIU X F, BUZZI O. Effects of soil structure on the permeability of saturated Maryland clay[J]. Géotechnique, 2019, **69**(1): 72 – 78.

[48] 宋帅兵. 高庙子膨润土孔隙结构多尺度特征及其渗流特性研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2020. (SONG Shuai-bing. Multi-scale Characteristics of Pore Structure and Seepage Characteristics of GMZ Bentonite[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2020. (in Chinese))

[49] 叶为民，刘樟荣，崔玉军，等. 膨润土膨胀力时程曲线的形态特征及其模拟[J]. 岩土工程学报，2020，**42**(1): 29 – 36. (YE Wei-min, LIU Zhang-rong, CUI Yu-jun, et al. Features and modelling of time-evolution curves of swelling pressure of bentonite[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 2020, **42**(1): 29 – 36. (in Chinese))

[50] KOMINE H, OGATA N. Predicting swelling characteristics of bentonites[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2004, **130**(8): 818 – 829.

[51] TRIPATHY S, SRIDHARAN A, SCHANZ T. Swelling pressures of compacted bentonites from diffuse double layer theory[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(3): 437 – 450.

[52] SUN H Q. Prediction of swelling pressure of compacted bentonite with respect to void ratio based on diffuse double layer theory[C]// Proceedings of the 1st GeoMEast International Congress and Exhibition, 2017, Giza.

[53] SOUZA R F C, PEJON O J. Pore size distribution and swelling behavior of compacted bentonite/claystone and bentonite/sand mixtures[J]. Engineering Geology, 2020, 275: 105738.

DOI：10.11779/CJGE202203002

考虑水力耦合的射孔围岩水力压裂破裂数值模拟方法

张 玉[1, 2]，王鹏胜[1]，李大勇[1]，张雨坤[2]，魏 凯[3]

(1. 中国石油大学(华东)储运与建筑工程学院，山东 青岛 266580；2. 山东科技大学山东省土木工程防灾减灾重点试验室，山东 青岛 266590；3. 长江大学石油工程学院，湖北 武汉 430100)

摘 要：以多孔介质流体渗流和围岩应力耦合理论为基础，提出一种基于有限容积法（FVM）的水力耦合作用下射孔围岩水力压裂破裂数值模拟方法。首先，考虑初始地应力和流体渗流对射孔围岩的影响，运用坐标转换和叠加原理得到围岩应力分布。其次，考虑围岩渗透率和孔隙度的应力敏感性，通过渗流力学分析确定射孔围岩的流体压力。最后，探讨水力压裂射孔围岩破裂准则的基础上，构建考虑水力耦合的射孔围岩水力压裂力学模型，并基于有限容积法对渗流方程和应力方程予以离散，提出水力耦合作用下射孔围岩水力压裂破裂数值模拟方法。该方法实现了流体渗流与围岩应力的耦合，可精确求解水力耦合作用下射孔围岩水力压裂破裂压力和破裂时间，亦能对流体压力和围岩渗透率演化予以准确描述。相关成果丰富了水力压裂破裂机理的研究，亦可对实际工程设计提供重要的参考。

关键词：水力耦合；水力压裂；射孔围岩；有限容积法；破裂压力

中图分类号：TU452 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0409－11

作者简介：张 玉(1985—)，男，博士，副教授，主要从事深部岩石力学与工程研究方面的工作。E-mail：zhangyu@upc.edu.cn。

Numerical simulation method for hydraulic fracture pressure of perforated surrounding rock under hydraulic coupling

ZHANG Yu[1, 2], WANG Peng-sheng[1], LI Da-yong[1], ZHANG Yu-kun[2], WEI Kai[3]

(1. College of Pipeline and Civil Engineering, China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China; 2. Key Laboratory of Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Shandong University of science and Technology, Qingdao 266590, China; 3. Petroleum Engineering College, Yangtze University, Wuhan 430100, China)

Abstract: A numerical simulation method for hydraulic fracture pressure of perforated surrounding rock under hydraulic coupling is proposed using the FVM based on the coupling theory of fluid flow of porous media and stress of surrounding rock. Firstly, considering the influences of the initial geo-stress and fluid flow in the perforated surrounding rock, the stress distribution of the surrounding rock is obtained through the coordinate conversion and superposition principle. Secondly, considering the stress sensitivity of permeability and porosity of surrounding rock, the fluid pressure field of perforated surrounding rock is determined through the fluid flow analysis. Finally, on the basis of discussing the fracture criteria for the perforated surrounding rock during hydraulic fracturing, a mechanical model for hydraulic fracture perforated surrounding rock considering hydraulic coupling is established. The flow equation and the stress equation are discretized by the finite volume method, and a numerical simulation method for hydraulic fracture under hydraulic coupling is proposed. The method realizes the coupling of fluid flow and stress of surrounding rock, which can accurately calculate the breakdown pressure and time of hydraulic fracture of perforated surrounding rock under hydraulic coupling, and can also accurately describe the fluid pressure field and permeability evolution of surrounding rock. The results illustrate that the stress sensitivity of permeability and porosity induces the more uniform distribution of fluid pressure, the permeability and fluid pressure near the well area increase, the seepage influence range expands, and the fracture pressure and time of surrounding rock decrease. The relevant results enrich the researches on breakdown mechanism of hydraulic fracture and also provide important reference for practical engineering.

Key words: hydraulic coupling; hydraulic fracture; perforated surrounding rock; finite volume method; fracture pressure

基金项目：国家自然科学基金项目（51890914，52179119）；山东省自然科学基金项目（ZR2019MEEO01）；中石油科技创新基金项目（2017D-5007-0314）

收稿日期：2021－05－10

0 引 言

水力压裂技术被广泛应用于解决非常规油气资源开发中的增透提渗、矿山治理中的注浆加固及地应力测量等问题[1-4]。水力压裂破裂压力是指井内液体压力不断增大使地层产生水力裂缝或张开原有裂缝时所达到的峰值压力，与围岩物理力学特性、地应力状态、流体压力及天然裂缝发育情况密切相关，是控制水力压裂设计和施工的重要参数[5-7]。现有水力压裂破裂压力计算模型多基于应用广泛的 Hubbert-Willi（H-W）模型和 Haimson-Fairhurst（H-F）模型[8-9]，其中 H-W 模型未考虑围岩的渗透效应，可得到破裂压力的上限值；H-F 模型考虑了围岩的高渗透性，得到破裂压力的下限值[10]。王六鹏等[11]基于最优化理论扩展了 H-W 模型，利用井周围岩应力分布和张性破裂准则，分别建立了裸眼和射孔完井条件下破裂压力非线性约束优化计算模型；郭天魁等[12]在 H-F 模型基础上考虑了渗流引起的应力，提出了新的水平井射孔孔壁的应力分布，建立了考虑页岩射孔水平井水力压裂在围岩内破裂、沿天然裂缝剪切破裂和沿天然裂缝张性破裂 3 种破裂压力计算模型。李传亮等[13-14]基于双重有效应力概念，集合了 H-W 模型和 H-F 模型，建立了裸眼井完井条件下围岩破裂压力计算模型，由此提出了射孔完井条件下产生垂向裂缝和水平裂缝情况下围岩破裂压力计算模型。杨兆中等[15]在井筒围岩应力场计算中，考虑套管和水泥环的影响，建立了煤层直井井周应力场解析模型。上述模型虽考虑了诸多影响因素，但水力压裂过程中注入流体渗流和围岩应力的耦合作用尚未涉及。

水力压裂是井内流体压力、围岩内流体渗流和围岩应力相互耦合的过程[16-17]；水力压裂过程中，随着流体注入，井内流体压力逐渐升高；压力驱动作用下流体持续注入井壁围岩内，导致围岩流体压力改变，围岩有效应力场亦改变，影响围岩内部结构的演化，引起流体应力场再次改变；当围岩应力状态达到破裂准则，射孔围岩破裂，此时井内流体压力即为水力压裂破裂压力。故水力压裂过程中，射孔围岩应力场和流体场处于相互联系、相互影响和相互制约的水力耦合状态。渗透率和孔隙度的应力敏感性是研究水力耦合问题的关键。黄远智等[18]基于渗流－应力耦合试验，认为渗透率演化在于有效围压作用下岩石孔隙变形，且渗透率会随有效围压的增加呈指数下降。卢家亭等[19]研究了低渗砂岩微观结构与渗透率应力敏感性的关系，认为乘幂函数可表述渗透率和有效应力的关系。薛永超等[20]探讨了不同渗透率岩石的应力敏感性规律，认为中高渗储层岩石应力敏感性符合“平缓型”模式，而低渗透储层岩石应力敏感性呈“先陡后缓”的规律，且低渗透岩石具有更强的应力敏感性。上述研究表明，岩石渗透率和孔隙度的应力敏感性研究取得了较多的成果，但将其考虑至水力压裂耦合的研究中鲜有成果。

综上所述，现存水力压裂射孔围岩破裂模拟研究多考虑单纯的应力作用，与流体渗流耦合研究成果较少。射孔围岩流体渗流具有非稳态性，导致与围岩应力的水力耦合作用变得异常复杂，且相关围岩应力状态亦产生较大改变。本文基于渗透率和孔隙度的应力敏感性，构建了考虑流体渗流和围岩应力耦合的射孔围岩水力压裂破裂力学模型，并基于有限容积法提出了水力耦合作用下射孔围岩水力压裂破裂数值模拟方法，进而验证了方法的正确性。

1 射孔围岩应力分布

1.1 物理模型及假设

储层岩石处于垂向地应力σ_{V}、最大水平应力σ_{H}和最小水平应力σ_{h}状态下。假设射孔井是由井筒和射孔组成的正交系统，在远场地应力与井内流体压力作用下，近井区域围岩应力重分布，引起双重应力集中。

为了准确分析射孔围岩应力状态，提出以下假设：①储层岩石为均匀各向同性、线弹性多孔材料，且井壁围岩处于平面应变状态；②井筒与井壁胶结良好时，水力压裂过程中光滑接触；井筒与井壁胶结不好时，不考虑井筒与井壁的相互作用，认为井壁光滑且与井筒间存在微环隙，流体较容易流入微环隙；③在渗流计算时不考虑流体的压缩性；④井筒内和射孔内流体压力相等，储层内均产生渗流。

1.2 井筒围岩应力分布

考虑围岩在远场地应力和井筒内流体压力共同作用下（图 1），结合井壁渗流状态，利用叠加原理得到极坐标系下围岩的应力分布[21-22]：

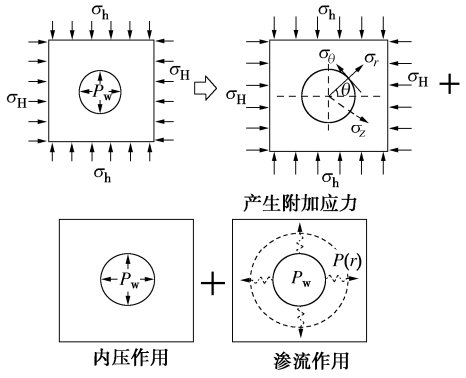


图 1 井筒围岩力学模型

Fig. 1 Mechanical model for surrounding rock of well

$$\sigma_r=\frac{(\sigma_{\mathrm{H}}+\sigma_{\mathrm{h}})}{2}\left(1-\frac{r_{\mathrm{w}}^2}{r^2}\right)+\frac{(\sigma_{\mathrm{H}}-\sigma_{\mathrm{h}})}{2}\left(1-\frac{4r_{\mathrm{w}}^2}{r^2}+\frac{3r_{\mathrm{w}}^4}{r^4}\right)\cos 2\theta+\delta_1\cdot P_{\mathrm{w}}\frac{2(1-\nu')n\frac{r_{\mathrm{b}}^2}{r^2}}{\left[1+(1-2\nu')n\right]\frac{r_{\mathrm{b}}^2}{r_{\mathrm{a}}^2}-(1-n)}+(1-\delta_1)P_{\mathrm{w}}\frac{r_{\mathrm{w}}^2}{r^2}+\delta_2\left[\frac{\alpha(1-2\nu)}{(1-\nu)}\frac{1}{r^2}\int_{r_{\mathrm{w}}}^{r}(P(r)-P_0)r\mathrm{d}r-\phi(P(r)-P_0)\right]\quad,\tag{1}$$

$$\sigma_\theta=\frac{(\sigma_{\mathrm{H}}+\sigma_{\mathrm{h}})}{2}\left(1+\frac{r_{\mathrm{w}}^2}{r^2}\right)-\frac{(\sigma_{\mathrm{H}}-\sigma_{\mathrm{h}})}{2}\left(1+\frac{3r_{\mathrm{w}}^4}{r^4}\right)\cos 2\theta-\delta_1\cdot P_{\mathrm{w}}\frac{2(1-\nu')n\frac{r_{\mathrm{b}}^2}{r^2}}{\left[1+(1-2\nu')n\right]\frac{r_{\mathrm{b}}^2}{r_{\mathrm{a}}^2}-(1-n)}-(1-\delta_1)P_{\mathrm{w}}\frac{r_{\mathrm{w}}^2}{r^2}-\delta_2\left[\frac{\alpha(1-2\nu)}{(1-\nu)}\frac{1}{r^2}\int_{r_{\mathrm{w}}}^{r}(P(r)-P_0)r\mathrm{d}r-\left(\alpha\frac{1-2\nu}{1-\nu}-\phi\right)(P(r)-P_0)\right]\quad,\tag{2}$$

$$\sigma_z=\sigma_{\mathrm{v}}-2\nu(\sigma_{\mathrm{H}}-\sigma_{\mathrm{h}})\cos 2\theta+\left(\alpha\frac{1-2\nu}{1-\nu}-\phi\right)(P(r)-P_0)\quad,\tag{3}$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{(\sigma_{\mathrm{H}}-\sigma_{\mathrm{h}})}{2}\left(1+\frac{2r_{\mathrm{w}}^2}{r^2}-\frac{3r_{\mathrm{w}}^4}{r^4}\right)\sin 2\theta\quad,\tag{4}$$

$$\tau_{r\theta}=\tau_{z\theta}=0\quad。\tag{5}$$

式中，σ_r，σ_θ，σ_z 为井筒围岩的三向正应力，$\tau_{r\theta}$，τ_{rz}，$\tau_{z\theta}$ 为剪切应力，r_{w} 为井筒半径，θ 是与 σ_{H} 的极坐标角，ν 是泊松比，$n=E(1+\nu')/(E'(1+\nu))$ 为围岩和井筒剪切模量之比，E 和 E' 分别为围岩和井筒的弹性模量，ν 和 ν' 分别为围岩和井筒的泊松比，r_{a} 和 r_{b} 为井筒内径和外径，P_0 为初始流体压力，$P(r)$ 为实际流体压力，ϕ 为有效孔隙度，α 为有效应力系数。δ_1 为井筒与井壁胶结状态系数，胶结不好时取 0，胶结良好时取 1；δ_2 为井壁的渗透性系数，不渗透时取 0，可渗透时取 1。当井筒与井壁胶结良好时，井筒围岩不考虑渗流应力。

1.3　射孔围岩应力分布

假设射孔孔眼和井眼正交，力学模型及坐标转换如图 2 所示，基于井筒围岩应力可得到射孔围岩应力：

$$\sigma_s=\frac{(\sigma_z+\sigma_\theta)}{2}\left(1-\frac{s_{\mathrm{w}}^2}{s^2}\right)+\frac{(\sigma_\theta-\sigma_z)}{2}\left(1-\frac{4s_{\mathrm{w}}^2}{s^2}+\frac{3s_{\mathrm{w}}^4}{s^4}\right)\cos 2\varphi+P_{\mathrm{w}}\frac{s_{\mathrm{w}}^2}{s^2}+\frac{\alpha(1-2\nu)}{(1-\nu)}\frac{1}{r^2}\int_{r_{\mathrm{w}}}^{r}(P(r)-P_0)r\mathrm{d}r-\phi(P(r)-P_0)\quad,\tag{6}$$

$$\sigma_\varphi=\frac{(\sigma_z+\sigma_\theta)}{2}\left(1+\frac{s_{\mathrm{w}}^2}{s^2}\right)-\frac{(\sigma_\theta-\sigma_z)}{2}\left(1+\frac{3s_{\mathrm{w}}^4}{s^4}\right)\cos 2\varphi-P_{\mathrm{w}}\frac{s_{\mathrm{w}}^2}{s^2}-\frac{\alpha(1-2\nu)}{(1-\nu)}\frac{1}{r^2}\int_{r_{\mathrm{w}}}^{r}(P(r)-P_0)r\mathrm{d}r+\left(\alpha\frac{1-2\nu}{1-\nu}-\phi\right)(P(r)-P_0)\quad,\tag{7}$$

$$\sigma_{zz}=\sigma_r-2\nu(\sigma_\theta-\sigma_z)\frac{s_{\mathrm{w}}^2}{s^2}\cos 2\theta+\left(\alpha\frac{1-2\nu}{1-\nu}-\phi\right)(P(r)-P_0)\quad,\tag{8}$$

$$\tau_{zz\varphi}=2\tau_{r\theta}\sin\varphi\quad,\tag{9}$$

$$\tau_{szz}=\tau_{s\varphi}=0\quad。\tag{10}$$

式中，σ_s，σ_φ 分别为射孔横截面上的径向应力和周向应力，σ_{zz} 为轴向应力，$\tau_{zz\varphi}$，τ_{szz}，$\tau_{s\varphi}$ 为剪切应力；s_{w} 是射孔半径；φ 是 σ_s 与 σ_θ 方向的夹角。

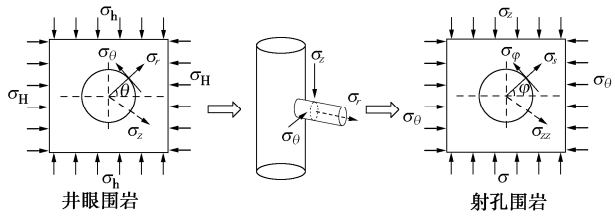


图 2　射孔围岩力学模型及坐标转换

Fig. 2 Mechanical model and coordinate transformation

2　射孔围岩流体压力

2.1　非 Darcy 渗流方程

射孔围岩不是完全刚性的，流体压力改变引起有效应力变化，导致围岩渗透率 K 和孔隙度 ϕ 呈现敏感性。流体在多孔介质中的渗流可用 Darcy 定律描述；对于非 Darcy 渗流（雷诺数 $Re>10$[23]），Forchheimer [24] 公式被用于代替 Darcy 定律：

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\partial P}{\partial x}&=\frac{\mu}{K_x}v_x+\beta\rho v_x^2\quad,\\-\frac{\partial P}{\partial y}&=\frac{\mu}{K_y}v_y+\beta\rho v_y^2\quad,\\-\frac{\partial P}{\partial z}&=\frac{\mu}{K_z}v_z+\beta\rho v_z^2\quad,\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

式中，v_x，v_y，v_z 分别为流体的三向渗流速度，K_x，K_y，K_z 分别为介质的三向渗透率，ρ 为流体密度，μ 为流体黏度。该方程比 Darcy 定律多一个渗流速度的二次方项，代表惯性力影响，β 被称为惯性系数。本文采用适用于致密和松散的砂岩惯性系数公式[25]：

$$\beta=\frac{1.59\times10^3}{\sqrt{K}\phi^{5.5}}\quad,\tag{12}$$

式中，渗透率 K 的单位为 mD。

为了与 Darcy 定律对比分析，引入非 Darcy 渗透率 K_N：

$$K_N=\frac{K}{1+\dfrac{\beta\rho K v}{\mu}} \quad 。 \tag{13}$$

式（11）可简化为

$$\left.\begin{aligned} v_x&=-\frac{K_{Nx}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x} \quad ,\\ v_y&=-\frac{K_{Ny}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial y} \quad ,\\ v_z&=-\frac{K_{Nz}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial z} \quad 。 \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

2.2 渗流偏微分方程

储层围岩中的流体压力可通过渗流偏微分方程得到；将围岩中的流体视为单相微可压缩牛顿流体，在等温无源非稳态渗流下的连续性方程可表示为

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\vec{v})=0 \quad 。 \tag{15}$$

考虑 Darcy 定律和非 Darcy 定律，认为流体黏度 μ 与空间位置无关，得到二维非稳态渗流偏微分方程：

$$c_{\mathrm{t}}\mu\phi\frac{\partial P}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial P}{\partial y}\right) \quad , \tag{16}$$

$$c_{\mathrm{t}}\mu\phi\frac{\partial P}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{Nx}\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{Ny}\frac{\partial P}{\partial y}\right) \quad 。 \tag{17}$$

式中，$c_{\mathrm{t}}=c_{\mathrm{f}}+c_\phi$ 为综合压缩系数，c_{f} 为流体压缩系数，c_ϕ 为围岩孔隙压缩系数。渗流开始时，认为储层围岩内任意位置的流体压力均为初始孔隙压力，即初始条件为 $P(r,0)=P_0$；其边界条件如表 1 所示。

表 1 渗流分析的边界条件

Table 1 Boundary conditions of fluid flow analysis

外边界	自由边界	$P(r_{\mathrm{e}},t)=0$
内边界	射孔壁和井壁压力	$P(r_{\mathrm{w}},t)=P_{\mathrm{w}}(t)$, $P(s_{\mathrm{w}},t)=P_{\mathrm{w}}(t)$

2.3 渗透率和孔隙度的应力敏感性

渗透率和孔隙度的应力敏感性直接影响围岩内流体压力。现有研究结果表明围岩渗透率随有效应力增加呈指数降低[26-27]：

$$K=K_0\mathrm{e}^{-M\sigma'}=K_0\mathrm{e}^{-M(\sigma-\alpha P)} \quad , \tag{18}$$

式中，K_0 为初始渗透率，M 为渗透率应力敏感性系数，σ' 为 Terzaghi 有效正应力，P 为孔隙压力，α 为 Biot's 系数。基于多孔介质双重有效应力概念，孔隙度与 α 紧密相关[28]：

$$\left.\begin{aligned} \alpha&=\left(\frac{\phi}{\phi_{\mathrm{c}}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \phi\leqslant\phi_{\mathrm{c}} \quad ,\\ \alpha&=1 \quad\quad\quad\quad \phi>\phi_{\mathrm{c}} \quad , \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

式中，ϕ_{c} 为多孔介质材料的临界孔隙度。Nur[29]基于大量室内试验研究，给出了 ϕ_{c} 的建议值为 0.4。基于 Kozeny-Carman 方程[30]，得到渗透率和孔隙度的关系：

$$K=\frac{\phi}{k_2{S_{\mathrm{P}}}^2} \quad 。 \tag{20}$$

式中 S_{P} 为固体颗粒表面积与孔隙体积的比值；水力压裂过程中，假设注入流体后围岩变形为小变形，S_{P} 认为不变。k_2 为常数，由此得到渗透率 K 与孔隙度 ϕ 成正比：

$$\phi=\phi_0\mathrm{e}^{-M\sigma'}=\phi_0\mathrm{e}^{-M(\sigma-\alpha P)} \quad 。 \tag{21}$$

2.4 破裂力学准则

Hossain 等[31]认为最大拉应力准则对于预测破裂压力是准确的。由于井筒和射孔相交的双重应力集中，最大拉应力发生在近交点围岩区域内；当水平方向存在主应力差，射孔方位与最大水平应力方向垂直时，破裂发生在井筒围岩最大水平应力处。针对射孔围岩应力分布，需采用复合应力理论先求出最大拉应力，即第三主应力 σ_3 对于角度 φ 的极值 $\sigma_{3,\min}$，然后利用最大拉应力准则（22）判定围岩破裂和位置[32]。

$$\sigma_{3,\min}-\alpha P=-\sigma_{\mathrm{t}} \quad , \tag{22}$$

随着射孔方位角 θ 的增大，$\sigma_{3,\min}$ 逐渐增大，破裂压力亦逐渐增大；当井筒与井壁胶结不好时，最大水平应力方向井壁处围岩应力不会随射孔方位角 θ 变化；当射孔方位角 θ 增大时，最大水平应力方向的井壁处围岩会首先达到破裂条件，破裂准则也应该包括如下判据：

$$\begin{aligned}&(\sigma_{\mathrm{H}}+\sigma_{\mathrm{h}})-2(\sigma_{\mathrm{H}}-\sigma_{\mathrm{h}})-P_{\mathrm{w}}-\delta_2\left(\alpha\frac{1-2\nu}{1-\nu}-\phi\right)P-\alpha P\\ &\quad=-\sigma_{\mathrm{t}} \quad 。\end{aligned} \tag{23}$$

3 水力压裂破裂数值模拟方法

3.1 有限容积法空间区域及控制方程离散化

流体在围岩内渗流属非稳态过程，采用有限容积法（FVM）开展数值模拟计算[33]。首先，将计算区域离散为互不重叠的控制容积，且使每个网格节点周围有一个控制容积（U，W，E，S，N 点）。采用单元中心法对整个计算区域开展离散，即单元位于子区域中心，此时子区域就是控制容积（N_1，N_2，N_3，N_4 点组成的阴影区域），且网格线与界面线（线段 w，e，s，n）重合，故采用单元代表整个控制容积上的力学属性（图 3）。其次，将守恒型的控制方程（微分方程）对每个控制容积积分，离散化后转化成各节点上的离散方程组，离散方程中的未知数就是节点上因变量的数值。

控制方程积分和离散后，需要假定被求函数的型线，求出控制容积积分。本模型选用分段线性分布型

线，即假定界面线上被求函数本身及其一阶导数（包括对时间和空间）均在节点间的线性分布上。

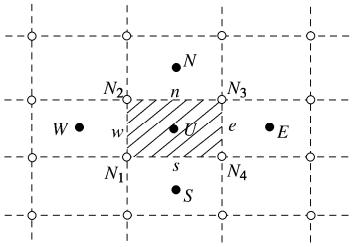


图 3 网格单元中心法离散

Fig. 3 Discrete mesh by center element method

3.2　数值计算模型及参数

取垂直井，考虑对称布置的两个射孔，射孔方位角为θ，选取井筒和射孔围岩的四分之一（φ=90°）构建模型（图 4），压裂液体为水，注入流量为 15 mL/min，泵容量为 200 mL；模型计算参数见表 2。

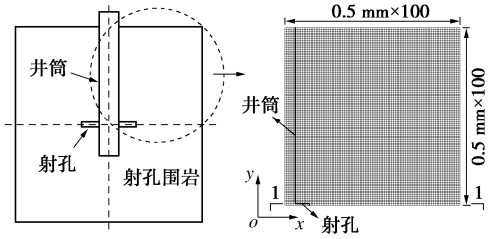


图 4 模型及网格划分示意图

Fig. 4 Meshing of numerical model

表 2 FVM 模拟计算模型参数

Table 2 Model parameters of numerical simulation in FVM

井筒外径/mm	井筒内径/mm	射孔直径/mm	射孔长度/mm	模型尺寸/(mm×mm)	网格尺寸/(mm×mm)
6	4	1	4	50×50	0.5×0.5
最大水平主应力/MPa	最小水平主应力/MPa	垂向主应力/MPa	围岩泊松比	井筒弹性模量/GPa	井筒泊松比
8.53	6.57	9.85	0.25	200	0.15
弹性模量/MPa	抗拉强度/MPa	初始孔隙度	应力敏感性模数M	初始渗透率/10^{-17}m^2	
368.79	0.715	0.124	0.3	27.194	

求解过程中，该数值方法亦存在一定的假设；①模型为二维渗流问题，控制容积界面线上的渗流是均匀的，即渗透速度在界面线上处处相同；②模型左边界和下边界为对称边界，对称边界不发生垂直于边界的渗流；射孔井壁存在渗流；③应力边界在模型无穷远处。

3.3　二维非稳态渗流方程离散

渗流偏微分方程是由控制容积的质量守恒推导的连续性方程，对渗流控制方程离散，即把渗流偏微分方程转换为控制容积节点上的离散方程组（图 5）。

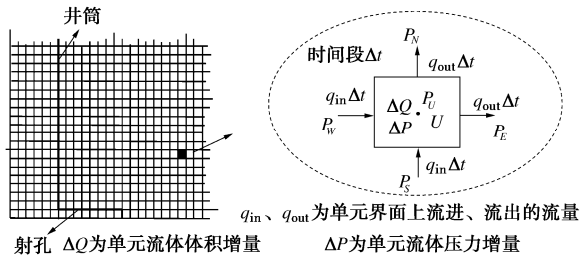


图 5 控制容积内质量守恒示意图

Fig. 5 Mass conservation in controlling volume

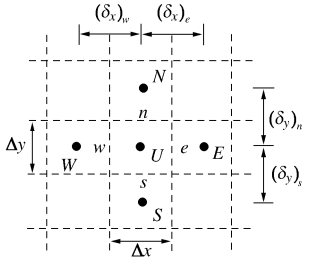


图 6 控制容积示意图

Fig. 6 Schematic diagram of controlling volume

时间间隔$[t,t+\Delta t]$内，在控制容积 U 上（图 6），对渗流偏微分方程（16）积分：

$$\int_s^n\int_w^e\int_t^{t+\Delta t} c_t\mu\phi\frac{\partial P}{\partial t}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t=\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial P}{\partial x}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t+\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \quad , \tag{24}$$

左侧非稳态项可直接离散为

$$\int_s^n\int_w^e\int_t^{t+\Delta t} c_t\mu\phi\frac{\partial P}{\partial t}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t=(\mu\phi^t c_t)_U\times(P_U^{t+\Delta t}-P_U^t)\Delta x\Delta y \quad , \tag{25}$$

右侧扩散项可离散为

$$\begin{aligned}&\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial P}{\partial x}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t+\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t\\&=\left[K_{xe}\frac{P_E-P_U}{(\delta x)_e}-K_{xw}\frac{P_U-P_W}{(\delta x)_w}\right]\Delta y\Delta t+\left[K_{yn}\frac{P_N-P_U}{(\delta y)_n}-K_{ys}\frac{P_U-P_S}{(\delta y)_s}\right]\Delta x\Delta t \quad ,\end{aligned} \tag{26}$$

由此得到离散方程：

$$\left.\begin{aligned}a_UP_U&=a_EP_E+a_WP_W+a_NP_N+a_SP_S+a_U^tP_U^t \quad ,\\ a_U&=a_E+a_W+a_N+a_S+a_U^t \quad ,\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

式（27）中离散方程系数计算方法如下:

$$a_E=\frac{\Delta y}{(\delta x)_e/K_{xe}},\quad a_W=\frac{\Delta y}{(\delta x)_w/K_{xw}},\quad a_N=\frac{\Delta x}{(\delta y)_n/K_{yn}}$$

$$a_S=\frac{\Delta x}{(\delta y)_s/K_{ys}},\quad a_U^t=\frac{(\mu\phi^t c_t)_U\Delta x\Delta y}{\Delta t} \quad 。 \tag{28}$$

3.4 应力方程的迭代

对于每个控制容积 U（图 6），其应力状态 $\sigma_U^{t+\Delta t}$ 是关于井内流体压力 $P_{\mathrm{w}}(t)$、孔隙度 ϕ^t 和流体压力 P_U^t 的函数，可直接参与每一时间步的迭代计算：

$$\sigma_U^{t+\Delta t}=f(P_{\mathrm{w}}(t),\ \phi^t,\ P_U^t) \quad 。 \tag{29}$$

为耦合围岩应力分布与流体渗流状态，需修正渗透率和孔隙度与有效应力的关系：

$$K_U^{t+\Delta t}=K_0\mathrm{e}^{-M\left(\sigma_U^t-\alpha_U^tP_U^t\right)} \quad , \tag{30}$$

$$\phi_U^{t+\Delta t}=\phi_0\mathrm{e}^{-M\left(\sigma_U^t-\alpha_U^tP_U^t\right)} \quad , \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned}\alpha^{t+\Delta t}&=\left(\frac{\phi^{t+\Delta t}}{\phi_{\mathrm{c}}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \phi^{t+\Delta t}\leqslant\phi_{\mathrm{c}}\ ,\\ \alpha&=1 \qquad\qquad\quad \phi^{t+\Delta t}>\phi_{\mathrm{c}}\ 。\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

且考虑非 Darcy 渗透时，应对渗透率予以非 Darcy 修正：

$$v_U^t=\frac{K_{NU}^t}{\mu}(P_{U-1}^t-P_U^t) \quad , \tag{33}$$

$$v_U^t>v_L\ ,\ Re>10 \quad 。 \tag{34}$$

$$\left.\begin{aligned}\beta_U^{t+\Delta t}&=\frac{1.59\times10^3}{\sqrt{K_U^t}\,(K_U^t)^{5.5}}\ ,\\ K_{NU}^{t+\Delta t}&=\frac{K_U^t}{1+\frac{\beta_U^{t+\Delta t}\rho K_U^tv_U^t}{\mu}}\ ,\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

式中，v_U^t 为控制单元流速，v_L 为临界流速，可由 $v_L=Re\phi_{\mathrm{c}}\mu/(\rho d)$ 得到，其中 d 为岩石孔隙直径。

3.5 边界条件及初始条件

针对上述离散方程，须考虑相应的边界条件予以求解；包括对称边界条件、内边界条件和外边界条件。其中对称边界处不发生垂直于边界的渗流，故边界节点系数满足：$a_{\mathrm{sym}}=0$；针对内边界，由于井筒和射孔内节点的整个控制容积内流体压力均为 $P_{\mathrm{w}}(t)$，且直接作用在界面线上（图 7）。

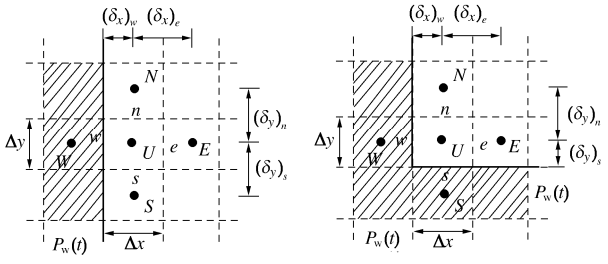


图 7 内边界网格系统示意图

Fig. 7 Mesh system of inner boundary

与内边界相邻节点的 $(\delta x)_w$ 或 $(\delta y)_s$ 为原来的一半，其系数变为

$$a_{\mathrm{In},W}=\frac{2\Delta y}{(\delta x)_{\mathrm{In},w}/K_{\mathrm{In},xw}},\ a_{\mathrm{In},S}=\frac{2\Delta x}{(\delta y)_{\mathrm{In},s}/K_{\mathrm{In},ys}} \quad 。 \tag{36}$$

外边界节点实际为宏观内部节点，故可补充边界节点代数方程对其处理：

$$P_M=\frac{P_{M+1}+P_{M-1}}{2},\ a_{M+1}=a_M \quad 。 \tag{37}$$

针对初始条件，当 $t=0$，$\phi^t=\phi^0$，那么对于确定的控制容积尺寸，$a_U^t=a_U^0$，$P_U^t=P_U^0=P_0$；对于井内和射孔内流体压力始终满足：$P(r_{\mathrm{w}},t)=P_{\mathrm{w}}(t)$，$P(s_{\mathrm{w}},t)=P_{\mathrm{w}}(t)$，且 $P_{\mathrm{w}}(0)=0$。

3.6 数值模拟迭代流程

根据上述离散方程、边界条件和初始条件，结合破裂准则，可迭代计算出井内流体压力、围岩流体压力和应力，由此得到破裂时间和破裂位置。每一时间步的具体迭代流程如下：

（1）输入围岩力学参数及流体参数，计算临界流速；判断流体是否符合 Darcy 定律，进而修正非 Darcy 渗透率 K_N。

（2）考虑参数应力敏感性，修正渗透率 K^t 和孔隙度 ϕ^t（若不考虑应力敏感性，可跳过参数修正）；基于井筒内流体压力 P_{w}，计算围岩流体压力 P^t，得到渗流场分布。

（3）基于流体压力 P^t，计算围岩应力分布，判断第三有效主应力和最小有效周向应力是否满足破裂条件。

（4）若满足破裂条件，则输出破裂压力和破裂时间等结果，结束计算；若不满足则重复迭代计算，直至满足破裂条件。

4 数值模拟结果

4.1 模型验证

考虑达西渗流的情况下，基于广泛使用的 Hubbert-Willis（H-W）和 Haimson-Fairhurst（H-F）解析模型对本文数值模拟方法予以验证。H-W 模型不考虑岩石的渗透性，其结果可作为验证的上限，计算公式如下[8]：

$$p_{\mathrm{b}}=3\sigma_{\mathrm{h}}-\sigma_{\mathrm{H}}+\sigma_{\mathrm{t}}-P_0 \quad 。 \tag{38}$$

式中，p_{b} 为破裂压力。H-W 模型计算得到的破裂压力为 11.90 MPa。

H-F 模型考虑岩石的高渗透性，结果可作为验证的下限，计算公式如下[9]：

$$p_{\mathrm{b}}=\frac{3\sigma_{\mathrm{h}}-\sigma_{\mathrm{H}}+\sigma_{\mathrm{t}}-2\eta P_0}{2(1-\eta)} \quad , \tag{39}$$

$$\eta=\frac{\phi_0(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \quad 。 \tag{40}$$

式中，ϕ_0 为储层初始孔隙度，η 为模型参数。相同条件下，H-F 模型计算得到的破裂压力为 6.20 MPa。

在射孔方位角为 0°，考虑井筒与井壁胶结良好、井筒与井壁胶结不好且不考虑井壁渗透、井筒与井壁胶结不好且考虑井壁渗透条件下，本文数值模拟得到的破裂压力分别为 11.56，6.25，6.74 MPa。对比上述结果，当井筒与井壁胶结良好，流体经射孔直接作用于围岩上，破裂压力计算结果接近于 H-W 模型；当井筒与井壁胶结不好时，井内流体易进入井壁裂隙中，流体直接作用在井壁围岩上，导致破裂压力的降低，计算结果接近于 H-F 模型。且井筒与井壁胶结不好时，考虑井壁渗透条件下计算得到的破裂压力高于不考虑井壁渗透；主要原因在于井壁渗流条件下考虑了渗透作用引起的附加压应力。3 种条件下得到的破裂压力计算结果均处于 H-W 模型和 H-F 模型破裂压力计算结果之间，验证了模型的正确性。

4.2　井筒与井壁胶结状态的影响

不考虑渗透率和孔隙度应力敏感性，对井筒与井壁不同胶结状态条件下的射孔围岩水力压裂破裂压力、破裂时间和破裂位置开展模拟研究；主要考虑井与壁胶结良好、井与壁胶结不好但井壁不可渗、井与壁胶结不好且井壁可渗 3 种工况。3 种工况下，射孔围岩破裂压力和破裂时间随射孔方位角增大而增加（图 8）；破裂压力越大，破裂需要的流体压力越高，破裂时间越长。当射孔方位角小于 45°，破裂压力和破裂时间增长幅度较大，当射孔方位角大于 45°，破裂压力和破裂时间增长速度趋于稳定，由此认为水力压裂宜采用略低的射孔方位角。

井与壁胶结良好时的破裂压力最大，井筒内流体压力对围岩的影响可以忽略，破裂位置位于射孔顶端。井筒与井壁胶结不好时，不考虑井壁渗透作用，流体通过围岩裂隙直接作用于井壁上，与射孔内的流体在井筒与射孔相交处形成双重应力集中，故在低射孔方位角下，破裂位置会在射孔末端；随着射孔方位角的增大，最大水平应力方向近井处的孔隙流体压力会逐渐减小，破裂位置开始转向最大水平应力方向的井壁处，故高射孔方位角时破裂压力呈现增大趋势。井筒与井壁胶结不好时，考虑井壁渗透作用，最大水平应力方向井壁处的破裂条件与射孔方向角无关，破裂均发生在最大水平主应力方向井壁处；且井壁渗透导致井内流体压力增长缓慢，渗透作用有效延迟了围岩破裂时间。

此外，射孔方位角 0° 条件下，井筒与井壁胶结良好时，流体通过射孔进入地层，流体压力呈关于射孔段的椭圆形分布（图 9）；随着压裂时间的增长，流体压力分布沿椭圆形扩展，渗流影响范围增加。当井筒与井壁胶结不好且不考虑井壁渗透时，虽然最大流体压力不同，但渗流规律与井壁胶结良好时基本一致。当井筒与井壁胶结不好且考虑井壁渗透时，流体渗透面积增加，不仅在射孔处产生渗流，井壁处亦产生渗流，故流体压力分布是沿井眼向外扩散的，渗流影响范围大幅度增加（图 9）。

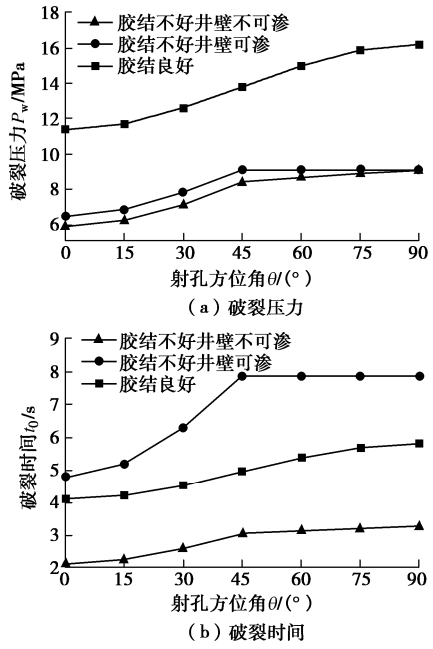


图 8　不同射孔方位角下射孔围岩破裂规律

Fig. 8 Breakdown of perforated surrounding rock under different perforation azimuths

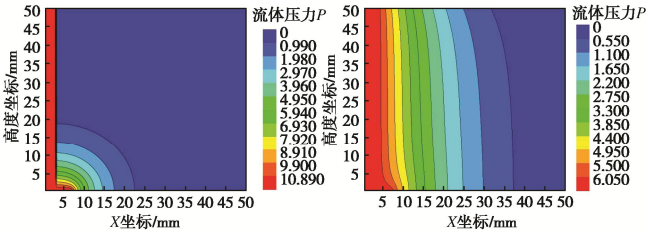


图 9　射孔围岩破裂时流体压力分布图

Fig. 9 Distribution of fluid pressure during breakdown of perforated surrounding rock

监测不同压裂时刻典型截面（图 4，截面 1—1，坐标：y=0.5 mm）流体压力的时空演化（图 10）。流体进入射孔围岩后，流体压力大幅度降低；当达到破裂时间 t_0，射孔围岩流体压力显著增加，直接影响射孔围岩的破裂。当井筒与井壁胶结不好且考虑井壁渗透时，流体压力时空演化曲线较井筒与井壁胶结良好时平缓，印证了井筒与井壁胶结不好且考虑井壁渗透时渗流影响范围增加显著。

4.3　应力敏感性的影响

渗流影响射孔围岩水力压裂的破裂压力和破裂

时间，考虑渗透率和孔隙度应力敏感性的条件下，井筒与井壁胶结良好时，破裂压力和破裂时间均随射孔方位角的增大而增加（图 11）。但考虑应力敏感性时，围岩破裂压力和破裂时间均小于不考虑应力敏感性的状态；且考虑应力敏感性时，随着射孔方位角增大，破裂压力增长幅度降低显著，射孔方位角越大，考虑应力敏感性引起的围岩破裂压力和破裂时间降低越明显。其原因在于围岩流体压力增大，有效应力系数α增加，井壁围岩有效周向应力减小，产生应力集中，直至达到抗拉强度准则开始破裂，导致破裂压力和破裂时间的降低。井筒与井壁胶结不好且不考虑井壁渗透作用下，应力敏感性对不同射孔方位角下围岩破裂压力和破裂时间基本不存在影响。井筒与井壁胶结不好且考虑井壁渗透作用下，考虑应力敏感性，围岩破裂压力和破裂时间均降低；且在高射孔方位角下，降低明显（图 12）。

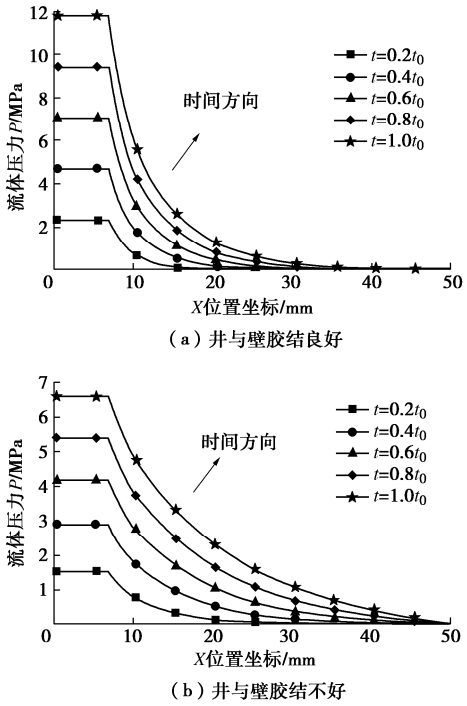


图 10 不同压裂时刻典型截面流体压力时空演化曲线

Fig. 10 Time-space evolution curves of fluid pressure of typical section

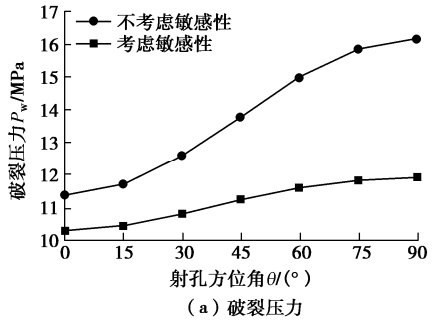


图 11 井筒与井壁胶结良好时破裂规律

Fig. 11 Breakdown under good cementation of wellbore with well

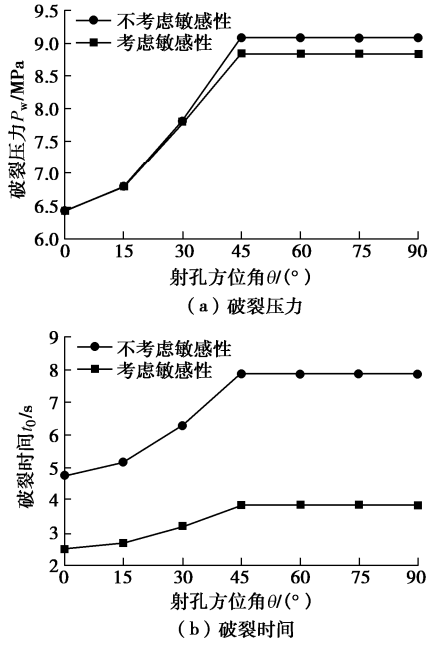


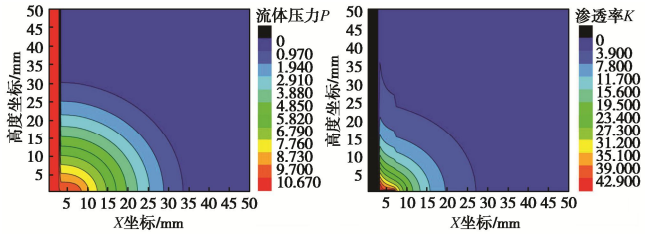
图 12 井筒与井壁胶结不好时破裂规律

Fig. 12 Breakdown under bad cementation of wellbore with well

射孔方位角 0°条件下，考虑渗透率和孔隙度应力敏感性，井筒与井壁胶结良好时，围岩内流体压力亦呈关于射孔段的椭圆形分布（图 13）。但相对于不考虑应力敏感性，渗流影响范围大幅度增加，原因在于围岩流体压力增大，导致有效应力降低，由于渗透率应力敏感性的存在，其渗透率不断增大，流体渗流范围随之增大，且渗透率演化规律和流体压力分布规律基本一致。井筒与井壁胶结不好且考虑井壁渗透时，流体压力分布规律与不考虑应力敏感性时基本一致，但渗流影响范围扩大，渗透率的演化规律亦与流体压力分布规律基本一致，均沿水平方向变化（图 14）。

监测不同压裂时刻典型截面（图 4，截面 1—1，坐标：y=0.5 mm）流体压力的时空演化。考虑渗透率和孔隙度应力敏感性，井筒与井壁胶结良好和井筒与井壁胶结不好时（图 15），由于近井围岩渗透率增大，围岩流体压力时空演化曲线均趋于平缓，流体压力分

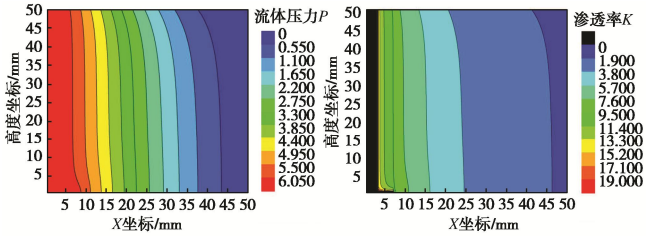
布更加均匀，导致流体压力的降低速率变缓。



（a）流体压力 (单位: MPa)　　（b）渗透率 (单位: $10^{-17}m^2$)

图 13 井筒与井壁胶结良好时流体压力及渗透率分布

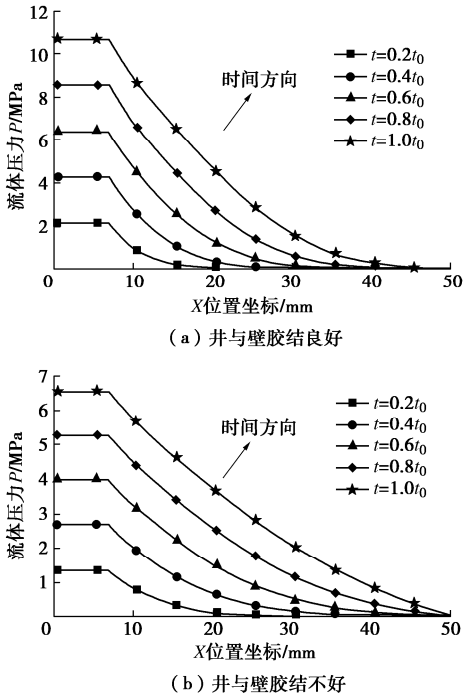
Fig. 13 Distribution of fluid pressure and permeability under good cementation of wellbore with well



（a）流体压力 (单位: MPa)　　（b）渗透率 (单位: $10^{-17}m^2$)

图 14 井筒与井壁胶结不好且井壁可渗流体压力及渗透率分布

Fig. 14 Distribution of fluid pressure and permeability under bad cementation of wellbore with well



（a）井与壁胶结良好

（b）井与壁胶结不好

图 15 考虑应力敏感性下典型截面流体压力时空演化曲线

Fig. 15 Time-space evolution curves of fluid pressure of typical section considering stress sensitivity

5　结　　论

考虑流体渗流和围岩渗透率、孔隙度的应力敏感性，构建考虑水力耦合的下射孔围岩水力压裂破裂力学模型的基础上，采用有限容积法提出了相关数值模拟方法；主要结论如下：

（1）考虑初始地应力和流体渗流对射孔围岩的影响，应用力学叠加原理得到了射孔围岩的应力分布；且提出了射孔围岩水力压裂破裂准则不仅应包括满足围岩破裂的最大拉应力准则，亦应考虑最大水平应力方向井壁处围岩的破裂判据。

（2）考虑围岩渗透率和孔隙度的应力敏感性，确定了射孔围岩的流体压力；由此构建了水力耦合作用下射孔围岩水力压裂破裂力学模型；并基于有限容积法（FVM）提出了水力耦合作用下射孔围岩水力压裂破裂数值模拟方法。

（3）基于上述方法开展数值模拟计算，射孔围岩破裂压力和破裂时间随射孔方位角的增大而增加；且井筒与井壁胶结良好时破裂压力大于井筒与井壁胶结不好时；考虑渗透率和孔隙度的应力敏感性，围岩破裂压力和破裂时间均降低；考虑渗透率和孔隙度的应力敏感性导致流体压力分布更加均匀，近井区域流体压力增大，围岩渗透率增加，引起渗流影响范围扩大。

参考文献：

[1] LI M, GUO P J, STOLLE D, et al. Development of hydraulic fracture zone in heterogeneous material based on smeared crack method[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2016, **35**: 761 – 774.

[2] WANG Z C, BI L P, KWON S, et al. The effects of hydro-mechanical coupling in fractured rock mass on groundwater inflow into underground openings[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, **103**: 103489.

[3] 秦　勇, 申　建. 论深部煤层气基本地质问题[J]. 石油学报, 2016, **37**(1): 125 – 136. (QING Yong, SHENG Jian. On the fundamental issues of deep coalbed methane geology[J]. Acta Petrolei Sinica, 2016, **37**(1): 125 – 136. (in Chinese))

[4] FU P, JOHNSON S M, CARRIGAN C R. An explicitly coupled hydro-geomechanical model for simulating hydraulic fracturing in arbitrary discrete fracture networks[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, **37**(14): 2278 – 2300.

[5] 张建光, 李湘萍, 王传睿, 等. 页岩气藏水力压裂中应力–流压耦合效应及人工裂缝扩展规律[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2018, **42**(6): 96 – 105. (ZHANG Jian-guang, LI Xiang-ping, WANG Chuan-rui, et al. Numerical

simulation of rock formation stress-fluid pressure coupling and development of artificial fractures during hydraulic fracturing of shale gas reservoirs[J]. Journal of China University of Petroleum(Edition of Natural Science), 2018, **42**(6) : 96－105. (in Chinese))

[6] 陈 勉, 陈治喜, 黄荣樽. 大斜度井水压裂缝破裂研究[J]. 石油大学学报 (自然科学版), 1995, **19**(2): 30－35. (CHEN Mian, CHEN Zhi-xi, HUANG Rong-zun. Hydraulic fracturing of highly deviated wells[J]. Journal of University of Petroleum (Natural Science), 1995, **19**(2): 30－35. (in Chinese))

[7] 朱海燕, 邓金根, 刘书杰, 等. 定向射孔水力压裂破裂压力的预测模型[J]. 石油学报, 2013, **34**(3): 556－562. (ZHU Hai-yan, DENG Jin-gen, LIU Shu-jie, et al. A prediction model of the hydraulic fracture initiation pressure in oriented perforation[J]. Acta Petrolei Sinica, 2013, **34**(3): 556－562. (in Chinese))

[8] KING H M, DAVID G W. Mechanics of hydraulic fracturing[J]. Transactions of the AIME, 1957, **210**(1): 153－168.

[9] HAIMSON B, FAIRHURST C. Initiation and extension of hydraulic fractures in rocks[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, 1967, **7**(3): 310－318.

[10] 任 岚, 赵金洲, 胡永全, 等. 水力压裂时岩石破裂压力数值计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(增刊 2): 3427－3422. (REN Lan, ZHAO Jin-zhou, HU Yong-quan, et al. Numerical calculation of rock breakdown pressure during hydraulic fracturing process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(S2): 3417－3422. (in Chinese))

[11] 王六鹏, 李 琪, 张绍云, 等. 基于约束优化方法的水力压裂破裂压力计算模型[J]. 西安石油大学学报(自然科学版), 2014, **29**(1): 49－51. (WANG Liu-peng, LI Qi, ZHANG Shao-yun, et al. Calculation model for hydraulic fracture initiation pressure based on constraint optimization method[J]. Journal of Xi'an Shiyou University (Natural Science Edition), 2014, **29**(1): 49－51. (in Chinese))

[12] 郭天魁, 张士诚, 刘卫来, 等. 页岩储层射孔水平井分段压裂的破裂压力[J]. 天然气工业, 2013, **33**(12): 1－6. (GUO Tian-kui, ZHANG Shi-cheng, LIU Wei-lai, et al. Initiation pressure of multi-stage fracking for perforated horizontal wells of shale gas reservoirs[J]. Natural Gas Industry, 2013, **33**(12): 1－6. (in Chinese))

[13] 李传亮, 孔祥言. 油井压裂过程中岩石破裂压力计算公式的理论研究[J]. 石油钻采工艺, 2000, **22**(2): 54－56. (LI Chuan-liang, KONG Xiang-yan. A theoretical study on rock breakdown pressure calculation equations of fracturing process[J]. Oil Drilling and Production Technology, 2000, **22**(2): 54－56. (in Chinese))

[14] 李传亮. 射孔完井条件下的岩石破裂压力计算公式[J]. 石油钻采工艺, 2002, **24**(2): 37－38. (LI Chuan-liang. Rock breakdown pressure calculation equations for perforated wells[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2002, **24**(2): 37－38. (in Chinese))

[15] 杨兆中, 刘云锐, 张 平, 等. 煤层气直井地层破裂压力计算模型[J]. 石油学报, 2018, **39**(5): 578－586. (YANG Zhao-zhong, LIU Yun-rui, ZHANG Ping, et al. A model for calculating formation breakdown pressure in CBM vertical wells[J]. Acta Petrolei Sinica, 2018, **39**(5): 578－586. (in Chinese))

[16] LLANOS E M, JEFFREY R G, HILLIS R, et al. Hydraulic fracture propagation through an orthogonal discontinuity: a laboratory, analytical and numerical study[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2017, **50**(8): 2101－2118.

[17] ZENG Q D, LIU W Z, YAO J. Hydro-mechanical modeling of hydraulic fracture propagation based on embedded discrete fracture model and extended finite element method[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2018, **167**: 64－77.

[18] 黄远智, 王恩志. 低渗透岩石渗透率与有效围压关系的实验研究[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2007, **27**(3): 340–343. (HUANG Yuan-zhi，WANG En-zhi. Experimental study of the laws between the effective confirming pressure and rock permeability[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2007, **27**(3): 340－343. (in Chinese))

[19] 卢家亭, 李 闽. 低渗砂岩渗透率应力敏感性实验研究[J]. 天然气地球科学, 2007, **19**(3): 339－341. (LU Jia-ting，LI Min. Experimental research on permeability sensitivity of low-permeability sand rock[J]. Natural Gas Geoscience, 2007, **19** (3): 339－341. (in Chinese))

[20] 薛永超, 程林松. 不同级别渗透率岩心应力敏感实验对比研究[J]. 石油钻采工艺, 2011, **33**(3): 38－41. (XUE Yong-chao, CHENG Lin-song. Experimental comparison study on stress sensitivity of different permeability cores[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2011, **33**(3): 38－41.

(in Chinese))

[21] 荣传新, 程　桦. 地下水渗流对巷道围岩稳定性影响的理论解[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(5): 741－744. (RONG Chuan-xin, CHENG Hua. Stability analysis of rocks around tunnel with ground water permeation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(5): 741－744. (in Chinese))

[22] 李敬元, 李子丰. 渗流作用下井筒周围岩石内弹塑性应力分布规律及井壁稳定条件[J]. 工程力学, 1997, **14**(1): 131－137. (LI Jing-yuan, LI Zi-feng. Rock elastic-plastic stresses around a wellbore and wellbore stability under permeation osmosis[J]. Engineering Mechanics, 1997, **14**(1): 131－137. (in Chinese))

[23] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1999. (KONG Xiang-yan. Advanced Mechanics of Fluids in Porous Media[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1999. (in Chinese))

[24] TUPIN S, OHTA M. Assessing porous media permeability in non-darcy flow: a re-evaluation based on the forchheimer equation[J]. Materials, 2020, **13**(11): 2535.

[25] 许　凯, 雷学文, 孟庆山, 等. 非达西渗流惯性系数研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(1): 164－170. (XU Kai, LIE Xue-wen, MENG Qing-shan, et al. Study of inertial coefficient of non-Darcy seepage flow[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(1): 164－170. (in Chinese))

[26] WU Z W, CUI C Z, TRIVEDI J, et al. Pressure analysis for volume fracturing vertical well considering low-velocity non-darcy flow and stress sensitivity[J]. Geofluids, 2019, 2046061.

[27] YANG D S, WANG W, LI K, et al. Experimental investigation on the stress sensitivity of permeability in naturally fractured shale[J]. Environmental Earth Sciences, 2019, **78**(2): 1－10.

[28] 马中高. Biot 系数和岩石弹性模量的实验研究[J]. 石油与天然气地质, 2008, **29**(1): 135－140. (MA Zhong-gao, Experimental investigation into Biot's coefficient and rock elastic moduli[J]. Oil & Gasgeology, 2008, **29**(1): 135－140. (in Chinese))

[29] NUR A. Critical porosity and the seismic velocity in rocks[J]. Eos Transactions American Geophysical Union, 1992, **73**(1): 43－46.

[30] LI B, WONG RCK, SINA H. A modified Kozeny-Carman model for estimating anisotropic permeability of soft mud rocks[J]. Marine and Petroleum Geology, 2018, **98**: 356－368.

[31] HOSSAIN M M, RAHMAN M K, RAHMAN S S. Hydraulic fracture initiation and propagation: roles of wellbore trajectory, perforation and stress regimes[J]. Journal of Petroleum Science & Engineering, 2000, **27**: 129－149.

[32] 赵金洲, 任　岚, 胡永全, 等. 裂缝性地层射孔井破裂压力计算模型[J]. 石油学报, 2012, **33**(5): 841－845. (ZHAO Jin-zhou, REN Lan, HU Yong-quan, et al. A calculation model of breakdown pressure for perforated wells in fractured formations[J]. Acta Petrolei Sinica, 2012, **33**(5): 841－845. (in Chinese))

[33] 谭维炎. 计算浅水动力学: 有限体积法的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998. (TAN Wei-yan. Computational Shallow Water Hydrodynamics: Application of the Finite Volume Method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203003

逆断层地表变形及避让距离的离心模型试验研究

沈 超[1, 2]，薄景山[1, 2]，张雪东[3]，孙强强[4]，王 磊[1, 2]

（1. 防灾科技学院地质工程学院，河北 三河 065201；2. 河北省地震灾害防御与风险评价重点实验室，河北 三河 065201；
3. 中国水利水电科学研究院流域水循环模拟与调控国家重点实验室，北京 100038；4. 河北大学建筑工程学院，河北 保定 071002）

摘 要：断层同震错动引起的地表变形破坏是工程场地评价中的难点之一，如何合理避开同震地表破裂带是工程选址必须解决的问题，关键在于能否准确预测发震断层错动过程中的地表变形演化特征。基于土工离心模型试验过程中获取的高精度地表监测数据，定量分析给出了断层面倾角为60°且厚度约为40 m的上覆砂土在不同基岩位错下的地表变形和坡度变化规律，并将地表变形划分为稳定区、倾斜变形区和严重变形区。最后，结合中国的危房鉴定标准，进一步分析给出了逆断层在位错量、震级和土层厚度影响下的地表避让距离关系式，进而建立了实用的逆断层地表避让预测方法。有关成果使得解决强震地表变形这一复杂问题成为可能，对进一步认识和研究逆断层错动引起的地表变形及相关规范的修订具有一定的理论和实际意义。

关键词：离心模型试验；逆断层；地表破裂；避让距离；上覆土层

中图分类号：P315；TU441 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0420－08

作者简介：沈 超(1984—)，男，博士，副教授，主要从事岩土工程及地震工程方面的教学和科研工作。E-mail: just_sc@163.com。

Centrifugal model tests on surface deformation and setback distance of reverse faults

SHEN Chao[1, 2], BO Jing-shan[1, 2], ZHANG Xue-dong[3], SUN Qiang-qiang[4], WANG Lei[1, 2]

（1. Department of Geological Engineering, Institute of Disaster Prevention, Sanhe 065201, China; 2. Hebei Key Laboratory of Earthquake Disaster Prevention and Risk Assessment, Sanhe 065201, China; 3. State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin , China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China; 4. College of Civil Engineering and Architecture, Hebei University, Baoding 071002, China）

Abstract: The surface deformation and failure caused by movement of seismic faults is one of the difficulties in engineering field evaluation. How to reasonably avoid the co-seismic surface rupture zone is a problem that must be solved in engineering site selection. The key is whether the surface deformation evolution characteristics in the process of fault dislocation can be accurately predicted. Here, based on the high-precision monitoring data obtained in the geotechnical centrifugal model tests, the surface deformation and slope variation of the overlying soil with the thickness of 40 m and dip angle of 60° under different bedrock dislocations are quantitatively analyzed, and the surface deformation is divided into stable zone, inclined deformation zone and severe deformation zone. Finally, based on the standard of dangerous buildings appraisal in China, the surface setback distance formula for reverse faults under the influences of dislocation quantity, earthquake magnitude and soil thickness is given, and then a practical surface setback prediction method for reverse faults is established. The relevant results make it possible to solve the complex problem of surface deformation caused by strong earthquakes, which has certain theoretical and practical significance for further understanding and studying the surface deformation caused by movement of reverse faults and the revision of the relevant codes.

Key words: centrifugal model test; reverse fault; surface rupture; setback distance; overlying soil

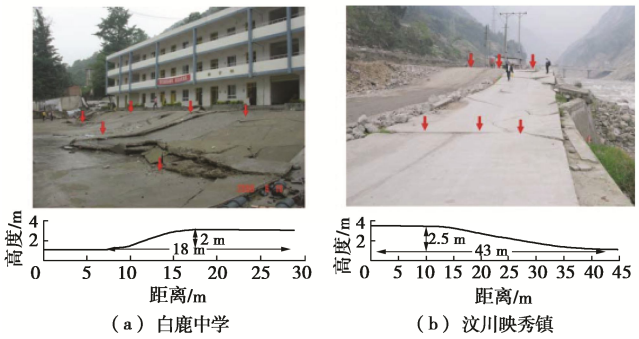
0 引 言

继19世纪的奥地利地质学家Suess最早提出地震源于断层运动这一初步思想后[1]，美国学者根据1906年旧金山 8.3 级地震提出了“弹性回跳”假说[2]，并借此将地震和断层活动紧密联系起来。中国目前将活

基金项目：中央高校基本科研业务费专项项目（ZY20215103）；地震科技星火计划项目（XH21056Y）；国家自然科学基金项目（U1939209）；河北省自然科学基金项目（E2021512002）

收稿日期：2021－04－06

动断层定义为第四纪晚更新世或距今 10～12 万年以来活动过且现今正在活动的，未来一定时期内仍有可能活动的断层[3]。随着近百年来学者们的不断研究，人们普遍认为大部分地震是活动断层失稳错动的结果，活动断层是构造地震产生的根源[4]，引起的强地面运动和地表永久变形破裂是造成直接地震灾害的两大主因[5]，后者会形成数公里甚至数百公里的地表变形破裂带，威力巨大，致使跨变形带而建的房屋及线性工程受到严重损毁，如图 1 所示。目前的抗震设防措施还难以阻止这类破坏对地面建（构）筑物的直接毁坏[6]，只能通过科学预测地表破裂的出露位置及地表变形的影响范围，并借此划定出合理的避让距离来指导避让措施的实施，进而在合理利用土地资源的同时最大限度的减轻此类震害产生的影响。



（a）白鹿中学　　（b）汶川映秀镇

图 1　汶川地震中地表变形隆起区域的现场照片及实测剖面图（周庆等[8]）

Fig. 1 Photos and topographic profiles of fault scarps of Wenchuan Earthquake (Qing Zhou et al[8])

然而，如何科学精准地预测断层同震错动导致的地表变形特征及影响范围一直都是地震工程界的难点和热点。一方面，此类问题受到诸如土层厚度、土体构成、断层类型等等多因素的影响显得较为复杂；另一方面，尽管诸多学者[7-12]采取了各种方法在强震地表变形破裂的研究中做出了巨大努力，但强震毕竟是稀有事件，目前关于避让距离的规定主要基于对有限震例表象进行宏观经验分析后给出的定性结论，统计预测模型和数值模拟通常还存在各种主观偏差和局限性，缺乏对地表变形过程特别是破裂面贯通地表之前的地表变形的深入了解，在定量化研究方面更缺乏大量说服力强、还原度高且直观有效的方案。此外，即使知道了不同条件下合理的避让距离，若不能准确预测地表隆起的具体位置，也无法正确的指导避让方案的实施，而关于基岩错动导致地表破裂位置的工程判定方法在相关规范中并未提及。因此，有效的解决方案是走物理试验预测之路，离心试验成为了解决这一问题的重要途径，不仅能在很大程度上弥补统计法和数值法的不足，同时也能还原强震地表变形的全过程，其真实性和可靠性毋庸置疑。

1　倾滑断层强震地表破裂形态特征

根据国内外的震例资料显示，大部分地表破裂是由 6 级以上的强震引发的[9]，主要沿断层迹线延伸，地表破裂附近的建筑物倒塌现象也最为严重。对于倾滑断层而言，地表变形破裂的一大显著特征是地表隆起，而局部的剧烈隆起易形成陡坎，如图 1 所示，陡坎的影响范围和地表出露位置也是最为复杂难测的。

根据 2008 年汶川 8.0 级地震中地表破裂陡坎的形态特征，徐锡伟等[10]将地表破裂类型分为逆断层陡坎、上盘垮塌型陡坎、挤压推覆陡坎、走滑型挤压推覆陡坎、褶皱陡坎、后冲挤压隆起、上冲叠覆陡坎和局部正断层陡坎；Yu 等[12]将汶川地震地表陡坎按照破裂面是否贯通地表分为两大类，每类对应着 4 种形态详细的三维示意图。其中，贯通性地表陡坎可见明显断层线，此类地表变形毋庸置疑将错断地表建筑尤其是各类生命线工程，而未贯通性地表陡坎产生的地表强烈变形易导致地基失效。

2　活动断层的避让范围简介

鉴于活动断层对强震地表变形破裂带的空间分布特征有着明显的控制作用，避开活动断层引发的地表破裂影响区域可有效避免断层错动对地表建筑物的直接毁坏，因此，活动断层发育及地震频发的国家或地区相继出台了法律法规以确保避让措施的落实。表 1 给出了部分国家和地区有关活动断层避让的规定和说明。

表 1 显示，对于不同建（构）筑物类型、不同的震级和烈度，世界各国对地表破裂或强地表变形带的避让都有相应规定，避让距离从 15～300 m 不等，而有的规范只给出了笼统的表述。可见，目前国际上并没有统一的活动断层避让标准，且绝大部分规范均未涉及断层性质及土层厚度等参数的影响。

3　地表破裂的离心模型试验

对强震地表变形特征的研究从未间断，随着离心模拟技术在岩土工程领域的广泛运用，土工离心机为这一领域的研究提供了快捷可靠的研究方法。表 2 列出了曾经开展过的逆断层错动离心模型试验及其相关参数。

目前关于断层上覆土体变形的试验研究大多是定性描述，缺乏定量化的研究结论，难以对地表变形的影

表 1 各国（地区）关于活动断层避让距离一览表

Table 1 List of countries (regions) on setback distance of active faults

国家（地区）	规范（法案）	时间	避让距离规定及说明
美国加利福利亚	《A-P 地震断层划定法案》（Alquist-Priolo Earthquake Fault Zoning Act）[13]	1972，1999 年修订	断层线两侧各避让 15 m 断层线不明确时，大活动断层给出 300 m 避让带，明确的小活动断层 120～180 m 避让带
美国犹他州	《犹他州断层地表破裂危害性评价指南》[14]	2003	对于确定性断层研究宽度为下盘 150 m，上盘 75 m；对于隐伏或大概位置断层，宽度为每盘各 300 m。避让距离从表和公式中选最大者
欧洲标准委员会/技术委员会	《欧洲规范》Eurocode 8[15]	1994，1998 年修订	断层线两侧各 30 m。正断层和逆断层的下盘分别避让断层迹线(30+1.5*H*)m 和(30+2*H*)m
日本	《活动断层法》[16]	2003	将本国分三个区域，断层线两侧一定距离内不得施工，必须建时须采取一定对策
新西兰	《活动断层导则》[17]	2003	推荐避让宽度 50～90 m
台湾地区	《建筑技术规则建筑设计施工篇》[18]	1998	历史地震≥MS7，断层带两外侧边各 100 m 内 历史地震≥MS6，断层带两外侧边各 50 m 内 历史地震规模<MS6 或无记录者，断层带两外侧边各 30 m 内
中国	《建筑抗震设计规范》[19]	2010	烈度为 8 度或 9 度时，甲类建筑需做专门研究，乙类建筑避让 200～300 m，丙类建筑避让 100～200 m

表 2 逆断层错动的离心模拟试验一览表

Table 2 List of centrifuge model tests on reverse faults

离心加速度/*g*	土层性质	模拟上覆土层厚度/m	模拟基岩竖直位错量/m	初始倾角/(°)	文献来源
10, 50	密砂/松砂/重塑土	9	1.2	45	Roth[20]
95	砂土	12.2	0.61	45	PB Burringe 等[21]
20, 30, 50	密砂	4, 6, 7.5, 9	土厚的 6%	45	Jea Woo LEE 等[22]
115	中密/密实干砂土	25	3.15	45,60	Anastasopoulos 等[23]
115	干砂	25, 15	4.2, 3.8	60	Bransby 等[24]
115	干砂	15	5	60	Ahmed 等[25]
100	干砂	15	3.5	60	Loli 等[26]
40, 80	砂土	8, 16	2~4	60	Chang 等[27]
80	黏土	17.6	5	60	陈宇龙等[28]
50	砂土	11	1.5	60	Yao 等[30]
50	砂土	11.45	1.5	60	Takemura 等[29]
100	干砂/湿砂	40	5	60	沈超等[31-32]

响范围和地表破裂的出露位置进行有效预测。此外，与正断层离心试验相比，逆断层的离心试验数量较少，且模拟上覆土层的厚度相对于正断层的模拟厚度较小[32]。其主要原因在于逆断层离心模型试验需要克服上覆土体在高 *g* 值时产生的 *n* 倍重力做功，模拟土层越厚则越容易失败。本文在前人研究基础上，采用中国水利水电科学研究院的土工离心机，经过多次反复尝试，成功模拟了逆断层错动下的干砂和湿砂土体变形试验。

试验土体模型尺寸为 132 cm×41 cm×40 cm（长×宽×高），断层面倾角为 60°，最大错动量为 h=5 cm，根据三角函数关系，则竖向位错量 h_v=4.33 cm。试验过程中的离心加速度为 100*g*，则模型和原型尺寸之间的比例关系为 1/100，根据离心加速度对应的比例关系，可模拟上覆土层厚度 H_0 约为 40 m 且错动量 h 为 5 m 的土体变形特征。由室内直剪试验得到的干砂和湿砂内摩擦角分别为 26.5°和 29.3°，砂土的不均匀系数和曲率系数分别为 2.1 和 1.0。经测算，在超重力环境下干砂和湿砂密实度分别为 80%和 83%，干砂和湿砂的含水量分别为 0.1%和 6%，现将砂土的基本物理参数列于表 3。

本次离心试验主要包括 4 个步骤。首先，启动离心机，约 20 min 后达到目标值 100*g*；然后，在 100*g* 的超重力环境下保持 5 min 进行固结平衡，预先开启并检查摄像机和激光位移传感器的工作状态；其次，开启液压泵驱动模型箱底部千斤顶推举上盘进行错动模拟，直至达到最大行程 5 cm 为止，此过程中，千斤顶在启动和终止阶段推举速率较慢，约为 0.2 cm/s，全程平均错动速率约为 0.26 cm/s；试验结束后，逐渐

降低离心机转速直至停机，将模型箱卸下进行后期的地表变形量测。

表 3 土样基本物理性质参数

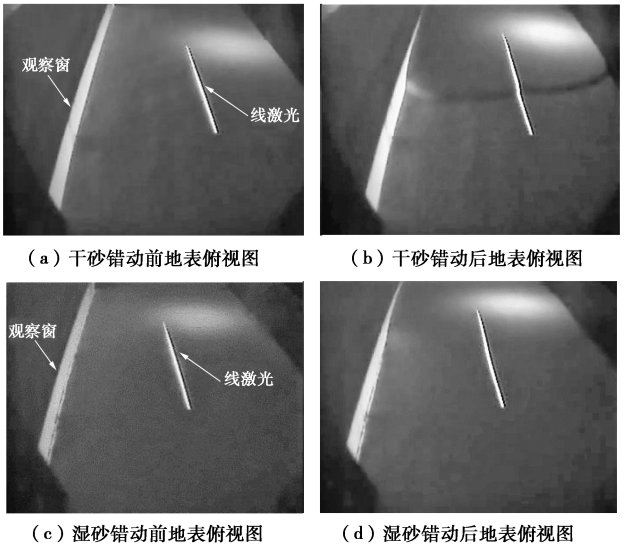
Table 3 Basic physical properties of soil

土样	w /%	ρ /(g·cm^{-3})	D_r /%	d_{10} /mm	d_{30} /mm	d_{60} /mm	C_u	C_c	φ /(°)
干砂	0.1	1.61	80	0.27	0.4	0.58	2.1	1.0	26.5
湿砂	6.0	1.63	83	0.27	0.4	0.58	2.1	1.0	29.3

4　试验结果及分析

4.1　地表变形数据处理

为了确保激光位移传感器能在 100g 的超重力环境中正常运行，获取可供定量化分析的地表变形演化曲线，试验过程中采用了专门定制的高精度线激光位移传感器对地表变形的整个过程进行监测，同时，将线激光置于土体模型中央并覆盖整个地表陡坎出露区域，以便监测数据能较好的反映错动期间地表变形演化特征，如图 2 所示。



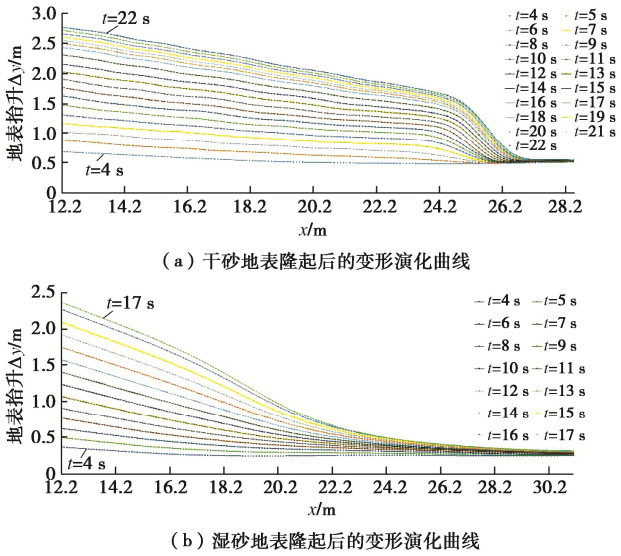
（a）干砂错动前地表俯视图　（b）干砂错动后地表俯视图

（c）湿砂错动前地表俯视图　（d）湿砂错动后地表俯视图

图 2 地表变形照片（100g 重力环境）

Fig. 2 Photos of ground deformation (100g)

试验过程中线激光位移传感器相邻采样点间距为 0.1 mm（原型 0.1 m），采样频率约为每秒 20 次，数据量较为庞大，可以满足地表变形的定量化分析要求。为了便于作图，取每秒监测数据的平均值为每秒对应的地表变形曲线，基于前期对离心模型试验的干砂地表变形演化特征分析可知，地表变形可分为整体抬升期、隆起变形期、陡坎平移期和变形减缓滞期 4 个阶段[31]，而整体抬升期地表隆起坡度并无明显变化。因此，图 3 将地表开始隆起后对应的一系列地表曲线做拟合平滑处理，其横轴范围取到坡度降低为零的位置，据此可得地表随错动量增加而不断隆起的变形演化过程。需要说明的是，湿砂试验在错动未完全终止的第 17 s 开始产生漏砂现象，为了结果的准确性和可靠性，将此后湿砂的监测数据舍弃，则湿砂试验过程对应的持续时间为 17 s。



（a）干砂地表隆起后的变形演化曲线

（b）湿砂地表隆起后的变形演化曲线

图 3 地表变形演化曲线图（100g 重力环境）

Fig. 3 Evolution curves of surface deformation (100g)

4.2　地表变形分区

通过观察图 2 和图 3 的地表最终变形特征不难发现，干砂和湿砂地表坡度在某一段区间内会急剧变化（陡然增加后快速下降），之后趋于平缓。据此，本文将地表变形划分为 3 个区域，分别为稳定区、倾斜变形区和严重变形区，如图 4 所示。稳定区即使地表有抬升，整体坡度也基本不会发生变化，仍维持错动前的地表形态，此区域内的建筑物几乎不会受地表变形的直接影响，房屋受损主要源于地震波的传播或各类次生地质灾害。倾斜变形区内的房屋将产生不同程度的倾斜，但若能抵御住地震波的振动破坏并避开次生地质灾害，亦不会倒塌损毁。严重变形区即为坡度剧烈变化（陡坎出露）的区域，此区域内的建筑物将遭受严重的撕裂和错断，最终导致地基失稳及房屋倒塌，严重危及生命财产安全。如图 1 中横垮此区域而建的白鹿中学其中一栋楼房在汶川大地震时的整体倒塌现象，可见，房屋建在不同地表变形区域所受的损毁程度是不同的。

针对上述分区，结合本次试验的监测数据，表 4 给出了两次离心模型试验中地表最终变形对应的不同分区划分信息，可见上盘的地表变形影响区域明显大于下盘（本文以基岩断层面的延长线与错动前地表水平面的交点 F 为地表上下盘区域的分界点）。干砂地表最终曲线的严重变形区宽度约为 4 m，坡角从 7° 迅速增加到 31°，之后快速降低；湿砂的严重变形区约为 16 m，坡角从 8° 迅速增加到 12°，之后逐渐降低。相比之下，干砂地表严重变形区域更加集中，变化的梯度更大，但湿砂的影响范围更宽。无论如何，

倾斜变形区和严重变形区都应为地表建筑物尽量避开的区域。

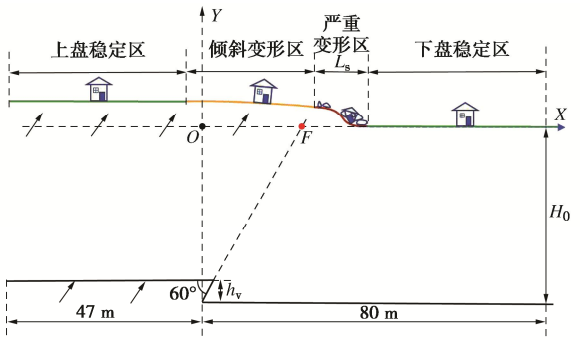


图 4 地表变形分区示意图

Fig. 4 Schematic diagram of surface deformation zoning

表 4 本次试验最终变形的地表分区相关参数

Table 4 Parameters related to surface zoning of final deformation

	上盘稳定区	倾斜变形区	严重变形区	下盘稳定区
干砂	（−∞，−4）	（−4，23.3）	（23.0，27.1）	(27.1，+∞)
湿砂	（−∞，−5）	（−5，14.0）	（14.0，30.2）	(30.2，+∞)
坡角	0°	0°~5°(干砂) 0°~8°(湿砂)	0°~31.2°(干砂) 0°~12.2°(湿砂)	0°

由图 3 可知，地表严重变形区均在线激光的监测范围内，根据上述分析方法，分别给出错动期间一系列变形曲线对应的地表严重变形区，如图 5 所示，横轴为无量纲化的基岩位错量 h_v/H_0，纵轴为严重变形区的范围 L_s。可见，随着错动量的增加，严重变形区的范围基本不变，同等错动量下，干砂的严重变形区范围小于湿砂，整个过程中干砂的严重变形区为 3～4 m，湿砂的严重变形区为 14～16 m。由于湿砂的地表变形较为平缓，在 h_v/H_0=8%之前未出现剧烈变化，致使湿砂的分析数据相对干砂较少。

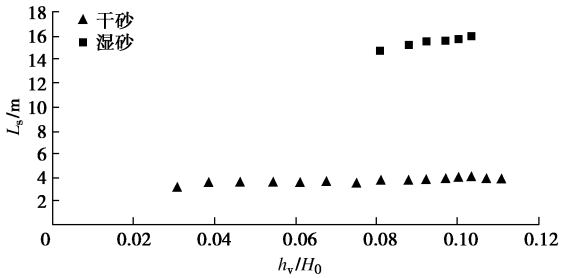


图 5 不同位错量时的地表严重变形区域

Fig. 5 Severe deformation zones of surface with different dislocations

4.3 地表坡度变化分析

如图 6 所示，为了进一步探究地表陡坎的坡度变化规律，本文基于平滑后的地表变形曲线计算出各自对应的地表坡角。可见两种土体地表坡度均随基底的抬升而不断增加。其中，干砂最大坡角位于地表下盘一侧（即 F 点右侧），而湿砂最大坡度角的位置则位于地表上盘一侧（F 点左侧）。

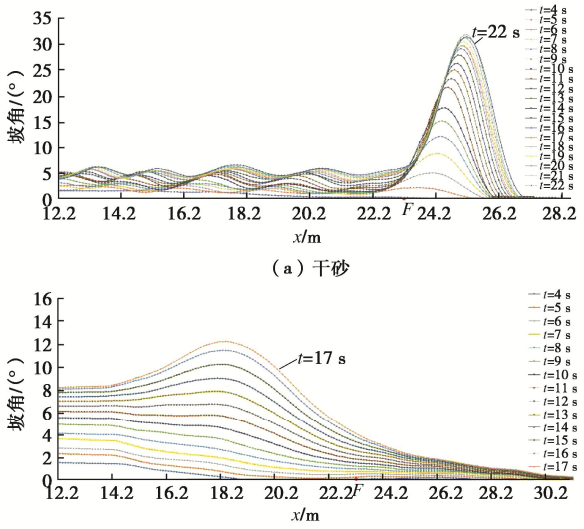


图 6 不同地表变形曲线的坡角

Fig. 6 Slope of different surface deformation curves

基于图 6 的坡角变化曲线及底部油缸的抬升量和顶升速率[32]，图 7 给出了试验中竖向错动量和地表最大坡角的关系，横轴为无量纲化的基岩位错量 h_v/H_0，纵轴为严重变形区内的最大坡角，可见位错量和地表最大坡角基本满足一次函数关系式。此外，在同等错动量下，虽然湿砂的严重变形区影响范围大于干砂，但干砂的最大坡角较大，即干砂陡坎特征更加明显。

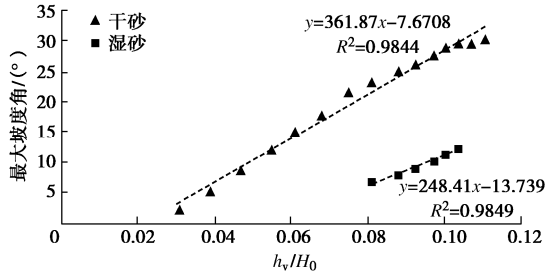


图 7 基岩位错量和地表最大坡度角关系图

Fig. 7 Relationship between bedrock dislocation and maximum slope angle of surface

5 避让范围的确定

5.1 地表避让距离的判定原则

活动断层的避让距离是指建（构）筑物与活动断层破裂带边界之间应分隔开的最小安全间隔。此边界点的确定参照中国《危险房屋鉴定标准》（JGJ125—2016）[33]的规定，当房屋整体倾斜率为 1/100 时评定为危险房屋（对应的临界坡角为 0.573°），因此，本文将坡度超过 1/100 的地表视为地表变形影响区域，只需求出地表临界坡度角对应的左右边界点的横坐标，中间所辖范围即为地基基础应该避让的区域。需要说明的是，地表变形影响范围与断层类型、基岩错

动量、断层面倾角、覆盖层厚度、土体类型等诸多因素相关，由于成本和时间原因，本文的地表影响范围的判定主要依据本次的离心试验工况。另外，由图 2 及一系列变形曲线可知，地表隆起部分及影响范围的右边界（地表下盘一侧）可完全被线激光覆盖，此区域的变形特征可通过监测数据给出精确值，而受线激光传感器的量程所限，地表变形的左边界（地表上盘一侧）则在激光监测范围外。因此，为了保证试验数据的可靠性和真实性，此区域的相关数据主要通过试验结束后对土体最终变形的量测以及变形期间由观察窗一侧所拍摄的一系列照片综合测算得出。

表 5 分析给出了最终变形曲线的相关参数，两次试验最大错动量对应的地表避让距离分别为 31 m 和 35 m。为了更好的指导避让措施的执行，本文将破裂面延长线与错动前的地表面交点 F 视为上下盘在地表的分界点，进而给出不同土体上、下盘的避让距离，结合干砂和湿砂的分析结果，可知最终地表变形的上盘避让距离为 27～28 m，下盘避让距离约为 4～7 m。

表 5 本次试验最终地表变形的影响范围

Table 5 Influence scopes of final surface deformation

土体类型	坡角 β/(°)	影响范围/m	影响范围右边界点的横坐标/m	上盘避让距离/m	下盘避让距离/m
干砂	0~31.3	−4~27	27	27	4
湿砂	0~12.2	−5~30	30	28	7

5.2　地表避让距离的确定

上述结果为最终变形曲线的避让距离，为了进一步探究不同位错量影响下的地表避让距离，现将上述判定依据应用于图 3 的一系列变形曲线，进而推算出不同基岩位错量对应的地表避让距离。如图 8 所示，纵轴为地表避让距离 D，横轴为无量纲化的基岩位错量 h_v/H_0，其中，h_v 为基岩竖向位错量，H_0 为土层初始厚度。

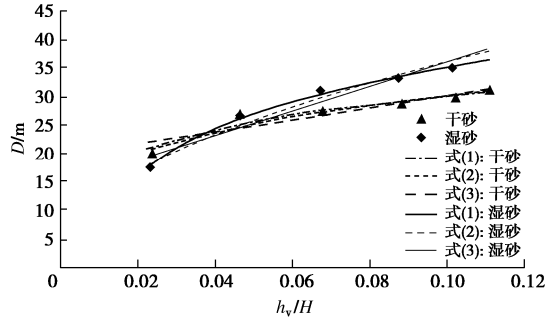


图 8 位错量与地表避让距离关系图

Fig. 8 Relationship between bedrock dislocation and setback distance

由图 8 可知，地表避让距离随着基岩位错量的增加而逐渐增大，为了得到更普遍的规律以便有效指导避让措施的实施，将图 8 采用 3 种预估模型进行拟合比较分析，即

$$D=\alpha\ln\left(\frac{h_v}{H_0}\right)+\beta \quad , \tag{1}$$

$$D=\alpha\left(\frac{h_v}{H_0}\right)^{\beta} \quad , \tag{2}$$

$$D=\alpha\frac{h_v}{H_0}+\beta \quad 。 \tag{3}$$

由表 6 可得，式（1）的拟合优度最高，这意味着当基岩位错量达到一定值后，地表避让距离的增长趋势逐渐变缓并趋于稳定，总体满足对数函数曲线的变化规律。笔者认为其原因在于破裂面贯通地表后，陡坎逐渐停止平移，此后基岩位错量的增加及能量的释放主要表现为上盘的不断抬升，而地表形态基本不会再发生变化，下盘区域则逐渐停止变形。因此，地表避让距离的增加速率将会不断减小，当位错量达到一定值后，基岩位错量的增加只会加大地表的变形程度，而不会增加地表变形的影响范围。

表 6 式（1），式（2）和式（3）拟合分析

Table 6 Fitting analysis of Eqs. (1), (2) and (3)

模型	土样	ε	β	R^2	相关性
式（1）	干砂	6.41	44.77	0.94	很好
	湿砂	11.82	62.20	0.99	很好
式（2）	干砂	54.57	0.26	0.92	很好
	湿砂	106.15	0.47	0.97	很好
式（3）	干砂	105.99	19.47	0.85	较好
	湿砂	214.08	14.57	0.92	很好

综上，本文采用式（1）作为考虑基岩竖向位错量和土层厚度影响的地表避让距离预估模型。若需得到不同震级下的地表避让距离，还需引入震级这一参数。本文采用赵颖[34]基于逆断层位错量统计资料给出的震级 M 和位错量 h 的关系，即

$$\ln h = 0.876M - 4.984 \quad 。 \tag{4}$$

根据三角函数关系可知 $h_v=(\sqrt{3}/2)h$，再将式（4）代入式（1），可得震级和土层厚度与地表避让距离的关系式，即

$$D=\alpha(0.876M-\ln H_0-5.128)+\beta \quad , \tag{5}$$

式中，D 为地表避让距离，M 为震级，H_0 为土体初始厚度，α 和 β 均为模型参数。由式（5）可知，地表避让距离与位错量和震级呈正比，与上覆土层厚度呈反比，受震级这一因素的影响较强。需要说明的是，两次试验的断层倾角均设置为 60°，则避让方法的构建未能考虑倾角的变化，因此，对于倾角的影响还有待进一步的研究。将此关系式计算出的避让距离预测值和离心试验给出的地表变形特征与汶川 8.0 级大地震中的现场调查结果进行对比[8]，宏观上基本一致。

6 结 论

为了给出实用的地表避让距离判别方法，本文详细分析了 100g 重力环境下逆断层错动时上覆砂土的地表变化过程，基于试验获取的大量精确监测数据给出了不同基岩错动量下上覆砂土的地表变形特征，为地表破裂避让距离的判定提供了依据。主要结论总结如下：

（1）逆断层错动期间地表偏上盘一侧变形强烈，下盘一侧相对稳定，上盘地表变形影响区域明显大于下盘；根据地表变形演化曲线，可将地表划分为稳定区、倾斜变形区和严重变形区。

（2）严重变形区在小范围内坡度剧烈变化，随着错动量的增加，此区域大小基本不变。在同等错动量下，湿砂的严重变形区大于干砂，但干砂严重变形区的变化梯度更大，陡坎特征较明显，最大坡角大于湿砂。

（3）地表避让距离随着基岩位错量的增加而逐渐增大，但增加速率不断减小，满足对数函数曲线的变化规律，上盘区域的避让距离明显大于下盘；当基岩位错量达到一定值后，地表避让距离的增长速率逐渐变缓，位错量的增加只会加大地表的变形程度，并不会增加地表变形的影响范围。

（4）通过分析地表变形期间实时监测的高精度数据，建立了基岩竖向位错量和土层厚度影响下的地表避让距离预估模型，即 $D=\alpha\ln(h_v/H_0)+\beta$，随着基岩位错量的增加，避让距离并非线性增长，而是满足对数函数增长关系；最终给出考虑震级和土层厚度的地表避让距离关系式。

参考文献：

[1] 江娃利. 论地质学者的地震理念[J]. 地震地质, 2008, **30**(1): 305－323. (JIANG Wa-li. Discussion on seismological principle of geologist[J]. Seismology and Geology, 2008, **30**(1): 305－323. (in Chinese))

[2] LAWSON A C, REID H F. The California Earthquake of April 18, 1906[R]. Washington D C: Report of the State Earthquake Investigation Commission, Carnegie Institution, 1908.

[3] 《活动断裂研究》编委会. 活动断裂研究-1[M]. 北京: 地震出版社, 1991. (Research on Active Fault: 1[M]. Beijing: Seismological Press, 1991. (in Chinese))

[4] 徐锡伟, 郭婷婷, 刘少卓, 等. 活动断层避让相关问题的讨论[J]. 地震地质, 2016, **38**(3): 477－502. (XU Xi-wei, GUO Ting-ting, LIU Shao-zhuo, et al. Discussion on issues associated with setback distance from active fault[J]. Seismology and Geology, 2016, **38**(3): 477－502. (in Chinese))

[5] SCHOLZ C H. 2002. The Mechanics of Earthquakes and Faulting[M]. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2002.

[6] 沈 超, 薄景山, 张建毅, 等. 土工离心模拟技术在断层错动研究中的应用[J]. 自然灾害学报, 2018, **27**(3): 47－55. (SHEN Chao, BO Jing-shan, ZHANG Jian-yi, et al. Application of geotechnical centrifuge technology in the study of fault movement[J]. Journal of Natural Disasters, 2018, **27**(3): 47－55. (in Chinese))

[7] 薄景山, 黄静宜, 张建毅, 等. 基于逻辑回归分析的强震地表破裂预测方法[J]. 地震工程与工程振动, 2019, **39**(4): 1－7. (BO Jing-shan, HUANG Jing-yi, ZHANG Jian-yi, et al. A prediction method of surface rupture in strong earthquakes based on logistic regression analysis[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamic, 2019, **39**(4): 1－7. (in Chinese))

[8] ZHOU Q, XU X W, YU G H, et al. Width distribution of the surface ruptures associated with the Wenchuan Earthquake: implication for the setback zone of the seismogenic faults in postquake reconstruction[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2010, **100**(5B): 2660－2668.

[9] 黄静宜, 薄景山, 沈 超, 等. 强震地表破裂工程评估研究的若干进展[J]. 自然灾害学报, 2016, **25**(6): 94－104. (HUANG Jing-yi, BO Jing-shan, SHEN Chao, et al. Progress in research on engineering evaluation of surface ruptures in strong earthquakes[J]. Journal of Natural Disasters, 2016, **25**(6): 94－104. (in Chinese))

[10] 徐锡伟, 赵伯明, 马胜利, 等. 活动断层地震灾害预测方法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011. (XU Xi-wei, ZHAO Bo-ming, MA Sheng-li, et al, Assessing Method for Earthquake Hazard and Its Application[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese))

[11] 蔡奇鹏, 吴宏伟, 陈星欣, 等. 正断层错动诱发单桩破坏及避让距离研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(4): 720－726. (CAI Qi-peng, NG C W W, CHEN Xing-xin, et al. Failure mechanism and setback distance of single pile subjected to normal faulting[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(4): 720－726. (in Chinese))

[12] YU G, XU X, KLINGER Y, et al. Fault-Scarp Features and Cascading-Rupture Model for the Wenchuan Earthquake (Mw 7.9), Eastern Tibetan Plateau, China[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2010, **100**(5B): 2590－2614.

[13] HART E W, BRYANT W A. fault-rupture hazard zones in California: Alquist-Priolo earthquake fault zoning act with index to earthquake fault zones maps[C]// California:

Division of Mines and Geology: Special Publication, 1999, **42**: 1 – 38.

[14] MCCALPIN J P. Recommended setback distances from active normal faults[C]// Proceedings of the 23rd Symposium on Engineering Geology and Soils Engineering, 1987, Logan, Utah.

[15] European Committee for Standardization. Eurocode 8“Design of Structures for Earthquake Resistance. Part 5: Foundations, Retaining Structures, and Geotechnical Aspects”[S]. 1998.

[16] NAKATA T, KUMAMOTO T. Problem of land use as seen from the active fault location information and active fault act in Japan[J]. Active Fault Research, 2003: 13 – 18. (in Japanese)

[17] DISSEN R V, BARRELL D, LITCHFIELD N, et al. Surface rupture displacement on the Greendle Fault during the Mw 7.1 Darfield (Canterbury) earthquake, New Zealand, and its impact on man-made structures[J]. Acoustical Society of America Journal, 2011, **138**(50): 8247 – 8259.

[18] 台湾营建署. 建筑技术规则-建筑设计施工篇[S]. 1998. (Taiwan Construction Agency. Building Technology Regulation-Architectural Design and Construction[S]. 1998. (in Chinese))

[19] 建筑抗震设计规范：GB 50011—2010(2016)[S]. 2010. (Code for Seismic Design of Buildings: GB50011—2010[S]. 2010. (in Chinese))

[20] ROTH W H, SCOTT R F, AUSTIN I. Centrifuge modeling of fault propagation through alluvial soils[J]. Geophysical Research Letters, 1981, **8**(6): 561 – 564.

[21] BURRINGE P B, SCOTT R F, HALL J F. Centrifuge study of faulting effects on tunnel[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1989, **115**(7): 949 – 967.

[22] LEE J W, HAMADA M. An experimental study on earthquake fault rupture propagation through a sandy soil deposit[J]. Structural Engineering/Earthquake Engineering, 2005, **22**(1): 1S – 13S.

[23] ANASTASOPOULOS I, GAZETAS G, BRANSBY M F, et al. Fault rupture propagation through sand: finite-element analysis and validation through centrifuge experiments[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2007, **133**(8): 943 – 958.

[24] BRANSBY M F, DAVIES M C R, EL NAHAS A, et al. Centrifuge modelling of reverse fault-foundation interaction[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2008, **6**(4): 607 – 628.

[25] AHMED W, BRANSBY M F. Interaction of shallow foundations with reverse faults[J]. Journal of Geotechnical and Geo-Environmental Engineering, 2009, **135**(7): 914 – 924.

[26] LOLI M, ANASTASOPOULOS I. Normal and reverse fault rupture interaction with caisson foundations: centrifuge modeling and numerical simulation[C]// 5th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, 2011, Santiago, Chile.

[27] CHANG Y Y, LEE C J, HUANG W C, et al. Use of centrifuge experiments and discrete element analysis to model the reverse fault slip[J]. International Journal of Civil Engineering, 2013, **11**(2): 79 – 89.

[28] 陈宇龙, 黄　栋. 正断层与逆断层错动引起的上覆黏土变形特性离心试验[J]. 岩土力学, 2017, **38**(增刊 1): 189 – 194. (CHEN Yu-long, HUANG Dong. Centrifuge test of deformation characteristics of overburden clay subjected to normal and reverse fault rupture[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(S1): 189 – 194. (in Chinese))

[29] YAO C, TAKEMURA J. Using laser displacement transducer scanning technique in centrifuge modeling of reverse fault–foundation interaction[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **121**: 219 – 232.

[30] TAKEMURA J, YAO C, KUSAKABE O. Development of a fault simulator for soils under large vertical stress in a centrifuge[J]. International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 2020, **20**(3): 181 – 131.

[31] SHEN C, BO J S, QI W H, et al. Analysis of the surface rupture process of strong earthquakes based on centrifuge tests[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, 136: 106239.

[32] 沈　超, 薄景山, 张雪东, 等. 断层上覆土体破裂的离心试验模型参数设计及应用[J]. 水利学报, 2020, **51**(5): 569 – 579, 588. (SHEN Chao, BO Jing-shan, ZHANG Xue-dong, et al. Design and application of model parameters for centrifugal test of overlying soil rupture caused by fault[J] Journal of Hydraulic Engineering, 2020, **51**(5): 569 – 579, 588. (in Chinese))

[33] 危险房屋鉴定标准: JGJ125—2016[S]. 2016. (Standard for Dangerous Building Appraisal: JGJ125—2016[S]. 2016. (in Chinese))

[34] 赵　颖. 通过活断层区地铁隧道地震反应分析[D]. 哈尔滨：中国地震局工程力学研究所, 2014. (ZHAO Ying. Seismic Response Analyses of Metro Tunnel Across Active Fault[D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics, CEA, 2014. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203004

深部岩体半正弦应力波扰动下的层裂试验研究

满 轲[1]，刘晓丽*[2]，宋志飞[1]

（1. 北方工业大学土木工程学院，北京 100144；2. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点试验室，北京 100084）

摘 要：针对深部岩体在应力波扰动作用下所呈现出的层裂破坏现象，基于一维弹性波理论，首先阐明了一个简单的半正弦应力波在单个岩石杆件中的传播机理，并剖析其层裂破坏原理；依据净拉应力与动拉伸强度等特征因子，刻画并表征了其破坏过程。进而，采用SHPB设备开展了岩石杆件的层裂试验，发现层裂后岩石杆件其破坏断口较为齐整，并且与拉伸应力方向基本保持为垂直，属于典型的I型拉伸破坏。并且，层裂长度与理论分析值表征出一致的规律，亦即随着层裂次数增加，岩石杆件断裂的长度将逐渐增大。进一步地分析并揭示了岩石介质发生层裂的根本原因，是由于岩石处于强扰动所致的动力效应与岩石样品自身不均匀性、非线弹性及各向异性所体现出的结构效应而共同作用、相互耦合所引起的。文中所揭示的某些岩石工程破坏行为背后的固有本质，可对岩土工程的精细化开挖与支护设计、岩爆预警与监测等提供相应的理论支撑，其对于深部地下工程的强动力扰动行为与渐进失稳破坏现象，亦有一定的理论指导意义与工程应用前景。

关键词：深部岩体；层裂；半正弦应力波扰动；动力效应；结构效应

中图分类号：TU452；O319.56 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0428－07

作者简介：满 轲(1982—)，男，2004年毕业于北京交通大学土木工程专业，现为正高级工程师，主要从事岩石动力学试验及岩土工程开挖方面的研究工作。E-mail：man_ke@sina.cn。

Experimental study on spalling of deep rock under half sine stress wave disturbance

MAN Ke[1], LIU Xiao-li[2], SONG Zhi-fei[1]

(1. College of Civil Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China; 2. State Key Laboratory of Hydroscience and Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: For the spalling failure phenomenon of deep rock under the action of stress wave disturbance, based on the one-dimensional elastic wave theory, the propagation mechanism of a simple half sine stress wave in a single rock member is clarified, and the spalling failure principle is analyzed theoretically. According to the characteristic factors such as pure tensile stress and dynamic tensile strength, the failure process is characterized. In advance, the SHPB equipment is used to carry out the spalling tests on the rock. It is found that the failure fracture surface of the rock bar after spalling is relatively neat, and it is basically vertical to the tensile stress direction, which means that it is the typical type I tensile failure. Moreover, the spalling length is consistent with the theoretical analysis value. With the increase of spalling times, the fracture length of rock member will gradually increase. Furthermore, the essential reason of rock spalling is analyzed, showing that it is caused by the interaction and coupling of two main factors, i.e., the dynamic effects caused by strong disturbance and the structural effects reflected by the inhomogeneity, non-linear elasticity and anisotropy of rock specimens. The inherent nature of failure behaviors of a rock case revealed in this study can provide corresponding theoretical support for the refined excavation and support design of geotechnical engineering, rock burst warning and monitoring, etc. It also can provide certain theoretical significance and engineering application prospect for the strong dynamic disturbance behaviors and progressive instability failure phenomena of deep underground engineering.

Key words: deep rock; spalling; half sine stress wave disturbance; dynamic effect; structural effect

0 引 言

深部岩体的典型表征是指其能够综合反映深部的应力水平、应力状态和围岩属性，所谓的深部并不是指深度，而是一种力学状态[1-3]。岩体中的岩石介质

基金项目：国家重点研发项目（2018YFC1504902）；国家自然科学基金项目（51522903，51774184）；清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室项目（2019-KY-03）；北方工业大学毓杰项目（216051360020XN199/006）；北方工业大学科研启动基金项目（110051360002）

收稿日期：2021－05－26

*通信作者(E-mail: xiaoli.liu@tsinghua.edu.cn)

有别于其他材料的一个重要优点是，其可以用于几乎所有的地上、地下、水上和水下工程结构中，并且承载性能良好。但从力学性能角度考虑，岩石介质的最大缺点是相对于其抗压能力而言，抗拉能力很低，其抗拉强度只有抗压强度的十分之一左右；所以在一般的工程设计与建设中，尽量要发挥岩石的抗压性能，避免其产生过多的拉伸而发生拉破坏[4-6]。在静态载荷下，较易满足该要求，但如果载荷为爆炸、冲击等强动载荷时，即使外载荷为压缩加载，但由于岩石的低抗拉能力，压缩加载应力波在结构自由面处可反射为拉伸波，亦会使岩石在反射拉伸波的作用下产生拉破坏[7-8]。这种压缩波在自由面反射成拉伸波而使材料破裂的现象是 Hopkinson 于 1914 年进行钢板爆炸加载试验过程中发现的，称为层裂（spalling fracture）。

很多学者将该方法应用于混凝土、岩石等准脆性材料的拉伸强度测试中[9-11]。在利用 Hopkinson 压杆来研究脆性材料的层裂强度时，其中最大的难点是层裂强度的确定方法。由于缺乏对层裂强度的直接测量手段，其确定方法一般是采用间接方法[12-13]。根据 Hopkinson 杆和测试试件介质的弹性波速，选择合适的撞击杆和试件长度尺寸，使试件长度为 $2L\cdot C_{\text{specimen}}/C_{\text{hopkinsonbar}}$，其中 L 为撞击杆的长度，C_{specimen}、$C_{\text{hopkinsonbar}}$ 分别为岩石试件和 Hopkinson 杆的弹性纵波波速。这样两卸载吸收波会在试件的中部某位置处相遇，然后逐渐增大撞击速度，直到岩样层裂破坏。继而，根据对应的撞击速度和 Hopkinson 杆与试件材料的波阻抗，利用反射、透射定律得到透入试件内部的应力波幅值，可假定为一维应力波传播，因此测试试件的层裂强度即为透入试件内部的应力波强度。此外，还可以在测试试件上直接粘贴应变片[10, 14-15]，假定岩石材料的变形规律符合线弹性本构关系，可借助拉伸应变最大值与弹性模量的积值作为试件材料的层裂强度。

上述测试方法中，若按照一维应力波理论，认为 Hopkinson 杆和试件中应力波的波形理想，试验过程中需要调节撞击速度，从而得到能产生层裂的“临界速度”，这将给试验的层裂实现带来难度，并且会耗费大量的试件。虽然按照理论分析试件应该在中部断裂，但实际结果与此相差很远，并且试件的断裂位置取决于试件内部微缺陷的分布和数量，这些微缺陷演化发展成的宏观裂纹决定了试件的最后断裂[16-19]。如若在试件上直接粘贴应变片，比直接利用子弹的撞击速度和杆与试件的波阻抗比来确定透入到试件上的波强度要更精确；同时，以试件上记录到的反射拉伸应变最大值确定层裂强度，通过线性叠加的方法得到试件内部不同时刻应力分布情况，相较于以“临界速度”来确定层裂强度，亦更为精准[15, 20-23]。针对三角形、矩形、指数衰减形的应力波，通过在某一设定的入射时间传至一维均质岩石杆件的自由端后，其入、反射波叠加产生的纯拉应力的理论计算，对岩石杆件断裂的判据、断裂时间，以及断裂次数和长度进行了分析；得到了应力波峰值及入射时间与断裂次数及长度的数学关系，并从应力波随机到达的角度对均质岩石杆件动态断裂规律进行了理论分析[6, 8, 24-27]。

此外，在首次层裂发生之后，后续的冲击应力波继续作用，应力波未反射的部分将在首次层裂形成的自由面处，形成新的反射和二次层裂。同样地，若入射应力波强度足够大，则层裂现象将在上一次层裂导致的自由面处不断产生。其中，发生 N 次层裂的应力波峰值大小为：$n\sigma_{\text{td}} \leqslant \sigma_{\text{m}} < (n+1)\sigma_{\text{td}}$（$\sigma_{\text{m}}$ 为应力波峰值，σ_{td} 为岩石抗拉强度）[4, 15-16]。也就是说，开展层裂试验首先需要明确的是外力扰动强度如何，其次是层裂破坏准则。

本文利用岩石样品表面粘贴应变片的测试方法获得其层裂强度，基于半正弦应力入射波分析其层裂破断行为，并对其破坏模式等力学特征予以刻画、对比与讨论。

1　层裂试验

爆炸、冲击等强动载荷作用下，岩石承受的载荷一般为动态压缩载荷，同时其破坏形式多为由反射拉伸波产生的层裂破坏。层裂试验装置与一维单向动态压缩装置有所区别：装置的透射杆替代为具有较大长度的试样，亦即试样就是透射杆；并且试样与入射杆保持较好的平行度与吻合度，其对心放置，试验装置如图 1 所示。

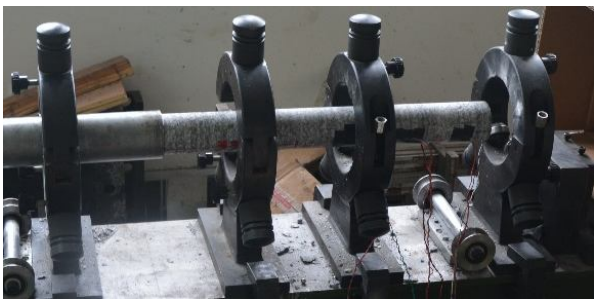


图 1　层裂试验加载装置图

Fig. 1 Loading devices for spalling tests

为了更好的扑捉第一次断裂面的信号，采用试样的长度在 550 mm 左右，使得透射波有充足的时间和空间，可实现透射波的压缩并且在末端（自由端）反射形成拉伸波，当拉伸波返回时，若拉伸波强度大于材料的破坏强度，则在相应的位置就会发生断裂，亦

即层裂。本试验在岩石试样表面上等间距粘贴有 3 个应变片，每相邻两个应变片之间的间距为 50 mm，岩石试样如图 2 所示。

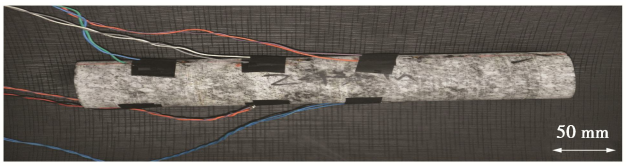


图 2 粘贴应变片的#2 试样图

Fig. 2 Specimen #2 pasted with strain gauge

根据 SHPB 普通冲击加载试验的参考加载气压值、岩石样品与撞击杆的长度，以及岩石样品与 SHPB 杆的波阻抗，设定层裂试验的加载气压，分别设定为 0.2，0.25，0.3 MPa。具体试样参数和加载条件如表 1 所示。

表 1 试验参数及结果汇总表

Table 1 Summary of test parameters and results

编号	#1	#2	#3
尺寸/mm	Φ50×L521	Φ50×L540	Φ50×L549
气压/MPa	0.2	0.25	0.3
层裂节数/节	6	6	6
层裂强度/MPa	39.72	41.11	49.82

试验操作流程与一般 SHPB 冲击试验类似，在此不再赘述。需要注意的是：岩石杆件后端需设置有缓冲及岩块收集装置。

2 半正弦应力入射波的断裂分析

半正弦应力波由于其上升沿加载缓慢，易于使得测试样品快速达到动态力平衡，并且加载波形良好，峰值应变与应力辨识度高，等等诸多优点使其获得了越来越多的应用。下面对半正弦应力波入射所引起的层裂及岩石破裂情况进行分析。其中透射波与反射波形成的拉伸波波速假定为相同。

图 3 为典型的半正弦波入射自由界面时的示意图。其中图示的符号含义：λ 为波长，σ_{m} 为应力波峰值，δ 为波头至自由面的距离。

应力波的作用可表征为时间的函数 $\sigma(t)$，并设波头到达时刻为 t=0，则距离自由面 δ 处，形成的净拉应力为

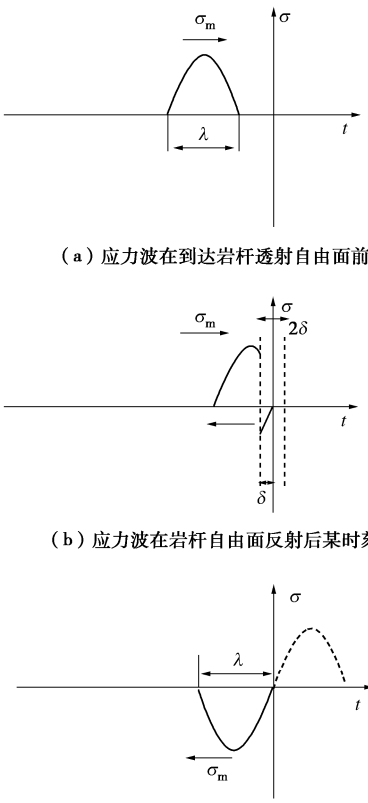
$$\sigma_{\mathrm{e}}=\sigma(0)-\sigma\left(\frac{2\delta}{C_0}\right) \quad , \tag{1}$$

式中，C_0 为应力波在岩石杆件中的传播速度。

对图 3 中的半正弦应力波，可将 $\sigma(t)$ 的表达式表征为

$$\sigma=\sigma_{\mathrm{m}}\sin\frac{C_0 t}{\lambda} \quad \left(0\leqslant t\leqslant\frac{\lambda}{C_0}\right) \quad , \tag{2}$$

式中，λ 为波长，σ_{m} 为应力波峰值。



（a）应力波在到达岩杆透射自由面前的波形

（b）应力波在岩杆自由面反射后某时刻的波形

（c）入射波完全反射为拉伸波时的波形

图 3 半正弦应力波在杆端反射时典型时刻波形图

Fig. 3 Stress waveforms at three special time for reflection of half sine stress wave at terminal of rock bar

同时可知，半正弦应力波在自由面反射出现层裂的应力条件为

$$\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant\sigma_{\mathrm{td}} \quad , \tag{3}$$

式中，σ_{td} 为动态拉伸强度，σ_{e} 为动态净拉应力。

当 $\sigma_{\mathrm{m}}=\sigma_{\mathrm{td}}$ 时，则层裂裂片的厚度为

$$\delta=\frac{\pi\lambda}{4} \quad 。 \tag{4}$$

当 $\sigma_{\mathrm{m}}>\sigma_{\mathrm{td}}$ 时，第一层层裂裂片的厚度 δ_1 为

$$\delta_1=\frac{\lambda}{2}\cdot\sin^{-1}\frac{\sigma_{\mathrm{td}}}{\sigma_{\mathrm{m}}} \quad 。 \tag{5}$$

发生首次层裂的时间 t_1 亦可确定，t_1 为

$$t_1=\frac{\delta_1}{C_0}=\frac{\lambda}{2C_0}\cdot\sin^{-1}\frac{\sigma_{\mathrm{td}}}{\sigma_{\mathrm{m}}} \quad 。 \tag{6}$$

首次层裂发生后，杆中未发生反射的应力波的峰值 $\sigma_{\mathrm{m}}^{(1)}$ 为

$$\sigma_{\mathrm{m}}^{(1)}=\sigma\left(\frac{2\delta_1}{C_0}\right)=\sigma_{\mathrm{m}}-\sigma_{\mathrm{td}} \quad 。 \tag{7}$$

而波长则变为

$$\lambda_1=\lambda-2\delta_1=\lambda-\lambda\sin^{-1}\frac{\sigma_{\mathrm{td}}}{\sigma_{\mathrm{m}}} \quad 。 \tag{8}$$

杆中未发生反射的应力波将在断裂形成的自由面处发生发射，反射后的应力波将重新与入射波叠加。

当杆中应力满足 $\sigma_e \geqslant \sigma_{td}$ 时，将再次使得杆件产生断裂，可知

$$\sigma_m^{(1)} - \sigma\left(\frac{2\delta_2}{C_0}\right) = \sigma_{td} \quad 。 \tag{9}$$

进而，可得发生第二次断裂时，应力波在自由端反射的距离为

$$|\delta_2| = \frac{\lambda}{2} \cdot \sin^{-1}\left(\frac{\sigma_m - 2\sigma_{td}}{\sigma_m}\right) \quad , \tag{10}$$

式中，δ_2 为第二次层裂后裂片的厚度。此处，应力波在自由端反射的距离亦即第二次层裂裂片的厚度，这是由于第一次层裂之后，剥离后的端面出现，而变成了新的自由端。

鉴于此，可证明在半正弦应力波冲击作用下，如果岩石杆件的断裂次数为 N 次，则后一次断裂的岩石杆件将比前一次长（处于半正弦波的应力下降沿区间内），亦即杆件断裂的长度将逐渐增大。其长度依次为

$$|\delta_n| = \frac{\lambda}{2} \cdot \sin^{-1} \cdots \left(\frac{\sigma_m - \sigma_{td}}{\sigma_m}\right) \quad , \tag{11}$$

可见，不同波长的入射应力波，其对岩石杆件的影响范围亦不一样，随着波长的增大，岩石杆件的断裂长度，亦即影响范围同样随之增大；并且，第一次层裂断裂位置距离自由端的间距亦变大，后续的层裂位置亦随之变大。

3　层裂试验结果分析

3.1　层裂试验典型波形

图 4～6 记录#1、#2、#3 试样原始的典型波形，图中横坐标表示为时间，纵坐标表示为电信号幅值。电信号通过乘以应变片转换系数可获得应变，也就是应变信号；图中黑色曲线表示的入射杆应变信号，其他 3 种颜色曲线分别表征的是试样上 3 个应变片所对应的应变信号。

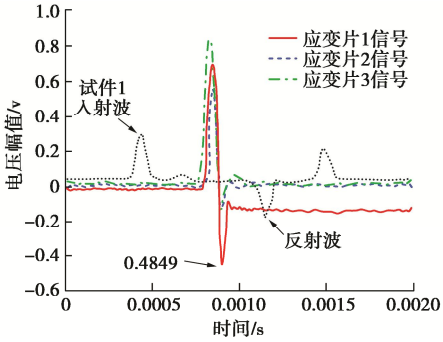


图 4 #1 试样加载时的波形图

Fig.4 Loading oscillogram of specimen No. 1

以一维弹性波传播理论为依据，根据式（2）得到传播到岩石杆件自由端处的入射压缩波；根据入射压缩波与反射拉伸波在自由端处相互作用的原理，进而可得到不同时刻杆件内部自由端附近的应力分布；由于霍普金斯压杆为高密度钢性杆件，岩石试样表面粘贴应变片所获得信息可近似为不同时刻反射波产生的拉应力信息，作为该岩石杆件的层裂强度核定值。

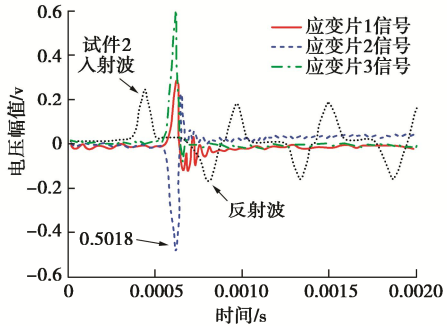


图 5 #2 试样加载时的波形图

Fig. 5 Loading oscillogram of specimen No. 2

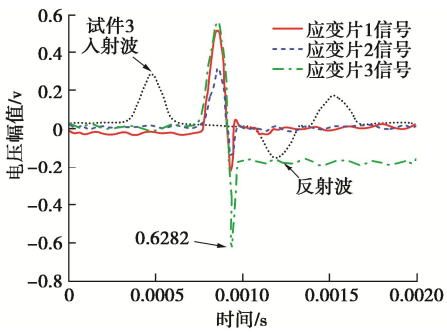


图 6 #3 试样加载时的波形图

Fig. 6 Loading oscillogram of specimen No. 3

由上图 6 可知，入射杆经历压缩和反射后，透射波即试样表面粘贴的应变信号所反应获得。透射波首先是经历一个压缩过程到达自由端，然后反射回来形成拉伸波；当拉伸波折返回传播时，若其拉伸强度大于岩石材料自身的动态拉伸破坏强度，则发生动态断裂，亦即层裂。也就是图 4～6 中箭头所指反向电压信号所处的位置，此时获得的强度即为此岩石试样的层裂强度。通过分别进行的 3 组层裂试验，获得其断裂时的电压信号，对应分别为 0.4849，0.5018 和 0.6282 V。

3.2　层裂试验数据分析

依据最大拉应力断裂准则，可以获得层裂强度为：断裂时最大应变幅值相乘以应变片的扩大系数得到断裂应变，然后相乘以弹性模量即为断裂时的层裂强度。在本试验中应变片的扩大系数为 2310 微应变/伏特，动态弹性模量为 31.5 GPa。经过换算，可得到岩石杆件的动态拉伸强度（层裂强度），如表 1 所示，分别为 39.72，41.11，49.82 MPa。可见，随着冲击速率的增大，岩石杆件的动态拉伸强度亦随之增大。

同时，试验初始设定中的冲击气压值分别为 0.2，0.25，0.3 MPa，呈现为等间距增加规律；但是，岩石杆件的动态拉伸强度增加速率较快，并非线性变化。可见，在岩石杆件的长度稍有增长的前提下，其动态拉伸强度亦有较大的增加，这充分地反映了岩石这一准脆性材料的动态率效应。

究其原因，主要是冲击加载气压值（外力扰动）与岩石杆件尺寸（自身几何特性）所共同导致的，大致呈现出随着加载气压（强度）的增大，其层裂强度亦增大。同时，观察 3 次试验后的破坏形态，其层裂节数一致，均断裂为 6 节。

除此之外，单一一次入射压缩波经过岩石杆件后，各个岩石杆件承载的损伤程度亦有所差异，因此在自由端折返回的拉伸应力波到达破坏位置时，其层裂破坏强度亦呈现了差异，也就是说，岩石试样自身的物理力学特性及其损伤度亦是层裂试验中不容忽视的因素。

4 讨 论

4.1 层裂破坏模式及分析

图 7 给出了#1 试样的断裂模式图，从图上可以看出试样断成了 6 节，断口非常齐整，并且与拉伸应力方向基本保持为垂直，说明了是 I 型拉伸裂纹模式。从左向右看，起始于第一个断裂面，试样前面断裂部分比较长，这是为了充分的给予应力波压缩空间，不至于被直接压碎；然后在压缩波到达右端自由面处后，反射折回形成拉伸波，当超过岩石杆件材料强度时，依次断成若干节，并且同一个岩石杆件断成的节数长度与上述理论分析结果呈现出一致的规律。



图 7 #1 试样断裂模式图

Fig. 7 Fracture pattern of specimen No. 1

结合上述公式所得的理论分析结果，在半正弦波入射冲击作用下，测试岩石杆件的层裂长度亦呈现出规律性的增长行为，也就是其后续的层裂长度亦不断增大，直至层裂结束。

岩石的层裂破坏，实质是在反射波和入射波的叠加作用下，产生拉应力而导致破坏的，属于张拉破裂；可根据岩石变形的程度，分为解理断裂、准解理断裂和延性断裂。对于冲击荷载下的高应变率的层裂破坏，多出现的是解理发育矿物发生的平滑解理断裂，或者是塑性较强矿物发生的准解理断裂；根据裂纹扩展所在位置不同，可分为穿晶破裂、沿晶破裂和耦合破裂 3 种类型。由上所述，层裂断口是拉裂破坏，从断口形貌观察结果来看，层裂破裂面主要是穿晶破裂，但由于矿物颗粒分布定向性弱，石英矿物无解理，晶面能相对较低，所以同一断裂面会分布有沿晶破裂和沿晶-穿晶耦合破裂。

其根本原因，是岩石处于强扰动所致的动力效应与岩石样品自身不均匀性、非线弹性及各向异性所体现出的结构效应而共同作用、相互耦合所引起的。具体而言，动力效应反映出的要素为：入射应力波的传播形态、波形、峰值大小、入射时刻、持续时长、频率等；相应地，动力效应体现出动态率效应等惯性行为。而岩石样品的结构效应反映因子为：微缺陷、微裂纹、孔隙等，以及矿物成分与组成、分布，与内部（水、空气、软弱介质）夹杂等；与之相应，岩石样品的结构效应体现出非线弹性及各向异性等物理力学性质。二者相互耦合使其各自对应的效应和动力耦合效应所呈现出的物理现象与力学行为更为复杂，在后续工作中仍需进一步地予以深入研究、辨识、量化。

4.2 深部岩体应力波扰动破裂行为分析

随着深部岩体工程的深入开展，岩体内应力波传播还需考虑多场耦合问题。并且，深部岩体的应力波扰动破裂行为更大程度受到多种尺度结构面的复杂影响，其中不同尺度的不连续结构面对应力波的衰减具有不同的作用机理。细观缺陷使应力波产生弥散和衰减，而宏观节理使应力波发生透、反射现象。因此，需了解宏-细观缺陷岩体-节理岩体，以及双尺度不连续结构面岩体内应力波传播的传播规律与分析方法。

深部岩体所赋存的应力环境呈现出显著的多维多源特征，除了遭遇到各种频率和振幅的动力扰动之外，还同时承受不同方向的地应力、渗透压力，以及温度应力等多种静荷载、动荷载的耦合作用。其受力表现出复杂的多载－多应变率变化特性以及显著的多场耦合特性，上述因素导致深部岩体的力学特性及力学响应研究异常困难，存在诸多难以解决的现象和问题。鉴于此，本文针对深部岩体在一个简单的半正弦应力波扰动作用下呈现出的层裂现象，阐明该应力波在单个岩石杆中的传播机理，剖析其层裂破坏原理；依据净拉应力与动拉伸强度等特征因子，刻画表征其破坏过程。

更进一步地，可围绕深部岩体受力特性，引入三维应力参数，系统量化深部岩体在半正弦应力波等强动力扰动作用下的破坏过程，进而描述深部岩体赋存地质环境及应力条件等多因素条件下的动力学行为。

需要提及的是，岩石样品自身的不均匀性、非线弹性及各向异性需予以定量化的研究分析。可将岩石样品的矿物结构细观分析与破裂断口微观分析有机结

合，从而能够综合研究多矿物成分组成的岩石介质其在不同冲击荷载下发生动态破坏的细-微观性质。

5 结　　论

基于一维弹性波理论，采用 SHPB 设备开展了岩石杆件的层裂试验，分析了半正弦应力入射波扰动条件下的层裂断裂现象，获得如下结论：

（1）在半正弦应力波冲击作用下，如果岩石杆件的断裂次数为 N 次，则后一次断裂的岩石杆件将比前一次长，亦即杆件断裂的长度将逐渐增大。

（2）层裂岩石杆件其破坏断口较为齐整，并且与拉伸应力方向基本保持为垂直，属于典型的 I 型拉伸破坏。并且，层裂长度与理论分析值表现出一致的规律。

（3）岩石介质发生层裂的根本原因，是岩石处于强扰动所致的动力效应与岩石样品自身不均匀性、非线弹性及各向异性所体现出的结构效应而共同作用、相互耦合所引起的。

本研究可对工程精细化开挖与支护设计、岩爆预警与监测等提供相应的理论支撑，其对于深部地下工程的强动力扰动行为与渐进失稳破坏现象，有一定的理论指导意义与工程应用前景。

参考文献：

[1] 钱七虎. 深部地下空间开发中的关键科学问题[M]// 钱七虎院士论文选集. 北京: 科学出版社, 2007. (QIAN Qi-hu. Key scientific issues in the development of deep underground space[M]// Qian Qihu Selected Papers of Academician. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))

[2] 谢和平. “深部岩体力学与开采理论”研究构想与预期成果展望[J]. 工程科学与技术, 2017, **49**(2): 1－16. (XIE He-ping. Research framework and anticipated results of deep rock mechanics and mining theory[J]. Advanced Engineering Sciences, 2017, **49**(2): 1－16. (in Chinese))

[3] 谢和平, 高　峰, 鞠　杨. 深部岩体力学研究与探索[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(11): 2161－2178. (XIE He-ping, GAO Feng, JU Yang. Research and development of rock mechanics in deep ground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(11): 2161－2178. (in Chinese))

[4] 王礼立. 一维应变弹塑性压缩波传播中反向塑性变形引起的拉应力区[J]. 爆炸与冲击, 1982, **2**(2): 39－44. (WANG Li-li. Tensile stress regions caused by reverse plastic deformation in one dimensional strain elastic-plastic compressive wave propagation[J]. Explosion and Shock Waves, 1982, **2**(2): 39－44. (in Chinese))

[5] 李夕兵, 宫凤强, ZHAO J. 一维动静组合加载下岩石冲击破坏试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(2): 251－260. (LI Xi-bing, GONG Feng-qiang, ZHAO J. Test study of impact failure of rock subjected to one dimensional coupled static and dynamic loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(2): 251－260. (in Chinese))

[6] 赵　坚, 陈寿根, 蔡军刚. 用 UDEC 模拟爆炸波在节理岩体中的传播[J]. 中国矿业大学学报, 2002, **31**(2): 111－115. (ZHAO Jian, CHEN Shou-gen, CAI Jun-gang. Simulation of blast wave propagation in joint rock mass using UDEC[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2002, **31**(2): 111－115. (in Chinese))

[7] WANG L L. Unloading waves and unloading failures in structures under impact loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 2004, **30**(8/9): 889－900.

[8] 李夕兵, 古德生. 岩石在不同加载波条件下能量耗散的理论探讨[J]. 爆炸与冲击, 1994, **14**(2): 129－139. (LI Xi-bing, GU De-sheng. Theoretical discussion on energy dissipation of rock under different loading wave conditions[J]. Explosion and Shock, 1994, **14**(2): 129－139. (in Chinese))

[9] 郭文章, 王树仁, 刘殿书. 岩石爆破层裂机理的研究[J]. 工程爆破, 1997, **3**(3): 1－4. (GUO Wen-zhang, WANG Shu-ren, LIU Dian-shu. Research on mechanism of rock blasting spalling[J]. Engineering Blasting, 1997, **3**(3): 1－4. (in Chinese))

[10] 胡时胜, 张　磊, 武海军. 混凝土材料层裂强度的实验研究[J]. 工程力学, 2004, **21**(4): 128－132. (HU Shi-sheng, ZHANG Lei, WU Hai-jun. Experimental study on spalling streng th of concrete[J]. Engineering Mechanics, 2004, **21**(4): 128－132. (in Chinese))

[11] 鲁义强, 张　盛, 高明忠. 多次应力波作用下 P-CCNBD 岩样动态断裂的能量耗散特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(5): 1106－1114. (LU Yi-qiang, ZHANG Sheng, GAO Ming-zhong. Dynamic response mechanisms of layered cemented backfill pillars under horizontal stress wave disturbance of far-field blasting[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(5): 1106－1114. (in Chinese))

[12] YANG J X, SHI C, YANG W K, et al. Numerical simulation of column charge explosive in rock masses with particle flow code[J]. Granular Matter, 22019, **21**(4): 1－17.

[13] 高文学, 杨 军, 黄风雷. 强冲击载荷下岩石本构关系研究[J]. 北京理工大学学报, 2000, **20**(2): 165－170. (GAO Wen-xue, YANG Jun, HUANG Feng-lei. The constitutive relation of rock under strong impact loading[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2000, **20**(2): 165－170. (in Chinese))

[14] 徐 颖, ZHANG Junchen, 姚 伟. 花岗岩动态断裂能各向异性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(增刊1): 3231－3238. (XU Ying, ZHANG Jun-chen, YAO Wei. Experimental study of dynamic fracture energy anisotropy of granitic rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(S1): 3231－3238. (in Chinese))

[15] 王礼立. 应力波基础[M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2005. (WANG Li-li. Foundation of Stress Waves[M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese))

[16] 单仁亮, 黄宝龙, 程先锋. 应力波随机入射情况下均质岩石杆件断裂规律的理论分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(4): 666－672. (SHAN Ren-liang, HUANG Bao-long, CHENG Xian-feng. Theoretical analyses of fracture regulation of homogeneous rock bar in case of random incidence of stress wave[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(4): 666－672. (in Chinese))

[17] 黄志平, 唐春安, 朱万成. 动载荷条件下波长对岩石试件破坏模式影响的数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(7): 1048－1053. (HUANG Zhi-ping, TANG Chun-an, ZHU Wan-cheng. Numerical simulation on failure modes of rock bars under different wave lengths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(7): 1048－1053. (in Chinese))

[18] ZHU W C, TANG C A. Numerical simulation of Brazilian disk rock failure under static and dynamic loading[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006, **43**(2): 236－252.

[19] 陈静曦. 应力波对岩石断裂的相关因素分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, **16**(2): 148－154. (CHEN Jing-xi. Analysis of correlation factors between stress wave and rock fracture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, **16**(2): 148－154. (in Chinese))

[20] 戚承志, 钱七虎. 岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(2): 177－181. (QI Cheng-zhi, QIAN Qi-hu. Physical mechanism of dependence of material strength on stain rate for rock-like material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(2): 177－181. (in Chinese))

[21] ZHU W C, TANG C A, HUANG Z P, et al. A numerical study of the effect of loading conditions on the dynamic failure of rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **40**(S1): 424－430.

[22] 朱万成, 逄铭璋, 黄志平. 岩石动态剥落破裂的数值模拟[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2006, **27**(5): 552－555. (ZHU Wan-cheng, PANG Ming-zhang, HUANG Zhi-ping. Numerical simulation on dynamic rock spalling[J]. Journal of Northeastern University(Natural Science), 2006, **27**(5): 552－555. (in Chinese))

[23] TANG C A, LIU H, LEE P K K, et al. Numerical studies of the influence of microstructure on rock failure in uniaxial compression—part I : effect of heterogeneity[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, **37**(4): 555－569.

[24] 陶 明. 高应力岩体的动态加卸荷扰动特征与动力学机制研究[D]. 长沙: 中南大学, 2013. (TAO Ming. Dynamic and Unloading Disturbance Characteristics and Dynamic Mechanism of High-Stress Rock Mass[D]. Changsha: Central South University, 2013. (in Chinese))

[25] XI T, FAN W, CHU G B. Spall behavior of copper under ultra high strain rate loading[J]. Acta Physica Sinica, 2017, **66**(4): 1－8.

[26] YANG J X, SHI C, YANG W K, et al. Numerical simulation of column charge explosive in rock masses with particle flow code[J]. Granular Matter, 2019, **21**(4): 1－17.

[27] ZHANG C W, GHOLIPOUR G, MOUSAVI A A. Nonlinear dynamic behavior of simply supported RC beams subjected to combined impact-blast loading[J]. Engineering Structures, 2019, **181**: 124－142.

DOI：10.11779/CJGE202203005

基于现代原位测试 CPTU 的土体液化势统一评价方法

段 伟[1, 2]，蔡国军*[2, 3]，刘松玉[2]，赵泽宁[2]，董晓强[1]，陈瑞锋[2]
（1. 太原理工大学土木工程学院，山西 太原 030024；2. 东南大学岩土工程研究所，江苏 南京 211189；
3. 安徽建筑大学土木工程学院，安徽 合肥 230601）

摘 要：静力触探（CPT）测试是国际上常用的砂质土液化判别技术，但无法反映孔隙水压力（孔压）对液化行为的影响。能够测试孔压的现代原位测试技术孔压静力触探（CPTU）对砂质土、粉质土具有更高的辨识度和灵敏度，因此在砂质土、粉质土液化评价方面具有独特的优势。通过编译的 CPTU 液化案例数据库，在简化应力框架下，通过粒子群优化核极限学习机算法、稳健搜索技术和非线性拟合优化分析建立了基于 CPTU 测试参数的液化阻力比（$CRR_{7.5}$）模型，该模型包括修正的锥尖阻力（q_{t1N}）和土类指数（$I_{c,BJ}$）；其中 $I_{c,BJ}$ 采用 Jefferies 和 Davies 提出的形式，包含了孔压参数比（B_q）。这样所提模型中土壤类型信息直接包含在液化判别公式中，无需根据土壤细粒含量进行贯入阻力的修正，更直接、更符合力学框架，适用于砂质土、粉质土等较广范围的土体；并通过内含 B_q 的土类指数 $I_{c,BJ}$ 将砂质土和粉质土液化判别统一起来。最后用中国唐山地震液化案例证明所提模型的准确性和优越性。

关键词：孔压静力触探；粉质土；液化；土类指数；孔压参数比
中图分类号：TU 413 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0435－09

作者简介：段 伟(1989—)，男，山西太原人，博士，博士后，从事现代原位测试技术等方面研究。E-mail: zbdxdw@163.com。

Unified evaluation method for soil liquefaction potential based on modern in-situ piezocone penetration tests

DUAN-Wei[1, 2], CAI Guo-jun[2, 3], LIU Song-yu[2], ZHAO Ze-ning[2], DONG Xiao-qiang[1], CHEN Rui-feng[2]
(1. College of Civil Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China; 3. School of Civil Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China)

Abstract: The cone penetration test (CPT) is a commonly used technique to identify the liquefaction of sandy soil in the world but it cannot reflect the influences of pore water pressure (pore pressure) on the liquefaction behavior. The piezocone penetration test (CPTU), a modern in-situ test technique, can measure pore pressure, and has high identification and sensitivity to sandy soil and silty soil, so it has a unique advantage in liquefaction evaluation of sandy soil and silty soil. In this study, a liquefaction resistance ratio ($CRR_{7.5}$) model based on CPTU test parameters is established under the simplified stress framework through the particle swarm optimization (PSO)-kernel limit learning machine (KLEM) algorithm, robust search technology and nonlinear fitting optimization analysis. The model includes modified cone resistance (q_{t1N}) and soil behavior type index ($I_{c,BJ}$) as per Jefferies and Davies, including the pore pressure ratio (B_q). In this way, the soil type information in the proposed model is directly included in the liquefaction discrimination formula, and it does not need to modify the penetration resistance according to the content of soil fine content, which is more direct and more consistent with the mechanical framework, and is suitable for a wide range of soil, such as sandy soil and silty soil. The liquefaction discrimination of sandy soil and silty soil is unified by the $I_{c,BJ}$ with the inclusion of B_q in the formulation. Finally, the accuracy and superiority of the proposed model are proved by a case study of Tangshan Earthquake liquefaction in China.

Key words: piezocone penetration test; silty soil; liquefaction; soil behavior type index; pore pressure ratio

0 引 言

地震液化一直是岩土工程抗震领域关注的热点，

基金项目：国家自然科学基金项目（52108332，41877231，42072299）；中国博士后科学基金项目（2021M702421）
收稿日期：2021－03－26
*通信作者（E-mail: focuscai@163.com）

能准确进行场地的液化判别对工程的建设十分重要[1]。场地液化势评价方法主要有国内规范法和国际上普遍采用的简化应力法[2]。国际上简化应力法采用等效循环应力比（$CSR_{7.5}$）和等效循环阻力比（$CRR_{7.5}$）指标，通过安全系数（F_S=$CRR_{7.5}$/$CSR_{7.5}$）评价，若 F_S<1，则判别为液化；反之，则判别为不液化[3]。目前场地液化势评价所采取的测试技术主要为 CPT 测试技术，基于该技术建立的评价方法存在指标单一、不能准确对粉质土场地液化特性进行有效评价等问题[4]。因此，提出新的测试指标液化评价统一方法具有重要的实践意义。

现场调查联合原位测试是液化研究的最常用手段，常用的原位测试技术有标准贯入试验（SPT）、静力触探（CPT）、剪切波速（V_s）等[5-8]。通常 SPT 或 V_s 原位测试技术采样间隔大（1 m 或者 1.5 m），可能无法全面反映一些薄弱土层的岩土工程特性[5]。相比而言，CPT 测试技术快速便捷、采样数据连续性好（0.05 m 或 0.1 m 间隔）、可靠性强等优点，成为液化评价的主要原位测试技术[6]。许多学者提出基于 CPT 测试的液化评价模型或方法[9]，这些方法可分为传统经验关系法和机器学习算法两大类。传统经验法公式简捷直观，在工程实践中得到广泛应用；但由于影响土体液化的因素众多，上述经验关系法无法揭示各种因素之间的复杂关系，且存在试验指标相对单一和液化判别精确度问题[2]。机器学习算法能够处理变量与液化判别结果之间高度的非线性关系，具有较高的精度，被广泛用于液化势评估[10]。但也存在一些缺陷：传统的人工神经网络方法，会出现收敛速度慢、易陷入局部最小等问题；灰色理论法易受原始数据分散程度和序列波动性的影响；模糊综合评判法中权重的取值具有很大的主观性；支持向量机法往往不易寻找最优核参数等。此外，绝大多数采用机器学习算法建立的液化评价模型仅能得到液化判别结果，整个判别过程在“黑箱子”中进行，无法给出具体表达式，在工程实践中应用受限[11-12]。

上述液化判别法（经验关系法和机器学习算法）采用的测试指标仍为传统的 CPT 测试指标，已经落后于现代原位测试理论技术如孔压静力触探（CPTU）测试技术，需进一步完善更新[9]。另外，以 CPT 测试指标建立的液化判别法大多集中在纯净砂或较低含量细粒的砂质土（5%～35%）上，而过去多个地震液化触发案例在高细粒含量的土体如粉质土中也被观察到[13]。目前对于粉质土液化判别 CPT 方法相对缺乏。由于粉质土介于排水与不排水之间，CPT 测试指标对于粉质土识别较弱，以强度指标为主的 CPT 测试无法准确进行粉质土液化评价[4]。如在国际通用的 CPT 液化判别法中，Robertson 等[5]建议这类土的液化势应结合其他手段如钻孔取样室内试验进行综合确定，这对于 CPT 液化判别这些粉质土造成极大的挑战。因此，兼具强度与孔压测试的 CPTU 测试技术在粉质土和砂质土中表现出独特的优势。于是 Juang 等[4]通过收集的 CPTU 数据库，提出能够统一包含砂质土、粉质土的 CPTU 液化判别法，然而其数据库中 CPTU 数据（仅包含有台湾 Chichi 地震 CPTU 数据集，土耳其 Kocaeli 地震 CPTU 数据集）非常有限，且所采用的方法为传统的人工神经网络，其学习速度与泛化性能不一定是最优的，所给出的结果仍需要进一步修正与完善。此外，采用新的机器学习算法进行 CPTU 液化评价方法的研究鲜有报道。

基于上述背景，本文将唐山地震液化 CPTU 数据重新纳入，形成目前国际上较为完整的 CPTU 液化数据库。通过粒子群优化的核极限学习机（PSO-KLEM）机器学习算法提出新的液化判别法，形成固定的运算法则；然后基于稳健极限状态搜索技术联合 PSO-KLEM 算法寻找极限曲线上的液化临界点（修正的锥尖阻力 q_{t1N}、土类指数 I_c 及 $CSR_{7.5}$）；通过非线性曲线拟合及综合优化分析最终给出 CPTU 液化显式模型（$CRR_{7.5}$ 表达式）。用实际案例对所提出的 CPTU 液化模型进行了验证分析。

1 PSO-KELM 基本理论

1.1 KELM 算法

极限学习机（ELM）理论是由 Huang 等[14]依据广义逆矩阵理论提出的一种性能好的单隐层前向型网络。相比于传统神经网络和支持向量机（SVM）等算法，ELM 能够极大地提高了神经网络的学习速度和泛化性能，具有较强的非线性拟合能力，被不同专业领域人员广泛关注。

但由于实际应用中隐节点与训练样本不等，会产生复共线性问题，导致每次得到的隐含层的输出矩阵广义逆不同，使得权值也不一致，进而会使得输出不稳定，影响预测结果[15]。

为了解决上述问题，增强其泛化能力和稳定性能，Huang 等[16]将核函数引入到 ELM 中，提出了核极限学习机（KELM）算法。KELM 不仅具备 ELM 算法的优点，并且结合了核函数，其隐层节点中特征映射函数的具体形式不必给出，只需知道核函数的形式即可求出输出函数的值。而且在求解时无需设定隐层节点的个数，进而不需设定隐含层初始权重及偏置的值。它能够很好地适用于二分类（如液化/非液化）问题。

惩罚因子 C 和核参数 g 为需要设定的参数，二者的取值是影响 KELM 的重要因素，因此可通过一些优化算法进行 C 和 g 的优化取值。

1.2　PSO 算法

粒子群优化算法（PSO）由 Kennedy 等[17]基于人工生命和演化计算理论提出。通常给每个粒子设定一个初始化速度、位置及由适应度函数决定的适应度值。每个粒子都有记忆功能，能够记住搜寻到的最佳位置，每个粒子的速度可决定其飞行的方向和距离，进而在最优解空间中进行搜索。整体而言，PSO 算法具有随机搜索，并行优化、高效全局搜索能力的优势，在优化问题中备受关注。

1.3　PSO -KELM 算法

惩罚因子C和核参数g的取值是影响KELM预测模型性能的重要因素，而人工搜索会造成费时以及准确性较低等问题，进而得到的也不一定是最佳参数。本文将PSO算法融合在KLEM算法中，对KELM中的C和核参数g进行寻优，以解决上述遇到的问题。记KELM分类准确率为acc(C, g)，C和g的下界均为0，上届分别为a和b，则PSO优化KELM的模型为

$$\begin{aligned}&\max \operatorname{acc}(C,g)\\&\text{st}: C\in(0,a]\\&g\in(0,b]\end{aligned}\quad 。\tag{1}$$

本文中，acc(C, g)函数表示模型的总正确率OA。即使KELM的分类总正确率最高。OA计算方法见本文1.4节。最终，将最优的惩罚因子C和核参数g赋值给KELM模型，即可用来液化判别。具体流程如图1所示。

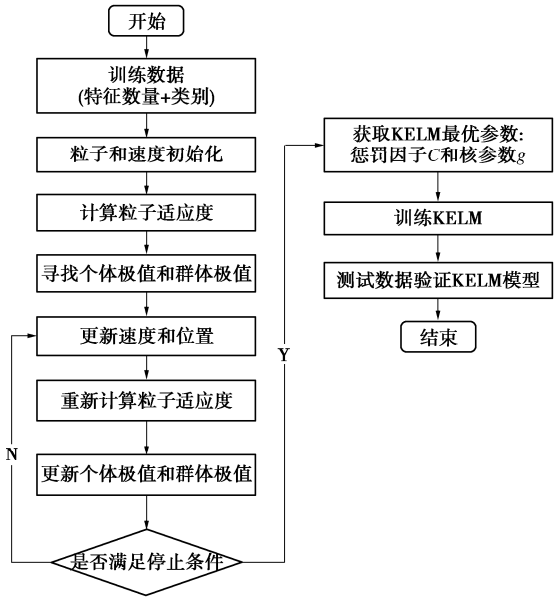


图 1　PSO-KELM 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of PSO-KELM algorithm

1.4　模型评价指标

对于机器学习模型，液化判别结果可以分为 4 类：真阳性（TP）、假阳性（FP）、真阴性（TN）和假阴性（FN），具体对应关系如表 1 所示。

表 1　混淆矩阵

Table 1 Confusion matrix

模型预测	实际	
	液化	非液化
液化	TP	FP
非液化	FN	TN

为便于比较，机器学习模型的可靠性可以由总正确率（OA）、准确率（P）、召回率（R）和 F 分数（F）评判，计算方法如下：

$$\text{OA}=(\text{TP}+\text{TN})/(\text{TP}+\text{TN}+\text{FP}+\text{FN})\quad ,\tag{2}$$

$$P=\text{TP}/(\text{TP}+\text{FP})\quad ,\tag{3}$$

$$R=\text{TP}/(\text{TP}+\text{FN})\quad ,\tag{4}$$

$$F=2(\text{P}\cdot\text{R})/(\text{P}+\text{R})\quad ,\tag{5}$$

OA、P、R 和 F 越大，模型效果越好。理想情况下，OA、P、R 和 F 均为 1。

2　基于 PSO-KELM 液化模型构建

2.1　新的 CPTU 数据库

现有的 CPTU 液化案例由 Juang 等[4]进行编译整理，主要由台湾 Chichi 地震 CPTU 数据，土耳其 Kocaeli 地震 CPTU 数据以及部分筛选 CPT 数据，其中部分筛选 CPT 数据来自于 Moss 等[6]总结的历史液化案例 CPT 研究成果。其筛选原因与规则如下[4]：历史液化案例 CPT 数据库中未包含孔压测试，也未含有孔压参数比（B_q）这一参数，经过对其他 CPTU 数据检验显示，当 Robertson 和 Wride[5]所提出的土类指数（$I_{c,RW}$）<2.2 并且摩阻比（R_f）<1.5%，B_q 非常小，并假定 B_q=0。

本文在此基础上，将中国唐山地震 CPTU 数据纳入，形成目前国际上较为完整的 CPTU 液化案例数据库。总共包括 366 个案例，其中液化案例 229 个，非液化案例有 137 个。关键层的识别通过现场观测记录及多种现有的液化评估方法进行确定。表 2 给出了这些案例 CPTU 及地震动参数的范围。

2.2　输入输出变量的选择

对于输入变量的选择，地震荷载可用液化应力比 $\text{CSR}_{7.5}$ 进行表示。接下来进行液化阻力表征的分析。根据已有的研究结果，一般选取 q_{t1N} 和 I_c 或 q_{t1N}, I_c 和 σ'_{vo} 作为输入变量来表征土体阻力。因此，本文选取输入参数为 q_{t1N}，$I_{c,BJ}$，σ'_{vo} 和 $\text{CSR}_{7.5}$，输出变量为液化识别指标 LI（LI=1，液化；LI=0，不液化）。表达为

$$\text{LI}=f(q_{t1N},\ I_{c,BJ},\ \sigma'_{vo},\ \text{CSR}_{7.5})\quad 。\tag{6}$$

表 2 历史案例各个参数值的范围

Table 2 Ranges of parameter values in historical case

指标	q_t/MPa	f_s/kPa	u_2/kPa	B_q	σ_v/kPa	σ'_v/kPa	q_{t1N}	$I_{c,BJ}$	$I_{c,RW}$	a_{max}/g	M_w	$CSR_{7.5}$
最小	0.2	0.2	−104.1	−0.26	26.0	18.2	2.5	0.59	0.98	0.09	5.9	0.04
最大	28.9	358.6	1195.8	0.82	314.5	159.5	304.7	3.39	3.44	0.79	7.8	0.85

注：q_t，f_s，u_2 分别为 CPTU 锥尖阻力、侧壁摩阻力、孔压水压力；σ_v，σ'_v 分别为总竖向应力、有效竖向应力；a_{max} 为地震加速度；M_w 为震级。

其中 $I_{c,BJ}$ 为由 Jefferies 和 Davies 提出的一种土类指数形式[18]，与 $I_{c,RW}$ 有所不同，其中 $I_{c,RW}$ 中忽略孔隙水压力参数。从概念上讲，$I_{c,BJ}$ 充分利用了 CPTU 可测超孔压的优点，在 $I_{c,BJ}$ 表达式中无量纲项 $\left[Q_t(1-B_q)+1\right]$ 可准确地进行砂质土、粉质土不排水响应的评价，在砂质土、粉质土中具有更高的辨识率和灵敏度[4,19]。因此，在包含有 $I_{c,BJ}$ 参数的液化判别式中能够更全面、更统一的给出液化势的评估。

2.3 PSO-KLEM 模型设计

模型参数取值如下：粒子个数 N=20，粒子维度为 2，学习因子 c_1=c_2=2.05，最大迭代次数取 300，惯性权重因子上下限 ω_{max}，ω_{min} 分别为 0.4，1.2，粒子速度上下界 v_{max}=−5，v_{min}=5，惩罚因子 C 和核参数 g 优化边界范围分别为[0.1，1000]和[0.1，100]。当通过 PSO 模型得到参数 C 和 g 的最优值后，然后用于 KELM 模型。针对液化判别问题，将 KELM 模型进行分类，1 为液化，0 为非液化。所采用的核函数为常用的径向基核函数。

2.4 结果分析

本文使用 85%的数据库数据（约 311 个）作为训练数据，而 15%的数据（约 55 个）作为测试数据。且训练数据集是从数据库中任意选取的，多次尝试不同的训练与测试数据组合来确保训练 PSO-KELM 的可重复性、稳定性及产生较为一致的结果。

通过 PSO 优化算法可多次迭代寻优，可得到适应度曲线，从而找出最优惩罚因子 C 和核参数 g，本文经过大量的尝试，以训练模型正确率和测试模型正确率为参考，给出了最佳适应度和平均适应度曲线，如图 2 所示。由图 2 可知，该模型经过较少的迭代次数（约 12 次）即可达到较高的适应度，进而寻找到最优的参数。

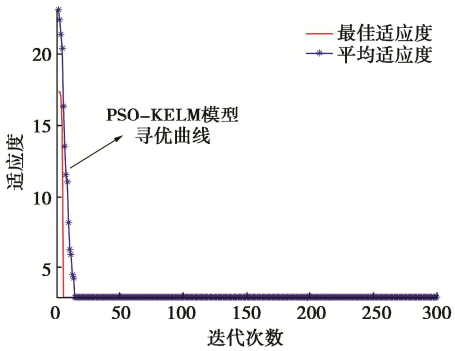


图 2 PSO-KELM 模型迭代寻优过程

Fig. 2 Iterative optimization process of PSO-KELM model

在训练样本中，将判别正确的数据与总数据的比值百分比作为训练样本的液化判别正确率；同样处理，可得到测试样本的液化判别正确率。图 3（a），（b）分别给出了训练样本及测试样本的液化判别正确率。由图可知，上述训练的 PSO-KELM 砂土液化模型具有较高的准确率，正确率为 97.1%，测试样本正确率为 89.1%。说明 PSO-KELM 液化判别模型具有较好的判别能力。

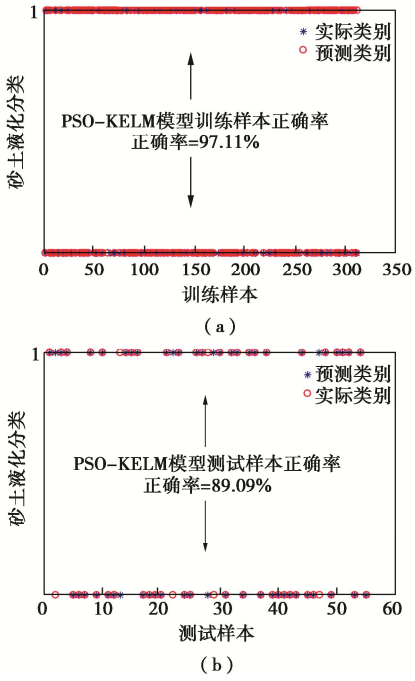


图 3 PSO-KELM 模型液化判别结果

Fig. 3 Results of liquefaction discrimination of PSO-KELM model

另外，采用所提的 PSO-KELM 算法对其他原位测试技术所对应的液化案例数据库（如 SPT、V_s）的适用性进行了分析。结果表明，PSO-KELM 算法适用于上述任一种数据库，并能够给出较为准确的液化判别结果。限于篇幅，不作详细描述展开。

2.5 输入参数选取

输入参数的数目及类型会影响液化判别模型的精度。本节研究了 4 种不同的输入参数组合下 PSO-KELM 的性能（表 3）。值得指出的是，表 3 参数是通过参考大量文献后得出的[4, 19]，并且这些参数与已有相关研究相一致。例如，相比于 $I_{c,RW}$，$I_{c,BJ}$ 可以考虑孔压参数，进而将砂质土和粉质土液化判别统一起来，

因此本文采用 $I_{c,BJ}$ 而不是 $I_{c,RW}$。对其他参数建立的模型也进行了分析，发现本文所列举的参数相对效果更好。事实上，选取其中一个参数时已包含部分参数的影响（该参数是由其他参数计算而来），如选取 $CSR_{7.5}$ 这一参数时已包含了 a_{max}，M_w 和竖向应力 σ_v，σ'_v 的影响。

表 3 敏感性分析结果

Table 3 Results of sensitivity analysis

模型	训练集 OA	测试集 OA
$LI=f(q_{t1N}, I_{c,BJ}, \sigma'_{vo}, CSR_{7.5})$	97.1%	89.1%
$LI=f(q_{t1N}, I_{c,BJ}, CSR_{7.5})$	88.1%	81.5%
$LI=f(q_{t1N}, \sigma'_{vo}, CSR_{7.5})$	87.7%	80.6%
$LI=f(q_{t1N}, I_{c,BJ}, \sigma'_{vo})$	78.3%	73.5%

由表 3 可看出，当输入参数为 q_{t1N}，$I_{c,BJ}$，σ'_{vo} 和 $CSR_{7.5}$ 时模型液化判别效果最佳，说明这 4 个参数可以较好的反映液化特征。当输入参数为 q_{t1N}，$I_{c,BJ}$ 和 σ'_{vo} 时，模型液化判别效果最差，这是因为此时缺少了反映地震动荷特征的参数。

2.6　不同机器学习算法结果对比

本节将 PSO-KELM 模型砂土液化判别结果与目前常用的液化判别机器学习算法如 ELM、最小二乘支持向量机（LS-SVM）和递归神经网络（LM-BP）模型所得结果进行对比，用来进一步验证所选 PSO-KELM 方法的适用性。其中，ELM 算法中激励函数为 sigmoid 函数，隐层节点数为 12，输出节点数为 1。LS-SVM 算法中采用 RBF 核函数，惩罚因子设置为 200，核参数设置为 1。LM-BP 算法中激励函数为 log-sigmoid 函数，隐层节点数为 12，输出节点数为 1。表 4 汇总了不同模型砂土液化判别正确率。

由表 4 可知，PSO-KELM 模型可靠性最高，在对训练集和测试集判别时均表现较优，且该模型砂土液化判别速度快。ELM 和 LS-SVM 精度相似，LM-BP 模型液化判别效果最差。进一步验证了 PSO-KELM 的可行性与优越性。

综上所述，基于 PSO-KELM 砂土液化判别具有速度快、精度高的特点。但仍然无法给出液化判别显式表达。接下来第 3 小节结合稳健搜索技术、非线性拟合优化算法来给出液化判别显式表达式。

2.7　参数敏感性分析

由 2.6 小节可知，PSO-KELM 可以准确判别土体液化势。为了分析各输入参数的敏感性，变化某一参数的取值，其他输入参数值不变，从而得到输入参数变化对液化判别结果的影响曲线。本节敏感性分析案例采用 Juang 等[4]数据库中的#206 案例，该案例发生液化，$q_{t1N}=71.31$，$I_{c,BJ}=1.47$，$\sigma'_{vo}=41.43$ kPa，$CSR_{7.5}=0.4$。结果见图 4：随着锥尖阻力、土类指数和有效应力的增大，以及等效循环应力比的减小，砂土液化势会减小。该结果与实际情况一致，进一步反映了 PSO-KELM 模型的可靠性。

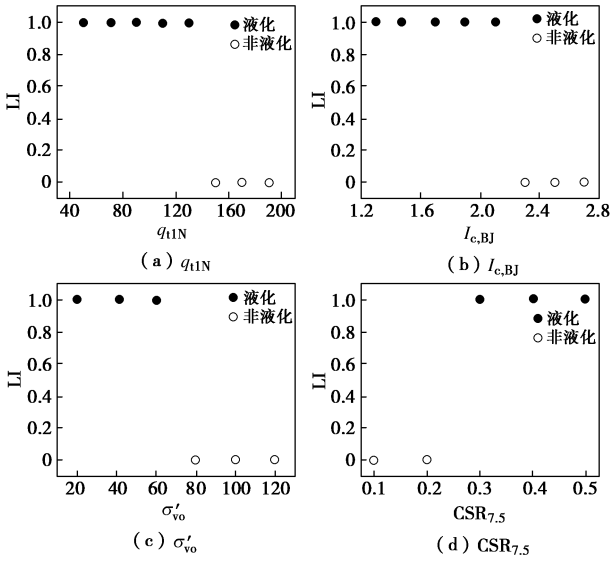


图 4 参数敏感性分析

Fig. 4 Sensitivity analysis

3　基于 PSO-KELM 方法确定 $CRR_{7.5}$

3.1　稳健极限状态搜索技术

Juang 等[20]提出极限状态方程及极限状态点的搜索方法，由极限状态点形成边界面。极限状态定义为：$CSR_{7.5}=CRR_{7.5}=f(q_{t1N}, I_{c,BJ})$，通过改变其中的参数（按一定梯度增减），利用训练好的网络模型，核查它们的状态是否发生改变（液化转变为非液化，或非液化变成液化）来进行搜寻，如图 5 所示。例如，对于数据库中的液化案例库，如果该案例是液化案例（即 LI=

表 4 不同模型液化判别训练集结果对比

Table 4 Comparison among different machine learning models in training dataset

模型	训练集				测试集			
	OA	*P*	*R*	*F*	OA	*P*	*R*	*F*
PSO-KELM	97.1%	97.2%	98.9%	0.980	89.1%	91.7%	94.3%	0.930
ELM	93.9%	92.6%	99.4%	0.959	87.3%	87.5%	91.4%	0.894
LS-SVM	96.1%	95.6%	99.4%	0.975	85.5%	86.9%	91.2%	0.890
LM-BP	89.4%	88.5%	96.1%	0.922	83.6%	86.5%	90.9%	0.886

1），这样搜寻边界面上点可通过$CSR_{7.5}$逐步折减（*A*途径）或逐步增加q_{t1N}（*C*途径）。对于每个案例，如果成功的话，即可得到未知边界面上的一个三维空间点（$CSR_{7.5}$，q_{t1N}，$I_{c,BJ}$）。

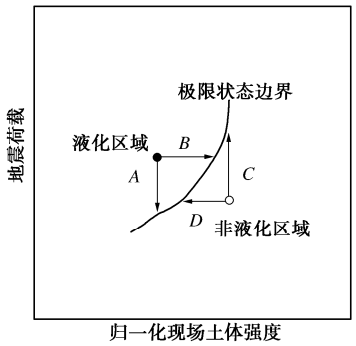


图 5 极限状态边界搜索点模型示意图

Fig. 5 Schematic diagram of model for searching points on limit state boundary

通过算法实现上述方法，减少或增加变量参数可通过梯度变化减小或增大的方法，取状态改变时变化参数上下相邻值均值作为边界点该参数的值。

3.2 液化阻力比 $CRR_{7.5}$ 表达式

根据上述方法找到状态改变时的$CSR_{7.5}$临界值或者q_{t1N}值，汇总所得的极限状态点（$CSR^{*}_{7.5}$，q_{t1N}，$I_{c,BJ}$），即（$CRR_{7.5}$，q_{t1N}，$I_{c,BJ}$）。接下来采用非线性拟合将状态面上的这些数据点给出极限状态面的数学表达式。本文采用非线性拟合及综合优化分析计算软件对其进行回归分析。其中包维尔法 + 通用全局优化法是其内置的一种非线性优化控制算法，能够根据数据点进行相应地优化，求解多参数非线性方程并对非线性曲线进行拟合。本文选取87例极限状态数据点（55例液化、32例非液化）进行分析。其中$CSR_{7.5}$值范围为0.06～0.65。考虑实际工程适用性，得到如下表达式：

$$CRR_{7.5}=CSR^{*}_{7.5}=0.05+\exp\left[A+B\times(q_{t1N}/100)^{C}\right]。(7)$$

其中：*A*，*B*，*C*分别如下：

$$A=I_c\cdot(q_{t1N}/100)-3.48455，$$

$$B=0.0175I_c^{3}-0.8314\cdot I_c+1.28365，$$

$$C=0.06088+1.75031\cdot I_c^{2}。$$

其中均方差(RMSE): 0.07528，相关系数(*R*): 0.9088，R^2=0.8258，决定系数(DC)：0.8243，如图6所示。整体而言，模型效果良好。因此，根据式（7）可得到$CRR_{7.5}$，结合简化应力模型下的$CSR_{7.5}$即可计算安全系数，构成了CPTU液化判别法。

上述CPTU液化模型的显著特点如下：

（1）与现有神经网络等液化模型不同，具有显式表达，变量较少，便于实际应用。

（2）与CPT液化模型相比，能够考虑孔压对液化行为的影响；液化模型表达式中包含有$I_{c,BJ}$土类信息参数，更符合力学框架，表现在无需根据土壤的细粒含量进行贯入阻力的调整与修正；相比于$I_{c,RW}$，土类指数$I_{c,BJ}$这种形式中含有B_q参数，对于砂质土、粉质土的辨识度和灵敏度高，能够对砂质土、粉质土进行全面液化评价，形成统一的液化判别模型。

（3）与现有CPTU模型相比，数据库增加，形成较为完整的数据库；所采用的机器学习算法较传统神经网络泛化能力，最优解及液化判别准确度较高；稳健极限状态搜索实现高效程序化，避免了传统方法盲目减小或增加变量参数。

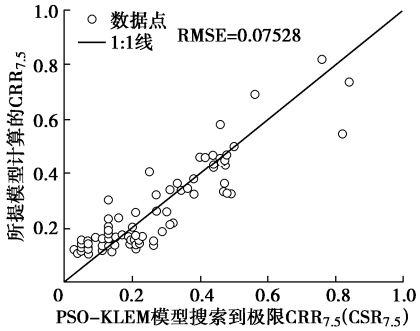


图 6 所提模型的 $CRR_{7.5}$ 预测散点图

Fig. 6 Scattering of $CRR_{7.5}$ predictions by proposed model

3.3 模型性能及准确性

为了检验所提模型的适用性及性能水平，对本文采用的液化案例数据进行分析。鉴于绝大多数液化评估方法都是基于二维图（边界线划分）进行判别，本文将不同$I_{c,BJ}$水平下的数据点绘制于q_{t1N}－$CRR_{7.5}$或$CSR_{7.5}$的二维平面内，如图7所示。需要说明的是在给出二维边界划分线时需给定$I_{c,BJ}$值，将同一$I_{c,BJ}$水平下上下限值的均值作为该水平下的$I_{c,BJ}$代表值。由图7可知，当I_c增加超过2.4时，q_{t1N}值较小，边界划分线区分能力变弱。而实际上根据已有的边界线也很难区分粉土及黏质粉土（$I_{c,BJ}$>2.4），换句话说对于这些土体，q_{t1N}值较小，而$I_{c,BJ}$较大，相比于q_{t1N}的变化，$I_{c,BJ}$变化可能对其液化阻力更敏感，弥补了常规认识“太黏不液化”的不足。因此，对于较低q_{t1N}水平范围内，本研究给出的方法能够补充已有的方法，给出该水平下的液化与非液化案例的划分。而对于密实度大的砂土、砾砂（高的q_{t1N}和较低的$I_{c,BJ}$值），q_{t1N}的变化对于液化阻力的影响可能要高于$I_{c,BJ}$，这也是国际通用CPT液化判别法（Robertson和Wride法，简称RW法）中以q_{t1N}为主要参数进行计算的原因之一[2]。

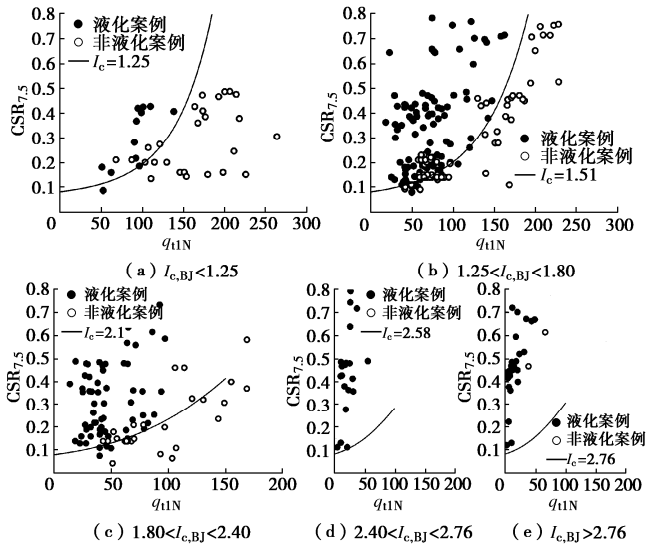


图 7　所提模型的二维图：$CRR_{7.5}$($CSR_{7.5}$)与 q_{t1N}

Fig. 7 2-D graphs of proposed model: $CRR_{7.5}$ (or $CSR_{7.5}$) versus q_{t1N}

由式（7）和图7可以看出，随着$I_{c,BJ}$的增大，土体黏性增大，土逐渐从砂质土过渡为粉质土，甚至黏性土，土的$CRR_{7.5}$逐渐增大，即在相同$CSR_{7.5}$下，安全系数F_S逐渐增大。此外，根据不同的$I_{c,BJ}$水平给出了案例的个数统计及判别正确率见表5。

表 5　不同水平下液化案例正确率

Table 5 Accuracy rates of liquefaction cases at different levels

$I_{c,BJ}$范围	土类	液化数	液化正判率
$I_{c,BJ}$<1.25	砾质砂	12	83.3%
1.25<$I_{c,BJ}$<1.80	砂	101	87.1%
1.80<$I_{c,BJ}$<2.40	砂质混合物：纯净砂−粉砂	62	93.5%
2.40<$I_{c,BJ}$<2.76	粉质土：黏质粉土−粉质黏土	23	100%
$I_{c,BJ}$>2.76	黏土	31	100%

对液化评估最关心的是液化案例的判别正确率。由表5可知，整体而言，本文所提CPTU模型（式（7））能够对不同$I_{c,BJ}$水平下的液化案例给出较为准确的结果。将本模型与RW法[5]、Juang法[4]进行比较发现，液化案例判别正确率分别为：91.7%，92.6%，82.6%。虽然RW法给出了最高的液化预测正确率，但对于非液化案例判别较弱。并且RW法对于等效归一化锥尖阻力$q_{t1N,cs}$>160没有给出相应的计算公式，进而对该区域的案例无法给出信息；也未能对粉质土进行有效液化判别。相比而言，本文增加了唐山液化CPTU案例，使得本文模型液化判别准确率比Juang法有所提高。在Juang法的基础上，本文所提出的新模型正确率较高，可适用于砂质土、粉质土液化判别。

3.4　超孔隙水压力的影响

从概念上，液化触发与超孔隙水压力（超孔压）有密切的联系，本小节将探究未考虑孔压或超孔压参数对液化阻力的影响的研究。因此，通过变化 B_q 的值，来研究 B_q 对于 $CRR_{7.5}$ 的敏感性影响。由于 B_q 会影响 $I_{c,BJ}$，进而会影响其 $CRR_{7.5}$ 的值。将未考虑 B_q（即 B_q=0）所计算的 I_c 值记为 $I_{0c,BJ}$，计算其产生的 $CRR_{7.5}$ 作为基准值 $CRR_{07.5}$，那么考虑 B_q 产生的土类指数 $I_{c,BJ}$ 与其不同，产生的 $CRR_{7.5}$ 也不同，将他们之间的差值变化记为 $\Delta CRR_{7.5}$。图 8 给出了 B_q 的变化对 $CRR_{7.5}$ 取值的影响。可看出 B_q 在 0 附近时，对 $CRR_{7.5}$ 的值影响较大，原因在于 B_q 在 0 附近时所对应的土为中间过渡土如粉质土，当 B_q 大于 0 并且越来越大时为黏性土，而当 B_q 小于 0 并且越来越小时，说明土体主要为砂质土。因此针对粉质土，忽略 B_q 将导致估计 $CRR_{7.5}$ 值的误差增大。需要说明的是目前 CPT 模型中并没有涉及到 B_q 对 $CRR_{7.5}$ 的影响，主要针对是砂质土。另外，也可能是 B_q 的影响通过结合 CPT 参数进行了补偿。总之，B_q 对于粉质土液化的影响还是值得注意。

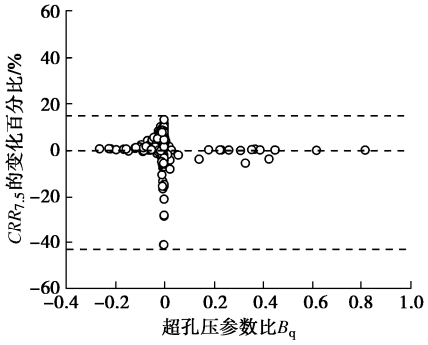


图 8　忽略 B_q 采用 $I_{c,RW}$ 对所提 $CRR_{7.5}$ 模型的影响

Fig. 8 Percentage change in $CRR_{7.5}$ as a result of ignoring B_q in proposed model

4　案例验证

本文所提 CPTU 液化模型的一个显著特点是除了砂质土外，还能够考虑粉质土的液化势，这通过使用 $I_{c,BJ}$ 和 q_{t1N} 联合来计算 $CRR_{7.5}$ 值结合 $CSR_{7.5}$ 值来实现。事实上，使用 $I_{c,BJ}$ 时已考虑了 B_q，这一参数对于粉质土的响应较为明显。这样可选取包含粉质土的液化案例进行验证所提模型的独特性。

本小节案例选自唐山地震液化案例，共进行了 18 个 CPTU 测试点，以测试点 T1 为例进行分析。根据 Cai 等[21]研究成果，液化关键层深度区域为 6.0～6.5 m，Ku 等[22]给出的关键层位置上界为 4.75 m，如图 9 所示，于是分析 4.75～5.25 m 这一区域（同一层土），$I_{c,RW}$>2.6，它属于粉质土。详细的场地及地震参数介

绍可参考文献[21]。如图 10 所示，对于 6.0～6.5 m 的关键层，两种方法判别结果一致，而对于 4.75～5.25 m 这一区域，虽然两种方法给出了一样的结果，但采用 RW 法在 5 m 深度附近计算的 F_S 快接近于 1，因此，其液化判别结果还需结合其他手段进行综合判别。此外，由于这一区域的 $I_{c,RW}$>2.6，在利用 RW 法的时候需要结合其他标准进行验证。相比而言，本文所提出 CPTU 液化模型进行判别给出液化结果，与实际结果一致，说明能够较好地解决粉质土的液化问题。

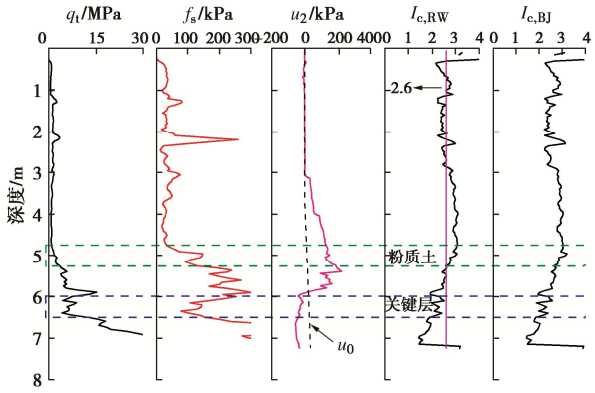


图 9 唐山场地 T1 的 CPTU 剖面

Fig. 9 CPTU sounding profiles at location T1 in Tangshan sites

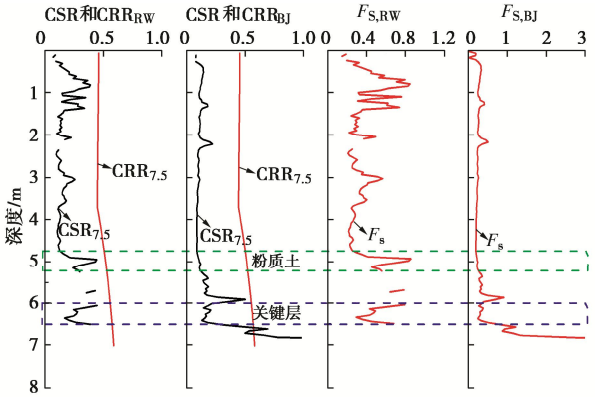


图 10 场地 T1 的液化结果分析

Fig. 10 Liquefaction results of analysis of Tangshan T1

5 结 论

（1）采用 PSO 法能够对 KELM 的惩罚因子 C 和核函数 g 寻优，把最优值赋给 KELM，整体算法具有随机搜索，并行优化、高效全局搜索能力的优势。能够处理地震液化复杂非线性的问题，给出了较高的液化判别正确率。通过与 ELM、LS-SVM 和 LM-BP 算法对比，印证了 PSO-KELM 的优越性。敏感性分析表明输入参数对结果的影响与实际情况一致，进一步反映了 PSO-KELM 模型的可靠性。

（2）在 PSO-KELM 训练下，结合自编稳健搜索技术及包维尔法 + 通用全局优化算法，提出 CPTU 液化判别显式模型。该模型表达式中包含有 $I_{c,BJ}$ 土类信息参数，更符合力学框架，表现在无需根据土壤的细粒含量进行贯入阻力的调整与修正。

（3）所提 CPTU 液化模型对于砂质土、粉质土的辨识度和灵敏度高，能够对砂质土、粉质土进行全面统一液化评价，且准确度高于已有 CPTU 模型，是否考虑 B_q 值对粉质土液化阻力值有较大影响。

（4）将所得 CPTU 模型用于实际案例，预测结果与 Robertson 判别法结果基本一致，而对于粉质土，尤其是土类指数 $I_{c,RW}$>2.6 的区域，本文所提 CPTU 法能够给出更准确更便捷的液化判别信息。

参考文献：

[1] 陈国兴, 孔梦云, 李小军, 等.以标贯试验为依据的砂土液化确定性及概率判别法[J]. 岩土力学, 2015, **36**(1): 9－27. (CHEN Guo-xing, KONG Meng-yun, LI Xiao-jun, et al. Deterministic and probabilistic triggering correlations for assessment of seismic soil liquefaction at nuclear power plant[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(1): 9－27. (in Chinese))

[2] 蔡国军, 刘松玉, 童立元, 等. 基于静力触探测试的国内外砂土液化判别方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(5): 1019－1027. (CAI Guo-jun, LIU Song-yu, TONG Li-yuan, et al. Evaluation of liquefaction of sandy soils based on cone penetration test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(5): 1019－1027. (in Chinese))

[3] SEED H B, IDRISS I M. Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1971, **97**(9): 1249－1273.

[4] JUANG C H, CHEN C H, MAYNE P W. CPTU simplified stress-based model for evaluating soil liquefaction potential[J]. Soils and Foundations, 2008, **48**(6): 755－770.

[5] ROBERTSON P K, WRIDE C E. Evaluating cyclic liquefaction potential using the cone penetration test[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, **35**(3): 442－459.

[6] MOSS R E, SEED R B, KAYEN R E, et al. CPT-based probabilistic and deterministic assessment of in situ seismic soil liquefaction potential[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(8): 1032－1051.

[7] YOUD T L, IDRISS I M. Liquefaction resistance of soils: summary report from the 1996 NCEER and 1998 NCEER/NSF workshops on evaluation of liquefaction resistance of soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, **127**(4): 297－313.

[8] 袁晓铭, 曹振中. 基于土层常规参数的液化发生概率计算公式及其可靠性研究[J]. 土木工程学报, 2014, **47**(4): 99－108. (YUAN Xiao-ming, CAO Zhen-zhong. Conventional soils parameters-based liquefaction probabilistic evaluation formula and its reliability analysis[J]. China Civil Engineering Journal, 2014, **47**(4): 99－108. (in Chinese))

[9] 段　伟, 蔡国军, 刘松玉, 等. 多功能参数静力触探在地震液化判别方法中的应用进展研究[J]. 地震工程学报, 2020, **42**(3): 764－776.(DUAN Wei, CAI Guo-jun，LIU Song-yu, et al. Progress of the application of the multifunctional cone penetration test in the seismic liquefaction discrimination method[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2020, **42**(3): 764－776. (in Chinese))

[10] AHMAD M, TANG X W, QIU J N, et al. Application of machine learning algorithms for the evaluation of seismic soil liquefaction potential[J]. Frontiers of Structural and Civil Engineering, 2021, **15**(2): 490－505.

[11] 胡记磊, 唐小微, 裘江南. 基于贝叶斯网络的地震液化概率预测分析[J]. 岩土力学, 2016, **37**(6):1745－1752. (HU Ji-lei, TANG Xiao-wei, QIU Jiang-nan. Prediction of probability of seismic-induced liquefaction based on Bayesian network[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(6):1745－1752. (in Chinese))

[12] ZHAO Z N, DUAN W, CAI G J. A novel PSO-KELM based soil liquefaction evaluation system using CPT and V_s measurements[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021. online.

[13] BRAY J D, SANCIO R B, DURGUNOGLU T, et al. Subsurface characterization at ground failure sites in Adapazari, Turkey[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(7): 673－685.

[14] HUANG G B, ZHU Q Y, SIEW C K. Extreme learning machine: theory and applications[J]. Neurocomputing, 2006, **70**(1/3): 489－501.

[15] 杨锡运, 关文渊, 刘玉奇, 等. 基于粒子群优化的核极限学习机模型的风电功率区间预测方法[J]. 中国电机工程学报, 2015, **35**(增刊 1): 146－153. (YANG Xi-yun, GUAN Wen-yuan, LIU Yu-qi, et al. Prediction intervals forecasts of wind power based on PSO-KELM[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, **35**(S1): 146－153. (In Chinese))

[16] HUANG G B. An insight into extreme learning machines: random neurons, random features and kernels[J]. Cognitive Computation, 2014, **6**(3): 376－390.

[17] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks, IEEE, 1995, Perth.

[18] JEFFERIES M G, DAVIES M P. Use of CPTU to estimate equivalent SPT N_{60}[J]. Geotechnical Testing Journal, 1993, **16**(4): 458－468.

[19] JUANG C H, CHING J, KU C S, et al. Unified CPTu-based probabilistic model for assessing probability of liquefaction of sand and clay[J]. Géotechnique, 2012, **62**(10): 877－892.

[20] JUANG C H, CHEN C J, TANG W H, et al. CPT-based liquefaction analysis, Part 1: determination of limit state function[J]. Géotechnique, 2000, **50**(5): 583－592.

[21] CAI G J, LIU S Y, PUPPALA A J. Liquefaction assessment using seismic piezocone penetration (SCPTU) test investigations in Tangshan region in China[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, **41**: 141－150.

[22] KU C S, JUANG C H, CHANG C W, et al. Probabilistic version of the Robertson and Wride method for liquefaction evaluation: development and application[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2012, **49**(1): 27－44.

DOI：10.11779/CJGE202203006

平面 Rayleigh 波入射下饱和土中浅埋隧道复合式衬砌的动力响应

范凯祥[1]，申玉生*[1]，闻毓民[1]，黄海峰[1]，王帅帅[1,2]，高 波[1]

（1. 西南交通大学交通隧道工程教育部重点实验室，四川 成都 610031；2. 中交第二公路工程局有限公司，陕西 西安 710065）

摘 要：基于 Biot 波动理论，采用 Fourier-Bessel 级数展开法，建立了平面 Rayleigh 波入射下，饱和土中浅埋隧道复合式衬砌的散射力学模型，求解了频域内复合式衬砌的动应力集中系数、孔压集中系数的解析解，通过参数化分析，研究了 Rayleigh 波在不同入射频率作用下，内衬和外衬的刚度比、厚度比、隧道埋深等因素对复合式衬砌动力响应的影响规律。结果表明，入射频率对复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数的空间分布和幅值影响显著；增大内衬和外衬的刚度比、厚度比可以显著降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数，最大降幅可达 90%以上，但会显著放大内衬的动应力集中系数，而且超过一定幅值后，对外衬的减震效果影响有限，建议内衬和外衬刚度比取值范围为 2～4，厚度比取值范围为 1～2；随埋深的增大，内衬的动应力集中系数逐渐降低，Rayleigh 波对浅埋隧道动力响应的影响更为显著。研究成果可为水下隧道的抗减震设计提供理论支撑。

关键词：隧道工程；饱和土；Rayleigh 波；浅埋隧道；复合式衬砌；动力响应

中图分类号：U45 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0444－12

作者简介：范凯祥(1988—)，男，2011 年本科毕业于吉林大学，博士，主要从事隧道抗减震方面的研究。E-mail: fkx_0706@my.swjtu.edu.cn。

Dynamic response of composite linings of shallowly buried tunnels in saturated soils subjected to incidence of plane Rayleigh waves

FAN Kai-xiang[1], SHEN Yu-sheng[1], WEN Yu-min[1], HUANG Hai-feng[1], WANG Shuai-shuai[1,2], GAO Bo[1]

(1. Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering of the Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. CCCC Second Highway Engineering Co., Ltd., Xi'an 710065, China)

Abstract: Based on the Biot wave theory and the Fourier-Bessel series expansion method, a mechanical model for scattering of composite linings of shallowly buried tunnels in saturated soils subjected to incidence of plane Rayleigh waves is established. The analytical solutions of dynamic stress concentration coefficient, pore pressure concentration coefficient and displacement of saturated soils of the composite linings in frequency domain are solved. Through the parameterization analysis, the influences of the stiffness ratio, thickness ratio and tunnel depth on the dynamic response of the composite linings subjected to Rayleigh waves in different frequencies are studied. The results show that the incident frequency has a significant effect on the dynamic stress concentration coefficient and pore pressure concentration coefficient of the composite linings. Increasing the stiffness ratio and thickness ratio of inner linings to outer linings can significantly reduce the dynamic stress concentration factor and pore pressure concentration factor of the outer linings, and the maximum decrease can be more than 90%, but can significantly amplify the dynamic stress concentration factor of the inner linings, and the impact of shock absorption of the outer linings is limited when the amplitude exceeds a certain value. It is suggested that the stiffness ratio of inner linings to outer linings should be 2～4, and the thickness ratio should be 1～2. With the increase of the buried depth, the dynamic stress concentration coefficient of the inner linings decreases gradually, and the influences of Rayleigh waves on the dynamic response of shallowly buried tunnels are more significant. The results may provide theoretical support for the anti-shock design of underwater tunnels.

Key words: tunnel engineering; saturated soil; Rayleigh wave; shallowly buried tunnel; composite lining; dynamic response

基金项目：国家自然科学基金项目（51778540）；国家重点研发计划项目（2019YFC0605104）

收稿日期：2021－02－23

*通信作者（E-mail: sys1997@163.com）

0　引　　言

随着经济社会的发展，城市跨江、跨海交通工程的建设与日俱增，水下隧道工程发挥着重要作用，未来将会有越来越多的水下隧道穿越高烈度地震区。然而，目前关于水下隧道工程抗减震技术的研究较少，可供参考的案例和经验有限，因此，开展水下隧道结构的地震响应研究具有重要的科研和实践意义。

关于饱和土中隧道结构对弹性波的散射问题，主要集中在体波（P 波[1-2]、SV 波[3]）方面，然而，与体波相比，Rayleigh 面波周期较长、振幅较大，一般在离震中较远的场地中沿地表水平方向传播，在远场其能量是占优的[4]。Rayleigh 波的振幅沿竖向呈指数型衰减，其能量主要集中在距自由表面 1.5～2 倍 Rayleigh 波波长范围内[5]，研究表明，浅埋隧道的震害与 Rayleigh 波关系密切[6]，与深埋隧道相比，浅埋隧道在 Rayleigh 波作用下更容易发生破坏，应该引起足够重视。

近年来，国内外学者从多种角度研究了 Rayleigh 波作用下隧道结构的动力响应问题。Gregory[7]较早的研究了弹性半空间中地下圆形隧洞对 Rayleigh 波散射问题，分析了 Rayleigh 波产生、放大与反射的原理；Höllinger 等[8]采用波函数展开法，研究了脉冲 Rayleigh 波作用下弹性半空间中地下隧洞与地表之间多重散射问题；Luco 等[9]基于间接积分边界元法，研究了黏弹性半空间中圆形隧洞对 Rayleigh 波的散射问题；梁建文等[10]基于波函数展开法，推导了 Rayleigh 波入射下浅埋隧道的动应力集中系数解析解；刘中宪等[4]基于间接边界积分方程法，研究了弹性半空间中衬砌隧道对入射 Rayleigh 波的散射问题；Liu 等[11]等基于复变函数法和镜像技术，给出了浅埋圆形无衬砌隧道和衬砌隧道对入射平面 Rayleigh 波散射的闭合解析解，但以上研究的场地均假设为单相介质，而实际场地通常是含水的饱和介质，地震波在饱和土中的传播特性与单相介质情况下具有显著差异。

研究表明[12]，Rayleigh 波在单相弹性介质中的传播不会发生频散，相速度仅与泊松比相关，然而，在流体饱和介质中 Rayleigh 波却是衰减的，衰减特性与土骨架的刚度和固结程度关系密切[13]，当介质泊松比较高、或者 Rayleigh 波波速大于 P_2 波速时，相速度可能为复数，衰减率（相速度的虚部）与频率相关[14]。刘优平等[15]基于 Biot 波动理论，采用复变函数法，研究了饱和土中浅埋输水管道对入射 Rayleigh 波的散射问题；徐颖等[16]基于 Biot 波动理论，采用间接边界积分方程法，研究了饱和土中浅埋无衬砌隧洞对平面 Rayleigh 波的散射问题。目前，关于饱和土中浅埋隧道结构对 Rayleigh 波散射问题的研究仍较为匮乏，涉及复合式衬砌情况的则更鲜有报道，难以满足水下隧道工程设计上的需求，相关基础研究亟需完善。

本文基于 Biot 波动理论和 Fourier-Bessel 级数展开法，建立了平面 Rayleigh 波入射下，浅埋隧道复合式衬砌的散射力学模型，求解了频域内复合式衬砌的动应力集中系数、孔压集中系数的解析解，通过参数化分析，研究了 Rayleigh 波在不同入射频率作用下，内衬和外衬的刚度比、厚度比等因素对复合式衬砌动力响应的影响规律，并提出相应的抗减震设计参数。研究成果可为水下隧道的抗减震设计提供理论支撑。

1　计算模型

如图 1 所示，饱和土中有一无限长浅埋圆形复合式衬砌隧道，力学模型可以简化为平面应变问题。

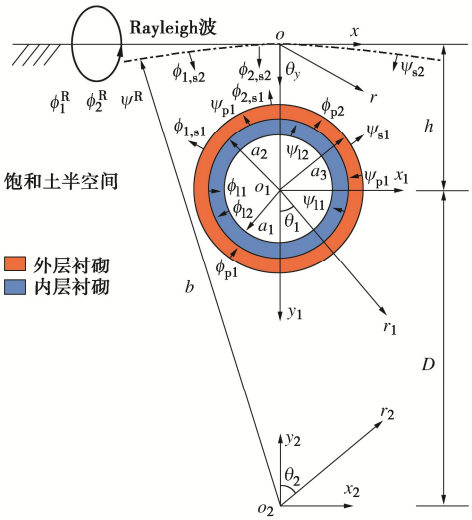


图 1　力学模型

Fig. 1 Mechanical model

为方便不同坐标系之间的转换，利用一个半径足够大的圆弧代替水平自由地表[17]，以表示地面大圆弧的半径，取 $b=1000a_1$，圆弧的圆心位于 o_2 点，以 D 表示 o_1 点和 o_2 点之间的距离。外衬厚度为 $\delta_p = a_3 - a_2$，内衬厚度为 $\delta_1 = a_2 - a_1$。隧道埋深为 h。饱和土和衬砌为弹性、均质、各向同性的。

1.1　饱和土中自由场波势函数

与饱和土中平面 P 波、SV 波入射不同，Rayleigh 波沿地表入射时，在饱和土表面没有反射波的产生[18]。设一自振圆频率为 ω 的 Rayleigh 波沿 x 轴水平入射，忽略时间因子 $e^{-i\omega t}$，在直角坐标系 (x,y) 中 Rayleigh 波波势函数可表示为[13]

$$\phi_1^{\mathrm{R}}(x,y) = A_1 \exp(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}x - \nu_{\alpha 1}y) \quad , \quad (1)$$

$$\phi_2^{\mathrm{R}}(x,y) = A_2 \exp(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}x - \nu_{\alpha 2}y) \quad , \quad (2)$$

$$\psi^{\mathrm{R}}(x,y)=B\exp(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}x-\nu_{\beta}y) \quad , \tag{3}$$

式中，A_1，A_2，B 为 Rayleigh 波波势函数的系数，k_{R} 为 Rayleigh 波波数，$\nu_{\alpha1}=k_{\mathrm{R}}\sqrt{1-\xi_1^2}$，$\nu_{\alpha2}=k_{\mathrm{R}}\sqrt{1-\xi_2^2}$，$\nu_{\beta}=k_{\mathrm{R}}\sqrt{1-\xi^2}$，$\xi^2=(c_{\mathrm{R}}/c_{\mathrm{s,s}})^2$，$\xi_1^2=(c_{\mathrm{R}}/c_{\mathrm{p1,s}})^2=c_1\xi^2$，$\xi_2^2=(c_{\mathrm{R}}/c_{\mathrm{p2,s}})^2=c_2\xi^2$，$c_{\mathrm{R}}$ 为 Rayleigh 波波速，$c_1=(c_{\mathrm{s,s}}/c_{\mathrm{p1,s}})^2$，$c_2=(c_{\mathrm{s,s}}/c_{\mathrm{p2,s}})^2$，$c_{\mathrm{p1,s}}$，$c_{\mathrm{p2,s}}$，$c_{\mathrm{s,s}}$ 分别为 P_1 波波速，P_2 波波速，和 SV 波波速。

饱和土和衬砌结构的应力、位移、以及孔压在极坐标系下的表达式分别为[13]

$$u_r=\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) \quad , \tag{4}$$

$$u_{\theta}=\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\phi_j}{\partial\theta}\right)-\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) \quad , \tag{5}$$

$$U_r=\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial\Phi_j}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right) \quad , \tag{6}$$

$$\tau_{rr}=\sum_{j=1}^{2}\left[(A+n_jQ)\nabla^2\phi_j+2N\left(\frac{\partial^2\phi_j}{\partial r^2}\right)\right]+2N\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)\right) \quad , \tag{7}$$

$$\tau_{\theta\theta}=\sum_{j=1}^{2}\left[(A+n_jQ)\nabla^2\phi_j+\frac{2N}{r}\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2\phi_j}{\partial\theta^2}\right)\right]-2N\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)\right) \quad , \tag{8}$$

$$\tau_{r\theta}=\sum_{j=1}^{2}\left[2N\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2\phi_j}{\partial r\partial\theta}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial\phi_j}{\partial\theta}\right)\right]+N\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}-r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)\right) \quad , \tag{9}$$

$$\sigma=\sum_{j=1}^{2}(Q+n_jR)\nabla^2\phi_j \quad , \tag{10}$$

式中，u_r，u_{θ} 为饱和土中固相的径向位移和环向位移，U_r 为饱和土中流体的径向位移，τ_{rr}，$\tau_{\theta\theta}$，$\tau_{r\theta}$ 分别为衬砌结构的径向应力、环向应力和剪应力，σ 为饱和土中流体孔压，限于篇幅，A，N，R，Q，η_j 等参数取值详见文献[13]。

自由场 Rayleigh 波势函数的系数可以由地表自由边界条件确定[12-13]。

（1）地表透水边界条件

$$\begin{bmatrix}2-M_1\xi_1^2 & 2-M_2\xi_2^2 & -2\mathrm{i}\sqrt{1-\xi^2}\\ 2\mathrm{i}\sqrt{1-\xi_1^2} & 2\mathrm{i}\sqrt{1-\xi_2^2} & 2-\xi^2\\ -S_1\xi_1^2 & -S_2\xi_2^2 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}A_1\\A_2\\B\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\end{Bmatrix}。 \tag{11}$$

（2）地表不透水边界条件

$$\begin{bmatrix}2-M_1\xi_1^2 & 2-M_2\xi_2^2 & -2\mathrm{i}\sqrt{1-\xi^2}\\ 2\mathrm{i}\sqrt{1-\xi_1^2} & 2\mathrm{i}\sqrt{1-\xi_2^2} & 2-\xi^2\\ (1-\eta_1)\sqrt{1-\xi_1^2} & (1-\eta_2)\sqrt{1-\xi_1^2} & -\mathrm{i}(1-\eta_3)\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}A_1\\A_2\\B\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\end{Bmatrix}, \tag{12}$$

式中，$M_j=(P+\eta_jQ)/\mu_{\mathrm{s}}$，$S_j=(Q+\eta_jR)/\mu_{\mathrm{s}}$，$(j=1,2)$，$P=A+2N$。

为使齐次方程组（11），（12）得到非零解，须令矩阵系数行列式为零，进一步求解可得，地表透水边界条件下 Rayleigh 波的波速方程

$$(2-\xi^2)^2-4\sqrt{1-\xi^2}(\kappa_2\sqrt{1-c_1\xi^2}-\kappa_1\sqrt{1-c_2\xi^2})=0。 \tag{13}$$

地表不透水边界条件下 Rayleigh 波的波速方程

$$(2-M_1\xi_1^2)\sqrt{1-c_2\xi^2}\left[2(1-\eta_3)-(1-\eta_2)(2-\xi^2)\right]-(2-M_2\xi_2^2)\sqrt{1-c_1\xi^2}\left[2(1-\eta_3)-(1-\eta_1)(2-\xi^2)\right]+4(\eta_1-\eta_2)\sqrt{(1-\xi^2)(1-c_1\xi^2)(1-c_2\xi^2)}=0 \quad , \tag{14}$$

式中，$\kappa_j=c_jS_j/(c_2S_2-c_1S_1)$，$(j=1,2)$。

通过 Rayleigh 波波速方程可求得 ξ^2，即可求得 k_{R}，$\nu_{\alpha1}$，$\nu_{\alpha2}$，ν_{β}，进一步可求解入射 Rayleigh 波波势函数的系数 A_1，A_2，B。

由于自由场中入射 Rayleigh 波的 Fourier-Bessel 级数形式是在衬砌表面近似展开的，其结果与解析解相比存在一定的误差。借鉴既有研究[19]，采用先求导后展开的方法处理入射 Rayleigh 波，可避免通过波势函数进行求导而造成方程组累积误差放大的情况。将势函数表达式（1）～（3）代入式（4）～（10），得到 Rayleigh 波各分量对位移和应力的贡献，表达式为

$$u_{r,\phi_1^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\sin\theta_1-\nu_{\alpha1}\cos\theta_1)\phi_1^{R}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{15}$$

$$u_{r,\phi_2^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\sin\theta_1-\nu_{\alpha2}\cos\theta_1)\phi_2^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{16}$$

$$u_{r,\psi^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\cos\theta_1-\nu_{\beta}\sin\theta_1)\psi^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{17}$$

$$u_{\theta,\phi_1^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\cos\theta_1+\nu_{\alpha1}\sin\theta_1)\phi_1^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{18}$$

$$u_{\theta,\phi_2^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\cos\theta_1+\nu_{\alpha2}\sin\theta_1)\phi_2^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{19}$$

$$u_{\theta,\psi^{\mathrm{R}}}=-(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\sin\theta_1-\nu_{\beta}\cos\theta_1)\psi^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{20}$$

$$\tau_{rr,\phi_1^{\mathrm{R}}}=(A+\eta_1Q)(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2+\nu_{\alpha1}^2)\phi_1^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{21}$$

$$\tau_{rr,\phi_2^{\mathrm{R}}}=(A+\eta_2Q)(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2+\nu_{\alpha2}^2)\phi_2^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{22}$$

$$\tau_{rr,\psi^{\mathrm{R}}}=N[\sin2\theta_1(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2-\nu_{\beta}^2)-2\cos2\theta_1\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\nu_{\beta}]\psi^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{23}$$

$$\tau_{r\theta,\phi_1^{\mathrm{R}}}=N[\sin2\theta_1(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2-\nu_{\alpha1}^2)-2\cos2\theta_1\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\nu_{\alpha1}]\phi_1^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{24}$$

$$\tau_{r\theta,\phi_2^{\mathrm{R}}}=N[\sin2\theta_1(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2-\nu_{\alpha2}^2)-2\cos2\theta_1\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\nu_{\alpha2}]\phi_2^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{25}$$

$$\tau_{r\theta,\psi^{\mathrm{R}}}=N[\cos2\theta_1(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2-\nu_{\beta}^2)+2\sin2\theta_1\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\nu_{\beta}]\psi^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{26}$$

$$\sigma_{\phi_1^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2+\nu_{\alpha1}^2)(Q+\eta_1R)\phi_1^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1) \quad , \tag{27}$$

$$\sigma_{\phi_2^{\mathrm{R}}}=(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}^2+\nu_{\alpha 2}^2)(Q+\eta_2 R)\phi_2^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1)\quad , \tag{28}$$

$$U_{r,\phi_1^{\mathrm{R}}}=\eta_1(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\sin\theta_1-\nu_{\alpha 1}\cos\theta_1)\phi_1^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1)\quad , \tag{29}$$

$$U_{r,\phi_2^{\mathrm{R}}}=\eta_2(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\sin\theta_1-\nu_{\alpha 2}\cos\theta_1)\phi_2^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1)\quad , \tag{30}$$

$$U_{r,\psi^{\mathrm{R}}}=\eta_3(\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}\cos\theta_1+\nu_{\beta}\sin\theta_1)\psi^{\mathrm{R}}(r_1,\theta_1)\quad 。 \tag{31}$$

进一步可将式（15）～（31）展开为有限 Fourier 级数，以式（15）为例，有如下表达式[20]：

$$u^*_{r,\phi_1^R}=\sum_{n=1}^{N-1}\left[a_n(r_1)\cos n\theta_1+b_n(r_1)\sin n\theta_1\right]+\frac{a_0(r_1)}{2}+\frac{a_N(r_1)}{2}\cos N\theta_1\quad , \tag{32}$$

式中，$a_n(r_1)=\dfrac{1}{N}\sum_{L=0}^{2N-1}u_{r,\phi_1^{\mathrm{R}}}\left(r_1,\dfrac{\pi L}{N}\right)\cos\left(n\dfrac{\pi L}{N}\right)$，$b_n(r_1)=\dfrac{1}{N}\sum_{L=0}^{2N-1}u_{r,\phi_1^{\mathrm{R}}}\left(r_1,\dfrac{\pi L}{N}\right)\sin\left(n\dfrac{\pi L}{N}\right)$。

进一步有

$$u^*_{r,\phi_1^{\mathrm{R}}}=\sum_{n=0}^{N}(A_{10,n}\cos n\theta_1+B_{10,n}\sin n\theta_1)\quad , \tag{33}$$

式中，

$$\begin{cases}A_{10,0}=a_0(r_1)/2\\ A_{10,n}=a_n(r_1)\qquad (n=1\sim(N-1))\\ A_{10,N}=a_N(r_1)/2\end{cases},$$

$$B_{10,N}=b_N(r_1)\qquad (n=0\sim N)。$$

式（16）～（31）的有限 Fourier 级数展开方法与式（15）的步骤完全相同，不再赘述。至此，已求得入射 Rayleigh 波在自由场内贡献的位移、应力、孔压的 Fourier 级数表达，可直接把上述应力和位移展开式的系数分量代入相关边界条件中进行方程求解。

1.2　饱和土中散射场波势函数

当入射 Rayleigh 波在饱和土中遇到隧道结构时，在饱和土与隧道交界面将产生径向的外行散射 P_1 波 $\phi_{1,\mathrm{s}1}(r_1,\theta_1)$、$P_2$ 波 $\phi_{2,\mathrm{s}1}(r_1,\theta_1)$ 和 SV 波 $\psi_{\mathrm{s}1}(r_1,\theta_1)$，以及地表产生的附加内聚散射 P_1 波 $\phi_{1,\mathrm{s}2}(r_2,\theta_2)$、$P_2$ 波 $\phi_{2,\mathrm{s}2}(r_2,\theta_2)$、和 SV 波 $\psi_{\mathrm{s}2}(r_2,\theta_2)$，这些散射波势函数的 Fourier-Bessel 级数展开式可表示为

$$\phi_{1,\mathrm{s}1}(r_1,\theta_1)=\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{\mathrm{s}\alpha,1}r_1)(A_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}\cos n\theta_1+B_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}\sin n\theta_1)\ , \tag{34}$$

$$\phi_{2,\mathrm{s}1}(r_1,\theta_1)=\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{\mathrm{s}\alpha,2}r_1)(C_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}\cos n\theta_1+D_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}\sin n\theta_1)\ , \tag{35}$$

$$\psi_{\mathrm{s}1}(r_1,\theta_1)=\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{\mathrm{s}\beta}r_1)(E_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}\sin n\theta_1+F_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}\cos n\theta_1)\quad , \tag{36}$$

$$\phi_{1,\mathrm{s}2}(r_2,\theta_2)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_m(k_{\mathrm{s}\alpha,1}r_2)(A_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}\cos m\theta_2+B_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}\sin m\theta_2)\ , \tag{37}$$

$$\phi_{2,\mathrm{s}2}(r_2,\theta_2)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_m(k_{\mathrm{s}\alpha,2}r_2)(C_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}\cos m\theta_2+D_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}\sin m\theta_2)\ , \tag{38}$$

$$\psi_{\mathrm{s}2}(r_2,\theta_2)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_m(k_{\mathrm{s}\beta}r_2)(E_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}\sin m\theta_2+F_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}\cos m\theta_2)\ , \tag{39}$$

式中，$\mathrm{H}_n^{(1)}(\cdot)$ 为第一类 Hankel 函数，其满足 Sommerfeld 辐射条件，$\mathrm{J}_n(\cdot)$ 为第一类 Bessel 函数，$\mathrm{J}_n(\cdot)$ 和 $\mathrm{H}_n^{(1)}(\cdot)$ 为波动方程解空间的一组基函数，因此使得各种类型的 P_1 波、P_2 波、SV 波的表达式均是完备的[21]。$A_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}$，$B_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}$，$C_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}$，$D_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}$，$E_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}$，$F_{\mathrm{s}1,n}^{(1)}$ 和 $A_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}$，$B_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}$，$C_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}$，$D_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}$，$E_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}$，$F_{\mathrm{s}2,m}^{(2)}$ 为待定系数。

由于上述波势函数分别在不同坐标系中给出，为便于分析，需要进行坐标转换。这里引入 Graf 加法公式[22]，可以满足 o_1，o_2 坐标系之间的转换，通过 Graf 加法变换即可得到散射场波势函数在另一个坐标系下的表达式。

$$C_n(kr_1)\begin{Bmatrix}\cos n\theta_1\\ \sin n\theta_1\end{Bmatrix}=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\varepsilon_m}{2}C_m(kr_2)[\mathrm{J}_{m+n}(kD)\pm(-1)^n\mathrm{J}_{m-n}(kD)]\begin{Bmatrix}\cos m\theta_2\\ \sin m\theta_2\end{Bmatrix}\qquad (r_2>D)\quad , \tag{40}$$

$$C_n(kr_2)\begin{Bmatrix}\cos n\theta_2\\ \sin n\theta_2\end{Bmatrix}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\varepsilon_n}{2}\mathrm{J}_n(kr_1)[C_{m+n}(kD)\pm(-1)^m C_{n-m}(kD)]\begin{Bmatrix}\cos n\theta_1\\ \sin n\theta_1\end{Bmatrix}\qquad (r_2>D)\quad 。 \tag{41}$$

1.3　饱和土中总波场势函数

饱和土中固相的总波场由自由波场和散射波场组成，即入射 Rayleigh 波、地表散射 P_1 波、P_2 波、和 SV 波，以及饱和土与衬砌交界面散射 P_1 波、P_2 波、和 SV 波，进而可以得到饱和土中固相部分的总波场势函数表达

$$\phi=\phi_1^R+\phi_2^R+\phi_{1,\mathrm{s}1}+\phi_{2,\mathrm{s}1}+\phi_{1.\mathrm{s}2}+\phi_{2,\mathrm{s}2}\quad , \tag{42}$$

$$\psi=\psi^R+\psi_{\mathrm{s}1}+\psi_{\mathrm{s}2}\quad 。 \tag{43}$$

1.4　外层衬砌中散射场波势函数

在外衬中，存在与饱和土交界面产生的内聚散射 P 波 $\phi_{\mathrm{p}1}(r_1,\theta_1)$ 和 SV 波 $\psi_{\mathrm{p}1}(r_1,\theta_1)$，以及与内衬交界面产生的外行散射 P 波 $\phi_{\mathrm{p}2}(r_1,\theta_1)$ 和 SV 波 $\psi_{\mathrm{p}2}(r_1,\theta_1)$，外衬中的波势函数展开成 Fourier-Bessel 级数形式

$$\phi_{\mathrm{p}1}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_n(k_{\mathrm{p}\alpha}r_1)(A_{\mathrm{p}1,n}^{(1)}\cos n\theta_1+B_{\mathrm{p}1,n}^{(1)}\sin n\theta_1)\ , \tag{44}$$

$$\psi_{\mathrm{p}1}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_n(k_{\mathrm{p}\beta}r_1)(E_{\mathrm{p}1,n}^{(1)}\sin n\theta_1+F_{\mathrm{p}1,n}^{(1)}\cos n\theta_1)\ , \tag{45}$$

$$\phi_{\mathrm{p}2}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{\mathrm{p}\alpha}r_1)(A_{\mathrm{p}2,n}^{(1)}\cos n\theta_1+B_{\mathrm{p}2,n}^{(1)}\sin n\theta_1)\ , \tag{46}$$

$$\phi_{\mathrm{p2}}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{\mathrm{p}\beta}r_1)(E_{\mathrm{p2},n}^{(1)}\sin n\theta_1+F_{\mathrm{p2},n}^{(1)}\cos n\theta_1)\,, \tag{47}$$

式中，$k_{\mathrm{p}\alpha}=\omega/c_{\mathrm{p,p}}$，$k_{\mathrm{p}\beta}=\omega/c_{\mathrm{s,p}}$ 分别为外衬中的 P 波和 SV 波波数，$c_{\mathrm{p,p}}$，$c_{\mathrm{s,p}}$ 分别外衬中的 P 波和 SV 波波速。$A_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$B_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$E_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$F_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$A_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$，$B_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$，$E_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$，$F_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$ 为待定系数。则外衬中总波势函数表达式为

$$\phi_{\mathrm{p}}=\phi_{\mathrm{p1}}+\phi_{\mathrm{p2}}\quad, \tag{48}$$

$$\psi_{\mathrm{p}}=\psi_{\mathrm{p1}}+\psi_{\mathrm{p2}}\quad。 \tag{49}$$

1.5 内层衬砌中散射场波势函数

在内衬中，存在与外衬交界面引起的内聚散射 P 波 $\phi_{l1}(r_1,\theta_1)$ 和 SV 波 $\psi_{l1}(r_1,\theta_1)$，以及内衬临空面产生的外行散射 P 波 $\phi_{l2}(r_1,\theta_1)$ 和 SV 波 $\psi_{l2}(r_1,\theta_1)$，内衬中的势函数展开成 Fourier-Bessel 级数形式

$$\phi_{l1}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_n(k_{l\alpha}r_1)(A_{l1,n}^{(1)}\cos n\theta_1+B_{l1,n}^{(1)}\sin n\theta_1)\,, \tag{50}$$

$$\psi_{l1}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{J}_n(k_{l\beta}r_1)(E_{l1,n}^{(1)}\sin n\theta_1+F_{l1,n}^{(1)}\cos n\theta_1)\,, \tag{51}$$

$$\phi_{l2}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{l\alpha}r_1)(A_{l2,n}^{(1)}\cos n\theta_1+B_{l2,n}^{(1)}\sin n\theta_1)\,, \tag{52}$$

$$\psi_{l2}(r_1,\theta_1)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{H}_n^{(1)}(k_{l\beta}r_1)(E_{l2,n}^{(1)}\sin n\theta_1+F_{l2,n}^{(1)}\cos n\theta_1)\,, \tag{53}$$

式中，$k_{l\alpha}=\omega/c_{\mathrm{p},l}$，$k_{l\beta}=\omega/c_{\mathrm{s},l}$ 分别为内衬中的 P 波和 SV 波波数，$c_{\mathrm{p},l}$，$c_{\mathrm{s},l}$ 分别内衬中的 P 波和 SV 波波速。$A_{l1,n}^{(1)}$，$B_{l1,n}^{(1)}$，$E_{l1,n}^{(1)}$，$F_{l1,n}^{(1)}$，$A_{l2,n}^{(1)}$，$B_{l2,n}^{(1)}$，$E_{l2,n}^{(1)}$，$F_{l2,n}^{(1)}$ 为待定系数。则内衬中总波势函数表达式为

$$\phi_l=\phi_{l1}+\phi_{l2}\quad, \tag{54}$$

$$\psi_l=\psi_{l1}+\psi_{l2}\quad。 \tag{55}$$

1.6 模型边界条件

为求解待定系数 $\{A_{\mathrm{s1},n}^{(1)}$，$B_{\mathrm{s1},n}^{(1)}$，$C_{\mathrm{s1},n}^{(1)}$，$D_{\mathrm{s1},n}^{(1)}$，$E_{\mathrm{s1},n}^{(1)}$，$F_{\mathrm{s1},n}^{(1)}$ 和 $A_{\mathrm{s2},m}^{(2)}$，$B_{\mathrm{s2},m}^{(2)}$，$C_{\mathrm{s2},m}^{(2)}$，$D_{\mathrm{s2},m}^{(2)}$，$E_{\mathrm{s2},m}^{(2)}$，$F_{\mathrm{s2},m}^{(2)}\}$、$\{A_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$B_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$E_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$F_{\mathrm{p1},n}^{(1)}$，$A_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$，$B_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$，$E_{\mathrm{p2},n}^{(1)}$，$F_{\mathrm{p2},n}^{(1)}\}$ 和 $\{A_{l1,n}^{(1)}$，$B_{l1,n}^{(1)}$，$E_{l1,n}^{(1)}$，$F_{l1,n}^{(1)}$，$A_{l2,n}^{(1)}$，$B_{l2,n}^{(1)}$，$E_{l2,n}^{(1)}$，$F_{l2,n}^{(1)}\}$ 的数值，需利用界面处的边界条件，本问题假设饱和土与衬砌交界面为不透水边界，地表可分为透水和不透水两类边界条件来考虑。

（1）地表透水边界条件

a）饱和土地表应力边界条件（$r_2=b$）

$$\tau_{rr}^{\mathrm{S}}=\tau_{r\theta}^{\mathrm{S}}=0\,,\quad \sigma=0\quad。 \tag{56}$$

b）饱和土与外衬交界面位移边界条件（$r_1=a_3$）

$$u_r^{\mathrm{S}}=u_r^{\mathrm{p}}\,,\quad u_\theta^{\mathrm{S}}=u_\theta^{\mathrm{p}}\quad。 \tag{57}$$

c）外衬表面应力与位移边界条件（$r_1=a_3$）

$$\tau_{rr}^{\mathrm{S}}+\sigma=\tau_{rr}^{\mathrm{p}}\,,\quad \tau_{r\theta}^{\mathrm{S}}=\tau_{r\theta}^{\mathrm{p}}\,,\quad u_r^{\mathrm{S}}-U_r^{\mathrm{S}}=0\quad。 \tag{58}$$

d）外衬与内衬交界面位移边界条件（$r_1=a_2$）

$$u_r^{\mathrm{p}}=\tau_r^{l}\,,\quad u_\theta^{\mathrm{p}}=u_\theta^{l}\quad。 \tag{59}$$

e）外衬与内衬交界面应力边界条件（$r_1=a_2$）

$$\tau_{rr}^{\mathrm{p}}=\tau_{rr}^{l}\,,\quad \tau_{r\theta}^{\mathrm{p}}=\tau_{r\theta}^{l}\quad。 \tag{60}$$

f）内衬临空面应力边界条件（$r_1=a_1$）

$$\tau_{rr}^{l}=0\,,\quad \tau_{r\theta}^{l}=0\quad。 \tag{61}$$

（2）地表不透水边界条件

饱和土地表应力和位移边界条件（$r_2=b$）

$$\tau_{rr}^{\mathrm{s}}+\sigma=0\,,\quad \tau_{r\theta}^{\mathrm{S}}=0\,,\quad u_r^{\mathrm{S}}-U_r^{\mathrm{S}}=0\quad。 \tag{62}$$

其余边界条件同（56）～（61）。

将各场内的波势函数代入边界条件中，利用 Graf 加法变换，将饱和土中散射波势函数从 O_2 坐标系变换至 O_1 坐标系，可得到一系列线性无穷级数方程组，通过编写计算程序截断求解，即可得到所有波势函数的待定系数，最后将波势函数代入式（4）～（10）即可求得复合式衬砌动应力集中系数、孔压集中系数、以及饱和土位移等解析解。需要说明的是，Fourier-Bessel 级数计算项数的选取关系到计算精度与收敛性，本文通过截取不同的项数进行计算，并观察相邻项数之间的误差，当误差小于预先设定的精度时，即用此项数作为实际收敛的计算项数[21]，结果表明，当计算项数取 20 时，所得结果的收敛性是稳定的。

1.7 验证分析

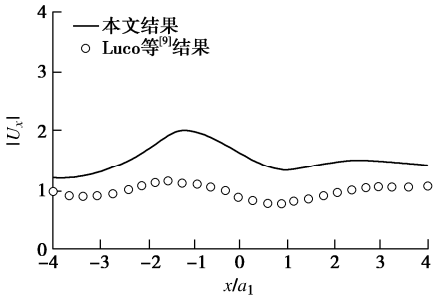
定义无量纲频率 η 为洞室直径与入射波波长的比值：

$$\eta=\frac{2a_1}{\lambda_{\mathrm{s}\beta}}\quad, \tag{63}$$

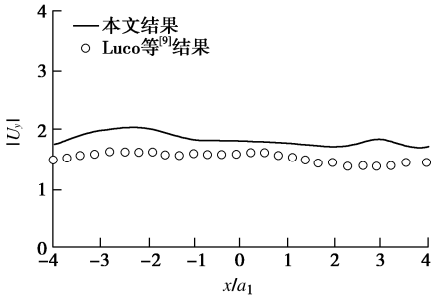
式中，$\lambda_{\mathrm{s}\beta}$ 为饱和土中 SV 波的波长。

为验证本文力学模型以及计算过程的正确性，将流体力学参数取为 0，无量纲频率 $\eta=0.5$，隧道埋深 $h/a_1=5$，泊松比 $\nu_{\mathrm{s}}=1/3$，其余参数与 Luco 等[9]一致，令复合式衬砌内衬厚度为零，可将饱和土中复合式衬砌力学模型退化至单相弹性半空间中无衬砌孔洞模型。通过计算地表位移幅值，并进行正规化处理后，图 2 给出了本文的退化解和 Luco 等[9]的结果对比。

可以看出，本文的结果与 Luco 等[9]的结果在趋势上是一致的，但在幅值上存在一定的偏差。分析原因为，Luco 等[9]的计算是基于二维格林函数的间接边界积分方法，其本质上属于数值解，半空间介质为黏弹性模型，并考虑了饱和土的阻尼特性，而本文的计算是基于波函数展开法，本质上属于解析解，半空间介质为弹性模型，而且未考虑阻尼的作用。因此，本文结果的幅值在整体上偏大，但二者在规律上是吻合的，验证了本文模型的建立以及求解过程是正确的。



（a）水平位移



（b）竖向位移

图 2 地表正规化位移

Fig. 2 Normalized displacements of surface

2 算例分析

以地表为不透水边界为例，借鉴既有文献[21]，取饱和土参数：泊松比为 0.25，几何参数为 $a=3.0$ m，$a_2=3.3$ m，$a_2=3.6$ m，隧道埋深 $h/a_1=2$，固体骨架体积模量 $K_b=2.2$ GPa，水的体积模量 $K_f=2.2$ GPa，拉梅常数 $\lambda_s=\mu_s=2.2$ GPa，耦合质量密度 $\rho_a=350\ \mathrm{kg/m^3}$，土骨架质量密度 $\rho_s=2700\ \mathrm{kg/m^3}$，水质量密度 $\rho_f=1000\ \mathrm{kg/m^3}$，饱和土孔隙度 $n=0.3$。计算中不考虑固体颗粒的压缩和流体黏度。需要说明的是，Biot 波动方程[23]中的参数 $b=\eta n^2/k$（η 为孔隙流体的绝对黏度，n 为孔隙度，k 为渗透系数），文中假设流体无耗散，即流体的绝对黏度 $\eta=0$，因此 $b=0$，不同类型饱和土的渗透性可通过孔隙度与渗透系数的函数关系来描述，详见文献[24]。

为便于分析，给出动应力集中系数、孔压集中系数的定义。动应力集中系数（DSCF）：介质中最大动应力和标准局部应力的比值，表达式为

$$\sigma_{\theta\theta}^{*}=\sigma_{\theta\theta}^{i}/\sigma_0 \quad , \tag{64}$$

式中，$\sigma_{\theta\theta}^{i}$ 为入射波所引起的环向应力，σ_0 为标准局部应力，即入射波在自由场中所引起的动应力。

孔压集中系数（PPCF）：介质中最大孔隙水压和标准局部应力的比值，表达式为

$$\sigma^{*}=\sigma^{i}/\sigma_0 \quad , \tag{65}$$

式中，σ^{i} 为入射波所引起的孔隙水压力。

2.1 复合式衬砌刚度参数分析

为研究刚度参数对复合式衬砌动力响应的影响，令内衬和外衬的厚度比 (δ_L/δ_P) 为 1/1，复合式衬砌泊松比为 0.25，外衬与饱和土的剪切波速比为 3/1，表示复合式衬砌为刚性的；外衬弹性模量 E_P 为 34.5 GPa，内衬和外衬的弹性模量比 (E_L/E_P) 分别为 1/3（柔性内衬）、1/1（参照内衬）、3/1（刚性内衬）。

（1）入射频率对复合式衬砌应力的影响

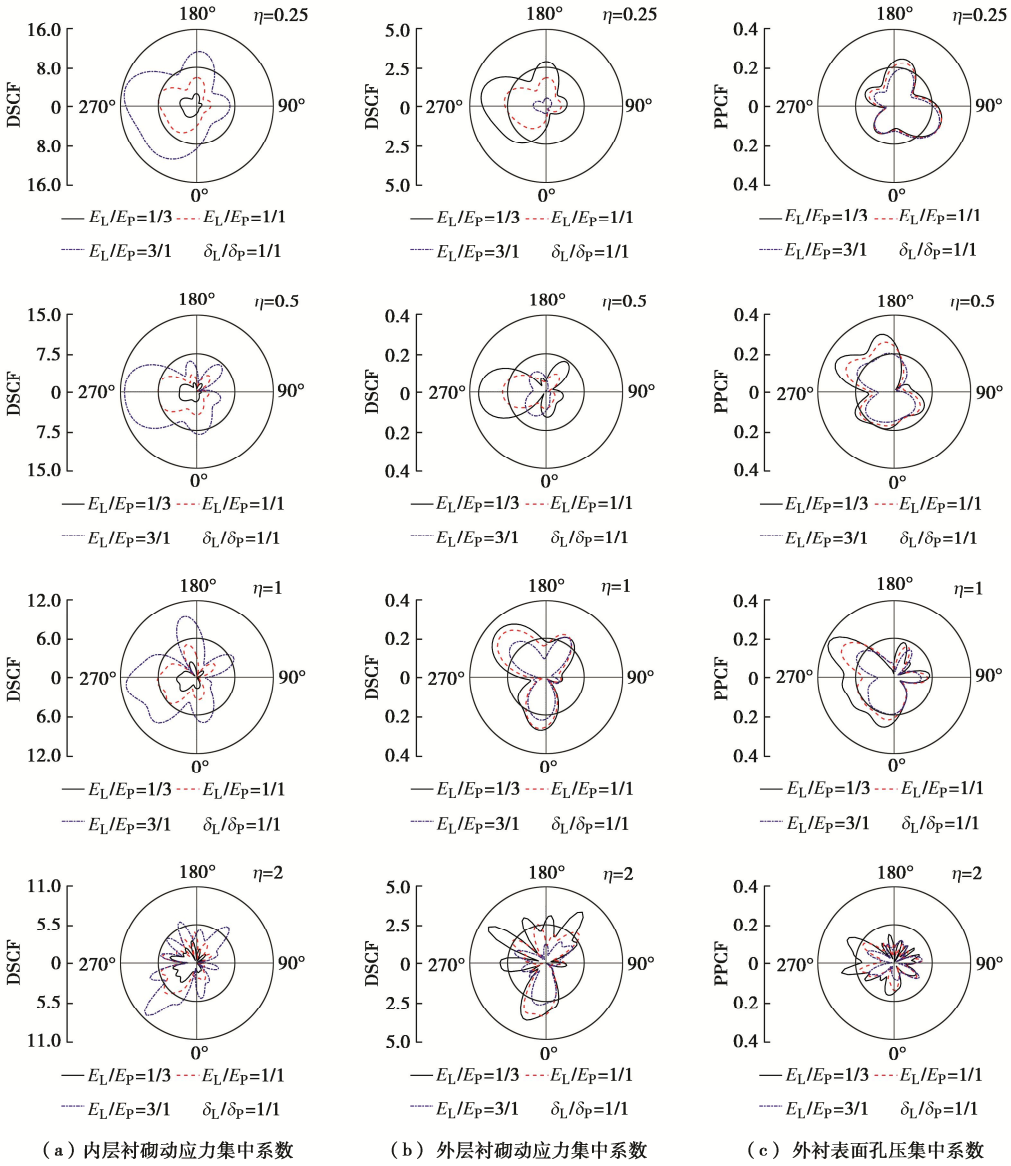
图 3 给出了不透水边界条件下变刚度复合式衬砌在无量纲频率 η 为 0.25，0.5，1，2 作用下，复合式衬砌的动应力集中系数（DSCF）、孔压集中系数（PPCF）的空间分布。其中，0° 表示隧道仰拱，180° 表示隧道拱顶。可以看出，随着入射频率的增大，DSCF 和 PPCF 空间分布形态由简单逐渐变复杂，且幅值呈逐渐降低的趋势。具体分析如下：

首先关注内层衬砌的 DSCF 值，对应不同频率，幅值关系均为刚性内衬情况＞参照内衬情况＞柔性内衬情况，其中刚性内衬情况峰值约为 11～16，柔性内衬情况峰值约为 3～4，二者为 3～4 倍关系，说明增大内衬刚度会显著放大内衬的动应力幅值。整体上看，中、低频入射时衬砌拱顶、边墙动应力较大，高频入射时拱脚和拱肩动应力较大；再关注外层衬砌的 DSCF 值，低频入射时，空间分布形态与内层衬砌相似，随入射频率的增大，二者差异逐渐放大；对应不同频率，幅值关系均为柔性内衬情况＞参照内衬情况＞刚性内衬情况，其中柔性内衬情况峰值约为 3～5，刚性内衬情况峰值约为 0.8～2.9，二者约为 2～3 倍关系，说明增大内衬刚度可以有效降低外衬的动应力幅值，有利于外衬的抗减震设计；最后关注外层衬砌的 PPCF 值，其幅值约为外衬动应力集中系数的 1/2～1/20，对应不同频率，幅值关系均为柔性内衬情况＞参照内衬情况＞刚性内衬情况，其中刚性内衬情况比柔性内衬情况减小约 50%～100%，说明增大内衬刚度同样有利于降低外衬表面的孔压。

图 4 给出了 2008 年汶川地震中龙溪隧道的震害形态，龙溪隧道的地质勘查资料表明其洞口附近并没有断层等显著的不良地质条件，但是其震害现象难以用 P 波或 S 波的作用来解释[25]。此外，龙溪隧道的开裂破坏伴随着渗水现象，说明围岩极有可能是富水场地。因此，通过与理论解析解的对比可推断，龙溪隧道洞口段拱顶-拱肩处发生显著破坏的原因很有可能是低频 Rayleigh 波作用的结果。

（2）内衬和外衬刚度比对复合式衬砌应力的影响

通过复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的分布形态可知，Rayleigh 波在不同频率作用下，复合式衬砌左边墙-拱肩处的动应力幅值相对较大，图 5 给出了该点（图中 A 点和 B 点）的 DSCF 和 PPCF 幅值随内衬和外衬刚度比的变化曲线。可以看出，对应不同频率，随着内衬和外衬刚度比的增大，内衬的



（a）内层衬砌动应力集中系数 （b）外层衬砌动应力集中系数 （c）外衬表面孔压集中系数

图 3 变刚度复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数

Fig. 3 DSCF and PPCF of composite linings with variable stiffnesses



图 4 汶川地震龙溪隧道开裂

Fig. 4 Cracking of Longxi tunnel in Wenchuan earthquake

DSCF 幅值均显著放大，外衬的 DSCF 和 PPCF 变化为：

a）低频入射时（$\eta=0.25$），在 E_L/E_P=0～4 范围内，增大内衬刚度可有效降低外衬的 DSCF，最大降幅可达 90%以上，在 E_L/E_P>4 后，增大内衬刚度对外衬 DSCF 值的影响较小，改变内衬刚度对外衬表面 PPCF 值的影响较小。

b）中低频入射时（$\eta=0.5$），整体上看，随内衬和外衬刚度比的增大，外衬的 DSCF 呈逐渐放大的趋势，PPCF 值呈逐渐降低的趋势，但幅值变化均较小，当 E_L/E_P>4 时，基本保持不变。

c）中高频入射时（$\eta=1$、$\eta=2$），随内衬和外衬刚度比的增大，外衬的 DSCF 值和 PPCF 值均呈逐渐降低的趋势，其中，在 E_L/E_P=0～4 范围内，DSCF 值降幅约 10%～60%，PPCF 值降幅约 30%～90%，当 E_L/E_P>4 时，幅值变化较小。

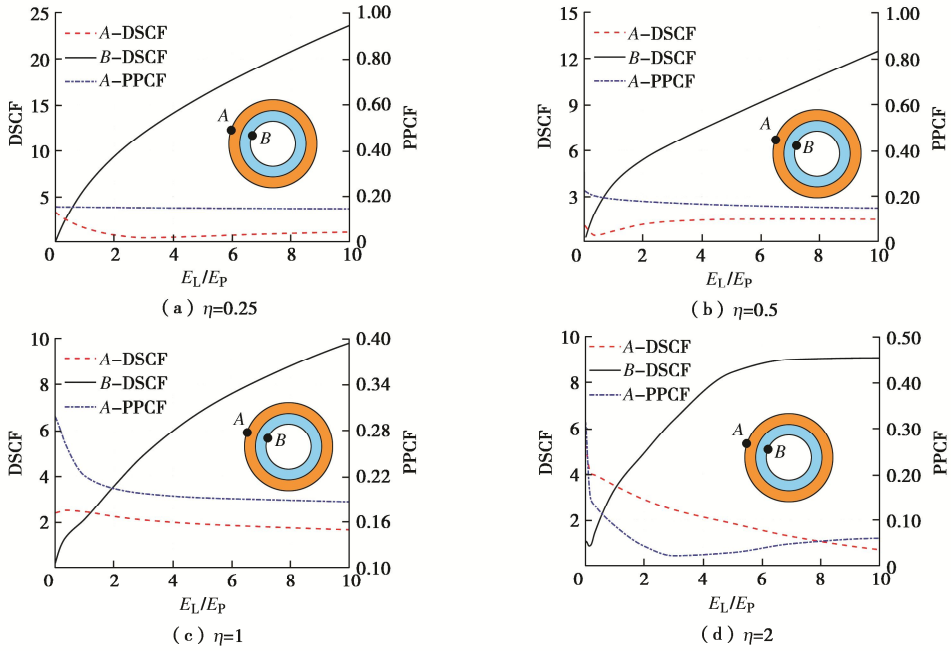


图 5 内衬和外衬刚度比对复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的影响

Fig. 5 Influences of stiffness ratio on DSCF and PPCF of composite lining

综上，增大内衬和外衬刚度比可有效降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数，但过大的内衬和外衬刚度比不仅会显著放大内衬的动应力，而且对外衬的减震效果影响有限。此外，增大内衬的刚度也会显著增加工程造价，因此，建议内衬和外衬刚度比 E_L/E_P 取值范围为 2～4。

2.2　复合式衬砌厚度参数分析

为研究厚度参数对复合式衬砌动力响应的影响，根据 2.1 节的结论，令内衬和外衬刚度比 E_L/E_P=3/1，内衬和外衬厚度比 δ_L/δ_P 分别为 1/3（薄内衬），1/1（参照内衬），3/1（厚内衬），其余参数同 2.1 节。

（1）入射频率对复合式衬砌应力的影响

图 6 给出了不透水边界条件下变厚度复合式衬砌在无量纲频率 η 为 0.25，0.5，1，2 作用时，复合式衬砌的动应力集中系数（DSCF）、孔压集中系数（PPCF）的分布。可以看出，随着入射频率的增大，DSCF 和 PPCF 空间分布形态由简单逐渐变复杂，且幅值呈逐渐降低的趋势。具体分析如下：

首先关注内层衬砌的 DSCF 值，对应不同频率，幅值关系均为薄内衬情况＞参照内衬情况＞厚内衬情况，其中薄内衬情况峰值约为 14～19，厚内衬情况峰值约为 6～14，二者约为 1～2 倍关系，说明增大内衬厚度可有效降低内衬的动应力。

再关注外层衬砌的 DSCF 值，对应不同频率，幅值关系均为薄内衬情况＞参照内衬情况＞厚内衬情况，随入射频率的增大，三者的幅值差异逐渐减小，其中厚内衬情况峰值约为 1～3，薄内衬情况峰值约为 2～4，二者约为 1～2 倍关系，说明增大内衬厚度同样可以有效降低外衬的动应力幅值，但在中高频荷载作用下的影响相对较小。

最后关注外层衬砌的 PPCF 值，其幅值约为外衬动应力集中系数的 1/2～1/20，对应不同频率，幅值关系均为薄内衬情况＞参照内衬情况＞厚内衬情况，其中厚内衬情况相对薄内衬情况减小约 50%～100%，说明增大内衬厚度有利于降低外衬表面的孔压。

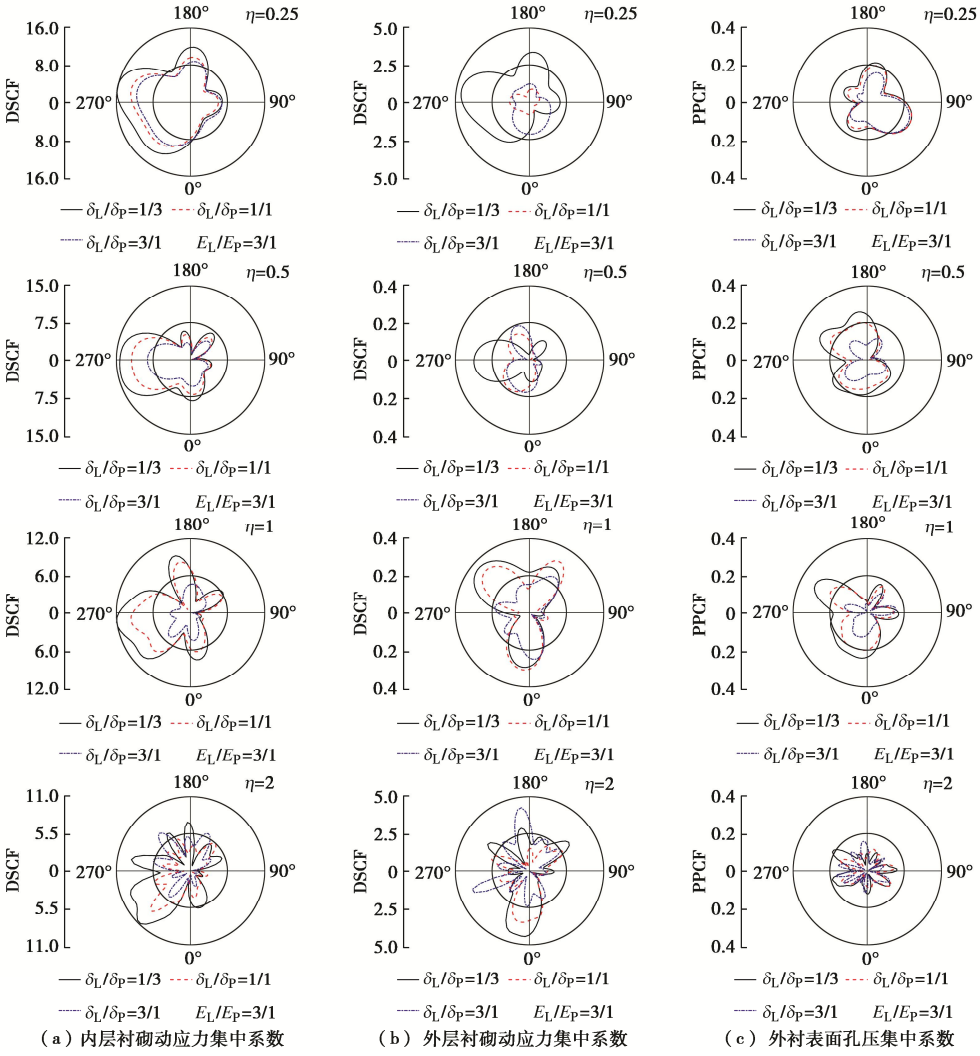
（2）内衬和外衬厚度比对复合式衬砌应力的影响

图 7 给出了 Rayleigh 波在不同频率作用下，复合式衬砌左拱肩-边墙处（图中 A 点和 B 点）的 DSCF 和 PPCF 随内衬和外衬厚度比的变化曲线。整体上看，对应不同频率，随着内衬和外衬厚度比的增大，内衬的 DSCF 幅值均显著降低，外衬的 DSCF 和 PPCF 变化具体分析如下：

a）低频入射时（$\eta=0.25$），在 δ_L/δ_P=0～2 时，增大内衬厚度可有效降低外衬的 DSCF，最大降幅可达 90%以上，在 δ_L/δ_P>2 时，增大内衬厚度对外衬 DSCF 值的影响较小，此外，改变内衬厚度对外衬表面 PPCF 值的影响较小。

b）中低频入射时（$\eta=0.5$），整体上看，随内衬和外衬厚度比的增大，外衬的 DSCF 值呈逐渐放大的趋势，PPCF 值呈逐渐降低的趋势，当 δ_L/δ_P=1～2.5 时，幅值变化较小。

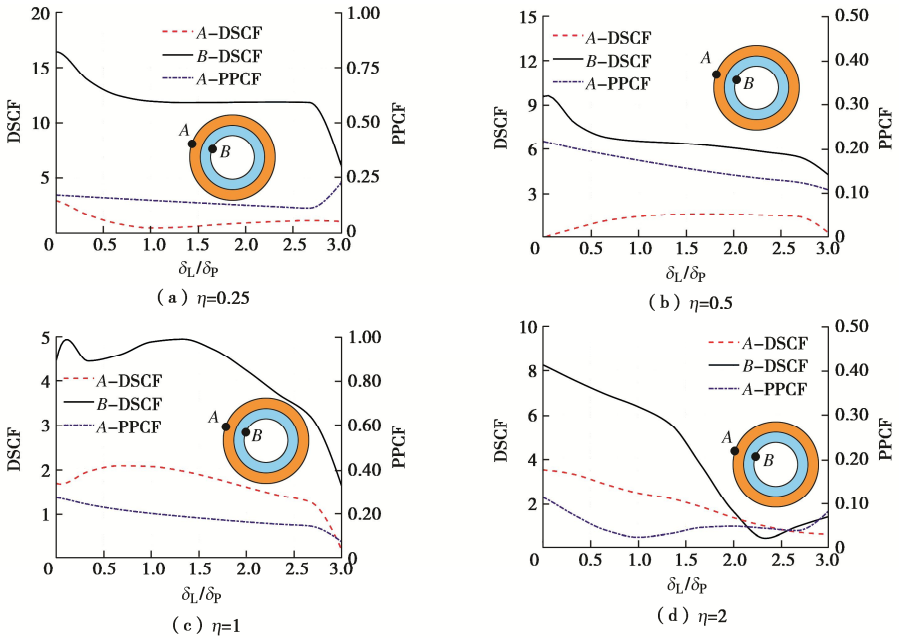
c）中高频入射时（$\eta=1$，$\eta=2$），随内衬和外衬厚度比的增大，外衬的 DSCF 值和 PPCF 值整体上呈逐渐降低的趋势，其中，在 δ_L/δ_P=1～2 范围内，



（a）内层衬砌动应力集中系数 （b）外层衬砌动应力集中系数 （c）外衬表面孔压集中系数

图 6 变厚度复合式衬砌动应力和孔压集中系数

Fig. 6 DSCF and PPCF of composite linings with variable thicknesses



（a）η=0.25 （b）η=0.5 （c）η=1 （d）η=2

图 7 内衬和外衬厚度比对复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的影响

Fig. 7 Influences of thickness ratio on DSCF and PPCF of composite lininges

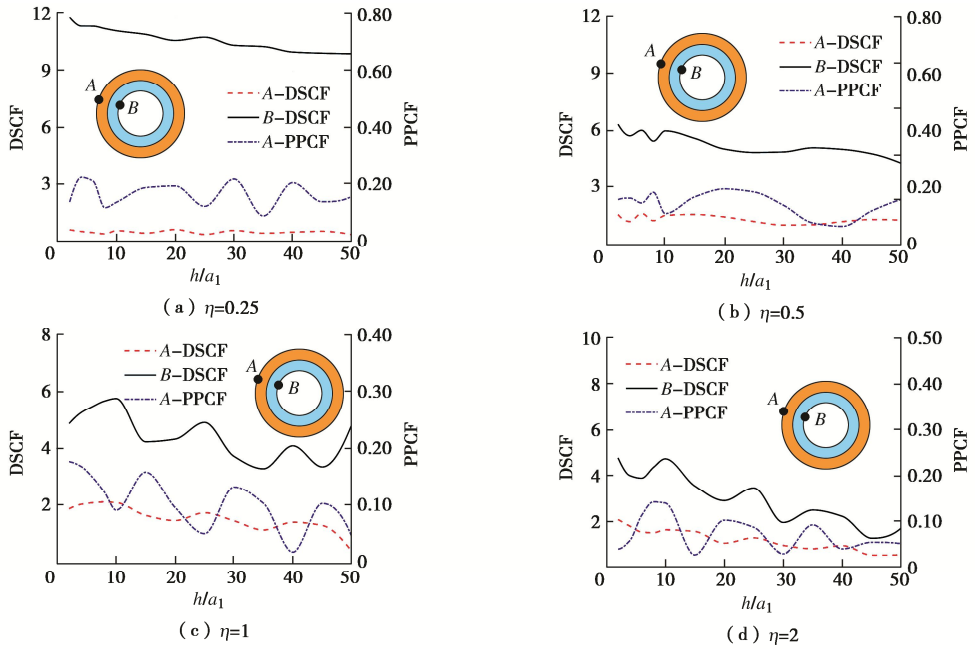


图 8　隧道埋深对复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的影响

Fig. 8 Influences of buried depth on DSCF and PPCF of composite linings

DSCF 值降幅约 10%～50%，PPCF 值降幅约 30%～75%。

综上，增大内衬和外衬厚度比不仅可以有效降低外衬的动应力和孔压，也可以在一定程度上降低内衬自身的动应力，但过大的内衬和外衬厚度比对外衬的减震效果影响有限。此外，增大内衬的厚度也会显著增加工程造价，因此，建议内衬和外衬厚度比 δ_L/δ_P 取值范围为 1～2。

2.3　隧道埋深参数分析

为研究隧道埋深对复合式衬砌动力响应的影响，本节仍假定地表为不透水边界，根据 2.1 节、2.2 节的结论，令内衬和外衬刚度比 E_L/E_P=3/1，内衬和外衬厚度比 δ_L/δ_P=3/2，将隧道埋深正规化，即取埋深与复合式衬砌内半径的比值 h/a_1=2～50，其余参数同 2.1 节。

图 8 给出了 Rayleigh 波在不同频率作用下，复合式衬砌左拱肩-边墙处（图中 A 点和 B 点）的 DSCF 和 PPCF 随隧道埋深的变化曲线。整体上看，对应不同频率，随着隧道埋深的增大，内衬的 DSCF 幅值均显著降低。外衬 DSCF 和 PPCF 具体分析如下：

（1）中低频入射时（$\eta=0.25$，$\eta=0.5$），随着隧道埋深的增大，外衬的 DSCF 幅值整体变化幅度不大，PPCF 幅值呈现一定的波动，其中，最大、最小幅值约为 2 倍关系。

（2）中高频入射时（$\eta=1$，$\eta=2$），随着隧道埋深的增大，复合式衬砌的 DSCF 和 PPCF 呈现出一定规律性的波动，但整体呈下降的趋势，其中，最大、最小 DSCF 幅值约为 3～4 倍关系，最大、最小 PPCF 幅值约 4～9 倍关系。

综上，随埋深的增大，内衬的 DSCF 幅值逐渐降低；在中低频入射时，复合式衬砌的 DSCF 和 PPCF 整体变幅较小，在中高频入射时，复合式衬砌的 DSCF 和 PPCF 呈波动式下降，说明 R 波对浅埋隧道动力响应的影响更为显著。

3　结　　论

基于 Biot 波动理论，采用 Fourier-Bessel 级数展开法，推导了饱和土中浅埋隧道复合式衬砌对入射平面 Rayleigh 波的散射解析解，通过参数化分析，研究了不同入射频率作用下，内衬和外衬的刚度比、厚度比等因素对复合式衬砌动力响应的影响规律，通过数值计算和分析得到 5 点结论。

（1）入射频率对复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数影响显著；随着入射频率的增大，动应力集中系数和孔压集中系数空间分布形态由简单逐渐变复杂，且幅值呈逐渐降低的趋势。

（2）中、低频入射条件下衬砌拱顶、边墙动应力较大，高频入射条件下拱脚和拱肩动应力较大；通过与实际震害现象对比，推断汶川地震中龙溪隧道浅埋段拱顶开裂掉块是由低频 Rayleigh 波所致。

（3）增大内衬和外衬的刚度比可以显著降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数，但会显著放大内衬的动应力集中系数，而且超过一定幅值后，对外衬的减震效果有限，建议内衬和外衬刚度比 E_L/E_P 取值

范围为 2～4。

（4）增大内衬和外衬的厚度比不仅可以有效降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数，也可以在一定程度上降低内衬自身的动应力集中系数，但超过一定幅值后，对外衬的减震效果影响有限，建议内衬和外衬厚度比 δ_L/δ_P 取值范围为 1～2。

（5）随隧道埋深的增大，内衬的动应力集中系数逐渐降低；在中低频入射时，复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数整体变幅较小，在中高频入射时，复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数呈波动式下降，说明 R 波对浅埋隧道动力响应的影响更为显著。

本文研究结论不仅可以为高烈度地震区饱和地层中交通隧道的抗减震设计提供参考，也可为水下输电、输水、输油管道等抗减震设计提供借鉴。

参考文献：

[1] 徐长节, 丁海滨, 童立红, 等. 基于非局部 Biot 理论下饱和土中深埋圆柱形衬砌对平面弹性波的散射[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(9): 1563－1570. (XU Chang-jie, DING Hai-bin, TONG Li-hong, et al. Scattering waves generated by cylindrical lining in saturated soil based on nonlocal Biot theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(9): 1563－1570. (in Chinese))

[2] 朱赛男, 李伟华, Vincent W Lee, 等. 平面 P 波入射下海底衬砌隧道地震响应解析分析[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(8): 1418－1427. (ZHU Sai-nan, LI Wei-hua, VINCENT W L, et al. Seismic response of undersea lining tunnels under incident plane P waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(8): 1418－1427. (in Chinese))

[3] 刘中宪, 琚 鑫, 梁建文. 饱和半空间中隧道衬砌对平面 SV 波的散射 IBIEM 求解[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(9): 1599－1612. (LIU Zhong-xian, JU Xing, LIANG Jian-wen. IBIEM solution to scattering of plane SV waves by tunnel lining in saturated poroelastic half-space[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(9): 1599－1612. (in Chinese))

[4] 刘中宪, 梁建文, 张 贺. 弹性半空间中衬砌隧道对瑞利波的散射[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(8): 1627－1637. (LIU Zhong-xian, LIANG Jian-wen, ZHANG He. Scattering of rayleigh wave by a lined tunnel in elastic half-space[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(8): 1627－1637. (in Chinese))

[5] 李 彬. 地铁地下结构抗震理论分析与应用研究[D]. 北京: 清华大学, 2005. (LI Bin. Theoretical Analysis of Seismic Response of Underground Subway Structures and its Application[D]. Beijing: Tsinghua University, 2005. (in Chinese))

[6] WU D, GAO B, SHEN Y S, et al. Damage evolution of tunnel portal during the longitudinal propagation of Rayleigh waves[J]. Natural Hazards, 2015, **75**(3): 2519－2543.

[7] GREGORY R D. The propagation of waves in an elastic half-space containing a cylindrical cavity[J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1970, **67**(3): 689－710.

[8] HÖLLINGER F, ZIEGLER F. Scattering of pulsed rayleigh surface waves by a cylindrical cavity[J]. Wave Motion, 1979, **1**(3): 225－238.

[9] LUCO J E, DE BARROS F C P. Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1994, **23**(3): 321－340.

[10] 梁建文, 纪晓东. 地下衬砌洞室对 Rayleigh 波的放大作用[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4): 24－31. (LIANG J, JI X. Amplification of Rayleigh waves due to underground lined cavities[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, **26**(4): 24－31. (in Chinese))

[11] LIU Q J, ZHAO M J, WANG L H. Scattering of plane P, SV or Rayleigh waves by a shallow lined tunnel in an elastic half space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, **49**: 52－63.

[12] 张志军. 饱和半空间中 Rayleigh 波的传播[D]. 天津: 天津大学, 2007. (ZHANG Zhi-jun. The Propagation of Rayleigh Wave in a Half-space Saturated[D]. Tianjin: Tianjin University, 2007. (in Chinese))

[13] LIN C. Wave Propagation in A Poroelastic Half-Space Saturated With Inviscid Fluid[D]. Southern California: University of Southern California, 2002.

[14] DERESIEWICZ H. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid: IV Surface waves in a half-space[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1962, **52**(3): 627－638.

[15] 刘优平, 龚 敏, 徐 斌. 半空间饱和土中输水管道对瑞利波的散射[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2012, **44**(5): 71－77. (LIU You-ping, GONG M, XU Bin. Scattering of underground water-filled pipe in half saturated space impacted by rayleigh waves[J]. Journal of Sichuan University

(Engineering Science Edition), 2012, **44**(5): 71－77. (in Chinese))

[16] 徐　颖, 梁建文, 刘中宪. Rayleigh 波在饱和半空间中圆形洞室周围的散射[J]. 岩土力学, 2017(8): 2411－2424. (XU Ying, LIANG Jian-wen, LIU Zhong-xian. Diffraction of Rayleigh waves around a circular cavity in poroelastic half-space[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017(8): 2411－2424. (in Chinese))

[17] DING H B, TONG L H, XU C J, et al. Dynamic responses of shallow buried composite cylindrical lining embedded in saturated soil under incident P wave based on nonlocal-Biot theory[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **121**: 40－56.

[18] ZHANG C, LIU Q, DENG P. Surface Motion of a Half-Space with a semicylindrical canyon under P, SV, and rayleigh waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2017, **107**(2): 1－12.

[19] LIANG J, BA Z, LEE V W. Diffraction of plane SV waves by a shallow circular-arc canyon in a saturated poroelastic half-space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, **26**(6/7): 582－610.

[20] 梁建文, 纪晓东. 地下衬砌洞室对 Rayleigh 波的放大作用[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4): 24－31. (LIANG Jian-wen, JI Xiao-dong. Amplification of Rayleigh waves due to underground lined cavities[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, **26**(4): 24－31. (in Chinese))

[21] 李伟华. 含饱和土的复杂局部场地波动散射问题的解析解和显式有限元数值模拟[D]. 北京: 北京交通大学, 2004. (LI Wei-hua. Analytical Solution and Explicit Finite Element Numerical Simulation of Complex Local Field Wave Scattering Problem with Saturated Soil[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2004. (in Chinese))

[22] MILTON A, IRENE A S. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables[M]. London: Dover Publications, 1965.

[23] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: Ⅰ low-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**(2): 168－178.

[24] 邓永锋, 刘松玉, 章定文, 等. 几种孔隙比与渗透系数关系的对比[J]. 西北地震学报, 2011, **33**(增刊 1): 64－66. (DENG Yong-feng, LIU Song-yu, ZHANG Ding-yi, et al. Comparison among some relationships between permeability and void ratio[J]. Northwestern Seismological Journal, 2011, **33**(S1): 64－66. (in Chinese))

[25] 吴　冬. 山岭隧道洞口段地震损伤反应特性与损伤评价方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2016. (WU Dong. Study on Seismic Response Characteristic and Damage Evaluation Method of Tunnel Portal[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203007

考虑体变特征的遗址土脱湿过程持水特性

张 悦[1, 2]，叶为民*[2]

（1. 上海大学文化遗产保护基础科学研究院，上海 200444；2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室，上海 200092）

摘 要：作为土遗址最常见的病害，表层结皮龟裂及剥离严重威胁文物本体的存续，然而目前有关其形成过程和内在机理的系统研究仍显不足。以世界文化遗产——交河故城为对象，开展泥浆样的自由收缩试验和压汞试验，从宏、微观角度综合探究试样在干燥过程中的体积变化规律；结合已有的质量含水率与基质吸力关系，建立考虑体变的修正 van Genuchten（vG）模型的土水特征曲面模型；最后基于微观孔隙分布特征开展持水性预测与分析。结果表明：遗址土泥浆试样的收缩特征曲线具有多阶段特征，孔隙比随着含水率降低先快速减小，再渐趋稳定；孔径分布曲线形态经历了单峰与双峰结构互相转换的过程；脱湿土水特征曲面能够有效反映基质吸力和孔隙比对饱和度的综合影响。结果对定量揭示土遗址表面雨蚀泥浆的干缩及其后续开裂破坏等行为特征具有重要参考价值。

关键词：非饱和土；干燥收缩；土水特征；孔径分布；土遗址保护

中图分类号：TU431 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－4548(2022)03－0456－08

作者简介：张 悦(1989—)，女，博士后，主要从事岩土质文物保护方面的研究工作。E-mail：2019zhangy@shu.edu.cn。

Water retention characteristics of earthen heritage soil during desiccation considering volumetric change

ZHANG Yue[1, 2], YE Wei-min[2]

(1. Institute for the Conservation of Cultural Heritage, Shanghai University, Shanghai 200444, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: As the most common pathology in earthen heritages, cracking and exfoliation of surface crusts severely threaten their long-term conservation. At present, however, systematic researches regarding the formation and the underlying mechanisms of such deterioration are sufficient. Aiming at the Site of Yar City, which is a World Heritage, free shrinkage tests and mercury intrusion porosimetry tests are conducted on slurry specimens to investigate the pattern of volumetric change during desiccation from both macro- and micro-perspectives. Based on the existing relationship between the gravimetric water content and the matric suction, a revised van Genuchten (vG) soil-water characteristic model with consideration of volumetric change is proposed for the earthen heritage soil. Finally, the water retention characteristics are predicted and analyzed on the basis of micro-pore structure. The results show that the shrinkage characteristic curve of the tested soil slurry has multi-stages. As the water content decreases, the reduction of void ratio is fast at first and then tends to be a gradual stabilization, while the pore-size distribution curve transforms between monomodal and bimodal forms. The obtained dehydrating soil-water characteristic surface can reflect the synthetic influences of matric suction and void ratio on degree of saturation. It is important to quantitatively reveal the drying shrinkage and subsequent cracking behavior of slurry induced by rainfall erosion on the surface of earthen heritages.

Key words: unsaturated soil; drying shrinkage; soil-water characteristic; pore size distribution; earthen heritage conservation

0 引 言

作为文明起源最早、延续时间最长的国家之一，中国的广阔疆域上遍布土遗址，其中属于全国重点文物保护单位的就有近400个，涵盖了上至石器时代下至明清的各个时期。它们是人类活动的产物，更是特定历史阶段的科学技术、社会经济及精神文化信息的重要载体，极具保护价值和意义。然而，由于土遗址常与大地直接相连且暴露在开放环境中，自然外营力的长期作用导致多种病害综合发育，加速了文物本体的劣化与消亡。

土遗址表层的结皮龟裂及剥离病害尤为普遍和典

基金项目：国家自然科学基金项目（42030714）；国家重点研发计划项目（2019YFC1509900）

收稿日期：2021－01－17

*通信作者（E-mail: ye_tju@tongji.edu.cn）

型[1-2]。通常认为结皮的出现与雨蚀有关，即表层土体在雨滴打击作用下局部饱和、崩解而形成蠕流泥浆，随后逐渐干燥收缩变为硬壳，甚至开裂起翘（图 1）。张虎元等[3]统计结皮层的表观特征发现，其厚度与墙体建筑工艺有关，一般在 1～15 mm 之间，分布形态包括连续状、片状和斑点状。崔凯等[4]指出干旱区夯土遗址的表面剥离具有二元结构，壳层与下伏粉层在颗粒组成、孔隙率及易溶盐含量等方面均存在差异。为模拟表层结皮的形成发育过程，前人开展了一系列室内试验，初步揭示了遗址土泥浆在蒸发过程中的体积收缩规律[5]以及裂隙网络形态演化和扩展机制[6-7]。



图 1　交河故城土遗址的表层风化现状

Fig. 1 Current status of surface weathering on earthen heritages in the Site of Yar City

土体的干缩开裂现象本质上是应力作用的结果，即当干燥过程中产生的基质吸力所引起的张拉应力超过土体自身抗拉强度时，便会出现裂隙。土水特征曲线可用于预测土体变形、强度等力学特性，开展考虑体变的非饱和土持水特性研究，对于揭示土遗址劣化机理、制定合理的科学防治措施具有重要的理论与工程实践意义。针对遗址土持水特性，有文献测定了脱湿条件下土体含水率随基质吸力变化规律，并讨论了矿物成分[8-9]、含盐量[10]以及化学加固材料[11]等因素对曲线的影响。然而需要强调的是，即使基质吸力相同，饱和度差异也会造成土体力学特性的显著不同[12-13]。尤其对于高塑性土而言，其干燥收缩不可忽略，持水和体变特性之间存在强烈的水力耦合效应，含水率与孔隙比往往随吸力同时改变并相互作用[14-15]。张雪东等[16]、邹维列等[17]修正了土体变形对饱和度的影响，并基于此建立了孔隙率与经典土水特征曲线模型参数之间的函数关系。

实际上，土的宏观变形和持水能力都与其颗粒排布、孔隙尺寸等密切相关，因此土体微观结构演变在近些年也越来越受到关注[18-19]。在干燥收缩的过程中，不同土样在各孔径范围的孔隙体积变化规律比较复杂。压实样宏观体积收缩包括团聚体间孔隙收缩和团聚体内孔隙收缩两部分，但以前者为主，即大孔中的自由水更容易被优先蒸发[20]。Sun 等[21]发现重塑泥浆样的孔径分布曲线为单峰形态，曲线峰值的高度及其移动规律最终决定了持水特性。牛庚等[22]对比了单、双峰孔隙结构土样在脱湿阶段的微观特征和持水能力差异，并基于各自的孔径分布曲线确定了相应的进气值和残余吸力。

目前，土遗址表层结皮病害的相关机理仍不明晰，迫切需要更加系统、深入的研究，以便为治理和预防保护提供科学依据。本文以新疆交河故城为对象，利用当地黄土配制成泥浆后在室内开展自然风干条件下的自由收缩试验，获取试样宏观体积随含水率的发展规律，并借助压汞法探究微观孔隙结构的演变进程。在此基础上，结合交河遗址土的质量含水率与基质吸力关系，建立考虑体变的土水特征曲面模型，综合分析基质吸力和孔隙比对饱和度的影响机制。

1　试验概况

1.1　试验材料与试样制备

本试验用土取自新疆交河故城遗址，属于低塑性黏土，其基本物理性质指标如表 1 所示。X 射线衍射分析表明，主要矿物成分为石英（35%）、长石（37%）和方解石（14%），黏土矿物以伊利石–蒙脱石互层型为主。原状样中易溶盐总量为 3663.2 mg/kg，因此需对其进行脱盐处理[10]，以消除固有盐分可能产生的影响。

为配制初始含水率 45%（1.5 倍液限）的泥浆，先将烘干的脱盐土与去离子水充分混合、搅拌，利用机械振动的方式使试样内部气泡完全排出后，密封保存 48 h 以保证水分分布均匀且不存在团聚体。

表 1　遗址土的基本物理性质指标

Table 1 Basic physical parameters of earthen heritage soil

天然含水率	天然密度	颗粒	液限	塑限	塑性	颗粒粒径分布/%		
/%	/(g·cm^{-3})	相对质量密度	/%	/%	指数	0.075～2 mm	0.002～0.075 mm	<0.002 mm
1.74	1.65	2.7	30	19	11	4.4	79.4	16.2

1.2 试验方法与步骤

首先，准备 25 个圆形塑料培养皿（D=6.5 cm，H=2 cm），并在其内表面涂抹凡士林，以降低内壁摩阻力对试样变形的影响；再依次将平衡好的泥浆等量缓慢注入培养皿中，防止大量气泡混入；在室温（20±1）℃条件下开展自由收缩试验，即通过蒸发 3 h、密封 1 h 交替的方式使试样缓慢风干至各自预设的目标含水率。然后，将达到目标含水率的饼状试样密封静置 24 h 以消除动态蒸发造成的局部水分差异，再用刀片将其切分成数个约 1 cm^3 的方块并削去突出棱角备用。随机选择 3 个方块，采用烘箱法获取准确含水率；另取 4 个方块由蜡封法[23]测定密度并换算得到相应的孔隙比。分别求取 2 组方块样测试结果的平均值，作为该饼状试样实际的含水率和孔隙比。

同时，选取 8 个不同含水率试样开展压汞试验。将切好的目标土块放入液氮快速冷冻，再采用冷冻干燥机在气压 2 Pa、温度−63.8℃的条件下连续抽真空 48 h 使其达到完全干燥状态，以降低脱湿过程对试样原有孔隙结构的破坏。利用压汞仪完成试样微观孔隙结构测试，仪器包括两个低压仓和一个高压仓，低压由氮气提供，探测孔径范围为 3.6～360 μm，高压由高压油提供，可探测最小孔径为 0.003 μm。

2 试验结果与分析

2.1 收缩特征曲线

实测的遗址土泥浆收缩特征曲线如图 2 所示，该曲线反映了试样孔隙比随体积含水比的变化关系。其中，体积含水比的定义是孔隙水与土颗粒两者体积之比，可由质量含水率与土颗粒相对质量密度相乘得到（即 e_w=wG_s）。

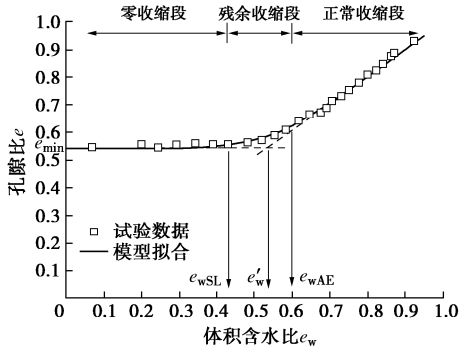


图 2 遗址土泥浆的收缩特征曲线

Fig. 2 Shrinkage characteristic curve of tested soil slurry

结果表明，伴随着蒸发的进行，泥浆样发生显著的体积收缩，孔隙比也相应减小。按照从饱和到干燥的顺序，收缩特征曲线可依次划分为正常收缩段、残余收缩段和零收缩段 3 部分，未出现结构收缩段。这是由于试样初始含水率较高，混合搅拌过程使得土颗粒均匀分散，不存在团聚体，且相互之间黏聚力弱，试样各向同性好。

在正常收缩段，e 与 e_w 之间满足 1∶1 的线性关系，说明孔隙体积收缩量与蒸发的水分体积完全相等，此时试样始终处于饱和状态。当 e_w 降低至 0.6 左右时，收缩进入残余段，即 e 减小速率变慢，曲线呈下凹形。这一阶段内的蒸发水量大于孔隙体积收缩量，表明空气开始逐渐进入试样。正常收缩段与残余收缩段的分界点对应含水率为 22%，该值是表征土体由饱和向非饱和状态转变的关键参数。随着风干持续进行，e_w 降低到约 0.43 后，e 几乎不再随之变化，曲线由此进入零收缩段。这一拐点对应的临界含水率为 16%，即土体缩限，该值是评价黏性土收缩开裂特性的重要指标之一。

总体而言，交河遗址土泥浆的残余收缩段较短，绝大部分体积变化都发生在其处于饱和状态时的正常收缩段，这与其他学者[5, 24]得到的结论类似。

为定量描述土体 e 和 e_w 之间的关系，前人建立了一系列收缩特征曲线模型[25]。针对类似于本文的不包括结构收缩段的双拐点、三段式曲线形态，Leong 等[26]曾提出下列表达式：

$$e(e_w)=e_{min}+\frac{1}{2}S_0\left\langle e_w+\frac{1}{k}\ln\left\{\frac{\cosh\left[k(e_w-e'_w)\right]}{\cosh(k\cdot e'_w)}\right\}\right\rangle。\quad(1)$$

式中 e_{min} 为试样收缩稳定后的最小孔隙比，又称残余孔隙比；S_0 为试样初始饱和度，取 1；k 为残余收缩段的曲率；e'_w 为正常收缩段和零收缩段直线部分的延长线交点所对应的体积含水比。由于此处的正常收缩段斜率为 1，故 e'_w 与 e_{min} 在数值上相等。

结果表明，该模型很好地描述了交河遗址土泥浆的完整收缩过程（图 2），其中 e_{min}，k 的拟合值分别为 0.545 和 7.671，拟合相关系数为 0.997。

2.2 微观孔隙结构

实测的不同含水率试样的汞累计注入曲线如图 3 所示。可以看出，随着风干程度的增加，最终的汞累计注入量不断减小，且这种变化趋势在高含水率段更为明显。当含水率降至 21.64%以下时，土体孔隙体积收缩则逐渐停止并达到稳定。

将各试样最终的汞累计注入量与土颗粒相对质量密度相乘，可计算得到其压汞孔隙比 e_{MIP}。该值与自由收缩试验实测的孔隙比 e 相比始终偏小，但差值通常在 10%以内（表 2）。这一偏差应与土体中存在的几种水银难以进入的特殊孔隙有关[27]，包括被土颗粒完全包围的孤立封闭孔隙、截面半径显著变化的瓶颈式

孔隙以及超过仪器测量界限的过大或过小孔隙。

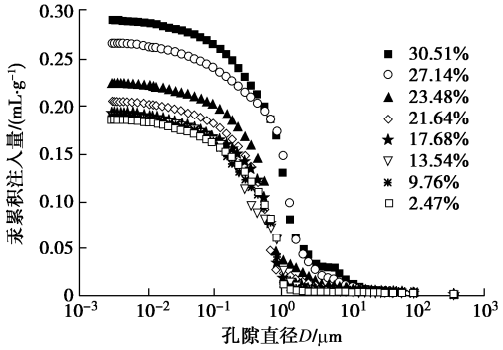


图 3 不同含水率试样的汞累计注入曲线

Fig. 3 Cumulative mercury intrusion curves of specimens with different water contents

表 2 不同含水率试样的 e_{MIP} 与 e 对比

Table 2 Comparison between e_{MIP} and e of specimens with different water contents

含水率/%	e_{MIP}	e	e_{MIP}/e
30.51	0.784	0.826	0.949
27.14	0.720	0.734	0.981
23.48	0.604	0.664	0.910
21.64	0.555	0.609	0.911
17.68	0.524	0.565	0.927
13.54	0.512	0.547	0.936
9.76	0.511	0.546	0.936
2.74	0.502	0.547	0.918

孔径分布曲线反映了不同直径的孔隙各自所占有的体积。如图 4（a）所示，交河遗址土泥浆在干燥收缩过程中的孔径分布曲线形态呈典型的单峰结构。当含水率从 30.51%降至 27.14%时，曲线主峰对应孔径保持在 1 μm 左右且高度不变，3～11 μm 孔径范围内的大孔数量有所减少。当含水率降至 23.48%，曲线主峰向左移动且高度略有降低，对应孔径减小为约 0.6 μm。这 3 条曲线在孔径 5 μm 附近均出现陡降，对应汞注入增量为 0。这一现象与压汞试验的操作步骤有关，即试样在低压仓内测试结束后，需要经历卸除外压、取出并转移至高压仓以及再次加压的过程[28]。这会导致局部孔径范围内的注汞体积测量误差，但由于该部分孔隙在交河遗址土泥浆中所占比例很小，因此对微观孔隙结构演变规律的整体分析没有太大影响。随着含水率继续降低至 17.68%，曲线主峰位置和高度几乎都不再变化，仅有孔径在 1～3 μm 的孔隙体积略微减少。

值得注意的是，当含水率低于缩限时，试样的孔径分布曲线形态经历了从单峰变为双峰并最终再次回归单峰结构的过程（图 4（b））。具体而言，含水率降至 13.54%后，除了原有主峰外，曲线在更小的 0.1～0.5 μm 孔径范围出现新的隆起。随着蒸发继续进行，该隆起逐渐减小至消失，而主峰的高度及其对应孔径反而略有增加。

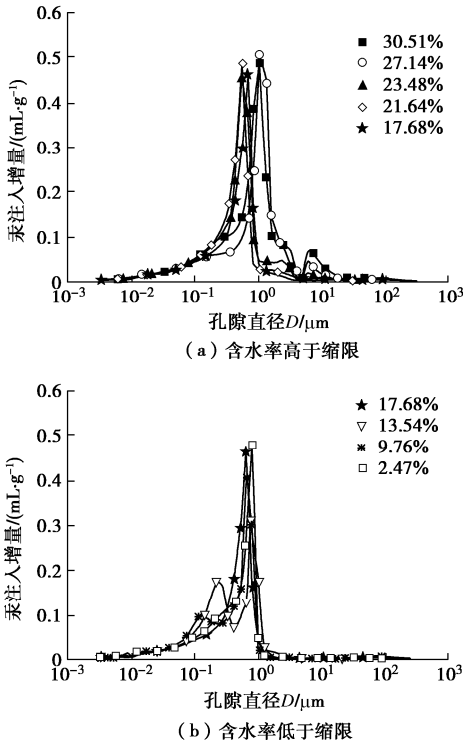


图 4 不同含水率试样的孔径分布曲线

Fig. 4 Pore-size distribution curves of specimens with different water contents

一般来说，压实黏土的孔径分布曲线形态呈双峰结构，其大、小孔分别指由黏土层叠体聚集形成的颗粒集合体之间及其内部的孔隙。小孔主要集中在 0.01～0.1 μm 范围内，且基本不受吸力和应力影响[19, 29]。因此，遗址土泥浆试样在低含水率段表现出的双峰结构与传统大、小孔的成因并不相同。Fiès 等[30]和孙文静等[31]指出，粉土风干过程中的孔径分布曲线形态演变机制与土颗粒的几何重分布有关。当试样由饱和状态变为非饱和时，黏粒收缩更加剧烈，从而在其与粉土颗粒的交界面处会形成微观裂隙，即对应着在孔径分布曲线小孔径范围出现的新的隆起。后续干燥时该隆起逐渐消失而曲线主峰略微右移，这实际代表了裂隙由小到大不断发育、连通的过程。

3　考虑体变的土水特征

3.1　基于孔隙比

根据已有的交河遗址土泥浆在脱湿过程中的质量含水率 w 与基质吸力 ψ_m 关系[10]：

$$w = 1.47 + \frac{28.53}{\left[1+(\psi_m/449.91)^{0.72}\right]^{1.09}}\quad , \quad (2)$$

可求取自由收缩试验中各试样的吸力值，并得到相应的 e_w – ψ_m 关系，如图 5 所示。为丰富高吸力段数据，图中补充了张悦等[10]的盐溶液蒸气平衡试验实测结果。

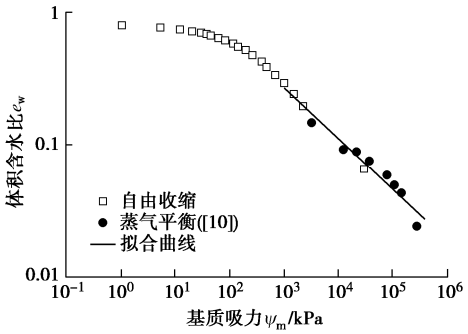


图 5 遗址土泥浆的 e_w – ψ_m 关系

Fig. 5 Relationship between e_w and ψ_m of tested soil slurry

Tarantino[32]系统研究多种土性的重塑样和压实样后发现，e_w 随 ψ_m 的变化规律不受孔隙比影响，且两者在双对数坐标中的高吸力段呈线性减小趋势，符合幂函数表达式：

$$e_w = A\psi_m^{-B} \quad , \tag{3}$$

式中，A，B 为拟合参数。本文选择 ψ_m >1000 kPa 的数据点进行拟合，得到 A，B 分别为 3.9335 和 0.3850，拟合相关系数为 0.971。

根据各试样的实际 w 和 e 计算其饱和度 S_r，得到相应的 S_r – ψ_m 关系，如图 6 所示。由于盐溶液蒸气平衡试验中试样的含水率远小于缩限，故认为其已达到收缩稳定，孔隙比均取残余值 0.545。采用经典 van Genuchten（vG）模型[33]进行描述，即

$$S_r = \left[1+(a\psi_m)^n\right]^{-m} \quad , \tag{4}$$

式中，a，n，m 为拟合参数。结果表明，a，n，m 对应取值为 0.0046，2.2942 和 0.1815，拟合相关系数 0.998。

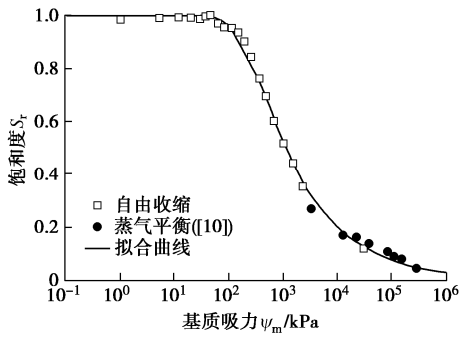


图 6 遗址土泥浆的 S_r – ψ_m 关系

Fig. 6 Relationship between S_r and ψ_m of tested soil slurry

结合式（4），e_w – ψ_m 关系还可写为

$$e_w = eS_r = e\left[1+(a\psi_m)^n\right]^{-m} \quad 。 \tag{5}$$

显然在 $\lg e_w$ – $\lg\psi_m$ 平面内，随着基质吸力不断增大，式（5）对应曲线应向式（3）对应曲线逐渐逼近且最终重合，即满足 $\psi_m \to \infty$ 时两者相交且斜率相等。基于该条件推导得出各参数之间关系如下：

$$m = \frac{B}{n} \quad , \tag{6}$$

$$a = \left(\frac{e}{A}\right)^{1/B} \quad 。 \tag{7}$$

将式（6），（7）及拟合参数 A，B 和 n 的值综合代入式（4），最终得到考虑体变的修正 vG 模型的土水特征曲面模型：

$$S_r = \left\{1+\left[\left(\frac{e}{3.9335}\right)^{2.5974}\psi_m\right]^{2.2942}\right\}^{-0.1678} \quad 。 \tag{8}$$

至此可获得交河遗址土脱湿条件下的 S_r – e – ψ_m 曲面，如图 7 所示，反映了基质吸力和孔隙比对饱和度的综合影响。可以看出，对于经历自由干缩的泥浆试样而言，其饱和度沿着曲面移动、发展，最终形成的是一条连续穿过一系列恒体积土水特征曲线的空间曲线。

干燥初期，ψ_m 增大导致含水率降低，但由于试样体积同步发生收缩，e 相应减小，因此 S_r 在低吸力范围内仍然维持在 1 附近。一旦含水率达到缩限试样变形则很快停止，此后 S_r 随着 ψ_m 的增大完全沿着某特定 e 对应的土水特征曲线快速降低。

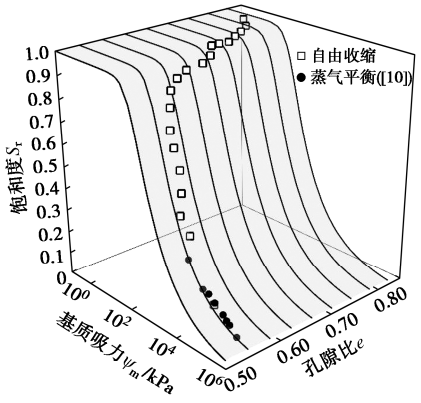


图 7 遗址土脱湿条件下的 S_r – e – ψ_m 曲面

Fig. 7 Curved surface of S_r – e – ψ_m of tested soil during desiccation

3.2 基于孔隙分布

压汞试验过程与土体蒸发干燥类似，本质上都是孔隙介质内部非润湿相流体入侵润湿相流体的过程，因此可基于实测的微观结构特征对持水特性进行预测[21, 34-35]。

假设孔隙均为理想圆柱体，则基质吸力 ψ_m 满足 Young-Laplace 方程[36]：

$$\psi_{\mathrm{m}} = u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{w}} = \frac{4\sigma\cos\theta}{D} \quad , \tag{9}$$

式中，u_{a}，u_{w} 分别为水−气界面两侧的孔隙气压力和孔隙水压力（Pa），D 为孔隙直径（m），σ 为水的表面张力，取 0.0728 N/m，θ 为水与土颗粒的接触角，取 0°。

将汞累计注入曲线中，最小孔径对应的最终累计注入量记为 V_{mt}，任意孔径 D 对应的累计注入量记为 V_{m}。假设土体吸力达到孔径 D 的相应值时，所有小于该孔径的孔隙维持饱和而大于该孔径的孔隙完全干燥，此时的有效饱和度 S_{e} 可按下式计算：

$$S_{\mathrm{e}} = \frac{V_{\mathrm{mt}} - V_{\mathrm{m}}}{V_{\mathrm{mt}}} \times 100\% \quad 。 \tag{10}$$

对于土中始终存在的那一部分水银难以进入的特殊孔隙，将其体积 V_{n} 占实际总孔隙体积 V_0 之比定义为残余饱和度 S_{res}：

$$S_{\mathrm{res}} = \frac{V_{\mathrm{n}}}{V_0} \times 100\% \quad , \tag{11}$$

实际饱和度 S_{r}，有效饱和度 S_{e} 和残余饱和度 S_{res} 三者满足以下关系：

$$S_{\mathrm{e}} = \frac{S_{\mathrm{r}} - S_{\mathrm{res}}}{1 - S_{\mathrm{res}}} \quad 。 \tag{12}$$

综上，结合土的汞累计注入曲线（图 3）和式（9）～（12）可分析实际饱和度在全吸力范围内的变化规律。

如图 8 所示，根据不同含水率试样微观结构推算得到的 S_{r} – ψ_{m} 关系曲线形态大体相似，各曲线在较低和较高吸力段变化平缓且基本趋于一致，但中间段则随着试样含水率降低而不断向右平移。对于交河遗址土而言，利用含水率 13.54%（低于缩限）试样的压汞数据计算的饱和度在 ψ_{m} ＜1000 kPa 时与试验实测值较为接近，但之后随着吸力增加两者间的偏差则先增大后减小。

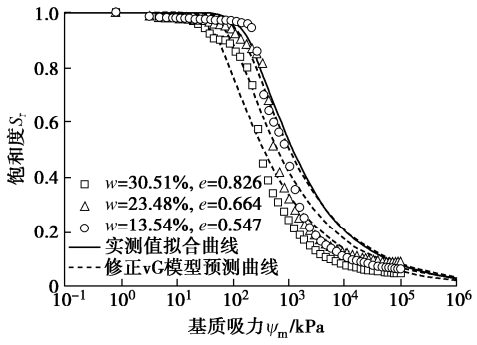


图 8 基于孔隙分布的遗址土泥浆 S_{r} – ψ_{m} 关系

Fig. 8 Relationship between S_{r} and ψ_{m} of tested soil slurry based on the pore size distribution

基于某特定含水率试样的孔隙分布推算全吸力范围内的饱和度时，实际上并未考虑到吸力改变引起的孔径变化，即整条土水特征曲线上的土体微观结构始终保持不变。图 8 中虚线是利用式（8）的修正土水特征曲面模型所预测的恒体积土水特征曲线，其孔隙比分别与 3 个试样对应相同，并从左向右依次减小。虽然其与基于孔隙分布方法获得的曲线不完全重合，但变化规律大体相似。很明显，对于交河遗址土而言，试样含水率越低孔隙比越小，根据其孔隙分布预测的饱和度结果越接近泥浆的实测曲线。

土体的真实孔隙并非完全理想的圆柱状毛细管，大多具有不规则截面，且其形状、尺寸和连通度等极为复杂。Liu 等[19]指出，泥浆干燥收缩时，孔隙入口及主体尺寸各自的变化对微观结构演变规律的影响程度显著不同。然而，压汞试验测得的仅是孔隙入口处（孔喉）的尺寸分布，无法反映通道整体的几何情况。除此之外，测试过程中的加压作用不但使水银进入孔隙，还可能引起高含水率试样的等向压缩，即导致某种程度的额外变形[37]。因此，基于孔隙分布对土体的持水特性开展预测时，试样选择及试验操作等因素对结果的影响不可忽略。

4　结　　论

本文针对交河遗址土泥浆开展脱湿试验，从宏观和微观角度重点探究了其在干燥过程中的体积变化规律，在此基础上建立考虑体变的土水特征曲面模型，综合分析了基质吸力和孔隙比对土体饱和度的影响机制。主要结论如下：

（1）根据孔隙比变化规律，泥浆收缩特征曲线可分为正常收缩段、残余收缩段以及零收缩段 3 部分，其临界点分别对应土体进气时的含水率（22%）和缩限（16%）；绝大部分体积变化发生在饱和状态下的正常收缩段；

（2）泥浆的总孔隙体积在干燥过程中不断减小，随后逐渐稳定不变，孔径分布曲线形态主要呈单峰结构，但由于土体内部细微裂隙的形成与发展，曲线形态在含水率低于缩限的阶段经历了单峰与双峰的相互转换；

（3）基于 vG 模型建立的脱湿土水特征曲面有效反映了基质吸力和孔隙比对饱和度的综合影响，干缩泥浆的土水特征曲线实质是一条连续穿过一系列恒体积土水特征曲线的空间曲线。

参考文献：

[1] 刘　炜. 我国北方 7 省室外土遗址病害分布特征研究[D].

西安: 西北大学, 2012. (LIU Wei. The Study of Issue Distribution Characters of Northern Chinese Earthen Sites[D]. Xi'an: Northwest University, 2012. (in Chinese))

[2] SHAO M S, LI L, WANG S J, et al. Deterioration mechanisms of building materials of Jiaohe ruins in China[J]. Journal of Cultural Heritage, 2013, **14**(1): 38 – 44.

[3] 张虎元, 刘 平, 王锦芳, 等. 土建筑遗址表面结皮形成与剥离机制研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(7): 1883 – 1891. (ZHANG Hu-yuan, LIU Ping, WANG Jin-fang, et al. Generation and detachment of surface crust on ancient earthen architectures[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(7): 1883 – 1891. (in Chinese))

[4] 崔 凯, 张影会, 谌文武, 等. 干旱区夯土遗址表面剥离二元结构特征与形成机制[J]. 兰州大学学报, 2019, **55**(5): 647 – 654. (CUI Kai, ZHANG Ying-hui, CHEN Wen-wu, et al. Characteristics and formation mechanism of the binary structure in scaling off the surface of rammed earth ruins in arid areas[J]. Journal of Lanzhou University, 2019, **55**(5): 647 – 654. (in Chinese))

[5] 刘 平, 张虎元, 严耿升, 等. 土建筑遗址表部土体收缩特征曲线测定[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(4): 842 – 849. (LIU Ping, ZHANG Hu-yuan, YAN Geng-sheng, et al. Determination of soil shrinkage characteristic curve of surface soil on ancient earthen architectures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(4): 842 – 849. (in Chinese))

[6] ZHANG Y, YE W M, CHEN B, et al. Desiccation of NaCl-contaminated soil of earthen heritages in the Site of Yar City, Northwest China[J]. Applied Clay Science, 2016, **124**, **125**: 1 – 10.

[7] 曲 瑾, 马建林, 杨 柏. 三星堆城墙干缩裂缝开裂与扩展机理[J]. 工程地质学报, 2020, **28**(3): 610 – 618. (QU Jin, MA Jian-lin, YANG Bai. Crack initiation and propagation mechanism of earth wall at Sanxingdui City[J]. Journal of Engineering Geology, 2020, **28**(3): 610 – 618. (in Chinese))

[8] 赵天宇, 张虎元, 严耿升, 等. 莫高窟壁画地仗土的土水特性研究[J]. 敦煌研究, 2011(6): 36 – 42. (ZHAO Tian-yu, ZHANG Hu-yuan, YAN Geng-sheng, et al. The soil-water characteristics of base coat in Mogao Grottoes[J]. Dunhuang Research, 2011(6): 36 – 42. (in Chinese))

[9] 李凤洁, 王旭东, 郭青林. 湿度影响下莫高窟壁画地仗层吸附水及吸力变化特征研究[J]. 工程地质学报, 2021, **29**(4): 1188 – 1198. (LI Feng-jie, WANG Xu-dong, GUO Qing-lin. Research on adsorbed moisture feature and suction variation characteristics of the earthen plaster in Mogao Grottoes under the influence of humidity[J]. Journal of Engineering Geology, 2021, **29**(4): 1188 – 1198. (in Chinese))

[10] 张 悦, 叶为民, 王 琼, 等. 含盐遗址重塑土的吸力测定及土水特征曲线拟合[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(9): 1661 – 1669. (ZHANG Yue, YE Wei-min, WANG Qiong, et al. Suction measurement and SWRC modelling for reconstituted salt-laden soils in earthen heritages[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(9): 1661 – 1669. (in Chinese))

[11] 邵明申, 李最雄. PS 对非饱和重塑黏土的土 – 水特征曲线的影响[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2011, **42**(5): 1432 – 1436. (SHAO Ming-shen, LI Zui-xiong. Effect of PS on soil-water characteristic curve of remolded unsaturated clay[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2011, **42**(5): 1432 – 1436. (in Chinese))

[12] WHEELER S J, SHARMA R S, BUISSON M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2003, **53**(1): 41 – 54.

[13] 孙德安. 饱和度对非饱和土力学性质的影响[J]. 岩土力学, 2009, **30**(增刊 2): 13 – 16. (SUN De-an. Effect of saturation degree on mechanical behaviours of unsaturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(S2): 13 – 16. (in Chinese))

[14] SALAGER S, NUTH M, FERRARI A, et al. Investigation into water retention behaviour of deformable soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2013, **50**(2): 200 – 208.

[15] XING X G, LI Y B, MA X Y. Water retention curve correction using changes in bulk density during data collection[J]. Engineering Geology, 2018, **233**: 231 – 237.

[16] 张雪东, 赵成刚, 刘 艳, 等. 变形对土水特征曲线影响规律模拟研究[J]. 土木工程学报, 2011, **44**(7): 119 – 126. (ZHANG Xue-dong, ZHAO Cheng-gang, LIU Yan, et al. Modeling study of the relationship between deformation and water retention curve[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, **44**(7): 119 – 126. (in Chinese))

[17] 邹维列, 张俊峰, 王协群. 脱湿路径下重塑膨胀土的体变修正与土水特征[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(12): 2213 – 2219. (ZOU Wei-lie, ZHANG Jun-feng, WANG Xie-qun. Volume change correction and soil-water characteristics of remodeling expansive soil under dehydration path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(12): 2213 – 2219. (in Chinese))

[18] 孙德安, 高 游, 刘文捷, 等. 红黏土的土水特性及其孔隙分布[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 351 – 356. (SUN De-an, GAO You, LIU Wen-jie, et al. Soil-water

characteristics and pore-size distribution of lateritic clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 351－356. (in Chinese))

[19] LIU X F, BUZZI O, YUAN S Y, et al. Multi-scale characterization of retention and shrinkage behavior of four Australian clayey soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, **53**(5): 854－870.

[20] 谈云志, 喻　波, 刘晓玲, 等. 压实红黏土失水收缩过程的孔隙演化规律[J]. 岩土力学, 2015, **36**(2): 369－375. (TAN Yun-zhi, YU Bo, LIU Xiao-ling, et al. Pore size evolution of compacted laterite under desiccation shrinkage process effects[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(2): 369－375. (in Chinese))

[21] SUN W J，CUI Y J. Determining the soil-water retention curve using mercury intrusion porosimetry test in consideration of soil volume change[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2020, **12**(5): 1070－1079.

[22] 牛　庚, 邵龙潭, 孙德安, 等. 土－水特征曲线测量过程中孔隙分布的演化规律探讨[J]. 岩土力学, 2020, **41**(4): 1195－1202. (NIU Geng, SHAO Long-tan, SUN De-an, et al. Evolution law of pore-size distribution in soil-water retention test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(4): 1195－1202. (in Chinese))

[23] 赵天宇, 张虎元, 严耿升, 等. 电子天平在蜡封法密度试验中的应用[J]. 工程勘察, 2009(5): 6－9. (ZHAO Tian-yu, ZHANG Hu-yuan, YAN Geng-sheng, et al. Application of electronic balance in the paraffin-coated method to determining soil density[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2009(5): 6－9. (in Chinese))

[24] 唐朝生, 崔玉军, TANG A M, 等. 土体干燥过程中的体积收缩变形特征[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(8): 1271－1279. (TANG Chao-sheng, CUI Yu-jun, TANG A M, et al. Volumetric shrinkage characteristics of soil during drying[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(8): 1271－1279. (in Chinese))

[25] CORNELIS W M, CORLUY J, MEDINA H, et al. Measuring and modelling the soil shrinkage characteristic curve[J]. Geoderma, 2006, **137**(1/2): 179－191.

[26] LEONG E C, WIJAYA M. Universal soil shrinkage curve equation[J]. Geoderma, 2015, **237**, **238**: 78－87.

[27] ROMERO E, SIMMS P H. Microstructure investigation in unsaturated soils: a review with special attention to contribution of mercury intrusion porosimetry and environmental scanning electron microscopy[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2008, **26**(6): 705－727.

[28] SASANIAN S, NEWSON T A. Use of mercury intrusion porosimetry for microstructural investigation of reconstituted clays at high water contents[J]. Engineering Geology, 2013, **158**: 15－22.

[29] NG C W W, SADEGHI H, HOSSEN S K B, et al. Water retention and volumetric characteristics of intact and re-compacted loess[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, **53**(8): 1258－1269.

[30] FIÈS J C, BRUAND A. Particle packing and organization of the textural porosity in clay-silt-sand mixtures[J]. European Journal of Soil Science, 1998, **49**(4): 557－567.

[31] 孙文静, 韦　广, 崔玉军, 等. 粉土干化过程中微观结构的演变[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(10): 2544－2550. (SUN Wen-jing, WEI Guang, CUI Yu-jun, et al. Microstructure evolution in silty soil during drying[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(10): 2544－2550. (in Chinese))

[32] TARANTINO A. A water retention model for deformable soils[J]. Géotechnique, 2009, **59**(9): 751－762.

[33] VAN GENUCHTEN M TH. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892－898.

[34] MUÑOZ-CASTELBLANCO J A, PEREIRA J M, DELAGE P, et al. The water retention properties of a natural unsaturated loess from northern France[J]. Géotechnique, 2012, **62**(2): 95－106.

[35] 牛　庚, 孙德安, 韦昌富, 等. 基于孔径分布的全风化泥岩持水曲线推算[J]. 岩土力学, 2018, **39**(4): 1137－1345. (NIU Geng, SUN De-an, WEI Chang-fu, et al. Determination of water retention curve of fully weathered mudstone using its pore-size distribution[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(4): 1137－1345. (in Chinese))

[36] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil Mechanics for Unsaturated Soils[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1993.

[37] PENUMADU D, DEAN J. Compressibility effect in evaluating the pore-size distribution of Kaolin clay using mercury intrusion porosimetry[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, **37**(2): 393－405.

DOI：10.11779/CJGE202203008

层理页岩水力裂缝扩展规律的相场法研究

刘 嘉[1]，薛 熠*[1]，高 峰[2]，滕 腾[3]，梁 鑫[1]

（1. 西安理工大学西北旱区生态水利国家重点实验室，陕西 西安 710048；2. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室，江苏 徐州 221116；3. 中国矿业大学(北京) 能源与矿业学院，北京 100083）

摘 要：准确预测层理页岩水力裂缝扩展路径对于页岩压裂方案优化与压裂效果评价至关重要。基于多孔弹性理论和能量最小化原理建立水力耦合的相场模型，采用交错策略的分离式耦合方法进行求解。通过压裂试验数据对比验证模型的可靠性，同时基于页岩三维水力压裂模拟分析，验证该方法对于模拟不同地应力条件下的水力裂纹扩展问题的适用性。基于该模型，利用插值函数表征页岩层理与基质的力学和渗流参数，研究不同层理角度与地应力差工况下，水力裂缝、天然裂隙以及层理面三者之间的交互作用。研究表明：页岩的层理面改变了水力裂缝预期的扩展路径，该作用效果取决于层理角度。随着地应力差的增大，水力裂缝的扩展路径以及与天然裂隙、层理面交互模式逐渐由地应力差所控制。相场法模拟多场耦合环境下的复杂裂纹扩展与交互等现象相对于其它数值方法具有显著优势。

关键词：相场法；层理页岩；水力压裂；天然裂隙；地应力

中图分类号：TE319；TU45 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－4548(2022)03－0464－10

作者简介：刘 嘉(1991—)，男，博士，讲师，主要从事岩体多场耦合方面研究。E-mail：jliu@xaut.edu.cn。

Propagation of hydraulic fractures in bedded shale based on phase-field method

LIU Jia[1], XUE Yi[1], GAO Feng[2], TENG Teng[3], LIANG Xin[1]

(1. State Key Laboratory of Eco-hydraulics in Northwest Arid Region, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 3. School of Energy and Mining Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

Abstract: Accurate prediction of the propagation path of hydraulic fractures in shale plays an important role in optimizing fracturing schemes and evaluating fracturing effects. Based on the theory of poroelasticity and the energy minimization principle, a hydro-mechanical coupling phase-field model is established. The segregated coupling method based on the staggered scheme is adopted to solve it numerically. The reliability of the model is verified by the existing experimental results. The simulation analysis of 3D hydraulic fracturing confirms the feasibility of the proposed method in capturing the propagation path of hydraulic fractures under different in-situ stress configurations. Based on the model, the mechanical and seepage parameters of bedding planes and matrix are characterized by the interpolation function. The interactions among hydraulic fractures, natural fractures and bedding planes are investigated under different bedding angles and in-situ stress configurations. The results show that the bedding planes of shale alter the expected propagation path of hydraulic fractures, which depends on the bedding angle. With the increase of in-situ stress difference, the propagation path of hydraulic fractures and the interaction mode are gradually controlled by the in-situ stress difference. Compared with other numerical methods, the phase-field method has a significant advantage in simulating complex crack propagation and interaction in coupled multiphysics environment.

Key words: phase-field method; bedded shale; hydraulic fracture; natural fracture; in-situ stress

0 引 言

非常规油气开采、增强型地热系统等都需要采用水力压裂技术来有效增加地下能源的开采效率[1]。然而，由于岩石结构及其所处工程地质环境的复杂性，有关水力裂缝扩展规律的研究一直是一项极具挑战的课题[2]。此外，水力压裂过程中压裂液的泄露极易造成地下水污染。因此，需要采用数值模拟或试验研究准确预测水力裂缝的扩展路径，以便为压裂方案优化与压裂效果评估等提供必要的理论指导。

基金项目：国家自然科学基金项目（12002270，52004285）；中国博士后科学基金项目（2020M683686XB）

收稿日期：2021－03－07

*通信作者（E-mail: xueyi@xaut.edu.cn）

当前对于岩石裂纹扩展问题的数值模拟方法，特别是岩石水力压裂裂缝扩展研究方面，主要分为两类：一类是离散法，如离散单元法（DEM）、位移不连续法（DDM）等；另一类则为连续方法，如连续损伤模型（CDM）、相场法（PFM）等。前者一般以显式或隐式的方式在建模中设置裂纹面位移不连续，而后者位移场皆为连续的。因此，连续方法在模拟裂纹扩展时节省了处理复杂裂纹面位移跳跃的工作，更易于数值实现。

相场法起源于 Francfort 等[3]基于经典的 Griffith 能量理论提出的断裂变分模型。Bourdin 等[4]通过引入区分材料完整和断裂的标量相场，将尖锐的裂纹拓扑通过扩散损伤带正则化，给出了断裂变分模型的数值实现。随后针对相场断裂方法的研究应运而生。其中，Miehe 等[5]提出了脆性断裂热力学一致的相场模型，该模型被视为可替代 Francfort-Marigo[3]和 Bourdin 等[4]的理论框架[6]。基于总弹性能驱动的相场模型，可能导致不符合实际的裂纹扩展模式。为了避免这种情况，Amor 等[7]和 Miehe 等[5]分别提出了不同的应变张量分解方法，从而驱动更加符合实际的裂纹扩展。

由于相场法采用标量场表征离散裂纹几何，并未将裂纹描述为物理不连续，只是将完整的材料平滑地过渡到完全断裂区域。裂纹的起裂和扩展取决于相场演化方程（即光滑相场扩散方程）。因此，相场法的实现并不需要额外地追踪复杂裂纹表面[8-9]。该优点使得相场法可以处理任意脆性岩石中二维或三维几何的多裂纹扩展、交汇、分叉与合并。与此同时，由于相场法本身属于多场问题，可进一步将相场扩散方程与描述其它物理场的偏微分方程耦合，即可实现对多物理场耦合条件下的裂纹扩展问题的求解[10]。对于能源的深部地下开采而言，将相场模型扩展应用到涉及高温、高压以及高地应力的深部多场耦合环境下岩石断裂领域，对于准确预测裂纹扩展路径及有效控制深部资源的安全与高效开采，有着至关重要的作用。

近几年，国内外学者将相场法发展应用于各个领域中材料的断裂问题，如岩土工程材料的断裂[11-12]、层状结构的交界面断裂[13]、纤维增强型复合材料断裂等[14]。其中 Miehe 等[15]通过三篇文章系统介绍了利用相场法模拟多场耦合条件下材料的断裂问题，其中包括了相场法在多孔介质水力压裂中的应用。Santillán 等[16]发展了水力耦合的相场模型，假设流体在多孔介质中满足达西渗流定律，而裂缝区渗流采用雷诺润滑方程描述。易良平等[17]利用相场方法模拟分析了煤砂互层中水力裂缝纵向延伸的影响因素。张飞[18]采用了移动网格方法动态跟踪裂缝的扩展，实现了复杂水力裂缝延伸的相场法模拟。Yi 等[19]考虑了比奥参数（比奥系数、比奥模量和孔隙度）随损伤场的演化、基质各向异性渗透率以及新的相场驱动力，建立了一致的相场模型。

对于页岩而言，弱层理结构使得其力学、渗流性质具有显著各向异性特征[20-21]。而横观各向同性假设在一定程度上弱化了层状结构在岩石断裂过程中扮演的角色。此外，天然裂隙也是影响水力裂缝扩展路径的主要因素[22]。因此，准确预测页岩水力裂缝、天然裂隙以及层理面三者之间的交互作用需要建立单独考虑页岩层理结构的水力压裂模型。而相场法提供了一种非常有效且易于实施的数值模拟手段。

1　控制方程

1.1　断裂的相场近似

相场法通过引入标量场 ϕ 来表征裂纹形态。如图 1 所示，当 ϕ=0 时，表示材料未破坏，而当 ϕ=1 时，此处材料发生断裂。显然，这种方法与连续损伤理论相似，其中标量相场 ϕ 在均匀宏观意义上描述了裂纹的扩展。基于此观点，采用指数函数来近似一维断裂问题的标量相场（图 1（a））[23]，即

$$\phi(x)=\mathrm{e}^{-|x|/l_0} \quad , \tag{1}$$

式中，l_0 为长度尺度参数，表征裂纹的宽度。当 l_0 趋向于零，则裂纹趋向于真实的尖锐状态。

如图 1（b）所示，从一维相场近似扩展到二维或三维，得到单位体积的裂纹表面密度函数[23]：

$$\gamma(\phi,\nabla\phi)=\frac{\phi^2}{2l_0}+\frac{l_0}{2}|\nabla\phi|^2 \quad 。 \tag{2}$$

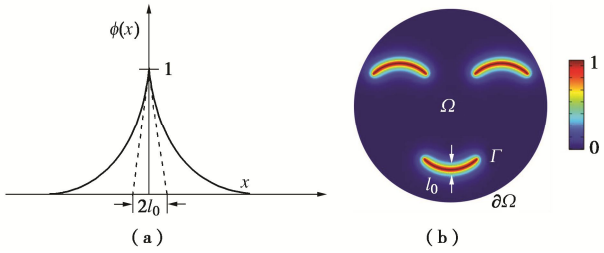


图 1　相场表征裂纹方法

Fig. 1 Crack characterized by phase field

根据式（2），裂纹扩展所需要的能量，即断裂耗散能可表示为[23]

$$\int_{\Gamma}G_{\mathrm{c}}\mathrm{d}S\approx\int_{\Omega}G_{\mathrm{c}}\left(\frac{\phi^2}{2l_0}+\frac{l_0}{2}|\nabla\phi|^2\right)\mathrm{d}\Omega \quad , \tag{3}$$

式中，G_{c} 是临界能量释放率。

1.2　水力耦合的相场模型

考虑流体饱和的多孔弹性体，构造总的拉格朗日

能量泛函，可表示为

$$\Pi = E^{\mathrm{k}} - E^{\mathrm{e}} - E^{\mathrm{f}} + E^{\mathrm{p}} + E^{\mathrm{ext}} \quad 。 \tag{4}$$

式中 E^{k} 为弹性体的动能，由于本文是准静态加载，所以动能项为零；E^{e} 为弹性势能；E^{f} 为断裂能；E^{p} 为与多孔介质流体压力相关的势能项；E^{ext} 为外力所做功。

为了表征拉伸导致的材料断裂，上式中弹性能可分为拉、压两部分，弹性能的分解从弹性应变的分解开始，即应变张量分解为拉、压两部分[23]：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\pm} = \sum_{a=1}^{d} \langle \varepsilon_a \rangle_{\pm} \boldsymbol{n}_a \otimes \boldsymbol{n}_b \quad , \tag{5}$$

式中，ε_a 为主应变，$\boldsymbol{n}_a$ 和 $\boldsymbol{n}_b$ 表示主应变的方向，其中 $\langle \varepsilon_a \rangle_{\pm} = (\varepsilon_a \pm |\varepsilon_a|)/2$。

因此，拉、压弹性应变能密度可表示为[23]

$$\varphi_{\varepsilon}^{\pm}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\lambda}{2} \langle \mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \rangle_{\pm}^2 + \mu \mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_{\pm}^2) \quad , \tag{6}$$

式中，λ和μ为拉梅常数。

考虑刚度弱化，弹性体在断裂过程中总的弹性能密度可表示为

$$\varphi_{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}) = g(\phi)\varphi_{\varepsilon}^{+}(\boldsymbol{\varepsilon}) + \varphi_{\varepsilon}^{-}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad , \tag{7}$$

式中，$g(\phi) = (1-\delta)(1-\phi)^2 + \delta$ 为刚度退化函数，表示当材料发生断裂时，即ϕ趋向于 1，此时拉伸弹性能逐渐消失，δ是为了避免数值奇异的模型参数。

将式（7）和（3）代入式（4），同时考虑外力、初始地应力场 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 和多孔介质孔隙压力 p 的作用，可构造拉格朗日能量泛函为

$$\begin{aligned} \Pi = & -\int_{\Omega} [g(\phi)\varphi_{\varepsilon}^{+}(\boldsymbol{\varepsilon}) + \varphi_{\varepsilon}^{-}(\boldsymbol{\varepsilon})] \mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega} \alpha p \nabla \boldsymbol{u} \mathrm{d}\Omega + \\ & \int_{\Omega} g(\phi)\boldsymbol{\sigma}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \mathrm{d}\Omega - \int_{\Omega} G_{\mathrm{c}} \left(\frac{\phi^2}{2l_0} + \frac{l_0}{2} |\nabla \phi|^2 \right) \mathrm{d}\Omega + \\ & \int_{\Omega} \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{u} \mathrm{d}\Omega + \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{f} \cdot \boldsymbol{u} \mathrm{d}S \quad 。 \end{aligned} \tag{8}$$

令式（8）的一阶变分等于零，即可得到下面的控制方程，即水力耦合的相场模型：

$$\left.\begin{aligned} & \nabla \left[\boldsymbol{D} : \left(\frac{\nabla \boldsymbol{u} + \nabla^T \boldsymbol{u}}{2} \right) \right] - \alpha \boldsymbol{I} \nabla p + \boldsymbol{b} = 0 \quad , \\ & \left[\frac{2l_0(1-\delta)(\varphi_{\varepsilon}^{+} + \boldsymbol{\sigma}_0 : \boldsymbol{\varepsilon})}{G_{\mathrm{c}}} + 1 \right] \phi - l_0^2 \nabla^2 \phi \\ & = \frac{2l_0(1-\delta)(\varphi_{\varepsilon}^{+} + \boldsymbol{\sigma}_0 : \boldsymbol{\varepsilon})}{G_{\mathrm{c}}} \quad 。 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

式中 α为比奥系数；$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵；$\boldsymbol{b}$ 为体力项；$\boldsymbol{f}$ 为面力项；$\boldsymbol{u}$ 为位移矢量；$\boldsymbol{D}$ 为弹性矩阵。

1.3 渗流控制方程

为表征整个模拟区域 Ω 的渗流方程，定义 3 个子区域 Ω_{m}，Ω_{f} 和 Ω_{t}[24-25]。如图 2（a）所示，Ω_{m} 表示基质区域，Ω_{f} 为裂隙区域，Ω_{t} 为基质和裂隙过渡区域。通过引入线性插值函数（图 2（b）），3 个流动区域被两个阈值 c_1 和 c_2 所定义，这里 Ω_{f} 对应于$\phi \geqslant c_2$，Ω_{m} 对应$\phi \leqslant c_1$，而当 $c_1<\phi<c_2$ 表示过渡区域 Ω_{t}。

流体在多孔介质的渗流采用达西定律来描述。因此，基质中流体的质量守恒方程表示如下：

$$\rho_{\mathrm{m}} S_{\mathrm{m}} \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \left(\rho_{\mathrm{m}} \frac{K_{\mathrm{m}}}{\mu_{\mathrm{m}}} \nabla p \right) = q_{\mathrm{m}} - \rho_{\mathrm{m}} \alpha_{\mathrm{m}} \frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{v}}}{\partial t} \quad , \tag{10}$$

裂缝中流体的质量守恒方程为

$$\rho_{\mathrm{f}} S_{\mathrm{f}} \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \left(\rho_{\mathrm{f}} \frac{K_{\mathrm{f}}}{\mu_{\mathrm{f}}} \nabla p \right) = q_{\mathrm{f}} \quad 。 \tag{11}$$

式中 下标 m 表示基质；f 表示裂缝；ρ为流体的密度；ε_{v} 为体积应变；K 为渗透率；μ为流体的动力黏度；S 为储存系数。

结合上述方程，考虑基质和裂隙区域，在整个域 Ω上流体的质量守恒方程可表示为

$$\rho S \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \left(\rho \frac{K}{\mu} \nabla p \right) = q - \rho \alpha \chi_{\mathrm{m}} \frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{v}}}{\partial t} \quad 。 \tag{12}$$

式中 储存系数 $S = \theta c + (\alpha - \theta)(1-\alpha)/K_{\mathrm{v}}$，其中 K_v 为体积模量；θ为孔隙度；c 为流体压缩系数；比奥系数 $\alpha = \chi_{\mathrm{m}}\alpha_{\mathrm{m}} + \chi_{\mathrm{f}}\alpha_{\mathrm{f}}$；渗透率 $K = \chi_{\mathrm{m}}K_{\mathrm{m}} + \chi_{\mathrm{f}}K_{\mathrm{f}}$，其中 χ_{m} 和 χ_{f} 分别为

$$\chi_{\mathrm{m}} = \begin{cases} 1 & \phi \leqslant c_1 \\ \dfrac{c_2 - \phi}{c_2 - c_1} & c_1 < \phi \leqslant c_2 \\ 0 & \phi > c_2 \end{cases}, \quad \chi_{\mathrm{f}} = \begin{cases} 0 & \phi \leqslant c_1 \\ \dfrac{\phi - c_1}{c_2 - c_1} & c_1 < \phi \leqslant c_2 \\ 1 & \phi > c_2 \end{cases} 。 \tag{13}$$

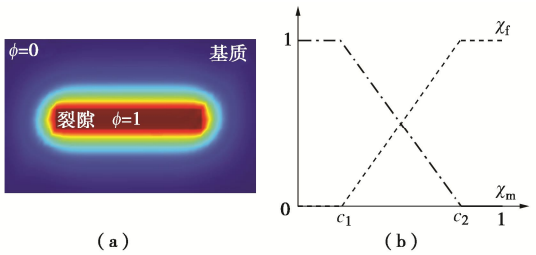


图 2 基质和裂隙渗透率的线性插值函数

Fig. 2 Linear interpolation functions for matrix and fracture permeability

1.4 局部历史应变能

裂纹的扩展是不可逆的，即相场是单调递增的。然而，当循环加载、压缩或卸载发生时，相场ϕ可能会减小。因此，为了保证材料断裂的不可逆性，需要建立局部历史应变能场[8, 23]：

$$H(x,t) = \max_{\tau \in [0,t]} \left[\varphi_{\varepsilon}^{+}(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x},\tau)) + \boldsymbol{\sigma}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x},\tau) \right] \quad 。 \tag{14}$$

将式（14）代入式（9）可得

$$\begin{cases}\nabla\left[\boldsymbol{D}:\left(\dfrac{\nabla\boldsymbol{u}+\nabla^{T}\boldsymbol{u}}{2}\right)\right]-\alpha_{B}\boldsymbol{I}\nabla p+\boldsymbol{b}=0\\ \left[\dfrac{2l_0(1-\delta)H}{G_c}+1\right]\phi-l_0^2\nabla^2\phi=\dfrac{2l_0(1-\delta)H}{G_c}\end{cases}。\quad(15)$$

2　模型实施与验证

2.1　模型实施

采用基于 COMSOL Multiphsics 的有限元方法求解水力耦合的相场模型。岩石变形方程、流体渗流方程、历史应变方程以及相场扩散方程的求解分别采用 4 个指定模块。在每个时间步之后，对材料的弹性矩阵 $\boldsymbol{D}$（式（15））进行刚度退化修正，修正公式如下[8]：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\varepsilon})&=\frac{\partial^2\psi_{\varepsilon}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}^2}=[(1-\delta)(1-\phi)^2+\delta]\frac{\partial^2\psi_{\varepsilon}^{+}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}^2}+\frac{\partial^2\psi_{\varepsilon}^{-}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}^2}\\&=\lambda\{[(1-\delta)(1-\phi)^2+\delta]H_{\varepsilon}[tr(\boldsymbol{\varepsilon})]+H_{\varepsilon}[-tr(\boldsymbol{\varepsilon})]\}\boldsymbol{J}+\\&\quad 2\mu\{[(1-\delta)(1-\phi)^2+\delta]\boldsymbol{P}^{+}+\boldsymbol{P}^{-}\quad,\end{aligned}\quad(16)$$

式中，$H_{\varepsilon}(x)$为 Heaviside 函数，$\boldsymbol{J}$ 为四阶张量，$\boldsymbol{P}^{+}$和 $\boldsymbol{P}^{-}$为应变相关的非线性项[8]。

历史应变场（Eq.（14））可以通过下式求解：

$$\begin{cases}H=\varphi_{\varepsilon}^{+},\ \text{if}\ \varphi_{\varepsilon}^{+}>H\\ H=H,\ \ \text{if}\ \varphi_{\varepsilon}^{+}\leqslant H\end{cases}。\quad(17)$$

历史应变场的初始值通常为 $H_0(x)$=0，而当存在预制裂隙时，可以通过指定下列初始条件来表征[26]：

$$H_0(x)=\begin{cases}\dfrac{BG_{\mathrm{c}}}{2l_0}\left[1-\dfrac{2d(x,l)}{l_0}\right] & d(\boldsymbol{x},l)\leqslant\dfrac{l_0}{2}\\ 0 & d(\boldsymbol{x},l)>\dfrac{l_0}{2}\end{cases},\quad(18)$$

式中，B 为一标量参数；$d(\boldsymbol{x},l)$为模型任一点到离散裂隙的最短距离。

综上所述，首先通过求解岩石变形方程得到应变张量，由式（6）计算拉伸弹性能量密度；用岩石变形方程的解来求解渗流方程；求解历史应变能方程，用拉伸弹性能密度来更新 H；最后，相场方程需要借助不断更新的 H 来驱动相场ϕ的演化。在每个时间步长中，基于更新的弹性应变和相场对弹性矩阵 $\boldsymbol{D}$ 进行修正。这样各个耦合场变量可以通过交错策略的分离式耦合方法依次求解。隐式广义α方法被采用以确保求解的稳定性。

2.2　模型验证

为了验证相场法模拟水力裂缝扩展的可靠性，本文首先采用试验结果进行对比验证。根据含圆孔和两条预制裂隙的石膏试件水力压裂试验，通过相场法建立相同的压裂模型模拟水力裂缝的扩展路径，并与试验结果进行比较。两种模型如图 3 所示，模型I预制裂缝水平设置，模型II中预制裂隙与水平方向夹角为 60°。两条预制裂隙的初始长度均为 20 mm，圆孔的直径也为 20 mm。预制裂隙的开度为 1 mm。相关输入参数可见文献[27，28]。采用自由三角形网格对模型进行离散，沿预期裂缝扩展路径区域对网格进行细化，最大单元尺寸为 1 mm。此外，在钻孔与预制裂隙中施加 10 kPa/s 的内压。如图 3 所示，通过相场模拟得到的水力裂缝形态与试验结果一致，从而验证了相场模型模拟水力裂纹扩展的可靠性。

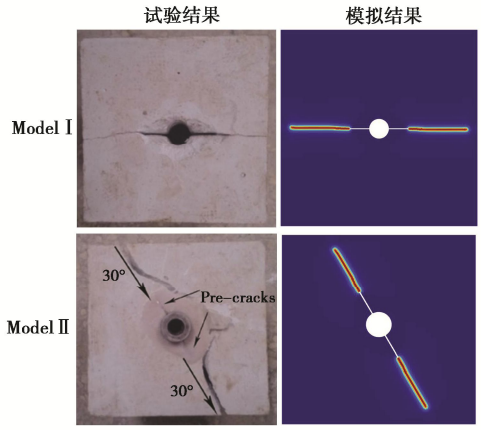


图 3　相场模拟与试验结果对比

Fig. 3 Comparison of results from experiments and phase field modeling

此外还测试了该方法模拟三维水力裂缝扩展的适用性。计算域为 200 mm×200 mm×200 mm 的立方体。如图 4（a）所示，平板裂隙位于 *x*-*y* 平面内，长和宽均为 30 mm，开度为 5 mm。给定中间预制平板裂隙的流体源为 100 kg/(m^3·s)，长度尺度参数 l_0=5 mm，其余计算参数见表 1。采用八节点六面体单元对三维域进行离散，将单元的最大尺寸设为 5 mm，以降低计算成本。另外，时间步长设置为 0.05 s。在这个三维例子中，给定两个方向的最小地应力为 3 MPa，*x*，*y* 和 *z* 方向依次设置最大地应力 13 MPa。三维各向同性介质中的水力裂缝扩展规律如图 4（b）～（d）所示。由图 4 可以看出，当σ_{H}=13 MPa 和σ_{h}=13 MPa 时，裂缝仅在 *x*-*y* 平面内萌生和扩展。裂缝面形状为椭圆形，椭圆长轴垂直于最大主应力方向。图 4（d）表明，当σ_{v}=13 MPa 时，裂缝开始沿着 *z* 轴方向扩展。图 5 为三维水力裂缝损伤面积和流体压力演化特征。裂缝萌生后流体压力呈下降趋势，当σ_{v}=13 MPa 时，起裂速度显著低于σ_{H}=13 MPa 和σ_{h}=13 MPa 的工况。其最大流体压力明显高于其它两个模型，这与水力裂

缝的扩展速率相关。总而言之，该模拟表明相场法可有效捕捉不同地应力作用下的三维页岩水力裂纹扩展路径。

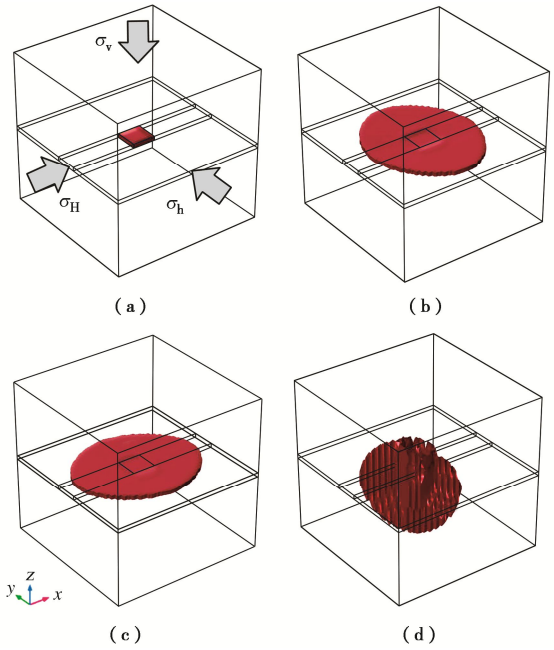


图 4 三维水力压裂裂缝形态

Fig. 4 Crack patterns of 3D hydraulic fracturing

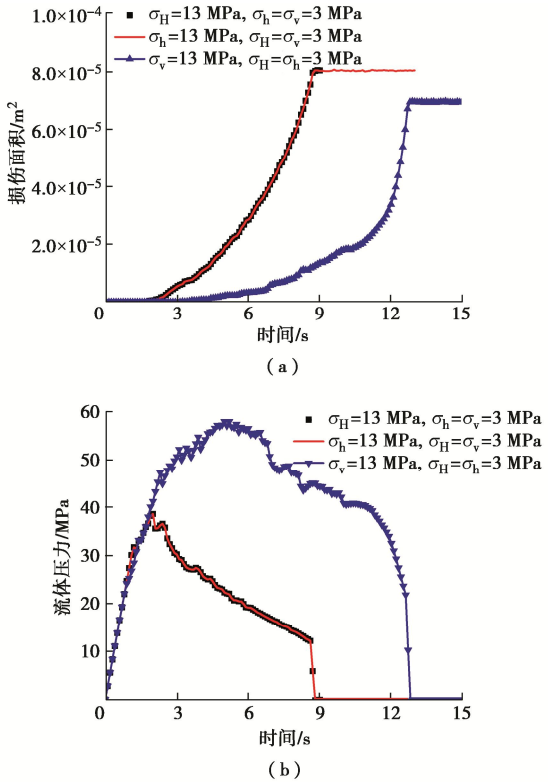


图 5 三维水力压裂损伤面积和流体压力演化

Fig. 5 Evolutions of damage area and fluid pressure during 3D hydraulic fracturing

3 数值模拟与分析

本文为简化计算，在二维假设下仅对试验尺度下页岩试样进行数值模拟研究。如图 6 所示，模型尺寸为 200 mm×200 mm，模型包含 3 条预制裂隙，其中位于模型中心处的裂隙为流体注入区，流体注入速率为 50 kg/(m^3·s)，其余两条为与水力裂缝交汇的预制天然裂隙，在相场法中为模拟预制裂隙，对于局部历史应变场方程（式（17））的变量 H 初始值采用了公式（18）设置，即预先给定较大的拉应变能，使得该预制裂隙区域在初始时刻相场 ϕ=1，表明天然裂隙一开始即处于完全损伤状态（无胶结）。采用自由三角形网格离散求解域，最大单元尺寸不超过 1 mm。模型外边界为零压力，水平和竖直方向分别施加最大和最小水平应力，同时施加对应的初始应力场。模拟相关参数见表 1。为了模拟层理面，采用了插值函数，赋于层理和基质各自的力学和渗流参数。基质弹性模量、临界能量释放率以及渗透率均服从韦伯分布，对应参数分布的均值见表 1，均质度系数为 6；层理的杨氏模量和临界能量释放率均弱化为基质的 1/5，层理渗透率强化为基质渗透率的 10 倍。以层理角度等于 60°为例，得到的具体参数分布见图 7。

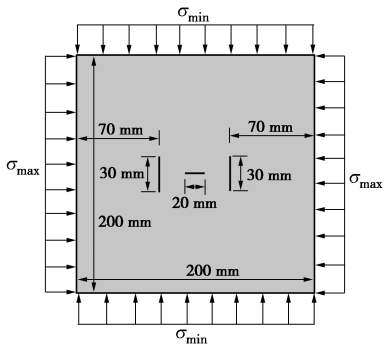


图 6 数值模型与边界条件

Fig. 6 Numerical model and its boundary conditions

表 1 相关模拟参数

Table 1 Parameters used in simulations

参数	E	ν	α_{Bm}	α_{Bf}	G_c	l_0
值	30	0.3	0.1	1	200	2
单位	GPa	—	—	—	N/m	mm
参数	c_1	c_2	ϕ_{sm}	ϕ_{sf}	c_{mf}	K_m
值	0.4	1	0.04	1	10^{-8}	10^{-19}
单位	—		—	—	1/Pa	m^2
参数	$\rho_{m/f}$	$\mu_{m/f}$	K_f	δ	B	
值	1000	0.001	10^{-8}	10^{-9}	1000	
单位	kg/m^3	Pa·s	m^2	—	—	

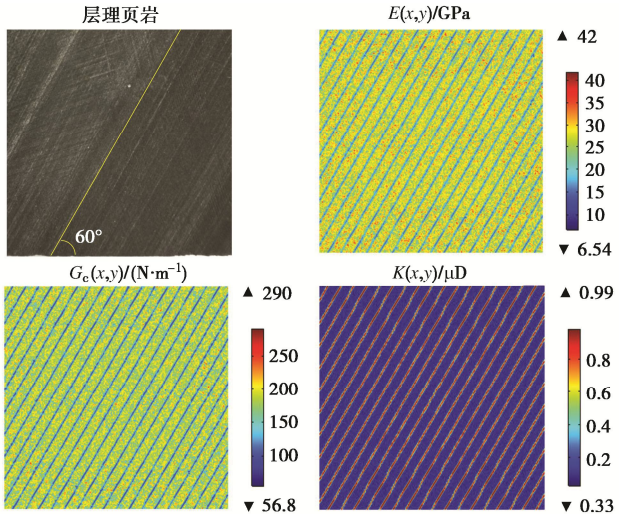


图 7　层理页岩力学渗流参数设置

Fig. 7 Mechanical and seepage parameters setting for bedded shale

3.1　水力裂缝与天然裂隙交互

这里首先研究了不含层理的页岩水力裂缝扩展特征。水平地应力的设置如表 2 所示，与文献[29]一致，地应力差逐渐增加，同时最大和最小水平应力依次变化。图 8 为注射流体 10 s 后，不同地应力条件下水力裂缝的形态。模拟结果显示，随着地应力差的增加，裂纹形态和起裂速度差异显著。当地应力差最小，即 $\Delta\sigma$=3 MPa 时，水力裂缝在与天然裂隙交汇后，沿着两条天然裂隙尖端开始扩展，随后由于应力屏蔽与放大效应，裂纹仅延其中两对角尖端扩展。随着地应力差逐渐增大，当$\Delta\sigma$=5 MPa 时，扩展后的水力裂缝倾角稍微减小，即水力裂缝转向最大水平地应力方向。当$\Delta\sigma$=7 MPa 时，水力裂缝转向显著，同时沿着最大水平应力方向扩展更为迅速，次生裂纹明显缩短。当 $\Delta\sigma$=10 MPa，水力裂缝遭遇天然裂隙时，扩展路径发生小角度偏转，此后直接横穿天然裂隙，此时，裂缝的扩展速度却低于$\Delta\sigma$=7 MPa 时的情况。图 9 给出了 $\Delta\sigma$=3 MPa 时，不同时间下页岩试样的第一主应力分布。可以看出即将发生扩展的裂缝尖端区域的第一主应力最大。

表 2　数值模拟方案

Table 2 Schemes of numerical simulation

模拟方案	σ_{max}/MPa	σ_{min}/MPa	$\Delta\sigma$/MPa
1	8	5	3
2	10	5	5
3	10	3	7
4	13	3	10

3.2　水力裂缝与天然裂隙、层理交互

页岩作为一种沉积岩，具有层状弱交界面，分布于整个岩体中。试验研究发现页岩的层状结构（即层理面）对页岩的力学特性、裂纹萌生、扩展和破坏形态有显著影响[30]。本节考虑了页岩的层理面，研究了层理面、天然裂隙和水力裂缝的交互。设置包含不同层理角度的页岩（0°，30°，60°和 90°）。为了清晰的显示裂纹的形态，通过逻辑变量，将相场ϕ>0.95 的裂缝区域统一设置为如图 10 所示的红色区域，与蓝色区域的基质部分（未开裂部分）加以区别。

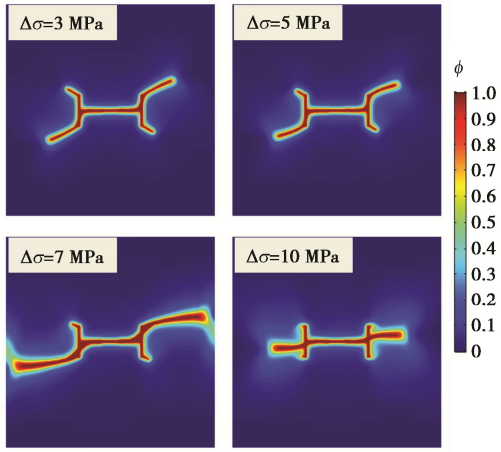


图 8　相同时刻不同应力差下的裂纹形态

Fig. 8 Crack patterns under different stresses at same time

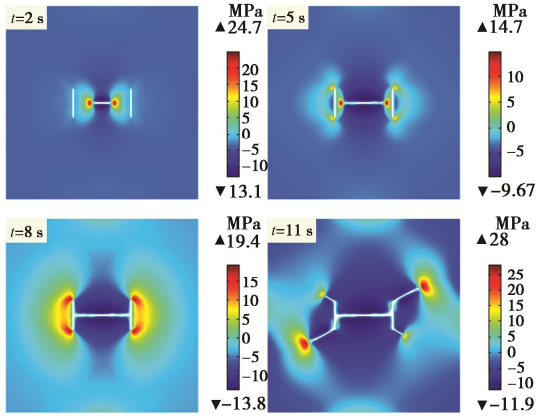


图 9　第一主应力（$\Delta\sigma$ =3 MPa）

Fig. 9 First principle stress ($\Delta\sigma$ =3 MPa)

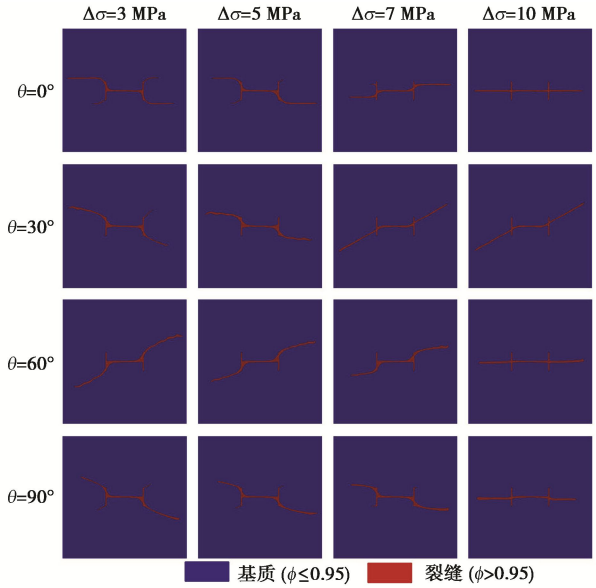


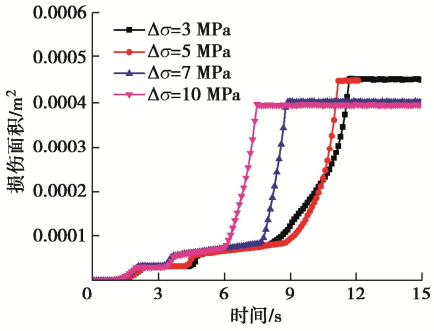
图 10　不同层理角度和地应力差下最终水力裂缝形态

Fig. 10 Final crack patterns under various bedding angles and stress differences

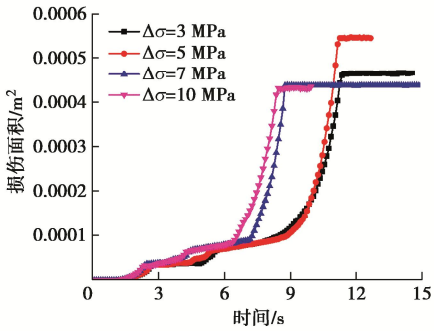
从图 10 可看出，最终裂缝随着层理角度和地应力差的不同呈现出不同的形态。当层理角度等于 0°，60° 和 90° 时，随着地应力差逐渐增大，水力裂缝与天然裂隙合并后的裂缝起裂角度逐渐减小，直至当地应力差增加到 10 MPa，水力裂缝可直接横穿天然裂隙。而当层理角度为 30° 时，随着地应力差的增大，水力裂缝与天然裂隙交汇点发生微小改变，交汇后裂缝整体扩展方向发生扭转，只沿层理面方向扩展，而不能横穿层理面。

图 11 绘制了损伤面积随时间的演化曲线。这里同样选择ϕ>0.95 的区域积分得到。可以清晰地看到损伤面积近似呈指数形式增长。在水力裂缝、层理面以及天然裂隙交互的同时发生部分抖动，这是由于水力裂缝、天然裂隙与层理面交互前存在能量的积聚。

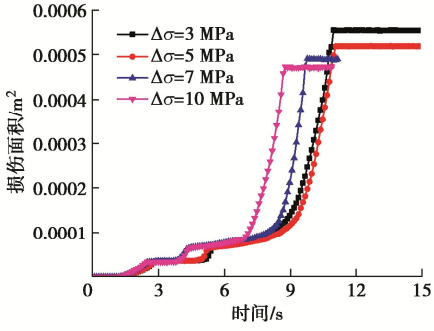
图 12 为注射裂隙内的平均流体压力演化规律。几乎都呈现出给出类似“驼峰”的特征。在水力加载初始阶段，压力曲线近乎直线增加。随着水力裂缝扩展，压力缓慢下降，当水力裂缝与天然裂隙汇合时，压力迅速下降到最小。此后，页岩逐渐开始积聚能量，因此压力曲线又逐渐呈现上升的趋势。当水力裂缝横穿天然裂隙或者裂隙沿着天然裂隙一端扩展后，压力又开始下降，直至降到零为止。



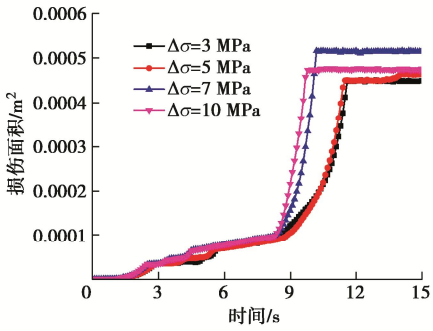
（a）θ=0°



（b）θ=30°



（c）θ=60°

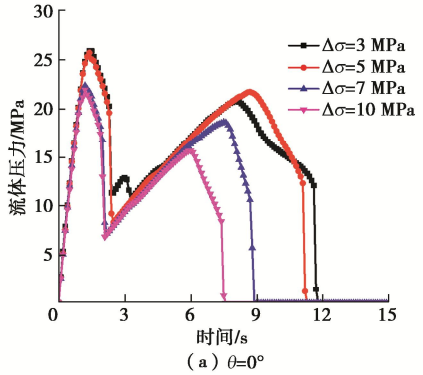


（d）θ=90°

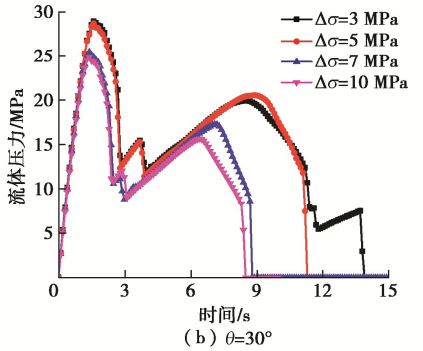
图 11 不同层理角度和应力差下损伤面积演化

Fig. 11 Evolution of damage area under varying bedding angles and stress differences

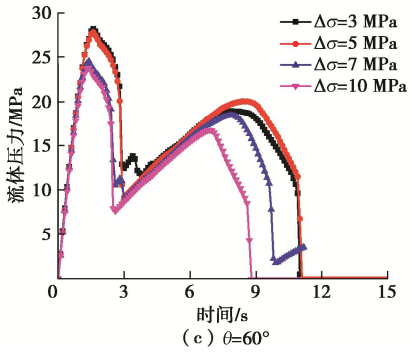
图 13 给出了不同时间下层理角度为 30°，Δσ=7 MPa 的层理页岩总的位移分布图。可以看出裂纹两侧位移的强间断特征。在计算迭代过程中可通过垂直于裂纹面两侧的位移分量实时计算更新裂纹的真实开度，根据修正的立方定律可进一步计算裂隙的渗透性。然而，在本文中并未按照此方法进行水力耦合，而是采用基质与模糊的损伤区线性插值得到的渗透率演化模型。这样无形中高估或低估了裂纹的渗透能力，可能会影响裂纹的起裂压力和扩展路径，这将是后期研究的重点。



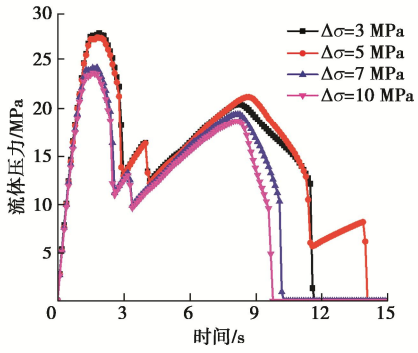
（a）θ=0°



（b）θ=30°



（c）θ=60°



（d）θ=90°

图 12　不同层理角度和应力差下的流体压力演化

Fig. 12 Evolution of fluid pressure under various bedding angles and stress differences

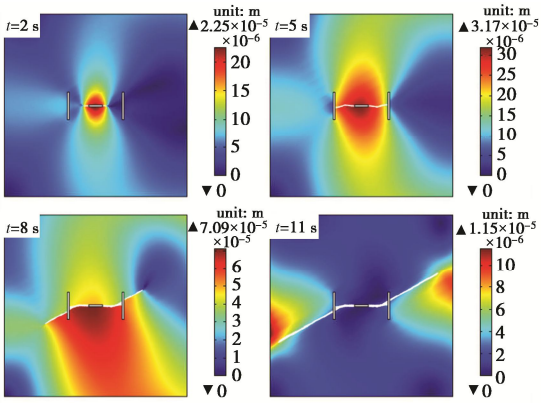


图 13　总位移分布图

Fig. 13 Distribution of total displacement

4　结　　语

建立了水力耦合的相场模型，该模型在模拟应力边界下复杂水力裂缝扩展、交互与合并过程中呈现出显著的优势。在三维模型中同样适用，且不需要裂纹面追踪和额外的数值操作。

层理角度改变了水力裂缝的扩展路径。随着地应力差的增大，水力裂缝可沿着最大水平应力方向横穿天然裂隙和层理面，而当层理角度为 30°，地应力差增大后，水力裂缝在与天然裂隙交互后沿着层理面扩展。

对相同层理角度而言，地应力差越大，裂缝起裂越快，裂缝形态越单一，损伤面积越小。注射裂缝的流体压力随注射时间和裂缝扩展情况演化。裂缝交互前，存在能量聚集阶段，而在裂纹交互后，流体压力迅速减小，直至最终达到边界压力。

在层理角度相同的情况下，层理对水力裂缝扩展路径的改变主要取决于层理面的力学参数，层理面的渗流参数必然会影响水力裂缝的起裂速度，而本文尚未细致考察这一情况。此外，由于其变分结构，该模型更容易被扩展用于研究多场耦合环境下岩石裂纹的扩展问题。

参考文献：

[1] 赵凯凯, 张　镇, 李文洲, 等. 基于 XSite 的钻孔起裂水力裂缝三维扩展研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(8): 1483－1491. (ZHAO Kai-kai, ZHANG Zhen, LI Wen-zhou, et al. Three-dimensional simulation of hydraulic fracture from a borehole using XSite[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(8): 1483－1491. (in Chinese))

[2] 刘　武, 过申磊, 陆　倩, 等. 基于 TOUGHREACT 的岩石水力损伤耦合数值模型研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(7): 1306－1314, 1380. (LIU Wu, GUO Shen-lei, LU Qian, et al. Numerical model for hydro-mechanical- damage coupling of rocks based on TOUGHREACT[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(7): 1306－1314, 1380. (in Chinese))

[3] FRANCFORT G A, MARIGO J J. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, **46**(8): 1319－1342.

[4] BOURDIN B, FRANCFORT G A, MARIGO J J. Numerical experiments in revisited brittle fracture[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, **48**(4): 797－826.

[5] MIEHE C, WELSCHINGER F, HOFACKER M. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, **83**(10): 1273－1311.

[6] AMBATI M, GERASIMOV T, LORENZIS L. A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation[J]. Computational Mechanics, 2015, **55**(2): 383－405.

[7] AMOR H, MARIGO J J, MAURINI C. Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact: numerical experiments[J]. J Mech Phys Solids, 2009, **57**: 1209－1229.

[8] ZHOU S W, ZHUANG X Y, ZHU H H, et al. Phase field

modelling of crack propagation, branching and coalescence in rocks[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2018, **96**: 174 – 192.

[9] 张 豪, 于继东, 裴晓阳, 等. 相场断裂方法发展概况[J]. 高压物理学报, 2019, **33**(3): 128 – 139. (ZHANG Hao, YU Ji-dong, PEI Xiao-yang, et al. An overview of phase field approach to fracture[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2019, **33**(3): 128 – 139. (in Chinese))

[10] 吴建营. 固体结构损伤破坏统一相场理论、算法和应用[J]. 力学学报, 2021, **53**(2): 301 – 329. (WU Jian-ying. On the theoretical and numerical aspects of the unified phase-field theory for damage and failure in solids and structures[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, **53**(2): 301 – 329. (in Chinese))

[11] NGUYEN T T, WALDMANN D, BUI T Q. Computational chemo-thermo-mechanical coupling phase-field model for complex fracture induced by early-age shrinkage and hydration heat in cement-based materials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, **348**: 1 – 28.

[12] ZHUANG X Y, ZHOU S W. An experimental and numerical study on the influence of filling materials on double-crack propagation[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, **53**(12): 5571 – 5591.

[13] LIU J, XUE Y, CHEN W, et al. Variational phase-field model based on lower-dimensional interfacial element in FEM framework for investigating fracture behavior in layered rocks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, **255**: 107962.

[14] ZHANG P, YAO W, HU X, et al. 3D micromechanical progressive failure simulation for fiber-reinforced composites[J]. Composite Structures, 2020, **249**: 112534.

[15] MIEHE C, MAUTHE S. Phase field modeling of fracture in multi-physics problems: part III crack driving forces in hydro-poro-elasticity and hydraulic fracturing of fluid-saturated porous media[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2016, **304**: 619 – 655.

[16] SANTILLÁN D, JUANES R, CUETO-FELGUEROSO L. Phase field model of hydraulic fracturing in poroelastic media: fracture propagation, arrest, and branching under fluid injection and extraction[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2018, **123**(3): 2127 – 2155.

[17] 易良平, 胡 滨, 李小刚, 等. 基于相场法的煤砂互层水力裂缝纵向延伸计算模型[J]. 煤炭学报, 2020, **45**(增刊 2): 706 – 716. (YI Liang-ping, HU Bin, LI Xiao-gang, et al. Calculation model of hydraulic crack vertical propagation in coal-sand interbedded formation based on the phase field method[J]. Journal of China Coal Society, 2020, **45**(S2): 706 – 716. (in Chinese))

[18] 张 飞. 基于自适应移动网格及相场逼近的水力裂缝延伸模拟[D]. 北京: 中国石油大学(北京), 2018. (ZHANG Fei. A Study on Adaptive Finite Element Solution of Phase-Field Models for Hydraulic Fracturing[D]. Beijing: China University of Petroleum (Beijing), 2018. (in Chinese))

[19] YI L, WAISMAN H, YANG Z, et al. A consistent phase field model for hydraulic fracture propagation in poroelastic media[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, **372**: 113396.

[20] 班宇鑫, 傅 翔, 谢 强, 等. 页岩巴西劈裂裂缝形态评价及功率谱特征分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(12): 2307 – 2315. (BAN Yu-xin, FU Xiang, XIE Qiang, et al. Evaluation of fracture morphology of shale in Brazilian tests and analysis of power spectral characteristics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(12): 2307 – 2315. (in Chinese))

[21] 侯 冰, 陈 勉, 张保卫, 等. 裂缝性页岩储层多级水力裂缝扩展规律研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 1041 – 1046. (HOU Bing, CHEN Mian, ZHANG Bao-wei, et al. Propagation of multiple hydraulic fractures in fractured shale reservoir[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 1041 – 1046. (in Chinese))

[22] 侯 冰, 武安安, 常 智, 等. 页岩油储层多甜点压裂裂缝垂向扩展试验研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(7): 1322 – 1330. (HOU Bing, WU An-an, CHANG Zhi, et al. Experimental study on vertical propagation of fractures of multi-sweet of spots shale oil reservoir[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(7): 1322 – 1330. (in Chinese))

[23] MIEHE C, HOFACKER M, WELSCHINGER F. A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, **199**(45-48): 2765 – 2778.

[24] ZHOU S W, ZHUANG X Y, RABCZUK T. A phase-field modeling approach of fracture propagation in poroelastic media[J]. Engineering Geology, 2018, **240**: 189 – 203.

[25] LEE S, WHEELER M F, WICK T. Pressure and fluid-driven fracture propagation in porous media using an adaptive finite element phase field model[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2016, **305**: 111 – 132.

[26] BORDEN M J, VERHOOSEL C V, SCOTT M A, et al. A phase-field description of dynamic brittle fracture[J].

Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, **217**～**220**: 77－95.

[27] JIAO Y Y, ZHANG H Q, ZHANG X L, et al. A two-dimensional coupled hydromechanical discontinuum model for simulating rock hydraulic fracturing[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2015, **39**(5): 457－481.

[28] LI K C, ZHOU S W. Numerical investigation of multizone hydraulic fracture propagation in porous media: new insights from a phase field method[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2019, **66**: 42－59.

[29] ZHANG Q, ZHANG X, JI P. Numerical study of interaction between a hydraulic fracture and a weak plane using the bonded-particle model based on moment tensors[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **105**: 79－93.

[30] 侯　鹏, 高　峰, 杨玉贵, 等. 黑色页岩巴西劈裂破坏的层理效应研究及能量分析[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(5): 930－937. (HOU Peng, GAO Feng, YANG Yu-gui, et al. Effect of bedding orientation on failure of black shale under Brazilian tests and energy analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(5): 930－937. (in Chinese))

《岩土工程学报》青年论坛学术活动进展报告

为了更好地活跃学术气氛、扩大学术交流和促进学科发展，并进一步加强《岩土工程学报》与岩土界青年学者的联系，利用《岩土工程学报》各媒介平台，特别是利用学报微信公众号平台（岩土学术 CJGE）——它具有学术传播快捷、形式多样的特点——开展《岩土工程学报》青年论坛。分专题推出岩土界青年学者学术成果报道和学术演讲报告，学报编辑部邀请学报青年编委和岩土界青年学术骨干担任论坛各专题的召集人，组织广大岩土界青年学者参加本论坛的学术交流。

《岩土工程学报》青年论坛自 2021 年 9 月 7 日开讲以来已历经半年，半年来论坛组织发布了五个专题方向的 38 个学术报告，国内外著名高校、科研院所和公司等 33 家单位的青年学者代表在论坛上作了学术演讲，学术报告的阅读量总计达到 68176 人次，其中单个报告的最大阅读量达到 9260 人次，阅读量达 6000 人次以上的报告有 2 个，阅读量达 2000 人次以上的报告有 8 个，阅读量达 1000 人次以上的报告有 19 个。

《岩土工程学报》青年论坛第一专题：土工测试与勘察技术（第一期: 土工测试技术），于 2021 年 9 月 7 日在《岩土工程学报》微信公众号平台上开讲，共包括 6 个学术报告，各学术报告的题目见附录 1。第一专题召集人为东南大学、安徽建筑大学教授蔡国军编委。

《岩土工程学报》青年论坛第二专题：桩基理论与实践新进展，于 2021 年 10 月 8 日在《岩土工程学报》微信公众号平台上开讲，共包括 7 个学术报告，各学术报告的题目见附录 2。第二专题召集人为同济大学教授梁发云编委。

《岩土工程学报》青年论坛第三专题：极端环境下的岩土工程，于 2021 年 11 月 24 日在《岩土工程学报》微信公众号平台上开讲，本专题共包括 8 个学术报告，各学术报告的题目见附录 3。第三专题召集人为北京工业大学教授路德春编委。

《岩土工程学报》青年论坛第四专题：岩石动力学及分析方法，于 2021 年 12 月 24 日在《岩土工程学报》微信公众号平台上开讲，本专题共包括 10 个学术报告，各学术报告的题目见附录 4。第四专题召集人为华侨大学教授俞缙编委。

《岩土工程学报》青年论坛第五专题：软土地基排水固结理论与工程实践，于 2022 年 2 月 9 日在《岩土工程学报》微信公众号平台上开讲，本专题共包括 7 个学术报告，各学术报告的题目见附录 5。第五专题召集人为南京水利科学研究院教授级高工何宁编委。

（本刊编辑部　2022 年 3 月）

附录 1：《岩土工程学报》青年论坛第一专题：土工测试与勘察技术（第一期：土工测试技术）报告列表

1．非饱和土热-水-力耦合试验系统研制及应用（北京交通大学蔡国庆教授）

2. 上海软土的小应变特性、HSS 模型参数取值及深基坑变形分析（同济大学顾晓强教授）

3．季冻区渠道灾变离心模拟技术（南京水利科学研究院黄英豪教授级高工）

4. 基于地震成像的近地表波速测试技术及应用(华中科技大学苗雨教授）

5. 液化场地桩-土-结构体系相互作用振动台试验与相关研究（哈尔滨工业大学唐亮教授）

6．软土路基压电特性测试（温州大学王军教授）

附录 2：《岩土工程学报》青年论坛第二专题：桩基理论与实践新进展报告列表

1．桩基动力学理论新进展（重庆大学丁选明教授）

2．砂土液化大变形本构模型在桩基础地震响应研究中的应用（清华大学王睿教授）

3．砂性土中桩打入过程多尺度模拟（浙江大学郭宁教授）

4．光纤传感技术在桩基监测中的应用（大连理工大学裴华富教授）

5．桩-土系统中的应力波传播机制及应用新进展（中国地质大学（武汉）吴文兵教授）

6．地下工程开挖诱发被动桩响应分析理论的研究（同济大学木林隆教授）

7．超高层建筑超长桩基础设计与实践（华东建筑设计研究院有限公司吴江斌研究员）

（下转 559 页）

DOI：10.11779/CJGE202203009

微生物加固砂土弹塑性本构模型

崔 昊[1]，肖 杨*[1,2,3]，孙增春[1]，汪成贵[1]，梁 放[1]，刘汉龙[1,2,3]

（1. 重庆大学土木工程学院，重庆 400045；2. 重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室，重庆 400045；
3. 库区环境地质灾害防治国家地方联合工程研究中心，重庆 400045）

摘 要：微生物诱导碳酸钙沉淀（MICP）是一种利用环境友好的微生物加固岩土体的新方法。试验结果表明，MICP加固砂的刚度，强度和剪胀性增强，可压缩性降低。针对MICP加固砂土的力学特性和变形特征，在临界状态土力学理论框架下，采用非关联流动法则，建立了微生物加固砂土的状态相关弹塑性本构模型。在新的胶结退化准则中，将胶结退化速率与塑性应变的累积和固结围压建立关系。微生物加固砂土三轴排水剪切试验的模拟结果表明所建立的本构模型可以较好地描述微生物加固砂土的应力－应变关系和剪胀行为，验证了模型的合理性。

关键词：MICP加固砂土；状态参数；胶结作用；退化；本构模型

中图分类号：TU441 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0474－09

作者简介：崔 昊(1991—)，男，博士研究生，主要从事胶结土本构模型及数值计算方面的研究。E-mail: cqucuihao1@163.com。

Elastoplastic constitutive model for biocemented sands

CUI Hao[1], XIAO Yang[1, 2, 3], SUN Zeng-chun[1], WANG Cheng-gui[1], LIANG Fang[1], LIU Han-long[1, 2, 3]

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 3. National Joint Engineering Research Center of Geohazards Prevention in the Reservoir Areas, Chongqing 400045, China)

Abstract: The microbial-induced calcite precipitation (MICP) is a new method for reinforcing geotechnical materials with environmentally friendly bacteria. The test results show that the stiffness, strength and dilatancy of the MICP-treated sands are enhanced, while the compressibility is reduced. In view of the mechanical properties and deformation characteristics of the MICP-treated sands, a state-dependent elastoplastic constitutive model for the MICP-treated sands with non-associated flow rule is established in the framework of critical state soil mechanics theory. In the new cementation degradation rule, the cementation degradation rate is related to the accumulation of plastic strain and the confining pressure. Then, the drained triaxial tests on the MICP-treated sands are simulated by the proposed model. The results show that the proposed model can well simulate the stress-strain relationship and dilatancy behavior.

Key words: MICP-treated sand; state parameter; cementation; degradation; constitutive model

0 引 言

微生物岩土加固技术是利用微生物作用生成的有机、无机物材料填充孔隙和胶结岩土颗粒，以改善岩土体的工程性能的技术方法[1-2]。相较传统的Portland水泥或高聚物加固方法，该技术具有对土体环境影响小、可持续性强的优点。微生物加固技术中研究最多、应用最广的为微生物诱导碳酸钙沉淀（microbially induced calcite precipitation, MICP）技术。MICP技术中高产脲酶芽孢杆菌使用最为普遍，其基本原理是利用自然界中广泛存在的无毒害的高产脲酶芽孢杆菌将尿素水解成铵根离子和碳酸根离子，然后碳酸根离子与环境中的钙离子结合生成碳酸钙沉淀[1-2]。目前，MICP技术能够增大土体强度和刚度，封堵裂隙等，因而可广泛应用于提高砂土抗液化能力[3-4]，降低土体渗透性以改善其抗渗透变形能力[5-6]，冻土地区残积土加固[7]，三合土表面耐水性处理[8]，尾矿黏土处理[9]，泥炭土和有机质黏土改良[10-11]，沙丘固化与沙漠治理[12]以及岩体裂隙加固[13]等。

针对MICP加固砂土的力学性能，目前已有学者做了大量相关试验研究。Feng等[14]通过三轴排水试验研究了围压和胶结程度对MICP加固石英砂力学特性

基金项目：国家自然科学基金项目（51922024，52078085，52178313）；重庆市自然科学基金项目（cstc2019jcyjjqX0014）

收稿日期：2021－04－30

*通信作者（E-mail：hhuxyanson@163.com）

的影响。结果表明，MICP 加固砂的强度、剪胀性和初始弹性模量与胶结程度呈正相关。Liu 等[15]对 MICP 加固钙质砂进行了相关试验研究，表明碳酸钙含量增加并不会引起被加固土体的峰值内摩擦角改变，但是黏聚力会显著提高，这与 MICP 加固石英砂[16-17]的试验结果不同。目前，针对 MICP 加固砂土的本构理论研究较试验研究少。方祥位等[18]基于损伤力学理论建立了 MICP 加固珊瑚砂的损伤本构模型。Gai 等[19]基于次加载面理论建立了微生物加固砂土的本构模型，但其未考虑 MICP 胶结作用对土体黏聚力的影响。

本文基于临界状态土力学理论框架，采用非关联流动法则，建立状态相关的 MICP 加固砂土弹塑性本构模型。随后，将建立的模型分别模拟 MICP 加固石英砂和钙质砂的三轴排水剪切试验。计算结果表明，该模型可以较好地模拟不同加固程度和不同固结围压下试样的应力－应变关系和剪胀特性。

1　MICP 加固砂土的力学特性分析

1.1　MICP 加固与破坏机理

MICP 加固砂土时，生成的碳酸钙晶体一般有 3 种沉积形式：①碳酸钙晶体附着在砂颗粒表面，使砂颗粒表面变粗糙，示意图和 SEM（scanning electron microscopy）图[20]如图 1（a）和图 1（b）所示；②碳酸钙晶体在砂颗粒间逐渐沉积生长成较大的晶簇，并将砂颗粒连接起来，形成桥接作用，示意图和 SEM 图[20]如图 1（c）和图 1（d）所示；③碳酸钙晶体附着在相邻的砂颗粒接触处，将其胶结起来，示意图和 SEM 图[20]如图 1（e）和图 1（f）所示。

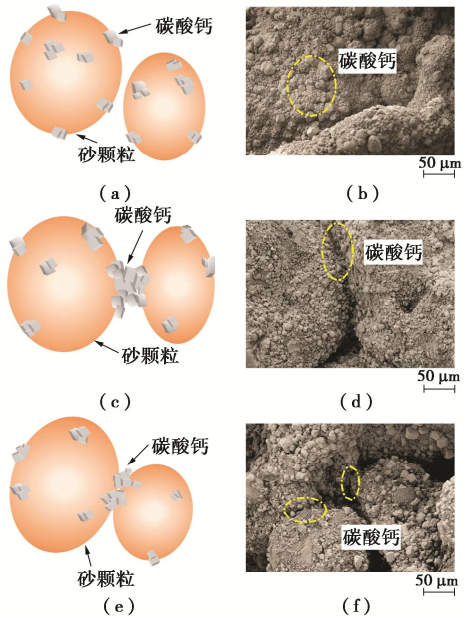


图 1　MICP 加固砂土机理示意图与 SEM 图[20]

Fig. 1 Schematic diagrams and SEM images[20] of MICP-treated sands

碳酸钙晶体的沉积形式会对 MICP 加固砂土的力学行为产生显著影响：第一种沉积形式可以填充砂颗粒间孔隙并增加其表面粗糙度，使土体内摩擦角增大，剪胀增加；第二种和第三种碳酸钙沉积形式主要是对砂土颗粒起到胶结作用，可以显著提高土体强度和剪胀性。对 MICP 加固 Ottawa20/30 砂进行三轴剪切后重塑装样再剪切试验，发现试样经过多次剪切之后强度与未加固砂基本相同，但是剪胀和刚度较未加固砂仍有提高[21]。MICP 加固砂土的破坏机理可以假设为：剪切过程中碳酸钙的胶结作用逐渐破坏但附着在砂颗粒表面的碳酸钙未被完全磨损掉，同时胶结破坏后的碳酸钙转化为第一种沉积形式。胶结作用退化造成强度降低，出现应变软化现象和剪胀。当胶结作用完全丧失后，附着在砂颗粒表面的碳酸钙仍会使其表面粗糙度增加，刚度和剪胀增加，但是对强度贡献较小。

1.2　破坏包络线

胶结土体的破坏包络线一般通过对同一胶结程度，不同围压下三轴剪切试样的峰值强度进行拟合得到，通过破坏包络线可以确定 MICP 加固砂土的初始黏聚力和峰值摩擦角。图 2 分别给出了 MICP 加固 Ottawa20/30 砂[22]，MICP 加固石英砂[23]和 MICP 加固钙质砂[24]在 $p'-q$ 空间中的峰值应力点和破坏包络线。

图 2 中的 B_{ca} 和 CCC 分别为 MICP 加固石英砂和 MICP 加固钙质砂中生成的碳酸钙的质量分数。对于 MICP 加固石英砂，采用酸洗法去除生成的碳酸钙并根据质量差值计算得到碳酸钙的质量分数[23]：

$$B_{ca}=(m_i-m_a)/m_i\times 100\%\quad , \tag{1}$$

式中，m_i 为 MICP 加固后的试样干重，m_a 为酸洗后的试样干重。

对于 MICP 加固钙质砂，由于钙质砂主要成分为碳酸钙，所以不能采用酸洗法计算生成的碳酸钙质量，一般直接用 MICP 加固试样和未加固试样的干重差值计算得到碳酸钙质量分数[24]：

$$\mathrm{CCC}=(m_{\mathrm{MICP}}-m_{un})/m_{un}\times 100\%\quad , \tag{2}$$

式中，m_{MICP} 为 MICP 加固后的试样干重，m_{un} 为未加固试样干重。

从图 2 可以看出，由于碳酸钙的胶结作用，MICP 加固之后的 Ottawa20/30 砂，石英砂和钙质砂的黏聚力均增加。MICP 加固钙质砂在 $p'-q$ 空间破坏包络线的斜率减小，峰值摩擦角相较未加固钙质砂明显减小，可能原因为钙质砂颗粒表面存在很多孔隙，且砂颗粒形状多棱角状，MICP 加固过程中生成的碳酸钙将钙质砂颗粒表面的内孔隙填充，使其表面更加规整导致摩擦角减小[24]。

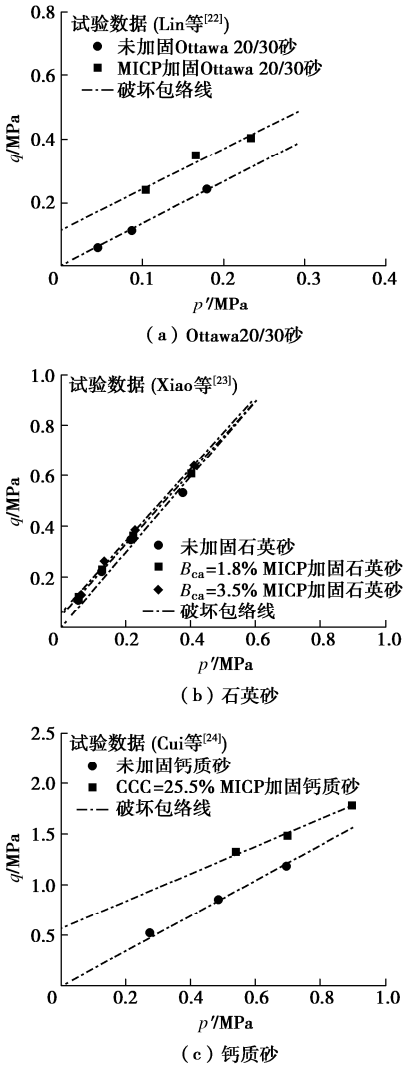


图 2 试验峰值应力点和破坏包络线

Fig. 2 Test peak stress points and failure envelopes

1.3 临界状态线

图 3 分别给出了在 e - $\ln p'$ 和 p' - q 空间中 MICP 加固石英砂[23]和 MICP 加固钙质砂[24]的临界状态线。可以看出，在 e - $\ln p'$ 空间中 MICP 加固石英砂和 MICP 加固钙质砂的临界状态线随加固程度增加向上移动，且近似平行。造成这种现象的原因可能是由于剪切过程中试样达到临界状态时砂颗粒间仍然存在一定的胶结作用碳酸钙，同时附着在砂颗粒表面的碳酸钙也会产生影响。从图 3（c）可以看出，p' - q 空间中 MICP 加固石英砂的临界状态线随加固程度增加，斜率逐渐增大，表明被加固砂土的临界状态摩擦角增加，主要是由于加固程度较高时有更多的碳酸钙附着在砂颗粒表面，导致其表面粗糙度增加。同时，加固程度的提高也会使剪切过程中胶结砂颗粒的碳酸钙破碎之后转化为增加砂颗粒表面粗糙度的碳酸钙更多。从图 3（d）可以看出，MICP 加固钙质砂的临界状态线与未加固钙质砂的临界状态线的斜率相差不大，表明 MICP 加固钙质砂的临界状态摩擦角增加程度有限，主要是因为钙质砂的颗粒表面存在内孔隙，生成的碳酸钙将这些内孔隙填充。胶结作用破坏后仍有部分碳酸钙附着在砂颗粒表面，但是其对临界状态摩擦角的贡献并不如 MICP 加固石英砂明显。

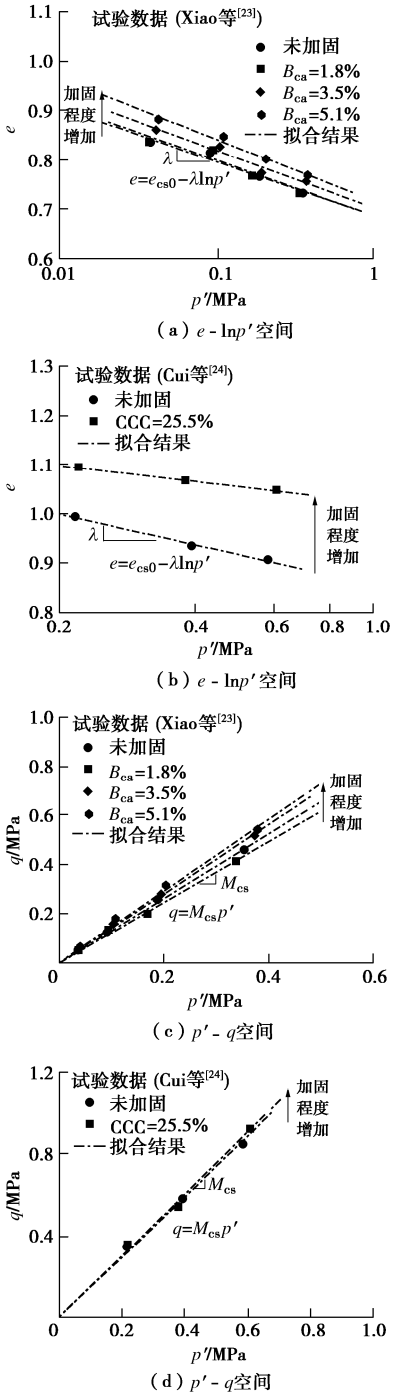


图 3 MICP 加固石英砂和 MICP 加固钙质砂的临界状态线

Fig. 3 Critical state lines of MICP-treated silica sand and MICP-treated calcareous sand

2 MICP 加固砂土本构模型

2.1 屈服面方程

Yao 等[25]基于 UH 模型中的椭圆屈服面，引入临界状态参数 χ，提出了适用于砂土的屈服面形式，如图 4。在 p' – q 平面内屈服面方程表示为

$$f=\frac{(1+\chi)q^2}{M_{\rm cs}^2p'^2-\chi q^2}-\frac{p_0}{p'}+1=0 \quad 。 \tag{3}$$

式中　p'为平均有效应力；q 为剪应力；p_0 为屈服面尺寸；$M_{\rm cs}$ 为临界状态应力比；χ 为临界状态参数，可以控制屈服面形状。当 χ=0 时，屈服面形状退化为修正剑桥模型的椭圆，当 0<χ<1 时，屈服面形状为水滴型，其对屈服面形状的影响可参考 Yao 等[25]。

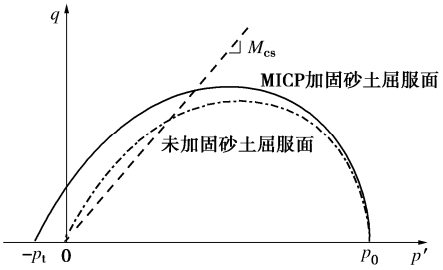


图 4　砂土与 MICP 加固砂土的屈服面

Fig. 4 Yield surfaces of sands and MICP-treated sands

对于 MICP 加固砂土，其屈服面由于胶结作用相较于未加固砂土的屈服面向 p' 轴的负半轴扩大，表示胶结作用使土体具有一定程度的抗拉强度。MICP 加固砂土的屈服面形状如图 4 所示。

对式（3）修正之后可得 MICP 加固砂土的屈服面方程为

$$F=\frac{(1+\chi)q^2}{M_{\rm cs}^2(p'+p_{\rm t})^2-\chi q^2}-\frac{p_0+p_{\rm t}}{p'+p_{\rm t}}+1=0 \quad , \tag{4}$$

式中，$p_{\rm t}$ 为胶结作用引起的抗拉强度。

Baudet 等[26]在研究结构性土的本构模型时，认为结构性的丧失同时受塑性体积应变和塑性剪应变的影响，但是两者的影响比例目前还不能通过试验得到，可假设两者的影响相同。Chen 等[27]通过定义塑性损伤应变来表示塑性体积应变和塑性剪应变对胶结作用退化的综合影响：

$$\varepsilon_{\rm d}^{\rm p}=\sqrt{(\varepsilon_{\rm v}^{\rm p})^2+(\varepsilon_{\rm q}^{\rm p})^2} \quad 。 \tag{5}$$

本文采用式（5）的形式并认为抗拉强度 $p_{\rm t}$ 随塑性损伤应变的累计逐渐减小，可以表示为

$$p_{\rm t}=p_{\rm t0}\exp\left(-\xi\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa}\varepsilon_{\rm d}^{\rm p}\right) \quad , \tag{6}$$

式中，$p_{\rm t0}$ 为初始抗拉强度，可以由 p' – q 空间中的破坏包络线与 p' 轴截距得到，ξ 为胶结退化速率参数，λ 和 κ 分别为 e – $\ln p'$ 空间中的临界状态线斜率和回弹线斜率。

Chen 等[27]将剪切过程中胶结退化速率与塑性损伤应变建立指数函数关系，表征胶结退化速率随塑性损伤应变的累计逐渐增加。对 MICP 加固砂土的试验结果表明，胶结作用退化速率与围压也有关。胶结退化速率 ξ 需要综合考虑塑性应变与围压的影响，采用如下表达式：

$$\xi=\xi_0\exp(\alpha p_{\rm ic}+\beta\varepsilon_{\rm d}^{\rm p}) \quad , \tag{7}$$

式中，ξ_0 为初始胶结退化速率，α 和 β 为材料参数，$p_{\rm ic}$ 为固结围压。

加载方向的单位向量 $\boldsymbol{n}=\left[n_{\rm p},n_{\rm q}\right]^{\rm T}$ 的两个分量为

$$n_{\rm p}=(\partial F/\partial p')/L_{\rm F},\quad n_{\rm q}=(\partial F/\partial q)/L_{\rm F} \quad , \tag{8}$$

式中，$L_{\rm F}$ 为加载方向向量的模：

$$L_{\rm F}=\sqrt{(\partial F/\partial p')^2+(\partial F/\partial q)^2} \quad 。 \tag{9}$$

$\partial F/\partial p'$ 和 $\partial F/\partial q$ 分别为屈服面方程对 p' 和 q 的偏导：

$$\frac{\partial F}{\partial p'}=-\frac{2M_{\rm cs}^2(1+\chi)(p'+p_{\rm t})q^2}{\left[M_{\rm cs}^2(p'+p_t)^2-\chi q^2\right]^2}+\frac{p_0+p_{\rm t}}{p'+p_{\rm t}} \quad , \tag{10}$$

$$\frac{\partial F}{\partial q}=\frac{2M_{\rm cs}^2(1+\chi)(p'+p_{\rm t})^2q}{\left[M_{\rm cs}^2(p'+p_{\rm t})^2-\chi q^2\right]^2} \quad 。 \tag{11}$$

2.2　塑性势函数与流动法则

砂土等散粒状土体的力学行为与土体所处的状态有关[28]，胶结砂土的本构模型研究中同样也可以引入状态参数[29-31]。Been 等[32]所提出的状态参数应用较为广泛，其可以表示为当前孔隙比 e 与相同平均有效应力下对应的临界状态空隙比 $e_{\rm cs}$ 之间的差值：

$$\psi=e-e_{\rm cs} \quad , \tag{12}$$

式中，临界状态线 CSL 上的孔隙比 $e_{\rm cs}$ 可表示为

$$e_{\rm cs}=e_{\rm cs0}-\lambda\ln p' \quad , \tag{13}$$

式中，$e_{\rm cs0}$ 为 $p'=1$ kPa 时的临界状态孔隙比。

采用非关联流动法则，塑性势函数为

$$g=\frac{(1+\chi)q^2}{M_{\rm d}^2(p'+p_{\rm t})^2-\chi q^2}-\frac{p_0+p_{\rm t}}{p'+p_{\rm t}}+1=0 \quad , \tag{14}$$

式中，$M_{\rm d}$ 为剪胀应力比，其与状态参数有关，采用 Li 等[33]提出的指数函数表达式：

$$M_{\rm d}=M_{\rm cs}\exp(k_{\rm d}\psi) \quad , \tag{15}$$

式中，$k_{\rm d}$ 为剪胀相关的材料常数。

塑性流动方向单位向量 $\boldsymbol{m}=[m_{\rm p},m_{\rm q}]^{\rm T}$ 的两个分量可分别表示为

$$m_{\rm p}=(\partial g/\partial p')/L_{\rm g},\quad m_{\rm q}=(\partial g/\partial q)/L_{\rm g} \quad , \tag{16}$$

式中，$L_{\rm g}$ 为加载方向向量的模：

$$L_{\rm g}=\sqrt{(\partial g/\partial p')^2+(\partial g/\partial q)^2} \quad 。 \tag{17}$$

$\partial g/\partial p'$ 和 $\partial g/\partial q$ 分别为塑性势函数对 p' 和 q 的偏导：

$$\frac{\partial g}{\partial p'}=-\frac{2M_{\mathrm{d}}^{2}(1+\chi)(p'+p_t)q^{2}}{\left[M_{\mathrm{d}}^{2}(p'+p_{\mathrm{t}})^{2}-\chi q^{2}\right]^{2}}+\frac{p_0+p_{\mathrm{t}}}{p'+p_{\mathrm{t}}}\text{，} \tag{18}$$

$$\frac{\partial g}{\partial q}=\frac{2M_{\mathrm{d}}^{2}(1+\chi)(p'+p_{\mathrm{t}})^{2}q}{\left[M_{\mathrm{d}}^{2}(p'+p_{\mathrm{t}})^{2}-\chi q^{2}\right]^{2}}\text{。} \tag{19}$$

2.3 弹塑性增量关系

弹性体积应变分量和剪应变分量为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{e}}=\mathrm{d}p'/K\text{，}\quad \mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{q}}^{\mathrm{e}}=\mathrm{d}q/(3G)\text{，} \tag{20}$$

式中，K 为体积模量，G 为剪切模量。表达式分别如下：

$$K=(1+e_0)p/\kappa\text{，}\quad G=1.5K(1-2\nu)/(1+\nu)\text{，} \tag{21}$$

式中，e_0 为固结完成时的初始孔隙比，ν 为泊松比。

塑性体积应变分量和剪应变分量为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=\left\langle(n_{\mathrm{p}}\mathrm{d}p'+n_{\mathrm{q}}\mathrm{d}q)/H\right\rangle m_{\mathrm{p}}\text{，} \tag{22}$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{q}}^{\mathrm{p}}=\left\langle(n_{\mathrm{p}}\mathrm{d}p'+n_{\mathrm{q}}\mathrm{d}q)/H\right\rangle m_{\mathrm{q}}\text{，} \tag{23}$$

式中，H 为塑性模量，$\langle\ \rangle$ 为 Macaulay 括号：当 $a\leqslant 0$ 时，$\langle a\rangle=0$；当 $a>0$ 时，$\langle a\rangle=a$。

2.4 塑性模量

塑性模量一般可以通过屈服面方程的一致性条件求得，但是为了描述土体塑性变形的状态相关性，需要将状态参数引入塑性模量中。本文塑性模量采用如下形式：

$$H=h_0GM_{\mathrm{cs}}(M_{\mathrm{b}}-\eta^{*})/(M_{\mathrm{b}}\eta^{*})\text{，} \tag{24}$$

式中，h_0 为塑性模量参数，M_{b} 为峰值应力比，η^{*} 为修正应力比。

峰值应力比 M_{b} 表达式为[33]

$$M_{\mathrm{b}}=M_{\mathrm{cs}}\exp(-k_{\mathrm{b}}\psi)\text{，} \tag{25}$$

式中，k_{b} 为峰值应力比相关的材料常数。

修正应力比 η^{*} 可以表示为

$$\eta^{*}=q/(p'+p_{\mathrm{t}})\text{。} \tag{26}$$

3 模型预测

3.1 模型参数分析

引入状态参数的 MICP 胶结砂土边界面本构模型共有 13 个参数，其中 κ 和 μ 为弹性相关的参数，λ，χ，M_{cs} 和 e_{cs0} 为临界状态参数，p_{t0}，ξ_0，α 和 β 为胶结作用及胶结退化有关的参数，k_{d} 为剪胀相关的参数，k_{b} 为峰值状态参数，h_0 为塑性模量参数。

参数 λ，κ，μ，M_{cs} 为修正剑桥模型中的参数，可通过三轴试验和等向压缩试验获得。e_{cs0} 可以通过不同围压三轴试验的临界状态孔隙比在 e – $\ln p'$ 空间中拟合得到[27]。参数 χ 通过 Yao 等[25]介绍的方法确定，但是由于缺乏 MICP 加固砂土正常固结线 NCL 的试验数据，该参数通过拟合试验数据的应力–应变关系得到。p_{t0} 的确定方法前文已经叙述。ξ_0，α 和 β 可以通过拟合三轴排水剪切试验的应力–应变关系得到。k_{d} 和 k_{b} 的确定方法可以参考 Li 等[33]、Xiao 等[34]和孙增春等[35]。塑性模量参数 h_0 可以通过拟合三轴剪切试验的应力–应变曲线得到[34]。采用表 1 中的基准分析参数，分析临界状态参数 χ，胶结作用退化速率参数 ξ_0，α 和 β 对应力–应变关系，剪胀规律和胶结作用演化的影响。

表 1 模型分析参数

Table 1 Model analysis parameters

初始状态	弹性参数	临界状态参数	胶结作用参数	其他参数
$e_0=0.8$ $p_{\mathrm{ic}}=100$ kPa	μ=0.25 $\kappa=0.005$	$\lambda=0.08$ $M_{\mathrm{cs}}=1.5$ $e_{\mathrm{cs0}}=1.2$ $\chi=0.1$	$p_{t0}=80$ kPa $\xi_0=0.2$ $\alpha=0.01$ $\beta=1.0$	$k_{\mathrm{d}}=1.5$ $k_{\mathrm{b}}=1.0$ $h_0=2.0$

图 5 为参数 χ，ξ_0，α，β 的变化对应力–应变关系、体变规律和胶结退化的影响。从图 5（a）可知，参数 χ 对体积应变的变化影响明显，随着 χ 的增大，体变由剪缩过渡到剪胀。同时，随着 χ 的增大，胶结退化速率增加，应变软化更加明显，但是峰值偏应力不变，说明 χ 的变化主要影响峰值强度后的胶结破坏速率，且 χ 增大会使到达峰值强度的应变减小。可以看出，参数 ξ_0 和 α 对模拟结果的影响相似，即随着参数取值增加，胶结退化加快，且峰值强度降低，应变软化和剪胀更加明显，说明上述两个参数影响不仅影响峰值强度后的胶结破坏速率，同时影响峰值强度前的胶结破坏速率，即随着参数取值增大，在达到峰值强度前已有大量胶结作用破坏，使被加固土体整体强度降低。从图 5（d）可以看出，随着参数 β 的增大，胶结作用破坏速率增加，同时应变软化和剪胀更加明显，但是峰值强度和剪缩部分的体变几乎不受影响。从式（5）可以看出，参数 β 主要控制塑性损伤应变对胶结作用退化速率的影响，随着塑性应变的累计，参数 β 对退化速率的影响增大。

3.2 模型描述与试验对比

为了验证模型的适用性，选取 MICP 加固 Ottawa 20/30 砂、石英砂和钙质砂的三轴排水试验结果与模型计算结果进行对比分析。其中，Lin 等[22]分别对未加固和 MICP 加固的 Ottawa 20/30 砂开展了三轴排水剪切试验，试样的初始孔隙比为 0.65，初始有效固结围压分别为 25，50，100 kPa。Xiao 等[23]分别对未加

固和 3 种 MICP 加固程度（B_{ca}=1.8%，B_{ca} =3.5%和B_{ca}=5.1%）的石英砂开展了 4 种有效固结围压（20，50，100，200 kPa）三轴排水剪切试验，试样的初始孔隙比为 0.65。Cui 等[24]对不同 MICP 加固程度的钙质砂进行三轴排水剪切试验，固结围压分别为 100，200，300 kPa，试样的初始孔隙比为 0.92。模型参数均通过试验数据进行校准，不同材料的模型计算参数取值见表 2。

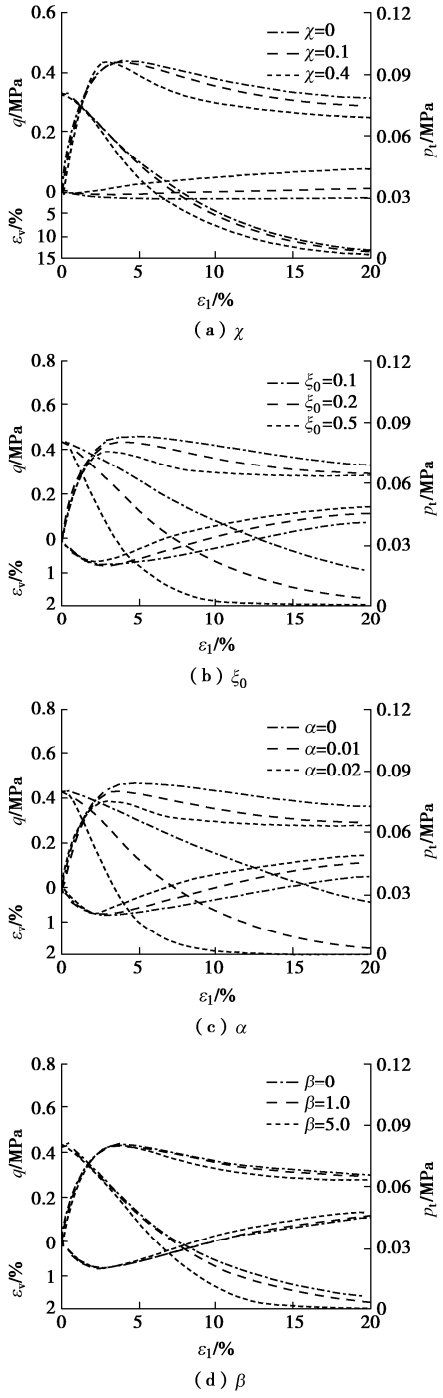


图 5 参数对模型预测的影响

Fig. 5 Influences of parameters on model performance

表 2 模型计算参数

Table 2 Model parameters

参数	Ottawa 20/30 砂	MICP 加固 Ottawa 20/30 砂	MICP 加固石英砂 B_{ca}=1.8%	MICP 加固石英砂 B_{ca}=3.5%	MICP 加固钙质砂
μ	0.32	0.30	0.30	0.30	0.25
λ	0.009	0.001	0.049	0.051	0.047
κ	0.001	0.015	0.005	0.005	0.002
M_{cs}	1.29	1.43	1.23	1.42	1.43
e_{cs0}	0.714	0.736	1.024	1.054	1.349
χ	0.02	0.1	0.1	0.1	0.1
k_d	2.5	1.5	1.5	1.2	1.5
k_b	1.0	1.5	2.0	0.8	0.1
h_0	0.8	5.0	1.5	2.5	3.5
p_{t0} /kPa	—	92.5	32.21	36.29	434.5
ξ_0	—	0.28	0.21	0.15	0.27
α	—	0.013	−0.016	0.01	−0.005
β	—	5.0	1.0	2.0	5.0

图 6 为 Ottawa 20/30 砂和 MICP 加固 Ottawa 20/30 砂[22]在不同围压下的试验结果与本构模型模拟结果对比。可以看出，模型可以较好地模拟 Ottawa 20/30 砂在各围压下的应力－应变发展规律和剪胀现象。对于 MICP 加固 Ottawa 20/30 砂，本文建立的本构模型计算得到各围压下的应力－应变曲线的峰值应力点对应的轴向应变大于试验结果，模拟的剪胀整体大于试验结果。但是，本文模型可以较好地模拟出 MICP 加固 Ottawa 20/30 砂在达到峰值强度后，由于塑性应变的累计，碳酸钙对土体的胶结大量破坏而出现强度陡降的脆性破坏。

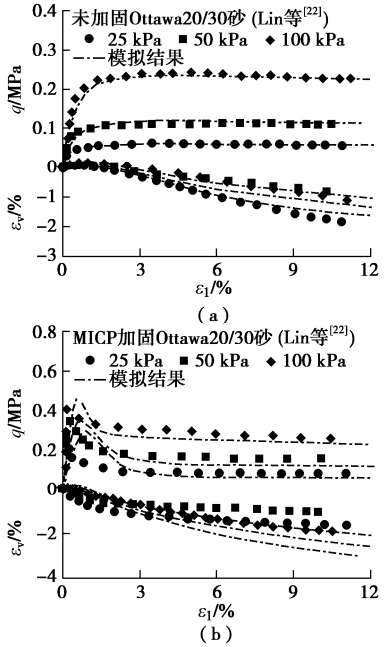


图 6 Ottawa 20/30 砂和 MICP 加固 Ottawa 20/30 砂三轴排水试验结果与模型预测对比

Fig. 6 Comparison between test results and model predictions on Ottawa 20/30 sand and MICP-treated Ottawa 20/30 sand under drained triaxial compression

图 7 为两种加固程度（B_{ca}=1.8%，B_{ca} =3.5%）的 MICP 加固石英砂[23]在不同初始有效围压下的试验结果与数值模拟结果对比，从图中可以看出模型能够较好地反映 MICP 加固石英砂的软化特性和体积变化规律。图 8 给出了本文模型计算结果与 Cui 等[24]对 MICP 加固钙质砂（CCC=25.5%）的三轴排水剪切试验结果的对比，可以看出本文所建立的本构模型可以较好地模拟出 MICP 加固钙质砂的应变软化特性，且其胶结退化速率随围压改变而不同，具体为低围压时胶结退化速率较快，软化更加明显；高围压时胶结退化速率较慢。同时，上述结果也验证了本文将胶结退化速率与围压建立关系的正确性。对 MICP 加固钙质砂体变的变化规律的模拟结果较差，表现为低围压时剪胀较小，且剪胀增长速率较慢，高围压时剪胀过大。

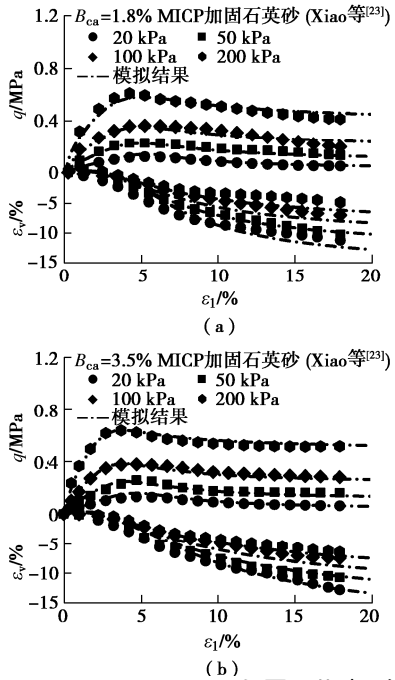


图 7 B_{ca}=1.8%和 B_{ca}=3.5% MICP 加固石英砂三轴排水试验结果与模型预测对比

Fig. 7 Comparison between test results and model predictions on MICP-treated silica sand for B_{ca}=1.8% and B_{ca}=3.5% under drained triaxial compression

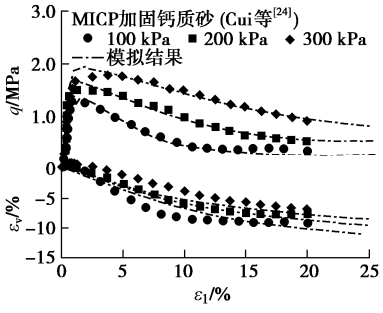


图 8 CCC =25.5% MICP 加固钙质砂三轴排水试验结果与模型预测对比

Fig. 8 Comparison between test results and model predictions on MICP-treated calcareous sand for CCC =25.5% under drained triaxial compression

4 结 论

本文针对 MICP 加固砂土的强度和变形特征，在分析加固和破坏机理的基础上，基于临界状态土力学理论框架，将胶结退化速率与围压和塑性应变建立关系，采用非关联流动法则，引入状态参数和剪胀应力比及峰值应力比，建立了 MICP 加固砂土状态相关的弹塑性本构模型。将模型计算结果分别与 MICP 加固 Ottawa 20/30 砂、MICP 加固石英砂和 MICP 加固钙质砂的三轴试验结果进行对比，得到以下结论：

（1）通过对 MICP 加固砂土的破坏包络线进行分析，发现石英砂和钙质砂经 MICP 加固后土体黏聚力都有所增加，但是 MICP 加固石英砂的峰值摩擦角增加，MICP 加固钙质砂的峰值摩擦角减小。主要是两种砂土颗粒本身的形状、表面粗糙度及钙质砂存在的内孔隙使碳酸钙沉积方式及对力学性能的贡献存在差异导致。

（2）对 MICP 加固石英砂和 MICP 加固钙质砂的临界状态线进行分析，发现临界状态线在 e – $\ln p'$ 空间中随加固程度增加而向上移动，可能是由于被加固土体中的胶结作用未完全破坏或碳酸钙附着在砂颗粒表面的影响。在 p' – q 空间中随加固程度增加 MICP 加固石英砂的临界状态线的斜率逐渐增大，但是 MICP 加固钙质砂的斜率增加不明显，主要是由于钙质砂的颗粒表面存在内孔隙。

（3）通过对不同 MICP 加固程度的 3 种砂土的三轴排水剪切试验的模拟，表明本文建立的本构模型能够较好地模拟 MICP 加固砂土随胶结退化出现的应变软化行为及体积变化规律。

参考文献：

[1] 何 稼, 楚 剑, 刘汉龙, 等. 微生物岩土技术的研究进展[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(4): 643－653. (HE Jia, CHU Jian, LIU Han-long, et al. Research advances in biogeotechnologies[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(4): 643－653. (in Chinese))

[2] 刘汉龙, 肖 鹏, 肖 杨, 等. 微生物岩土技术及其应用研究新进展[J]. 土木与环境工程学报, 2019, **41**(1): 1－14. (LIU Han-long, XIAO Peng, XIAO Yang, et al. State-of-the-art review of biogeotechnology and its engineering applications[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2019, **41**(1): 1－14. (in Chinese))

[3] 程晓辉, 麻 强, 杨 钻, 等. 微生物灌浆加固液化砂土地基的动力反应研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1486－1495. (CHENG Xiao-hui, MA Qiang, YANG Zuan, et

al. Dynamic response of liquefiable sand foundation improved by bio-grouting[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1486－1495. (in Chinese))

[4] 张鑫磊, 陈育民, 张　喆, 等. 微生物灌浆加固可液化钙质砂地基的振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(6): 1023－1031. (ZHANG Xin-lei, CHEN Yu-min, ZHANG Zhe, et al. Performance evaluation of liquefaction resistance of a MICP-treated calcareous sandy foundation using shake table tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(6): 1023－1031. (in Chinese))

[5] 马瑞男, 郭红仙, 程晓辉, 等. 微生物拌和加固钙质砂渗透特性试验研究[J]. 岩土力学, 2018, **39**(增刊 2): 217－223. (MA Rui-nan, GUO Hong-xian, CHENG Xiao-hui, et al. A Permeability experiment study of calcareous sand treated by microbially induced carbonate precipitation using mixing methods[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(S2): 217－223. (in Chinese))

[6] 李　贤, 汪时机, 何丙辉, 等. 土体适用 MICP 技术的渗透特性条件研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(8): 2956－2964, 2974. (LI Xian, WANG Shi-ji, HE Bing-hui, et al. Permeability condition of soil suitable for MICP method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(8): 2956－2964, 2974. (in Chinese))

[7] 黄　明, 张瑾璇, 靳贵晓, 等. 残积土 MICP 灌浆结石体冻融损伤的核磁共振特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(12): 2846－2855. (HUANG Ming, ZHANG Jin-xuan, JIN Gui-xiao, et al. Magnetic resonance image experiments on the damage feature of microbial induced calcite precipitated residual soil during freezing-thawing cycles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(12): 2846－2855. (in Chinese))

[8] 刘士雨, 俞　缙, 韩　亮, 等. 三合土表面微生物诱导碳酸钙沉淀耐水性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, **38**(8): 1718－1728. (LIU Shi-yu, YU Jin, HAN Liang, et al. Experimental study on water resistance of tabia surface with microbially induced carbonate precipitation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, **38**(8): 1718－1728. (in Chinese))

[9] 欧孝夺, 莫　鹏, 江　杰, 等. 生石灰与微生物共同固化过湿性铝尾黏土试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(4): 624－631. (OU Xiao-duo, MO Peng, JIANG Jie, et al. Experimental study on solidification of bauxite tailing clay with quicklime and microorganism[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(4): 624－631. (in Chinese))

[10] 桂　跃, 吴承坤, 刘颖伸, 等. 利用微生物技术改良泥炭土工程性质试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(2): 269－278. (GUI Yue, WU Chng-kun, LIU Ying-shen, et al. Improving engineering properties of peaty soil by biogeotechnology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(2): 269－278. (in Chinese))

[11] 彭　劼, 温智力, 刘志明, 等. 微生物诱导碳酸钙沉积加固有机质黏土的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(4): 733－740. (PENG Jie, WEN Zhi-li, LIU Zhi-ming, et al. Experimental research on MICP-treated organic clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(4): 733－740. (in Chinese))

[12] 李　驰, 王　硕, 王燕星, 等. 沙漠微生物矿化覆膜及其稳定性的现场试验研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(4): 1291－1298. (LI Chi, WANG Shuo, WANG Yan-xing, et al. Field experimental study on stability of bio-mineralization crust in the desert[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(4): 1291－1298. (in Chinese))

[13] 支永艳, 邓华锋, 肖　瑶, 等. 微生物灌浆加固裂隙岩体的渗流特性分析[J]. 岩土力学, 2019, **40**(增刊 1): 237－244. (ZHI Yong-hua, DENG Hua-feng, XIAO Yao, et al. Analysis of seepage characteristics of fractured rock mass reinforced by microbial grouting[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(S1): 237－244. (in Chinese))

[14] FENG K, MONTOYA B M. Influence of confinement and cementation level on the behavior of microbial-induced calcite precipitated sands under monotonic drained loading[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, **142**(1): 04015057.

[15] LIU L, LIU H, STUEDLEIN A W, et al. Strength, stiffness, and microstructure characteristics of biocemented calcareous sand[J]. Can Geotech J, 2019, **56**(10): 1502－1513.

[16] MONTOYA B M, DEJONG J T. Stress-strain behavior of sands cemented by microbially induced calcite precipitation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141**(6): 04015019.

[17] CUI M J, ZHENG J J, ZHANG R J, et al. Influence of cementation level on the strength behaviour of bio-cemented sand[J]. Acta Geotechnica, 2017, **12**(5): 971－986.

[18] 方祥位, 李晶鑫, 李　捷, 等. 珊瑚砂微生物固化体三轴压缩试验及损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2018, **39**(增刊 1): 1－8. (FANG Xiang-wei, LI Jing-xin, LI Jie, et al.

Study of triaxial compression test and damage constitutive model of biocemented coral sand columns [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(S1): 1 – 8. (in Chinese))

[19] GAI X R, SANCHEZ M. An elastoplastic mechanical constitutive model for microbially mediated cemented soils[J]. Acta Geotechnica, 2019, **14**(3): 709 – 726.

[20] XIAO P, LIU H, STUEDLEIN A W, et al. Effect of relative density and bio-cementation on the cyclic response of calcareous sand[J]. Can Geotech J, 2019, **56**(12): 1849 – 1862.

[21] O'DONNELL T S, KAVAZANJIAN J E. Stiffness and dilatancy improvements in uncemented sands treated through micp[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141**(11): 02815004.

[22] LIN H, SULEIMAN M T, BROWN D G, et al. Mechanical behavior of sands treated by microbially induced carbonate precipitation[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2016, **142**(2): 13.

[23] XIAO Y, WANG Y, DESAI C S, et al. Strength and deformation responses of biocemented sands using a temperature-controlled method[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, **19**(11): 04019120.

[24] CUI M J, ZHENG J J, CHU J, et al. Bio-mediated calcium carbonate precipitation and its effect on the shear behaviour of calcareous sand[J]. Acta Geotechnica, 2021, **16**(5): 1377 – 1389.

[25] YAO Y P, LIU L, LUO T, et al. Unified hardening (UH) model for clays and sands[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **110**: 326 – 343.

[26] BAUDET B, STALLEBRASS S. A constitutive model for structured clays[J]. Géotechnique, 2004, **54**(4): 269 – 278.

[27] CHEN Q S, INDRARATNA B, CARTER J, et al. A theoretical and experimental study on the behaviour of lignosulfonate-treated sandy silt[J]. Computers and Geotechnics, 2014, **61**: 316 – 327.

[28] LI X S, DAFALIAS Y, WANG Z L. State-dependant dilatancy in critical-state constitutive modelling of sand[J]. Can Geotech J, 1999, **36**(4): 599 – 611.

[29] SHEN J, CHIU C F, NG C W W, et al. A state-dependent critical state model for methane hydrate-bearing sand[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **75**: 1 – 11.

[30] LIU J, WANG S, JIANG M J, et al. A state-dependent hypoplastic model for methane hydrate-bearing sands[J]. Acta Geotechnica, 2021, **16**(1): 77 – 91.

[31] NG C W W, BAGHBANREZVAN S, KADLICEK T, et al. A state-dependent constitutive model for methane hydrate-bearing sediments inside the stability region[J]. Géotechnique, 2020, **70**(12): 1094 – 1108.

[32] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Géotechnique, 1985, **35**(2): 99 – 112.

[33] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, **50**(4): 449 – 460.

[34] XIAO Y, LIU H, CHEN Y, et al. Bounding surface model for rockfill materials dependent on density and pressure under triaxial stress conditions[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, **140**(4): 04014002.

[35] 孙增春, 汪成贵, 刘汉龙, 等. 粗粒土边界面塑性模型及其积分算法[J]. 岩土力学, 2020, **41**(12): 3957 – 3967. (SUN Zeng-chun, WANG Cheng-gui, LIU Han-long, et al. Bounding surface plasticity model for granular soil and its integration algorithm[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(12): 3957 – 3967. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203010

有限宽度填土挡墙主动土压力的普适解法

赖丰文[1,2]，刘松玉*[1,2]，杨大禹[1,2]，程月红[3]，范钦建[3]

（1. 东南大学岩土工程研究所，江苏 南京 211189；2. 江苏省城市地下工程与环境安全重点实验室，江苏 南京 211189；
3. 中亿丰建设集团股份有限公司，江苏 苏州 215000）

摘 要：利用有限元极限分析方法（FELA），揭示了平动模式下有限宽度填土主动破坏机理。结果发现，有限土体条件下，填土主要呈现多滑裂面破坏机理，并呈“反射式”发展；同时总结了不同工况下滑裂面数量。据此，将有限填土划分为上部未滑裂区与下部滑裂区，考虑墙后土拱效应及层间单元水平剪切力作用，引入弯曲微分单元概念，并用于求解非滑裂区主动土压力；进一步考虑任意数量滑裂面，采用滑楔体极限平衡法和有限差分理论，得到了下部滑裂区主动土压力解；同时给出了主动土压力合力及其作用点高度计算表达式，系统地建立了有限宽度填土挡墙主动土压力的普适解法。通过与已有研究对比验证了所提方法的合理性与准确性。此外，分析了填土宽高比、填土内摩擦角及墙-土界面摩擦角对主动土压力分布及其合力和作用点高度的影响。结果表明，滑裂面数量显著影响主动土压力分布规律，采用所提方法利于有限宽度填土挡墙经济性设计。

关键词：有限宽度填土；主动土压力；土拱效应；水平剪切力；有限元极限分析

中图分类号：TU432 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0483－09

作者简介：赖丰文(1992—)，男，博士研究生，主要从事岩土数值分析与地下结构工程方面的科研工作。E-mail: laifengwen@163.com。

Generalized solution to active earth pressure exerted onto retaining wall with narrow backfills

LAI Feng-wen[1, 2], LIU Song-yu[1, 2], YANG Da-yu[1, 2], CHENG Yue-hong[3], FAN Qin-jian[3]

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Urban Underground Engineering & Environmental Safety, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. ZYF Construction Group Co., Ltd., Suzhou 215000, China)

Abstract: The finite element limit analysis (FELA) method is used to interpret the active failure mechanisms of retaining wall with narrow backfills under translation mode. It is found from the numerical results that multiple slip surfaces will be developed in the narrow backfills in rebounding form. Moreover, the numbers of slip surfaces in various cases are summarized. Afterwards, based on the active failure mechanisms, the backfills are divided into the upper non-sliding zone and the lower sliding zone. Considering the soil arching effects and the horizontal shearing between adjacent elements, the concept of curved soil-layer element is introduced to calculate the earth pressures in non-sliding zone. The sliding-wedge method and the finite difference theory are further used to estimate the active earth pressure taking the number of slip surface into account. Also, the solution to the active thrust and its application point are deduced. The proposed analytical solutions are validated through the comparisons against the previous studies. Finally, the parametric studies considering the effects of aspect ratio, soil friction angle and wall-soil friction angle are performed. The results show that the number of slip surface significantly affects the distribution of the active earth pressure, and using the proposed analytical solution is beneficial to an economic design of retaining wall with narrow backfills.

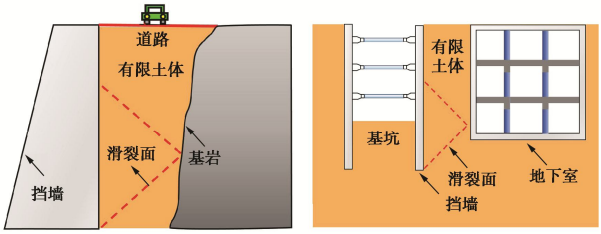
Key words: narrow backfill; active earth pressure; soil arching effect; horizontal shearing force; finite element limit analysis

0 引 言

挡土结构被广泛用于支挡墙后土体，以防止填土滑裂或坍塌，从而确保系统稳定性和工程安全性。极限主动土压力是挡土结构设计的重要内容，也是经典

基金项目：国家重点研发计划项目（2016YFC0800201）；国家自然科学基金项目（41972269）；江苏省研究生科研创新计划项目（KYCX20_0118）；东南大学优秀博士学位论文培育基金项目（YBPY2041）
收稿日期：2021－05－08
*通信作者（E-mail: liusy@seu.edu.cn）

土力学的重要分支。经典的 Rankine 与 Coulomb 土压力理论因其概念明确、公式简洁、计算简便被沿用至今。两者均假设墙后半无限空间填土。然而，在实际工程中，挡墙临近建/构筑物或已有基岩施工时，时常遭遇墙后有限宽度填土的工况。例如，山区道路或码头岸壁临近基岩修建、相邻基坑开挖或临近地铁车站基坑开挖等[1-2]，如图 1 所示。此时，墙后有限土体并不能按照 Rankine/Coulomb 土压力理论假设的单滑裂面贯穿至地表而形成三角形滑楔体。因此，需要提出适用于有限宽度填土挡墙主动土压力计算方法。



（a）山区道路 （b）邻近既有地下室基坑

图 1 有限宽度填土挡墙工程示例

Fig. 1 Schematic diagram of retaining wall with narrow backfills

随着现代土力学的发展，国内外学者已逐渐认识到经典土压力理论用于有限宽度填土挡墙设计的局限性。Frydman等[3]和Take等[4]通过离心机试验分析了平动模式下有限宽度填土挡墙主动土压力分布规律；结果表明，由于墙-土粗糙界面导致主应力偏转诱发的荷载传递现象（“土拱效应”），使得墙后主动土压力呈非线性分布。O’ Neal等[5]通过现场监测验证了此结论。Fan等[6]进一步通过二维数值模拟研究了平动模式下临近倾斜基岩的重力式挡墙土压力问题，认为有限填土主动土压力显著低于Coulomb土压力预测值。Rui等[7]通过钢棒相似土模型试验也证实了土拱效应的存在。已有研究充分说明了考虑土拱效应对有限宽度填土挡墙经济性设计的重要性，同时为其理论计算方法的发展奠定了基础。

基于极限平衡理论演化而来的滑楔体极限平衡法[8-9]与微元体极限平衡法[7, 10]是目前计算有限宽度填土刚性挡墙主动土压力的两种主流计算方法。前者能够考虑墙后复杂的破坏滑移机理，求解墙后填土多滑裂面时存在优势，但无法考虑土拱效应。后者则能够有效考虑挡土结构的荷载传递机制，即墙后土拱效应导致的主应力偏转问题，反映了有限宽度填土挡墙主动土压力非线性分布规律，但多用于求解单滑裂面工况。综上，两种方法各存利弊，因此有限填土挡墙设计仍需寻求一种更加合适的解法。

微元体极限平衡法在求解过程中，通常是将有限空间填土离散成水平微分单元，通过数学方程描述小主应力偏转迹线（圆弧线[10-11]、悬链线[12]或抛物线[13]等）得到平均竖向应力，进而建立力学平衡方程，最后求得主动土压力解。水平微分单元法求解过程忽略了水平层间单元剪切应力，导致主动土压力计算值偏于保守。为提高计算精度，Cao等[14]尝试考虑微分层上下界面切应力，针对平动模式刚性挡墙半无限空间填土问题，提出了沿主应力偏转方向建立倾斜平面微分单元方法，试图缩小由于忽略层间单元水平剪切力带来的计算误差，存在一定的优越性。然而，由于滑楔体两侧同时受墙-土界面摩擦力的影响，主应力偏转轨迹线显然不可能为倾斜直线，倾斜平面微分单元法仅是一种近似的简化解法。因此，能够合理考虑墙后填土水平剪切力的刚性挡墙主动土压力方法亟待提出。

针对上述研究不足之处，以平动模式竖直刚性挡墙有限宽度填土主动土压力解为研究目标，首先采用有限元极限分析方法（FELA）揭示了挡墙系统主动破坏机理，将墙后有限宽度填土划分为上部未滑裂区与下部滑裂区。在此基础上，考虑水平剪切力与土拱效应作用，提出了弯曲微分单元法，并用于上部未滑裂区。进一步通过平均竖向应力关联下部滑裂区，考虑滑裂区任意数量滑裂面，将滑楔体极限平衡法用于滑裂区，引入有限差分理论进行求解下部土压力；进而给出了主动土压力及其合力和作用点高度计算表达式，建立了有限宽度填土刚性挡墙主动土压力的普适解法。通过对比已有文献验证了所提方法的合理性与准确性。同时，通过参数分析，研究了填土宽高比、填土内摩擦角及墙-土界面摩擦角对主动土压力及其合力和作用点高度的影响。

1 主动破坏机理

1.1 问题定义与数值模型

采用有限元极限分析方法软件 OptumG2（academic version）[15]揭示平动模型下有限填土挡墙主动破坏机理。OptumG2 通过求解二阶锥规划函数，给出严格的上下限解，从而逼近真实解。OptumG2 自带网格自适应功能，在网格较少的情况下可直观地获取真实滑裂面，因此被广泛用于分析复杂边界条件下不同类型的岩土稳定性问题[16-17]。

图 2 给出了问题定义及 FELA 模型。假设两道高度为 H 的刚性竖直挡墙用于支挡宽度为 B 的填土。填土重度 γ 为 15.8 kN/m^3，内摩擦角 ϕ 为 36°，杨氏模量 E_0 为 18 MPa，泊松比 ν 为 0.3，侧向静止土压力系数 K_0 为 0.41[3]。墙-土界面内摩擦角 δ 为 25°，因此墙-土界面摩擦系数 $\tan\delta/\tan\phi$ 为 0.64。由于仅涉及极

限状态问题，土体采用符合相关联流动准则的莫尔-库仑本构模型进行模拟。为产生平动破坏模式，固定右侧挡墙，对左侧挡墙施加水平荷载乘子（1 kPa）；计算过程逐渐增加荷载乘子，直至失稳。自适应迭代过程，网格数量由初始 5000 个增加到 10000 个。

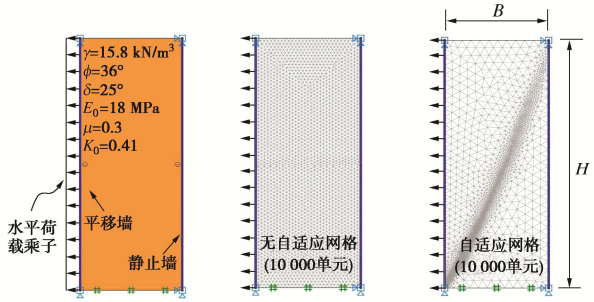


图 2　问题定义及数值模型

Fig. 2 Problem definition and numerical model

1.2　滑裂面形状与数量

图 3～5 分别给出了不同宽深比 B/H、填土内摩擦角 ϕ 及墙-土界面摩擦角 δ 对滑裂面形状与数量的影响。从图 3 中可以看出，当填土宽度较大时（B/H >0.6），单滑裂面从移动墙墙趾贯穿至地表的形成三角形滑楔体（failure mode 1，M1 模式），满足库仑土压力理论假设。当减小 B/H 至 0.4，单滑裂面与稳定墙体相交后沿墙土界面延升至地表形成梯形滑楔体（M2 模式）。若进一步减小 B/H 至 0.1～0.2，墙后填土则出现两道和三道滑移面，且滑裂面呈“反射式”发展；此时有限宽度填土形成由梯形推力楔和多个三角形推力楔共同组成的破坏机理（M3 模式）。

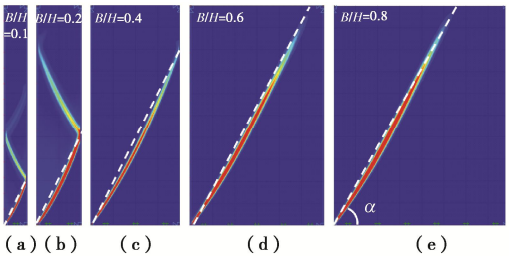


图 3　不同宽深比对主动破坏机理的影响

Fig. 3 Effects of aspect ratio on active failure mechanisms

从图 4 可以发现，填土内摩擦对滑移面形状影响显著。对于低摩擦性填土（ϕ=5°），滑裂面略微弯曲，对应滑裂角 α（滑裂面与水平方向夹角）较小。随着填土内摩擦角的增加，α 角增加，且滑裂面逐渐趋向于平面。图 5 说明当墙–土界面较光滑时（$\delta=0°$ 或 $\phi/5$），滑裂面呈平面，即滑移线为直线。随着 δ 角的增加，α 角减小，滑裂面逐渐弯曲，滑裂面数量也可能减小。已有研究证明了可利用库仑土压力理论较好地预测 α 角，如下：

$$\alpha=\arctan\left(\sqrt{\tan^2\phi+\frac{\tan\phi}{\tan(\phi+\delta)}}+\tan\phi\right),\quad(1)$$

可以看出，上述公式很好地诠释了 ϕ 与 δ 对于 α 的影响，且说明了 ϕ 对 α 角的影响较 δ 明显，这与数值计算规律一致。

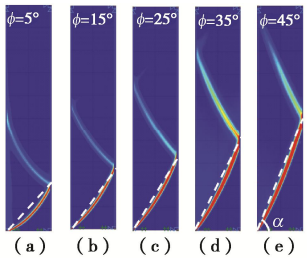


图 4　不同填土内摩擦角对主动破坏机理的影响

Fig. 4 Effects of backfill friction angle on active failure mechanisms

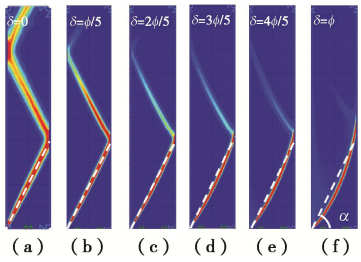


图 5　不同墙-土界面内摩擦角对主动破坏机理的影响

Fig. 5 Effects of wall-soil interface friction angle on active failure mechanisms

表 1 给出了不同 B/H 下 δ 与 ϕ 组合对滑裂面数量的影响。从表中可以看出，有限土体条件下，除墙土界面完全粗糙外，填土一般呈现多道滑裂面（M3 模式）。δ 与 ϕ 对滑裂面数量影响显著。因此，考虑主动破坏机理与滑移面数量的变化对于有限宽度填土挡墙设计十分必要。

2　主动土压力计算

2.1　基本假设与计算模型

推导过程认为墙后填土为均质、各向同性的无黏性土，符合莫尔-库仑屈服准则，且处于极限平衡状态。墙-土相对位移足够大，保证墙-土界面强度完全发挥。采用广泛接受的圆弧轨迹线描述小主应力偏转[18]。考虑主动破坏机理，假设墙后填土滑裂面为平面，多道滑裂面呈“反射式”发展，每道滑裂面滑裂角采用 Coulomb 解。基于上述假设，图 6 绘制了由上部未滑裂区 *dcef* 和下部滑裂区 *abef* 组成的理论计算模型。图中，假设 H_0 为未滑裂区高度，H_{nk} 为滑裂区中指定滑裂面高度。根据几何关系可得

$$\begin{cases} H_{nk} = B\tan\alpha, \quad k \in 1,\cdots,n \\ H_0 = H - nB\tan\alpha \end{cases}, \tag{2}$$

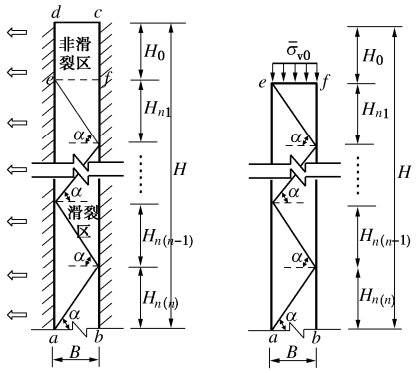
式中，k 表示自上而下第 k 道滑移面，n 表示墙后填土共形成 n 道滑裂面。因此，$k \leqslant n$。

表 1 滑裂面数量统计

Table 2 Summary of number of sliding surfaces

B/H	ϕ	$\delta=\phi/5$	$\delta=2\phi/5$	$\delta=3\phi/5$	$\delta=4\phi/5$	$\delta=\phi$
0.1	5	6	5	3	2	1
	15	6	5	3	2	1
	25	4	4	3	2	1
	35	4	4	3	2	1
	45	3	3	2	2	1
0.2	5	4	3	2	2	1
	15	3	3	2	2	1
	25	2	2	2	2	1
	35	2	2	2	1	1
	45	2	2	2	1	1
0.4	5	2	2	2	1	1
	15	2	2	1	1	1
	25	1	1	1	1	1
	35	1	1	1	1	1
	45	1	1	1	1	1
0.6	5	1	1	1	1	1
	15	1	1	1	1	1
	25	1	1	1	1	1
	35	1	1	1	1	1
	45	1	1	1	1	1
0.8	5	1	1	1	1	1
	15	1	1	1	1	1
	25	1	1	1	1	1
	35	1	1	1	1	1
	45	1	1	1	1	1

注：黄色=M1 模式；粉色=M2 模式；绿色=M3 模式。



（a）整体计算模型 （b）滑裂区计算模型

图 6 墙后填土理论计算模型

Fig. 6 Model for narrow backfills behind wall

2.2 上部非滑裂区

根据基本假设图 7（a）绘制了上部未滑裂区填土在土拱效应作用下圆弧小主应力偏转轨迹线。在此基础上，沿小主应力偏转轨迹线建立曲线微分单元（图 7（b））。此时，区别于水平微分单元，曲线单元上下界面仅作用大、小主应力，而不存在水平剪切应力，极大简化了受力分析过程。图 7（c）给出了曲线微分单元受力分析。图中，任意深度 z 处曲线微分单元 $ACC'A'$高度为 dz，其宽度 B 表示为

$$B = R_{AC}\cos\theta_{\mathrm{w}} = R_{A'C'}\cos\theta_{\mathrm{w}} \quad , \tag{3}$$

式中，R_{AC} 和 $R_{A'C'}$ 为圆弧小主应力轨迹线半径，θ_{w} 为墙-土界面小主应力方向与水平方向的夹角。

将弯曲微分单元应力状态用莫尔应力圆表示，如图 8 所示。根据 A 点大小主应力关系可得

$$\sigma_{\mathrm{w}} = \sigma_1\cos^2\theta_{\mathrm{w}} + \sigma_3\sin^2\theta_{\mathrm{w}} \quad , \tag{4}$$

$$\tau_{\mathrm{w}} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta_{\mathrm{w}} \quad , \tag{5}$$

式中，σ_{w} 和 τ_{w} 分别为作用于侧墙的正应力和切应力，σ_1 和 σ_3 则分别对应大、小主应力。

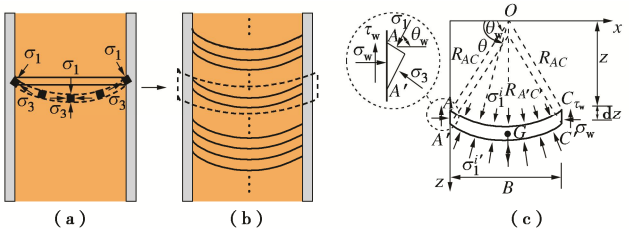
由莫尔-库仑屈服准则可定义

$$N = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \quad , \tag{6}$$

联立式（4）～（6），求解 θ_{w} 得

$$\theta_{\mathrm{w}} = \arctan\left[\frac{N-1\pm\sqrt{(N-1)^2 - 4N\tan^2\delta}}{2\tan\delta}\right], \tag{7}$$

式中，θ_{w} 建议取大值，且小于 $\pi/2$ [18]。该值越大，表明主应力偏转越明显。当 $\theta_{\mathrm{w}} = \pi/2$ 时，表明主应力轴发生偏转。



（a） （b） （c）

图 7 小主应力偏转轨迹及曲线微分单元受力分析

Fig. 7 Rotation trajectory of minor principal stress and force analysis of curved soil-layer elements

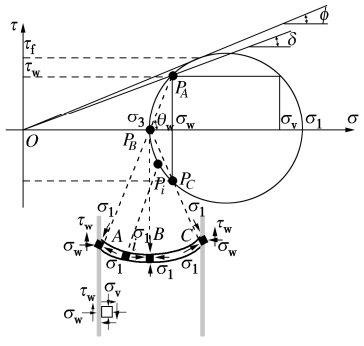


图 8 曲线微分单元应力状态

Fig. 8 Stress state of curve soil-layer elements

在重力作用下，微分单元上界面 AC 任意点 i 处的大主应力 σ_1^i 均大于墙-土界面 A 点处。假设微分单元内，σ_1^i 随深度 z 线性增加，则

$$\sigma_1^i = \sigma_1 + \gamma\Delta z_{Ai} \quad , \tag{8}$$

式中，$\Delta z_{Ai} = R_{AC}(\sin\theta - \sin\theta_{\mathrm{w}})$ 对应 A 点与 i 点之间的竖向距离。

据图 7 可知，作用于上界面 AC 的竖向力为

$$F_z^{AC}=2\int_{\theta_w}^{\frac{\pi}{2}}\sigma_1^i\sin\theta R_{AC}\mathrm{d}\theta \quad , \tag{9}$$

将式（8）代入式（9）得

$$F_z^{AC}=2\sigma_1 R_{AC}\cos\theta_w+2\gamma R_{AC}^2 C_1 , \tag{10}$$

式中，$C_1=(\pi-2\theta_w-\sin 2\theta_w)/4$。

类似地，下界面 $A'C'$竖向力为

$$F_z^{A'C'}=2(\sigma_1+\mathrm{d}\sigma_1)R_{A'C'}\cos\theta_w+2\gamma R_{A'C'}^2 C_1 。 \tag{11}$$

由对称性可知，侧向边界 AA'与 CC'竖向力为

$$F_z^{AA'}=F_z^{CC'}=\tau_w\mathrm{d}z \quad , \tag{12}$$

式中，墙-土界面剪切应力（界面强度）τ_w 为

$$\tau_w=\sigma_w\tan\delta \quad , \tag{13}$$

将式（13）代入式（12）得

$$F_z^{AA'}=F_z^{CC'}=\left(\frac{\tan\delta}{\tan\varphi}c+\sigma_w\tan\delta\right)\mathrm{d}z , \tag{14}$$

曲线微分单元重力可表示为

$$G=\gamma\mathrm{d}z l_{\mathrm{arc}AC} \quad , \tag{15}$$

式中，$l_{\mathrm{arc}AC}$ 为界面 AC 弧长，如下：

$$l_{\mathrm{arc}AC}=\frac{B(\pi-2\theta_w)\tan\theta_w}{2} \quad 。 \tag{16}$$

根据竖向平衡分析，可建立竖向平衡方程为

$$F_z^{AC}+G-F_z^{A'C'}-F_z^{AA'}-F_z^{CC'}=0 , \tag{17}$$

代入上述变量，化简整理得

$$\mathrm{d}\sigma_1+\frac{\left(\frac{\tan\delta}{\tan\varphi}c+\sigma_w\tan\delta\right)}{B}\mathrm{d}z-\frac{\gamma(\pi-2\theta_w)\tan\theta_w}{4}\mathrm{d}z=0 。 \tag{18}$$

由式（4）和式（6）得

$$\sigma_w=\sigma_1\left(\cos^2\theta_w+\frac{1}{N}\sin^2\theta_w\right) \quad , \tag{19}$$

定义 $C_2=\cos^2\theta_w+\sin^2\theta_w/N$，则式（18）可写为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}z}+C_3\sigma_1+C_4=0 \quad , \tag{20}$$

式中，

$$\begin{cases}C_3=\dfrac{C_2\tan\delta}{B}\\ C_4=\dfrac{\gamma(\pi-2\theta_w)\tan\theta_w}{4}\end{cases} , \tag{21}$$

由边界条件 $z=0$ 时 $\sigma_1=0$ 可解得

$$\sigma_1=\frac{C_4}{C_3}(\mathrm{e}^{-C_3 z}-1) \quad 。 \tag{22}$$

将式（19）代入式（22）并整理化简得上部未滑裂区任意深度处侧向土压力为

$$\sigma_w=\frac{C_2C_4}{C_3}(\mathrm{e}^{-C_3 z}-1) \quad 。 \tag{23}$$

进一步推导未滑裂区任意深度处平均水平竖向应力为

$$\bar{\sigma}_v=\frac{F_z}{B}=\frac{2\int_{\theta_w}^{\frac{\pi}{2}}\sigma_1^i\sin\theta R_{AC}\mathrm{d}\theta}{2R_{AC}\cos\theta_w}=\frac{C_4}{C_3}(\mathrm{e}^{-C_3 z}-1)+\frac{\gamma BC_1}{2\cos\theta_w} 。 \tag{24}$$

2.3　下部滑裂区

为关联上部非滑裂区与下部滑裂区，将未滑裂区底部平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{v0}$ 作用于滑裂区顶部。考虑下部滑裂区存在任意数量的滑裂面，建立计算模型如图 6（b）所示。因此，可定义

$$\bar{\sigma}_{v0}=\bar{\sigma}_v\big|_{z=H_0} \quad , \tag{25}$$

假设 n=1，即认为滑裂区仅有一道滑裂面。基于刚性滑楔体极限平衡方法，对滑楔体 W_{11} 进行受力分析，如图 9 所示。需要指出，实线为根据主动破坏机理得到的真实滑裂面；虚线为任意深度处，由主动破坏机理演化得到的假想滑裂面。

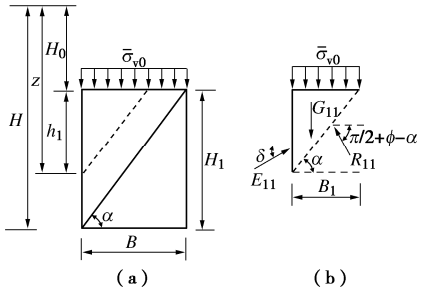


图 9 滑楔体 W_{11} 受力分析(n=1)

Fig. 9 Force analysis of sliding wedge W_{11} (n=1)

根据图 9 力学平衡分析，可得

$$E_{11}\cos\delta=R_{11}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi-\alpha\right) \quad , \tag{26}$$

$$\bar{\sigma}_{v0}B_1+G_{11}=E_{11}\sin\delta+R_{11}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\phi-\alpha\right), \tag{27}$$

联立式（26）和式（27），求解得

$$E_{11}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B_1+G_{11})\sin(\alpha-\phi)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)} \quad , \tag{28}$$

式中，$G_{11}=\gamma B_1 h_{11}/2$，$H_0=H-B\tan\alpha$，$h_{11}=z+B\tan\alpha-H$，$B_1=h_{11}/\tan\alpha$。

对滑楔体 W_{21} 和 W_{22} 进行受力分析（n=2），如图 10 所示。滑楔体 W_{21} 受力与 W_{11} 相同，因此可得

$$E_{21}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B_2+G_{21})\sin(\alpha-\phi)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)} \quad , \tag{29}$$

进一步对滑楔体 W_{22} 进行受力分析，则有

$$E_{22}\cos\delta=R_{22}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi-\alpha\right)+E_{21}\cos\delta \quad , \tag{30}$$

$$\sigma_{v0}B+G_{22}=E_{22}\sin\delta+R_{22}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\phi-\alpha\right)+E_{21}\sin\delta , \tag{31}$$

联立式（30）和式（31），求解得

$$E_{22}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B+G_{22})\sin(\alpha-\phi)+E_{21}\cos(\alpha-\phi+\delta)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}，\quad(32)$$

式中，$G_{21}=\gamma B_2 h_{21}/2$，$B_2=h_{21}/\tan\alpha$，$h_{21}=z+B\tan\alpha-H$，$G_{22}=\gamma(Bh_{21}+Bh_{22}/2)$，$h_{22}=B/\tan\alpha$，$H_0=H-2B\tan\alpha$。

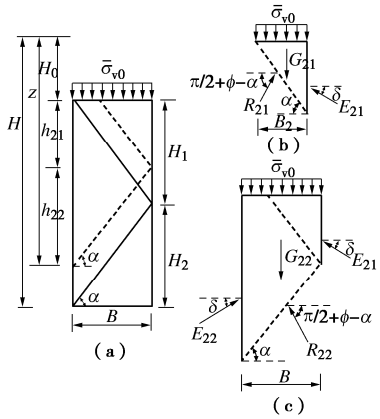


图 10 滑楔体 W_{21}，W_{22} 受力分析(n=2)

Fig. 10 Force analysis of sliding wedges W_{21} and W_{22} (n=2)

图 11 给出了滑楔体 W_{31}，W_{32} 和 W_{33} 受力情况。类似地，通过逐步建立力学平衡方程，求解可得

$$E_{31}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B_3+G_{31})\sin(\alpha-\phi)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}\quad，\quad(33)$$

$$E_{32}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B+G_{32})\sin(\alpha-\phi)+E_{31}\cos(\alpha-\phi+\delta)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}，\quad(34)$$

$$E_{33}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B+G_{33})\sin(\alpha-\phi)+E_{32}\cos(\alpha-\phi+\delta)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}，\quad(35)$$

式中，$G_{31}=\gamma B_3 h_{31}/2$，$B_3=h_{31}/\tan\alpha$，$G_{32}=\gamma B(h_{31}+h_{32}/2)$，$G_{33}=\gamma B(h_{31}+h_{32}+h_{33}/2)$，$h_{31}=z+B\tan\alpha-H$，$h_{32}=h_{33}=B\tan\alpha$，$H_0=H-3B\tan\alpha$。

利用递推法，联立式（28），（29），（32）～（35），可得

当 k=1 时，

$$E_{n1}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B_n+G_{n1})\sin(\alpha-\phi)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}\quad，\quad(36)$$

式中，$G_{n1}=\gamma B_n h_{n1}/2$，$B_n=h_{n1}/\tan\alpha$，$h_{n1}=z+B\tan\alpha-H$。

当 $2\leqslant k\leqslant n$ 时，

$$E_{nk}=\frac{(\bar{\sigma}_{v0}B+G_{nk})\sin(\alpha-\phi)+E_{n(k-1)}\cos(\alpha-\phi+\delta)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}\quad，\quad(37)$$

式中，$G_{nk}=\gamma B\left(\sum_{i=1}^{k-1}(h_{ni})+h_{nk}/2\right)$，$h_{nk}=B\tan\alpha$。将上述变量代入式（37），整理并化简得

$$E_{nk}=\frac{\bar{\sigma}_{v0}B+\gamma B\left[z-H+\left(k-\frac{1}{2}\right)B\tan\alpha\right]+E_{n(k-1)}\cos(\alpha-\phi+\delta)}{\cos(\alpha-\phi-\delta)}。\quad(38)$$

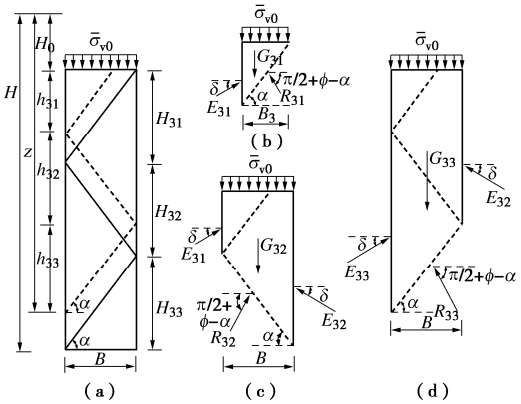


图 11 滑楔体 W_{31}，W_{32} 和 W_{32} 受力分析(n=3)

Fig. 11 Force analysis of sliding wedges W_{31}, W_{32} and W_{32} (n=3)

式（38）给出了当 $2\leqslant k\leqslant n$ 时，任意相邻滑楔体之间土压力合力递推方程。为求解侧向土压力，引入有限差分理论。将下部滑裂区高度离散成 m 等分，每个土条高度为 Δz，记第 j 个土条为 $P_{j-1}P_j$，如图 12 所示。

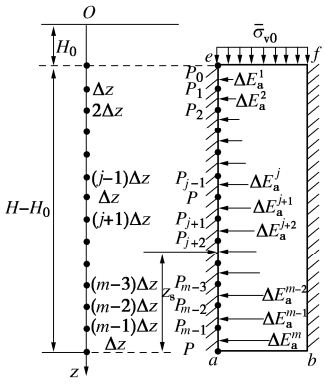


图 12 有限差分理论在滑裂区的应用

Fig. 12 Use of finite differential element theorem in sliding zone

假设作用于土条 P_0P_{j-1} 和 P_0P_i 的土压力合力分别为 E_a^{j-1} 和 E_a^j，则作用于土条 $P_{j-1}P_j$ 的土压力合力可表示为

$$\Delta E_a^i=E_a^i-E_a^{i-1}\quad，\quad(39)$$

式中，$E_a^j=E_{nk}(z_j)\cdot\cos\delta$，$z_j=j\Delta z$，$\Delta z=(H-H_0)/m$。因此可以得到土条 $P_{j-1}P_j$ 上作用土压力大小为

$$\sigma_{wi}=\frac{\Delta E_a^i}{\Delta z}\quad，\quad(40)$$

可以发现，有限差分理论求解的关键在于如何获得 ΔE_a^j 大小。为此，图 13 引入任意假想的两条滑裂面，且它们均按主动破坏机理演化，呈反射式发展至滑裂区顶端，从而给出了 n=1～3 情形下任意深度处滑裂面发展情况及作用 ΔE_a^j。根据式（36）和（38），可获得相邻两个假想滑楔体的土压力合力大小关系。

上述推导已经给出了上部未滑裂区与下部滑裂区土压力分布方程。除主动土压力分布外，主动土压力合力大小及作用点对于挡墙抗倾覆稳定性设计也是至关重要的。通过对未滑裂区土压力积分和滑裂区土压力叠加，可得到主动土压力合力大小为

$$E_{\mathrm{a}}=\int_0^{H_0}\sigma_{\mathrm{w}}\mathrm{d}z+\sum_{i=1}^{m}\sigma_{\mathrm{w}i}\Delta z \quad 。 \tag{41}$$

引入主动推力系数 K_{a}，可将式（41）无量纲化：

$$K_{\mathrm{a}}=\frac{E_{\mathrm{a}}}{0.5\gamma H^2} \quad 。 \tag{42}$$

进一步对墙底求矩可得土压力合力距墙底作用点高度为

$$z_{\mathrm{s}}=\frac{\int_0^{H_0}\sigma_{\mathrm{w}}(H-z)\mathrm{d}z+\sum_{i=1}^{m}\sigma_{\mathrm{w}i}\left[H-H_0-(i-0.5)\Delta z\right]\Delta z}{E_{\mathrm{a}}} 。 \tag{43}$$

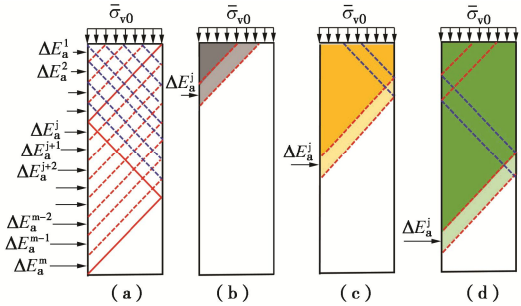


图 13　任意深度土条主动土压力合力求解思路

Fig. 13 Solving strategy of total active earth pressure on soil slice at arbitrary depth

3　对比与验证

为验证所提方法的合理性与准确性，以离心试验结果为基准，图 14 详细对比了离心试验、数值模拟及多种解析方法和北京市建筑基坑支护技术规程<DB11/489—2016>获得固定宽深比下有限填土归一化主动土压力 $\sigma_{\mathrm{w}}/\gamma H$ 的分布规律。Frydman 等[3]开展了临近竖直基岩的无黏性填土竖直挡墙主动土压力的离心试验，挡墙原型高度为 8.5 m，墙后填筑细砂，其力学参数见数值计算模型。基于离心试验，Fan 等[6]针对 B/H=0.235 工况进行了数值模拟。Greco[9]方法考虑 1～3 道滑裂面，利用滑楔体方法给出了有限宽度无黏性填土挡墙主动土压力计算方程。国内学者高印立[19]考虑单滑裂面，基于土体塑性上限理论，忽略墙土界面摩擦力，给出了主动土压力上限解。规范<DB11/489—2016>[1]将 $z>b\tan(45^\circ-\phi/2)$ 深度内的朗肯土压力进行折减，上部土压力则不考虑计算折减，详见文献[1]。

从对比结果可以看出，所提计算方法与离心试验、有限元、滑移线解以及北京市基坑规范等吻合良好。充分说明了所提计算方法的合理性与准确性。Greco 解和高印立解虽在墙体上部与本文方法和试验结果吻合较好，但底部由于忽略了土拱效应与水平剪切力作用，与本文方法和离心试验结果均存在一定差异。此外，Coulomb 主动土压力解明显过于保守，尤其在挡墙底部。值得注意的是，北京市基坑规范通过对墙体下部土压力进行适当折减，取得了较好的估算效果（稍显保守），这对于现行基坑规范考虑有限填土工程经济性设计具有重要的工程意义。

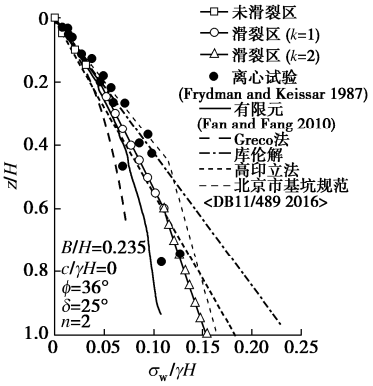


图 14　本文方法与已有研究对比与验证

Fig. 14 Comparison and validation against previous studies

4　参数分析

4.1　宽深比

参数分析基本参数与数值模型保持一致。图 15 给出了不同宽深比下 $\sigma_{\mathrm{w}}/\gamma H$ 分布规律。可以看出，当 B/H <0.6 时，$\sigma_{\mathrm{w}}/\gamma H$ 在非滑裂区非线性增长，尔后随着滑裂面过渡，呈分段线性增长，且增长率逐渐递减。根据 Handy 的两阶段土拱理论[17]，墙土界面摩擦力降低了作用在滑楔体的竖向压力；且随着埋深的增加，界面摩擦力分担的竖向荷载越多，进而导致了土压力增长率降低。此外，由于所提方法考虑了水平剪切力，随着埋深的增加，水平剪切力越大，也可能导致这种现象。当 $B/H\geqslant$0.6，改变 B/H 不再影响土压力分布，即 $\sigma_{\mathrm{w}}/\gamma H$ 随 z/H 线性增长。进一步对比不同 B/H 下 $\sigma_{\mathrm{w}}/\gamma H$ 值，说明了滑裂面数量 n 对主动土压力分布有显著影响，有限土体挡墙设计应该考虑主动破坏机理。

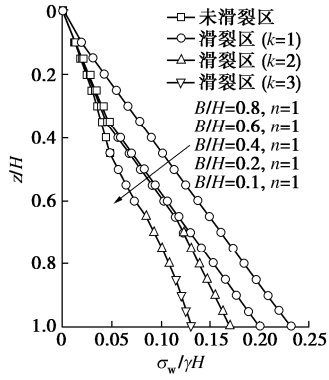


图 15　主动土压力随填土宽深比的变化规律

Fig. 15 Variation of active earth pressure with aspect ratio

4.2 填土内摩擦角

图 16 描述了不同填土内摩擦角 ϕ 下 $\sigma_w/\gamma H$ 随挡墙深度 z/H 的变化规律。如式（2）所示，非滑裂区高度与滑裂区各滑裂面高度随着 α 的变化而变化。从式（1）可看出，ϕ 角显著影响 α 角，因此对 $\sigma_w/\gamma H$ 的分布有显著影响。随着 ϕ 的增加，非滑裂区高度呈抛物线减小，$\sigma_w/\gamma H$ 也逐渐减小。这说明填土内摩擦角越大，土拱效应越强。在滑裂区填土区域，随着 k 的增加（滑裂面自上而下），强摩擦性土体将导致 $\sigma_w/\gamma H$ 增长率减小，而低摩擦性土体则相反。

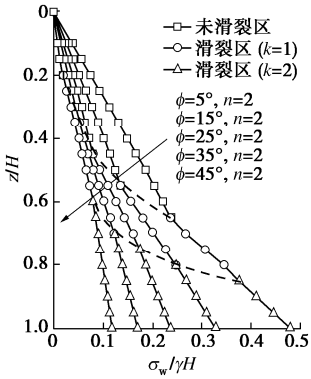


图 16 主动土压力随填土内摩擦角的变化规律

Fig. 16 Variation of active earth pressure with soil friction angle

图 17（a）和 17（b）分别给出了主动推力系数 K_a 及其归一化作用点高度 z_s/H 变化规律。从图 17（a）可以看出，在土拱效应作用下，随着 ϕ 角的增加，主动推力（合力）随着呈凹曲线型减小。给定 ϕ 角，在有限土体框架内，B/H 越大，K_a 越大；当 $B/H>\cot\alpha$ 后，$\sigma_w/\gamma H$ 不再变化，因此 K_a 也保持不变。进一步观察图 17（b），发现类似于库仑土压力理论，利用所提方法得到的合力作用点高度近似分布在 $H/3$ 附近，说明滑裂面数量、填土宽度及土体内摩擦角对于合力作用点的影响甚微。

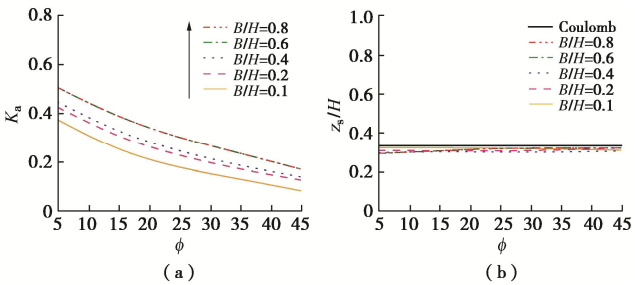


图 17 主动推力系数及作用高度随填土内摩擦角的变化规律

Fig. 17 Variation of active thrust coefficient and height of its application point with soil friction angle

4.3 墙-土界面内摩擦角

图 18 绘制了不同填土内摩擦角 ϕ 下 $\sigma_w/\gamma H$ 随挡墙深度 z/H 的变化规律。给定 z/H，$\sigma_w/\gamma H$ 随着 δ 的增加而减小，这与墙-土界面摩擦力增加有关。此外，墙土界面摩擦角的增加，增加了主应力偏转角 θ_w，增强了土拱效应。相较于内摩擦角，在非滑裂区，δ 对于 $\sigma_w/\gamma H$ 的影响较小。当填土从非滑裂区过渡至滑裂区时，除了土压力分布模式的改变，土压力的增长率也明显提升，这可能是因为上部填土主应力偏转更为明显。

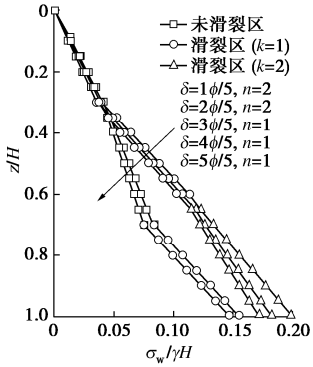


图 18 主动土压力随墙-土界面内摩擦角的变化规律

Fig. 18 Variation of active earth pressure with wall-soil interface friction angle

图 19（a）和 19（b）分别阐述了主动推力系数 K_a 及其归一化作用点高度 z_s/H 变化规律。如图 19（a），对于狭窄宽度填土，K_a 随 δ 角的增加呈凸曲线分布。当 B/H >0.4 后，K_a 基本不受 δ 影响。固定 δ 角，K_a 随 B/H 的先增加后保持不变。图 19（b）可以看出，类似于图 17（b），合力作用点高度略低于 0.33，但偏差很小，因此传统的朗肯和库仑土压力理论假设 $z_s=H/3$ 是合理的。

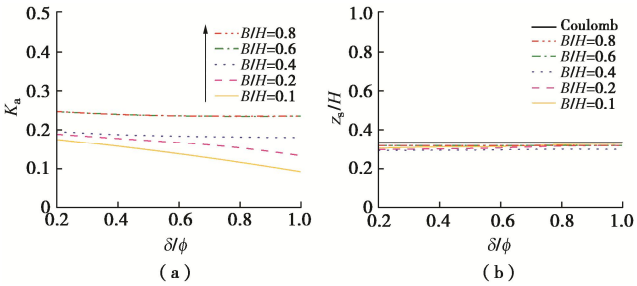


图 19 主动推力系数及其作用点高度随墙-土界面内摩擦角的变化规律

Fig. 19 Variation of active thrust coefficient and height of its application point with wall-soil interface friction angle

5 结 论

提出了一种有限填土挡墙主动土压力的普适性解法；结合了微分单元法与滑楔体极限平衡法的优势，有效避免了两种方法存在的弊端。主要结论如下：

（1）平动模式下，墙后有限宽度填土主动破坏时，滑裂面存在不同形状和数量，取决于填土宽深比、填土内摩擦角和墙-土界面摩擦角。对于低摩擦性土体或粗糙墙-土界面，滑裂面形状略微弯曲；反之则为直线；有限填土定义下，土体呈现单滑裂面伴随梯形推力楔或多数出现多滑裂面情形，且滑裂面呈反射式发展。

（2）对于有限土体呈现单滑裂面伴随梯形推力楔或多滑裂面情形，主动土压力呈非滑裂区非线性分布，滑裂区折线形分布；且非滑裂区向滑裂区过渡时，土压力增长率迅速提升，除低摩擦性土体外，滑裂区土压力随着挡墙埋深的增加，在各滑裂面过渡时，土压力增长率减小。

（3）在有限土体框架内，土体内摩擦角和墙-土界面内摩擦角越大，主动推力越小；而合力作用点高度略微低于 1/3 挡墙深度，基本与传统 Coulomb 土压力理论相符，且不受填土宽深比、土体强度及墙-土界面摩擦特性影响。

尽管所提计算方法为城市基坑群开挖工程、临近基岩岸壁或码头结构、山区或沿海高速公路和桥墩建设以及矿山回填工程等有限填土工程经济性设计提供了思路；但仍然存在一些局限性。例如，仅涉及挡墙平动位移（T）模式，诸如绕墙趾转动（RB）和绕墙顶转动（RT）模式有待研究。另外，墙后倾斜坡面导致的梯形或三角形填土、岩坡-土体界面与挡墙-土体界面之间的差异等问题也需进一步探讨。

参考文献：

[1] 建筑基坑支护技术规程：DB11/ 489—2016[S]. 2016. Earthquake Standard of the People's Republic of China: DB11/ 489—2016[S]. 2016. (in Chinese))

[2] 徐日庆, 徐叶斌, 程　康, 等. 有限土体下考虑土拱效应的非极限主动土压力解[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(2): 362－371. (XU Ri-qing, XU Ye-bin, CHENG Kang, et al. A method to calculate the active earth pressure with considering soil arching effect under the nonlimit state of clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(2): 362－371. (in Chinese))

[3] FRYDMAN S, KEISSAR I. Earth pressure on retaining walls near rock faces[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1987, **113**(6): 586－599.

[4] TAKE W, VALSANGKAR A. Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, **38**(6): 1220－1230.

[5] O'NEAL T S, HAGERTY D. Earth pressures in confined cohesionless backfill against tall rigid walls—a case history[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, **48**(8): 1188－1197.

[6] FAN C C, FANG Y S. Numerical solution of active earth pressures on rigid retaining walls built near rock faces[J]. Computers and Geotechnics, 2010, **37**(7/8): 1023－1029.

[7] RUI R, YE Y Q, HAN J, et al. Experimental and theoretical investigations on active earth pressure distributions behind rigid retaining walls with narrow backfill under a translational mode[J]. International Journal of Geomechanics, 2020, **20**(10): 04020178.

[8] CHEN F, LIN Y, LI D. Solution to active earth pressure of narrow cohesionless backfill against rigid retaining walls under translation mode[J]. Soils and Foundations, 2019, **59**(1): 151－161.

[9] GRECO V. Active thrust on retaining walls of narrow backfill width[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **50**: 66－78.

[10] CHEN J J, LI M G, WANG J H. Active earth pressure against rigid retaining walls subjected to confined cohesionless soil[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(6): 06016041.

[11] 赖丰文, 陈福全, 万梁龙. 考虑不完全土拱效应的浅层地基竖向应力计算[J]. 岩土力学, 2018, **39**(7): 2546－2554. (LAI Feng-wen, CHEN Fu-quan, WAN Liang-long. Vertical stresses of shallow foundations based on partially developed soil arching effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(7): 2546－2554. (in Chinese))

[12] HANDY R L. The arch in soil arching[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(3): 302－318.

[13] GOEL S, PATRA N. Effect of arching on active earth pressure for rigid retaining walls considering translation mode[J]. International Journal of Geomechanics, 2008, **8**(2): 123－133.

[14] CAO W, LIU T, XU Z. Calculation of passive earth pressure using the simplified principal stress trajectory method on rigid retaining walls[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **109**: 108－116.

[15] KRABBENHOFT K, LYAMIN A, KRABBENHOFT J. Optum Computational Engineering (Optum G2) [CP]. Available on: www. optumce. com, 2019.

[16] LAI F, CHEN S, XUE J, et al. New analytical solutions for shallow cohesive soils overlying trench voids under various slip surfaces[J]. Transportation Geotechnics, 2020, **25**: 100411.

[17] CHEN F Q, MIAO G J, LAI F W. Base instability triggered by hydraulic uplift of pit-in-pit braced excavations in soft clay overlying a confined aquifer[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2020, **24**(6): 1717－1730.

[18] PAIK K H, SALGADO R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects[J]. Géotechnique, 2003, **53**(7): 643－653.

[19] 高印立. 有限土体土压力的计算探讨[J]. 建筑科学, 2000, **16**(5): 53－56. (GAO Yin-li. The Calculation of finite earth pressure[J]. Buliding Science, 2000, **16**(5): 53－56. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203011

基于动态贝叶斯网络的地铁隧道施工风险评估

卢鑫月，许成顺*，侯本伟，杜修力，李立云
（北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室，北京 100124）

摘 要：近年来中国地铁隧道建设发展迅速，然而地铁施工事故频繁发生。针对施工过程中风险随时间的演变，提出基于动态贝叶斯网络（DBN）和模糊综合评价法（FCEM）的地铁隧道施工动态风险评估方法，结合沉降监测数据进行地铁隧道下穿既有建筑物的风险实时动态评估。该方法通过施工环境、施工技术、施工机械、施工管理4方面共12个风险因素与施工风险间的因果关系，建立地铁隧道施工风险DBN模型，预测施工过程风险发生概率的动态变化；根据施工实测的累计沉降值和沉降变形速率反馈DBN模型，更新动态风险概率评估结果；基于FCEM评估地铁隧道施工风险损失，并计算施工动态风险值。以北京地铁14号线地铁盾构施工下穿工程为案例验证方法的合理性，结果表明该方法结合监测数据的动态风险评估结果能较好地反映实际施工过程中的突发风险事件。

关键词：动态贝叶斯网络；模糊综合评价；监测数据更新；噪声或门
中图分类号：TU431 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0492－10

作者简介：卢鑫月(1992—)，女，博士研究生，主要从事隧道工程及风险评估领域的研究。E-mail: luxinyue2018@163.com。

Risk assessment of metro construction based on dynamic Bayesian network

LU Xin-yue, XU Cheng-shun, HOU Ben-wei, DU Xiu-li, LI Li-yun
(Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: Recently, tunnel construction has developed rapidly in China. However, tunnel construction accidents occur frequently. In order to reveal the risk evolution process during the construction process over time, a dynamic tunnel construction risk assessment method is proposed based on the dynamic Bayesian network (DBN) and the fuzzy comprehensive evaluation method (FCEM). The settlement monitoring data induced by underpass tunnel excavation can be used to evaluate the real-time risk of above-ground structures by employing the proposed method. Twelve risk factors are classified into construction environment, construction technology, construction machinery and construction management. The causal relationship between twelve risk factors and tunnel construction risk is considered to build the DBN model, and the model is used to predict the evolution of risk during the construction process. The monitoring data of settlement and subsidence rate are used to update the assessment results of dynamic risk probability. The tunnel construction risk is evaluated by the fuzzy comprehensive evaluation method and the construction dynamic risk is calculated by the definition of risk. The reasonability of the proposed method is verified through the case of shield construction project of Beijing Metro Line 14. The results show that the proposed method can reflect the unexpected risk events in the actual construction process.

Key words: dynamic Bayesian network; fuzzy comprehensive evaluation method; update of monitoring data; noisy-or gate

0 引 言

由于地铁建设主要集中于城市中心，不可避免的邻近或下穿既有建筑物，容易引起建筑物地基的不均匀沉降，导致建筑物产生裂缝或倾斜，严重影响建筑物安全。盾构施工技术具有掘进速度快、劳动强度低等优点，被广泛应用于地铁施工中。因此，建立针对地铁盾构下穿建筑物诱发建筑物破坏的动态风险评估方法具有重要意义。

已有的地下工程风险评估方法主要分为定性分析法和定量分析法[1]。定性分析法有：层次分析法[2]、风险矩阵法[3]、模糊综合评价[4]等。定量分析方法有：故障树分析法[5]、事件树分析法[6]、蒙特卡洛模拟法[7]等。大量学者基于这些方法开展了地下工程风险分析与评估，并针对研究对象的特点和已有方法的局限性，建立了改进的风险评估方法[8-9]。这些方法以专家经验为主，且主要应用于静态风险评估中。随着人工智能学科的发展，神经网络、贝叶斯网络、支持向量机等

基金项目：国家自然科学基金重点项目（51538001）
收稿日期：2021－04－19
*通信作者（E-mail: xuchengshun@bjut.edu.cn）

定量方法被引入风险分析中[10-11]。Wu 等[12]建立静态贝叶斯网络模型分别用于施工前预测风险值，施工过程中参数敏感性分析及施工结束后诊断分析主要风险因素。地铁隧道施工具有明显的动态特性，部分学者针对地铁施工的动态特性，开展地铁施工的动态风险评估；Wang 等[13]基于贝叶斯网络结合模糊综合评价法评估地下工程施工风险，该方法仅局限于静态风险评估；Xiang 等[14]基于加拿大管道运营商的真实案例数据和文献中已有的故障树建立贝叶斯网络，评估了第三方机械挖掘造成既有管线破坏的风险概率。周宗青等[15]通过更新隧道施工中不同断面的地质参数、水文信息，进行隧道施工动态风险分析；Wang 等[16]考虑因素耦合效应提出了基于动态故障树和动态贝叶斯网络的盾构刀盘动态失效概率风险分析模型。这些研究主要针对风险发生的概率进行分析，较少考虑风险损失。城市轨道交通地下工程建设风险管理规范（GB50652—2011）中将风险定义为：不利事件发生的可能性 P 和损失 C 之间的组合。其中包含两个基本要素：风险发生的可能性和其带来的损失。Sousa 等[17]、Špačková 等[18]在动态贝叶斯网络中加入效用节点分别考虑了隧道施工的成本损失和工期延误，均未考虑全部风险损失。因此，建立综合考虑风险概率和损失的动态风险评估模型具有重要意义。

随着施工信息化的发展，工程建设中收集到大量数据，如掘进数据、监测数据等，有效利用这些数据控制施工事故是目前施工安全的关键问题[19]。目前大部分学者主要利用监测数据的规律验证评估结果的合理性[20-21]，没有直接将风险分析与监测数据结合[22]。Wu 等[23]基于数据学习的方法通过已有的监测数据识别风险因素，确定风险评估模型的参数。但这些风险评估模型不能根据新获得的监测数据实时更新风险评估结果，且风险评估的接受准则与监测指标预警的关系不明确。实践证明，通过风险评估模型计算的风险值预警结果与通过监测指标达到阈值预警结果往往不一致。若单一使用监测指标达到阈值进行预警无法反映施工过程中偶然因素产生的监测波动超限，容易误警影响施工进程。因此，应建立监测预警与风险评估预警统一的模型，将监测指标阈值预警融入风险评估模型，便于管理者对施工过程进行动态风险管理。

本文针对地铁隧道下穿既有建筑诱发建筑物破坏的风险评估问题，提出了基于动态贝叶斯网络和模糊综合评价的地铁隧道施工动态风险评估方法。基于静态贝叶斯网络进行工期风险预测；基于动态贝叶斯网络预测施工过程中风险发生概率的动态变化；在模型中加入建筑物累计沉降值和沉降变形速率两项监测指标实时更新建筑物安全风险概率；基于模糊综合评价法评估地铁隧道施工的风险损失，结合动态风险概率结果，评估地铁隧道施工动态风险值，为施工安全管理提供实时决策辅助。

1　风险分析方法

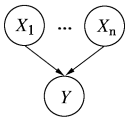
1.1　贝叶斯网络

贝叶斯网络（Bayesian network, BN）可以将专家先验知识、历史数据和其他不完整且不确定性的信息进行综合表达，被称为不确定性环境中知识表示、推理、预测的理想工具[24]。

贝叶斯网络由有向非循环图模型和条件概率表组成，如图 1 所示。其中图模型由节点和连接节点的有向边组成。节点表示变量，节点间的有向边表示因素间的相互作用，箭头出发的节点表示原因变量，称为父节点。箭头指向的节点表示结果变量，称为子节点。条件概率表用于量化因素间的相互作用。离散变量的一个可能取的值称为节点的一个状态。可以根据条件独立假设，简化联合概率，通过边缘化，确定某节点的边缘概率，如式（1）所示。该公式可以用于预测风险事件的概率。根据贝叶斯定理，已知风险 Y=y 的概率时，可以诊断分析风险因素 X 的概率，如式（2）所示。贝叶斯网络可以根据证据更新评估结果，如式（3）所示，式中 $\mathrm{Pa}(X_i)$ 表示 X_i 的父节点的集合。新的观测数据 X_k=e 通过先验概率传播到后验概率，从而更新评估结果。但贝叶斯网络不能反映因素的时变性。

X_1	状态 1	⋯	状态 n
P	$P(X_1=1)$	⋯	$P(X_1=n)$

X_n	状态 1	⋯	状态 n
P	$P(X_n=1)$	⋯	$P(X_n=n)$



X_1	⋯	X_n	$P(Y=1\|X_1,\cdots,X_n)$	$P(Y=n\|X_1,\cdots,X_n)$
状态 1	…	状态 1	$P(Y=1\|X_1=1,\cdots,X_n=1)$	$P(Y=n\|X_1=1,\cdots,X_n=1)$
状态 1	…	状态 2	$P(Y=1\|X_1=1,\cdots,X_n=2)$	$P(Y=n\|X_1=1,\cdots,X_n=2)$
…	…	…	…	…
状态 n	…	状态 n	$P(Y=1\|X_1=n,\cdots,X_n=n)$	$P(Y=n\|X_1=n,\cdots,X_n=n)$

图 1　贝叶斯网络示意图

Fig. 1 Schematic graph of Bayesian network

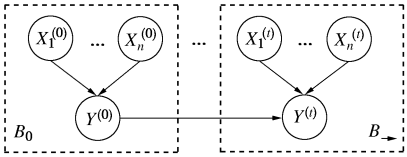
$$P(Y)=\sum_{i=1}^{n}P(X_1,\cdots,X_n,Y)=\sum_{i=1}^{n}\prod_{i=1}^{n}P(Y\mid X_i)\quad,\quad(1)$$

$$P(X_n=x_n\mid Y=y)=\frac{P(X_n=x_n)P(Y=y\mid X_n=x_n)}{P(Y=y)},\quad(2)$$

$$P(X_i \mid e)=\frac{P(X_i,e)}{P(e)}=\frac{\prod_i^n P(X_i \mid \mathrm{Pa}(X_i),e)}{\sum_{X_i \setminus X_k} P(X_i,e)} \quad (3)$$

1.2 动态贝叶斯网络

动态贝叶斯（dynamic bayesian network, DBN）是贝叶斯网络在时间上的扩展，它由初始网络 B_0 和转移网络 $B_{\rightarrow}$ 组成[25]。初始网络是贝叶斯网络，由有向无环图模型和条件概率表组成，表示各节点的初始关系；转移网络是两个时间片段上的贝叶斯网络模型，由有向无环图模型和转移概率表组成，如图 2 所示。



$Y^{(t-1)}$	$P(Y^{(t)}=1 \mid Y^{(t-1)})$	$P(Y^{(t)}=n \mid Y^{(t-1)})$
状态 1	$P(Y^{(t)}=1 \mid Y^{(t-1)}=1)$	$P(Y^{(t)}=n \mid Y^{(t-1)}=1)$
…	…	…
状态 n	$P(Y^{(t)}=1 \mid Y^{(t-1)}=n)$	$P(Y^{(t)}=n \mid Y^{(t-1)}=n)$

图 2 动态贝叶斯转移网络示意图

Fig. 2 Schematic graph of dynamic Bayesian network

动态贝叶斯网络模型通常假设满足：马尔科夫假设和平稳性，即节点在时间 t 时的概率只受 t–1 时刻的影响，与 t–1 之前的时间片段无关；转移网络中的节点及节点的条件概率与初始网络中完全相同，转移概率在整个 DBN 中保持不变。DBN 中任意两个相邻时间片段的转移概率如式（4）所示。式中，X_t^i 为第 t 个时间片上的第 i 个节点，$\mathrm{Pa}(X_t^i)$ 为 X_t^i 的父节点。DBN 中任意节点的联合概率可由初始网络的条件概率和转移网络的转移概率计算，如式（5）所示。

$$P(X_t \mid X_{t-1})=\prod_{i=1}^{N} P(X_t^i \mid \mathrm{Pa}(X_t^i)) \quad , \quad (4)$$

$$P(X_{1:N}^{0:T})=\prod_{i=1}^{N} P_{\mathrm{B}_0}(X_i^0 \mid \mathrm{Pa}(X_i^0)) \times \prod_{t=1}^{T}\prod_{i=1}^{N} P_{\mathrm{B}_{\rightarrow}}(X_i^t \mid \mathrm{Pa}(X_i^t)) \text{。} \quad (5)$$

1.3 噪声或门

对于复杂工程建立 BN 时，条件概率表的项数随父节点的个数呈指数增加。若节点均为两个状态，节点 X 有 n 个父节点时，条件概率表有 2^n 项。由专家确定条件概率表时工作量巨大，不便于操作。Noisy-or gate[26]模型能大大的减少专家的工作量，使条件概率表的项数随父节点的个数呈线性增加，即节点 X 有 n 个父节点时，条件概率表有 $2n$ 项。

Noisy-or gate 模型假设：网络中的所有节点为二个状态且各影响因素之间相互独立，每个影响因素可以单独引起风险事件发生，当所有影响因素均不发生时，风险事件不发生。在实践中影响风险事件的因素众多，BN 模型中可能无法包含所有影响因素，因此，计算 BN 模型中所有风险因素均不发生情况下风险事件发生的概率有一定的误差。但研究表明基于 Noisy-or gate 模型建立 BN 与直接基于专家经验建立 BN 的推理结果整体呈现无显著统计差异，可以采用 Noisy-or gate 模型代替经验法计算条件概率[27]。

风险事件的条件概率由公式（6）计算。式中 p_i 表示仅 X_i 发生导致 Y 发生的概率，即：$p_i=P(Y \mid \overline{X_1},\overline{X_2},\cdots,X_i,\cdots,\overline{X_n})$，$X_T$ 表示事件 X 发生。

$$P(Y \mid X_1,\cdots,X_n)=1-\prod_{i:X_i \in X_T}(1-p_i) \quad \text{。} \quad (6)$$

Noisy-or gate 模型只能计算二元变量，Zagorecki 等[28]将该模型在多元因素上的推广。Noisy-MAX 模型中的节点可以是多个状态，该模型假设：变量 Y 必须是顺序变量，且各影响因素间相互独立。风险事件的条件概率可以由式（7），（8）计算。式中 y，x_i 表示节点 Y，X 的取值。

$$P(Y \leqslant y \mid X)=\prod_i \left[\sum_{Y \leq y} P(Y=y \mid X=x_i)\right] \quad , \quad (7)$$

$$P(Y \mid X)=\begin{cases} P(Y \leqslant y \mid X)-P(Y \leqslant y-1 \mid X) & y \neq y_{\min} \\ P(Y \leqslant y \mid X) & y=y_{\min} \end{cases} \text{。} \quad (8)$$

1.4 模糊综合评价

模糊综合评价（fuzzy comprehensive evaluation method, FCEM）是通过统计调查或层次分析法确定权重向量 $\boldsymbol{W}$，利用隶属度向量 $\boldsymbol{Q}$ 确定风险评价指标集 $\boldsymbol{X}$ 对风险评价等级集 $\boldsymbol{V}$ 的隶属度，表示事物“亦此亦彼”的模糊性，从而综合评估风险值。

模糊综合评价法计算风险损失主要分为 5 步[29]：

（1）确定风险评价指标集 $\boldsymbol{X}$=[X_1,X_2, …,X_n]；

（2）建立评价等级集 $\boldsymbol{V}$=[V_1,V_2,…,V_n]；

（3）确定隶属度向量 $\boldsymbol{Q}$=[Q_{i1},Q_{i2}, …,Q_{ij}]；

（4）计算各因素权重向量 $\boldsymbol{W}$=[W_1,W_2, …, W_n]；

（5）模糊综合评价 C=$\boldsymbol{W}$×$\boldsymbol{Q}$。

2 动态风险综合评估过程

2.1 风险因素识别

盾构隧道下穿既有建筑物时，建筑物的安全受地质水文条件、施工技术、盾构机械和人因等多方面因素的共同影响，基于盾构施工下穿既有建筑物诱发建筑物破坏的致险机理[30]，结合文献调研和专家咨询[31]，从风险清单中选取 12 个风险因素，按层次分析法分为三层，综合考虑施工环境、施工技术、施工机械、施工管理 4 方面风险因素对盾构施工下穿既有建筑物诱发建筑物风险的影响，风险因素如图 3 所示。

评估模型中的风险发生概率和风险损失采用城市轨道交通地下工程建设风险管理规范（GB50652—

2011）中的 5 级风险评价准则进行分析。风险评价等级 1 级至 5 级表示风险值逐级降低，1 级表示风险发生概率最大，风险损失最大，风险等级最高。风险等级划分如表 1 所示。

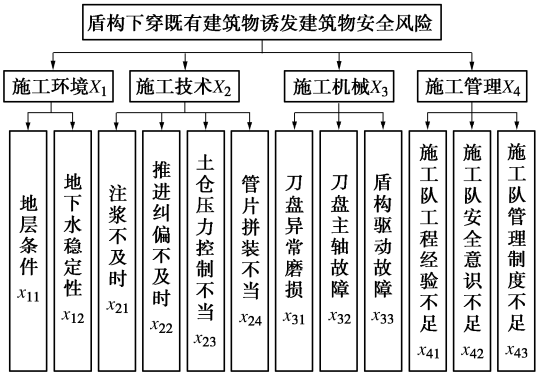


图 3 盾构下穿建筑物诱发建筑物破坏的风险因素

Fig. 3 Risk factors of buildings induced by underpass tunnel

表 1 风险等级划分

Table 1 Levels of probability and loss of risk

可能性等级		损失等级				
		1	2	3	4	5
		灾难性的	非常严重的	严重的	需考虑的	可忽略的
1	频繁的	Ⅰ级	Ⅰ级	Ⅰ级	Ⅱ级	Ⅲ级
2	可能的	Ⅰ级	Ⅰ级	Ⅱ级	Ⅲ级	Ⅲ级
3	偶尔的	Ⅰ级	Ⅱ级	Ⅲ级	Ⅲ级	Ⅳ级
4	罕见的	Ⅱ级	Ⅲ级	Ⅲ级	Ⅳ级	Ⅳ级
5	不可能的	Ⅲ级	Ⅲ级	Ⅳ级	Ⅳ级	Ⅳ级

2.2　基于 BN 的工前评估

城市轨道交通工程监测技术规范（GB50911—2013）中规定地铁施工影响区内存在建（构）筑物时，应测量建（构）筑物的竖向位移，选测建（构）筑物的裂缝、倾斜和水平位移。其中竖向位移包括两个控制值：累积变化量和变化速率。因此，本模型考虑下穿建筑物沉降变形累计值 S（mm）和变形速率 V（mm/d）两个监测指标，结合风险识别的 12 个风险因素，建立基于贝叶斯网络的风险概率预测模型。

贝叶斯网络建模主要分为两部分：确定网络结构和确定网络参数。网络结构可以基于因果关系直接建立或基于大量数据结构学习建立[32]。为了避免产生冗余因素间的相互作用，提高计算效率，本文基于因素间的因果关系直接确定网络结构。根据因果关系，将层次分析法的示意图转化为有向无环图，建立初始贝叶斯网络模型。风险因素 x_{11}～x_{43} 和 X_2～X_4 均设为两个状态，X_1 为组合变量，用于简化网络，减少父节点数。盾构施工下穿既有建筑物诱发的建筑物破坏概率设为 5 个状态，对应规范中风险发生可能性的 5 个等级。

由于施工风险的统计数据难以获得，本文主要采用专家评估的方法确定网络参数。二态变量的条件概率采用 Noisy-or gate 模型确定，多态变量由 Noisy-MAX 模型确定。专家权重说明如表 2 所示[33]。根据调查结果由式（9）可得风险因素的概率分布[34]。式中 P_j^i 表示风险因素 j 的状态为 i 时的概率，i 表示风险因素的第 i 个状态，n 表示风险因素的状态个数，j 表示风险因素的个数，ω_{ijk} 表示判断风险因素 j 的状态 i 发生的第 k 个专家对应的权值系数。由于篇幅的限制，仅以“施工管理 X_4”节点的条件概率计算为例进行说明。由专家确定“施工队管理制度不足 x_{43}”发生导致施工管理水平不足的概率 p_{43}。对 16 位专家进行调查，其中有 1 位Ⅰ类专家、1 位Ⅱ类专家、1 位Ⅲ类专家和 2 位Ⅳ类专家认为，仅施工队管理制度不足发生会导致施工管理水平不足发生。由式（9）得，p_{43}= (1×1+0.9 × 1+0.8 × 1+0.7 × 2)/(1 × 3+0.9 × 4+0.8 × 5+0.7 × 4)=0.3。同理可得，p_{41}=0.35 和 p_{42}=0.35。根据式（6）可得 X_4 节点的条件概率，如表 3 所示。表中 x_{41}=N 表示施工队工程经验不足，x_{41}=G 表示经验丰富，x_{42}=N 表示施工队安全意识不足，x_{42}=G 表示安全意识良好，x_{43}=N 表示施工队管理制度不足，x_{43}=G 表示管理制度完善。

$$P_j^i = \sum_{k=1}^{16} \omega_{ijk} \Big/ \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{16} \omega_{ijk} \quad 。 \tag{9}$$

表 2 专家权重说明

Table 2 Weights of experts

分类	说明	权重	人数
I	隧道施工领域知名专家 施工单位项目经理 高级职称的施工或监理技术人员	1.0	3
II	高级职称的设计或科研人员 中级职称的施工或监理技术人员	0.9	4
III	中级职称的设计或科研人员 初级职称的施工或监理技术人员	0.8	5
IV	初级职称的设计或科研人员	0.7	4

表 3 “施工管理 X_4”节点的条件概率

Table 3 Conditional probability of Construction Management X_4

x_{41}	x_{42}	x_{43}	X_4=管理不良	X_4=管理良好
N	N	N	0.704	0.296
G	N	N	0..545	0.455
N	G	N	0.545	0.455
G	G	N	0.3	0.7
N	N	G	0.577	0.423
G	N	G	0.35	0.65
N	G	G	0.35	0.65
G	G	G	0	1

NETICA 软件是加拿大 NORSYS 软件公司于 1992 年开发的一款针对贝叶斯网络计算的软件，是目前贝叶斯网络开发中应用最广泛的系统。本文利用 NETICA 软件建立初始贝叶斯网络模型，用于施工前风险预评估，根据式（1），预测盾构施工下穿既有建筑物诱发建筑物破坏风险发生的概率。

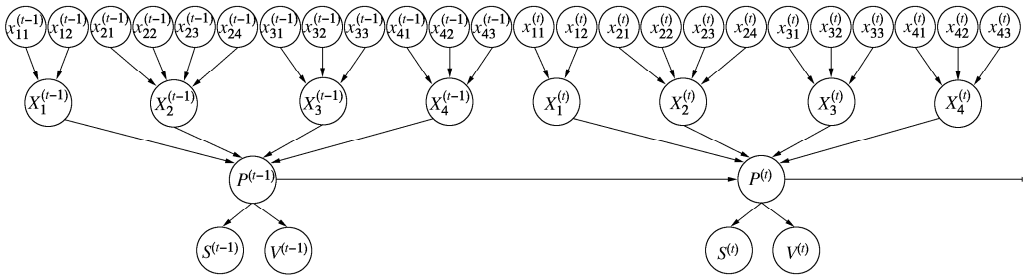


图 4 盾构下穿建筑物诱发建筑物破坏的动态贝叶斯网络模型

Fig. 4 DBN model for buildings induced by underpass tunnel

2.3 基于 DBN 的动态风险概率评估

以上一节建立的 BN 模型为初始网络，将建筑物破坏风险 P 设为转移节点，以监测数据的更新时间作为动态贝叶斯网络的时间片段，将静态贝叶斯网络扩展为动态贝叶斯网络，转移网络如图 4 所示。当数据充足时，转移概率可以基于最大似然估计、贝叶斯估计等方法直接进行参数学习获得[35]；当风险演变概率机理明确时，转移概率可以基于马尔科夫过程、C-K 方程定义[36]；当数据不足、演变机理不明确时，转移概率可以通过专家经验确定[37]。由于缺乏风险事故数据，本文由专家经验计算条件概率。本模型设每个时间片为 1 d，根据每天的监测数据实时更新建筑物破坏风险评估结果。利用 NETICA 软件建立 DBN 模型，预测建筑物破坏的动态风险。

2.4 基于监测数据实时更新评估

将下穿建筑物沉降变形累计值 S（mm）和变形速率 V（mm/d）两个监测指标设为观测节点。建筑物沉降累计值的控制范围通常为＜±15 mm，变形速率控制范围为＜2 mm/d。

根据北京地区地铁施工监测的特点，按监测预警的黄、橙、红三级预警的控制值，将建筑物沉降累计值 S 设为 5 个状态，沉降累积值超过测量控制值的设为 1 级风险，超过控制值的 85%的但未超过控制值的设为 2 级风险，超过控制值的 70%但未超过 85%的设为 3 级风险，大于控制值的 1/3 小于控制值的 70%设为 4 级风险，小于控制值的 1/3 的设为 5 级风险。沉降变形速率 V 设为两个状态，变形速率大于等于控制值的设为 1 级风险，小于控制值的设为 2 级风险。观测变量的状态如表 4 所示。

表 4 观测变量状态

Table 4 States of observed variables

状态	沉降累计值 S	变形速率 V
1	$S\geqslant$15 mm	$V\geqslant$2 mm/d
2	12.75 mm$\leqslant S<$15 mm	$V<$2 mm/d
3	10.5 mm$\leqslant S<$12.75 mm	—
4	5 mm$\leqslant S<$10.5 mm	—
5	0 mm$\leqslant S<$5 mm	—

建模时首先将测得的每个监测点沉降累计值和变形速率根据表 4 确定的阈值，分别离散化为 5 个状态和 2 个状态，根据最大包络原理，取各监测数据中的最不利值，作为输入模型的观测证据更新评估结果。

2.5 评估风险损失与风险值

基于风险识别结果确定风险评价指标集 $\boldsymbol{X}=[X_1, X_2, X_3, X_4]=[x_1, x_2, \cdots, x_{12}]$。风险评价等级集为五级风险标准，即 $\boldsymbol{V}=[V_1, V_2, V_3, V_4, V_5]$。隶属度向量由专家经验确定。由 1～9 打分法计算风险评价指标集的权重，并进行一致性检验。第一层风险评价指标权重向量为 $\boldsymbol{W}=[W_1, W_2, W_3, W_4]$，第二层风险指标权重向量为 $W_1=[w_{11}, w_{12}]$，$W_2=[w_{21}, w_{22}, w_{23}, w_{24}]$，$W_3=[w_{31}, w_{32}, w_{33}]$，$W_4=[w_{41}, w_{42}, w_{43}]$。基于模糊综合评价法采用 MATLAB 编程计算盾构下穿建筑物诱发建筑物破坏的风险损失。

风险值等于风险发生的概率与损失的乘积，即 $R=P\times C$。利用动态贝叶斯网络模型计算地铁盾构下穿既有建筑物诱发建筑物破坏的动态风险概率 P，利用模糊综合评价法计算建筑物破坏的风险损失 C，进而得到动态综合风险值 R。

3 案例研究

3.1 工程背景

北京地铁 14 号线南八里庄站—北京工业大学站盾构区间，于 2014 年 5 月 13 日开始施工，左右线盾构均从北京工业大学站始发，至南八里庄站接收，如图 5 所示。区间长约 1148 m，左线 K27+150—K27+385 下穿南新园小区。下穿段覆土厚度 14～15 m，与楼房最近处净距约 12.8 m。楼房为地上 6～7 层，框剪结构，无地下室，条形基础。区间穿越段地下水丰富，潜水（二）大部分位于结构顶部以上，层间水—承压水（三）静止水位位于基础底板以上，如图 6 所示。穿越段土层主要为粉质黏土层、粉土层和粉细砂层，属Ⅵ级围岩，围岩自稳性差。盾构施工扰动容易引起地层产生较大变形，使既有建筑物沉降增大，影响安全使用，属于Ⅰ级风险工程。

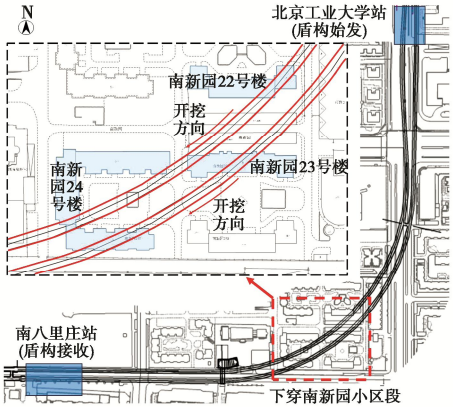


图 5 区间下穿南新园小区示意图

Fig. 5 Location diagram of the existing building and tunnel

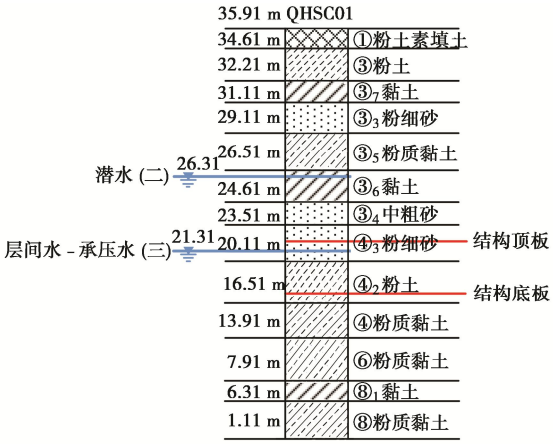


图 6 区间下穿段地质剖面图

Fig. 6 Geological profile of underpass tunnel

3.2 结果分析

（1）工前风险评估

选取南新园小区 24 号楼为研究对象，根据第 2 节动态风险综合评估过程，建立静态贝叶斯网络，进行施工前风险预评估，评估结果如图 7 所示。该盾构区间下穿建筑物诱发建筑物破坏的风险发生概率处于 3 级和 4 级的可能性最大，分别达到 28.8%和 29%。

（2）动态风险概率与更新

根据 2.3 节中转移概率的计算方法，给出本案例的动态贝叶斯网络转移概率，如表 5 所示。表中 t–1 表示 DBN 模型中第 t 个时间片段的上一个时间片段。状态 1～5 分别对应风险发生可能性的 5 个等级。

表 5 状态转移概率表

Table 5 Transition probabilities of DBN

t–1	t				
	状态 1	状态 2	状态 3	状态 4	状态 5
状态 1	0.83	0.1	0.04	0.02	0.01
状态 2	0.12	0.75	0.08	0.03	0.02
状态 3	0.05	0.1	0.7	0.1	0.05
状态 4	0.02	0.03	0.13	0.7	0.12
状态 5	0.02	0.03	0.05	0.1	0.8

建立动态贝叶斯网络模型评估施工过程中风险的动态变化。在建筑物影响区内，选取 7 月 22 日—8 月 6 日划分为 16 个时间片，分析该盾构区间下穿施工时建筑物破坏的动态风险概率。随着开挖面与建筑物距离的缩短，建筑物破坏发生的概率处于 1 级和 2 级的可能性增加，处于 3 级和 4 级的可能性减小，建筑物破坏发生的概率等级升高。当管片拼装完成，注浆完毕后，建筑物风险发生的概率趋于稳定。图 8 为 7 月 22 日—8 月 6 日期间下穿建筑物动态风险概率。

将 7 月 22 日—8 月 6 日 24 号楼 14 个监测点的建筑物沉降累计值和沉降速率监测数据作为观测值输入模型，由式（3）将监测数据的观测值反馈传递到风险概率节点，修正动态贝叶斯网络的评估结果实时更新网络。建筑物破坏动态风险评估结果如图 9 所示。7 月 25 日前，建筑物破坏发生的可能性为 5 级，可认为不会发生；7 月 25 日—7 月 28 日，建筑物破坏风险概率 4 级状态升高，5 级状态降低，风险发生可能性升高，需加强监测，密切关注动态风险变化趋势；7 月 28 日—8 月 3 日，4 级风险减小，5 级风险增加，建筑物风险发生的可能性降低。

在 7 月 28 日结合推理结果，施工现场巡检发现，已安装管片出现了严重的掉脚现象，监理单位发布橙色巡视预警，施工单位立刻组织现场进行修补检查，8 月 4 日完成修补继续施工。因此建立的动态贝叶斯网络评估模型可以及时准确的反映出施工过程的动态变化特性与突发事件对风险发生概率的动态影响。

（3）风险损失

专家根据 1～9 打分法[38]，将两两风险因素进行重要性对比分析并进行数量标度，构造判断矩阵；分别由几何平均法计算权重向量；计算最大特征值并进行一致性检验；这里只对 II 类的 4 名专家进行了调查，将 4 位专家中通过一致性检验的权重向量取平均值，作为最终的权重向量。以计算 x_{41}～x_{43} 的权重向量 W_4 的过程为例。表 6 是 4 位专家根据 1～9 打分法建立的判断矩阵。权重向量分别为 W_{41}=[0.297 0.540 0.163]，W_{42}=[0.311 0.493 0.196]，W_{43}=[0.333 0.528 0.140]，W_{44}=[0.40 0.40 0.20]，一致性指标分别为 CR_1=0.0088，CR_2=0.0516，CR_3=0.0516，CR_4=0，均小于 0.1，通过一致性检验，W_4=(W_{41}+W_{42}+W_{43}+W_{44})/4=[0.34 0.49 0.17]。同理可得 x_{11}，x_{12} 的权重向量 W_1=[0.55，0.45]，x_{21}～x_{24} 的权重向量 W_2=[0.19，0.10，0.51，0.20]，x_{21}～x_{33} 的权重向量 W_3=[0.55，0.30，0.15]，X_1～X_4 的权重向量 $\boldsymbol{W}$=[0.39，0.14，0.27，0.20]。

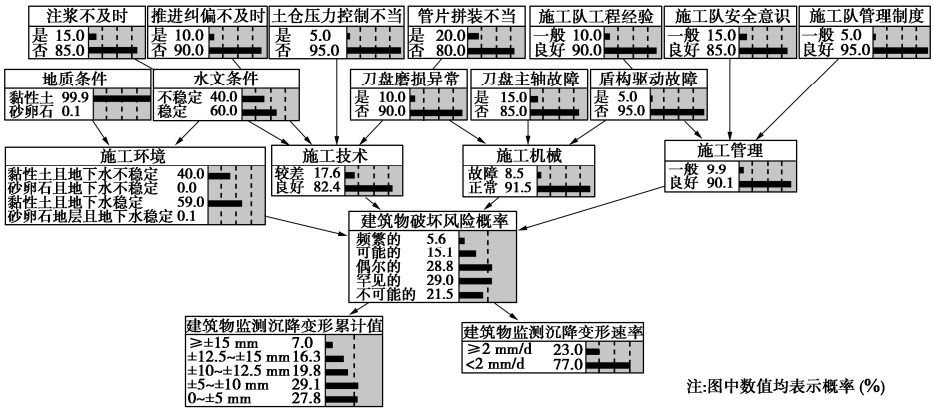


图 7 建筑物破坏风险概率

Fig. 7 Probabilities of building risk

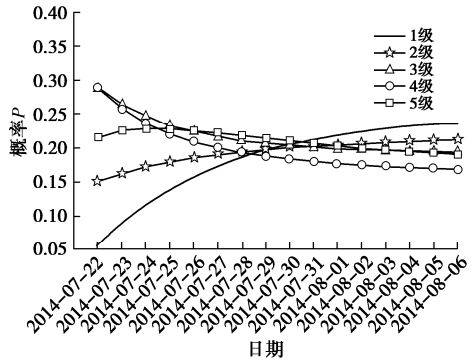


图 8 未输入证据时盾构下穿建筑物动态风险概率

Fig. 8 Dynamic risk probabilities of buildings without observation evidence

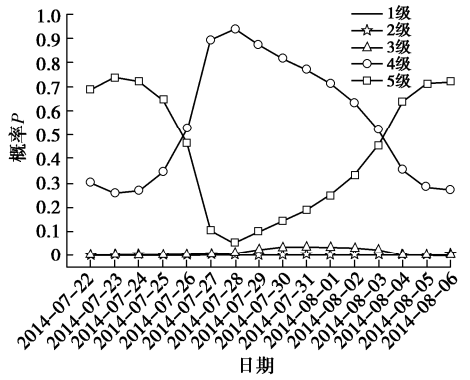


图 9 输入证据时盾构下穿建筑物动态风险概率变化曲线

Fig. 9 Dynamic risk probabilities of buildings with observation evidence

表 6 4 位专家对 x_{41}~x_{43} 的判断矩阵

Table 6 Judgment matrix of x_{41}~x_{43} from 4 experts

A1	x_{41}	x_{42}	x_{43}	A2	x_{41}	x_{42}	x_{43}
x_{41}	1	1/2	2	x_{41}	1	1/2	2
x_{42}	2	1	3	x_{42}	2	1	3
x_{43}	1/2	1/3	1	x_{43}	1/2	1/3	1
A3	x_{41}	x_{42}	x_{43}	A4	x_{41}	x_{42}	x_{43}
x_{41}	1	1/2	2	x_{41}	1	1/2	2
x_{42}	2	1	3	x_{42}	2	1	3
x_{43}	1/2	1/3	1	x_{43}	1/2	1/3	1

由专家调查法确定隶属度向量[39]。基于表 2 中的 16 位专家，由式（9）可得

$$Q_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0.25 & 0.35 & 0.27 & 0.03\\ 0.18 & 0.36 & 0.28 & 0.16 & 0.02\end{bmatrix},$$

$$Q_2=\begin{bmatrix}0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.05\\ 0.05 & 0.25 & 0.35 & 0.3 & 0.05\\ 0.05 & 0.2 & 0.35 & 0.3 & 0.1\\ 0.1 & 0.35 & 0.3 & 0.2 & 0.05\end{bmatrix},$$

$$Q_3=\begin{bmatrix}0.05 & 0.2 & 0.35 & 0.3 & 0.1\\ 0.05 & 0.25 & 0.35 & 0.28 & 0.07\\ 0.06 & 0.2 & 0.34 & 0.3 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$Q_4=\begin{bmatrix}0.19 & 0.3 & 0.35 & 0.15 & 0.01\\ 0.23 & 0.35 & 0.3 & 0.1 & 0.02\\ 0.16 & 0.35 & 0.28 & 0.18 & 0.03\end{bmatrix}。$$

根据模糊综合评价法，求得该盾构区间下穿 24 号楼诱发建筑物发生破坏的风险损失 C=[0.1189，0.2757，0.3273，0.2294，0.0487]。即造成严重风险损失的概率为 0.3273，该工程的风险损失处于 3 级的可能性最大。

（4）综合风险

根据风险的定义，可求得动态综合风险 R，如图 10 所示。风险值在 7 月 26 号前较为平稳，7 月 26 日

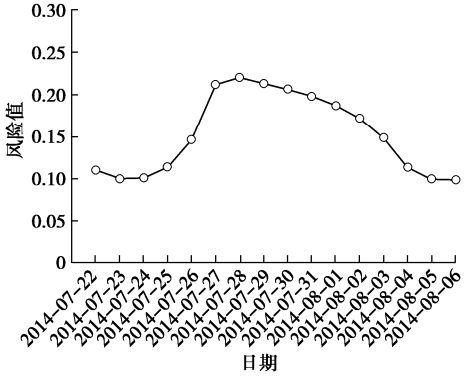


图 10 盾构下穿建筑物诱发建筑物破坏的风险值

Fig. 10 Risks of buildings induced by underpass tunnel excavation

—7 月 28 间迅速增长，7 月 28 日—8 月 4 日期间缓慢下降，8 月 5 日恢复正常。风险值的动态变化也能真实的反映出 7 月 28 日至 8 月 4 日期间施工现场发生的突发事件，与施工现场的风险预警情况较为符合，可以在施工中为管理者提供实时的决策支持。

4 结　　论

地铁隧道施工具有施工周期长、不可预见因素多、对社会影响大等特点，属于高风险工程。为了降低施工事故风险，本文提出基于动态贝叶斯网络和模糊综合评价法的地铁隧道施工风险评估方法，主要结论如下：

（1）基于动态贝叶斯网络建立动态风险概率评估模型，预测施工过程中风险发生概率的动态变化；基于模糊综合评价法计算风险损失；综合考虑了施工环境、施工技术、施工机械、施工管理等方面的影响，得到地铁隧道施工综合动态风险。

（2）基于建筑物沉降累计值和变形速率两个监测指标的实测数据实时更新评估结果，将监测数据与风险评估方法有效结合，统一了监测数据达到阈值预警和风险评估预警，便于风险管理者及时全面的掌握施工过程中的风险情况。

（3）结合北京地铁 14 号线下穿工程验证了基于模糊综合动态贝叶斯网络的地铁隧道施工动态风险评估方法的合理性。该方法为管理者提供实时决策支持。

另外，由于缺乏必要的历史数据，本文的风险损失评估主要基于定性的评估方法，在今后的研究中须将继续研究如何量化施工中的人员伤亡、经济损失、工期延误等具体损失，以完善整个风险评估模型。

参考文献：

[1] ESKESEN S D, TENGBORG P, KAMPMANN J, et al. Guidelines for tunnelling risk management: international tunnelling association, Working Group No. 2[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2004, **19**(3): 217－237.

[2] 徐　琛, 刘晓丽, 王恩志, 等. 基于组合权重－理想点法的应变型岩爆五因素预测分级[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(12): 2245－2252. (XU Chen, LIU Xiao-li, WANG En-zhi, et al. Prediction and classification of strain mode rockburst based on five-factor criterion and combined weight-ideal point method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(12): 2245－2252. (in Chinese))

[3] 田　雨, 马如进, 陈艾荣, 等. 临近并行的高铁桥梁与高速公路相互影响的安全风险评估[J]. 振动与冲击, 2016, **35**(21): 69－75. (TIAN Yu, MA Ru-jin, CHEN Ai-rong, et al. Safety risk assessment for interactive influences between adjacent and parallel high-speed railway bridges and highway[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, **35**(21): 69－75. (in Chinese))

[4] 王者超, 陆宝麒, 李术才, 等.地下水封石油洞库施工期安全风险评估研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 1057－1067. (WANG Zhe-chao, LU Bao-qi, LI Shu-cai, et al. Risk assessment for an underground crude oil storage facility with water-curtaining system during construction phase[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 1057－1067. (in Chinese))

[5] HYUN K C, MIN S, CHOI H, et al. Risk analysis using fault-tree analysis (FTA) and analytic hierarchy process (AHP) applicable to shield TBM tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, **49**: 121－129.

[6] ŠPAČKOVÁ O, NOVOTNÁ E, ŠEJNOHA M, et al. Probabilistic models for tunnel construction risk assessment[J]. Advances in Engineering Software, 2013, **62**: 72－84.

[7] 蒋水华, 杨建华, 姚　池, 等. 考虑土体参数空间变异性边坡失稳风险定量评估[J]. 工程力学, 2018, **35**(1): 136－147. (JIANG Shui-hua, YANG Jian-hua, YAO Chi, et al. Quantitative risk assessment of slop failure considering spatial variability of soil properties[J]. Engineering Mechanics, 2018, **35**(1): 136－147. (in Chinese))

[8] LI F W, PHOON K K, DU X L, et al. Improved AHP method and its application in risk identification[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2013, **139**(3): 312－320.

[9] 钟国强, 王　浩, 孔　利, 等. 基于 T-S 模糊故障树的地连墙+支撑支护基坑坍塌可能性评价[J]. 岩土力学, 2019, **40**(4): 1569－1576. (ZHONG Guo-qiang, WANG Hao, KONG Li, et al. Evaluation of the possibility of foundation pit collapse with "diaphragm wall+support" based on T-S fuzzy fault tree[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(4): 1569－1576. (in Chinese))

[10] 戢晓峰, 谢世坤, 覃文文, 等. 基于轨迹数据的山区危险性弯道路段交通事故风险动态预测[J]. 中国公路学报, 2020, **33**: 1－15. (JI Xiao-feng, XIE Shi-kun, QIN Wen-wen, et al. Dynamic prediction of traffic accident risk in risky curve sections based on vehicle trajectory data[J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, **33**: 1－15. (in Chinese))

[11] 吕　楠, 赵敬源. 基于贝叶斯概率理论的物流园区选址优

化研究[J]. 中国公路学报, 2020, **33**(9): 251－260. (LÜ Nan, ZHAO Jing-yuan. Location optimization of logistics park based on Bayesian probability theory[J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, **33**(9): 251－260. (in Chinese))

[12] WU X G, JIANG Z, ZHANG L M, et al. Dynamic risk analysis for adjacent buildings in tunneling environments: a Bayesian network based approach[J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2015, **29**(5): 1447－1461.

[13] WANG Z Z, CHEN C. Fuzzy comprehensive Bayesian network- based safety risk assessment for metro construction projects[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2017, **70**: 330－342.

[14] XIANG W, ZHOU W. Bayesian network model for predicting probability of third-party damage to underground pipelines and learning model parameters from incomplete datasets[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, **205**: 107262.

[15] 周宗青, 李术才, 李利平, 等. 浅埋隧道塌方地质灾害成因及风险控制[J]. 岩土力学. 2013, **34**(5): 1375－1382. (ZHOU Zong-qing, LI Shu-cai, LI Li-ping, et al. Causes of geological hazards and risk control of collapse in shallow tunnels[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(5): 1375－1382. (in Chinese))

[16] WANG N, XU C S, DU X L, et al. Probability risk assessment approach for sequential, prior and trigger-dependent multi-state systems based on DBNs[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 2018, **35**(2): 2091－2103.

[17] SOUSA R L, EINSTEIN H H. Risk analysis during tunnel construction using Bayesian networks: Porto metro case study[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, **27**(1): 86－100.

[18] ŠPAČKOVÁ O, STRAUB D. Dynamic Bayesian network for probabilistic modeling of tunnel excavation processes[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2013, **28**(1): 1－21.

[19] 熊自明, 卢 浩, 王明洋, 等. 中国大型岩土工程施工安全风险管理研究进展[J]. 岩土力学, 2018, **39**(10): 3703－3716. (XIONG Zi-ming, LU Hao, WANG Ming-yang, et al. Research progress on safety risk management for large scale geotechnical engineering construction in China[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(10): 3703－3716. (in Chinese))

[20] 周 健, 柴嘉辉, 丁修恒, 等. 盾构隧道施工预测与动态调控方法研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(5): 821－828. (ZHOU Jian, CHAI Jia-hui, DING Xiu-heng, et al. Construction prediction and dynamic control of shield tunnel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(5): 821－828. (in Chinese))

[21] 李立云, 董莹莹. 一种地下开挖卸载作用下毗邻建筑物安全评估方法[J]. 土木工程与管理学报. 2017, **34**(6): 23－28. (LI Li-yun, DONG Ying-ying. Method of safety assessment for adjacent building under unloading of underground excavation[J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2017, **34**(6): 23－28. (in Chinese))

[22] 苏 洁, 张顶立, 周正宇, 等. 地铁隧道穿越既有桥梁安全风险评估及控制[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(增刊 1): 3188－3195. (SU Jie, ZHANG Ding-li, ZHOU Zheng-yu, et al. Safety risk assessment and control of existing bridge crossed by tunnel construction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(S1): 3188－3195. (in Chinese))

[23] WU X G, WANG Y H, ZHANG L M, et al. A dynamic decision approach for risk analysis in complex projects[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, **79**(3/4): 591－601.

[24] WEBER P, MEDINA-OLIVA G, SIMON C, et al. Overview on Bayesian networks applications for dependability, risk analysis and maintenance areas[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2012, **25**(4): 671－682.

[25] XIANG W, ZHOU W X. Integrated pipeline corrosion growth modeling and reliability analysis using dynamic Bayesian network and parameter learning technique[J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2020, **16**(8): 1161－1176.

[26] FENG X, JIANG J, WANG W. Gas pipeline failure evaluation method based on a Noisy-or gate Bayesian network[J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2020, **66**: 104175.

[27] ZAGORECKI A, DRUZDZEL M J. An empirical study of probability elicitation under Noisy-or assumption[C]// American Association for Artificial Intelligence Flairs Conference, 2004, Florida.

[28] ZAGORECKI A, DRUZDZEL M J. Knowledge engineering for Bayesian networks: how common are Noisy-max distributions in practice[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2013, **43**(1): 186－195.

[29] 郭 健, 钱劲斗, 陈 健, 等. 地铁车站深基坑施工风险识别与评价[J]. 土木工程与管理学报. 2017, **34**(5): 32－38. (GUO Jian, QIAN Jin-dou, CHEN Jian, et al. Risk

identification and evaluation for foundation pit construction of subway station[J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2017, **34**(5): 32－38. (in Chinese))

[30] RITTER S, GIARDINA G, DEJONG M J, et al. Centrifuge modelling of building response to tunnel excavation[J]. International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 2018, **18**(3): 146－161.

[31] 陈洁金, 张永杰. 下穿既有桥梁隧道施工风险定量评估方法[J]. 中南大学学报(自然科学版). 2015, **46**(5): 1862－1868. (CHEN Jie-jin, ZHANG Yong-jie. Quantitative Risk assessment model of tunnel construction under passing existing bridges[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2015, **46**(5): 1862－1868. (in Chinese))

[32] 张连文, 郭海鹏. 贝叶斯网引论[M]. 北京: 科学出版社, 2006. (ZHANG Lian-wen, GUO Hai-peng. Introduction to Bayesian Networks[M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))

[33] 陈　龙. 城市软土盾构隧道施工期风险分析与评估研究[D]. 上海: 同济大学, 2004. (CHEN Long. Risk Analysis and Assessment of Shield Tunnel in Soft Soil During construction[D]. Shanghai: Tongji University, 2004. (in Chinese))

[34] 丁保军. 基于 BN 的地铁施工及盾构刀盘失效风险研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2015. (DING Bao-jun. Study on the Risk Management of Subway Construction and Shield Cutter Head Failure Based on Bayesian Network[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2015. (in Chinese))

[35] 丁保军, 吴贤国, 张立茂, 等. 基于 DBN 的盾构隧道施工参数优化方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(增刊 1): 3215－3222. (DING Bao-jun, WU Xian-guo, ZHANG Li-mao, et al. Optimization of shield tunneling parameters based on dynamic Bayesian networks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(S1): 3215－3222. (in Chinese))

[36] 陈　军, 兀亚伟, 李垣志, 等. 基于动态贝叶斯网络的燃气管网燃爆风险分析[J]. 北京理工大学学报, 2021, **41**(7): 696－705. (CHEN Jun, WU Ya-wei, LI Yuan-zhi, et al. Risk analysis of burning and explosion of gas pipeline network based on dynamic Bayesian network[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2021, **41**(7): 696－705. (in Chinese))

[37] WU X G, LIU H T, ZHANG L M, et al. A dynamic Bayesian network based approach to safety decision support in tunnel construction[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, **134**: 157－168.

[38] 蒋光昱, 王忠静, 索　滢. 西北典型节水灌溉技术综合性能的层次分析与模糊综合评价[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2019, **59**(12): 981－989. (JIANG Guang-yu, WANG Zhong-jing, SUO Ying. Hierarchical analysis and fuzzy evaluation of comprehensive performance of typical water-saving irrigation techniques in northwest China[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2019, **59**(12): 981－989. (in Chinese))

[39] ZHOU H B, ZHANG H. Risk assessment methodology for a deep foundation pit construction project in Shanghai, China[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2011, **137**(12): 1185－1194.

DOI：10.11779/CJGE202203012

考虑接触角及粒径级配影响的土水特征曲线滞回模型

伏映鹏[1]，廖红建*[1]，吕龙龙[1]，柴小庆[2]

（1. 西安交通大学人居环境与建筑工程学院，陕西 西安 710049；2. 长安大学地质工程与测绘学院，陕西 西安 710054）

摘 要：土水特征曲线描述了非饱和土中含水率（或饱和度）与基质吸力（或土水势）之间的关系。土水特征曲线存在滞回效应，即在相同的吸力下，土体在蒸发或重力排水的脱湿过程中赋存的水量比土体在入渗、毛细上升的增湿过程中所赋存的水量多。针对影响土水特征曲线滞回特性的两个关键因素——接触角及由颗粒粒径级配（孔隙分布）引起的墨水瓶效应，首先，基于势能最小原理采用数值模拟方法研究了斜面液滴行为，提出了增湿、脱湿过程微细观界面关键参数接触角与含水率的演化关系；其次，通过修正颗粒间液桥体积表达式，使 Young-Laplace 方程可用于计算 *w*-ln*s* 平面上边界影响区、过渡区及部分残余区的基质吸力；最后，通过引入 Rosin-Rammler 颗粒粒径分布函数，建立了考虑接触角及粒径级配影响的土水特征曲线滞回模型，该模型参数物理意义明确，能够较好地描述接触角及颗粒粒径对土水特征曲线滞回特性的影响。以西安曲江某基坑压实黄土土水特征曲线为例进行模型验证，结果表明该模型能够很好地反映基质吸力与含水率的非线性关系，该模型可进一步用于非饱和土抗剪强度、本构模型等的研究。

关键词：土水特征曲线；滞回模型；接触角；粒径级配；Young-Laplace 方程；Rosin-Rammler 分布

中图分类号：TU431 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0502－12

作者简介：伏映鹏(1992—)，男，博士研究生，主要从事非饱和土力学方面的研究。E-mail: cumtfyp@outlook.com。

Hysteretic model for fitting soil-water characteristic curves considering contact angle and grain-size distribution

FU Ying-peng[1], LIAO Hong-jian[1], LÜ Long-long[1], CHAI Xiao-qing[2]

(1. School of Human Settlements and Civil Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: The soil-water characteristic curve (SWCC) describes the relationship between water content (or saturation) and matric suction (or soil-water potential) in unsaturated soils. It is worth noting that the amount of water stored in soils during the drying process caused by evaporation or gravity drainage is more than that during the wetting process caused by infiltration and capillary rise under the same matric suction level. This phenomenon is described by the hysteretic behavior of the SWCCs. Based on existing knowledge, the contact angle and the ink-bottle effect caused by the grain-size distribution (or pore-size distribution) are the two main factors that affect the hysteretic behaviors of the SWCCs. First, the behaviors of a liquid drop sitting on an inclined surface are investigated by the numerical method, and a relationship between the contact angle and the water content during the wetting and drying processes is proposed based on the principle of the minimum potential energy. Second, the expression for the volume of the liquid bridge is modified to make the Young-Laplace equation keep valid in calculating the matric suction in the boundary affected zone, transition zone and the part of the residual zone on the *w*-ln*s* plane. Finally, an analytical model for analyzing the hysteretic behaviors of SWCCs is proposed after introducing the Roshin-Rammler grain-size distribution function. The model has a clear physical meaning, and the parameters can be obtained easily. Moreover, the model can describe the hysteretic behaviors of the SWCCs. Taking the SWCC of recompacted loess in a foundation pit in Qujiang, Xi'an as an example, the model is verified. The results show that the proposed model can well reflect the nonlinear relationship between the matric suction and the water content. The model can also be used for studying the shear strength and the constitutive model for unsaturated soils.

Key words: soil-water characteristic curve; hysteretic model; contact angle; grain-size distribution; Young-Laplace equation; Rosin-Rammler distribution

基金项目：国家自然科学基金项目（51879212，41630639）；中央高校基本科研业务费专项资金项目（xzy022019009）；陕西省国际科技合作计划重点项目（2019KWZ-09）

收稿日期：2021－02－24

*通信作者（E-mail: hjliao@xjtu.edu.cn）

0 引　　言

土水特征曲线与非饱和土的强度、变形、渗透等性质息息相关，可以用吸力s与质量含水率w/体积含水率Θ/饱和度S_r的关系来描述（本文如无特殊说明，含水率均指质量含水率），它反映了非饱和土的持水能力[1]。土水特征曲线的影响因素很多，如土的矿物成分、粒径级配、应力状态、应力历史、孔隙比和温度等。学者们[2-3]通过研究发现，土水特征曲线存在滞回现象并将滞回原因主要归结于两个原因：①脱湿和增湿过程接触角不同；②由不规则孔隙分布引起的墨水瓶效应。很多学者认为孔隙分布控制着土水特征曲线的形状，在此基础上提出了很多模型[4-5]，而这些模型中大部分都采用颗粒粒径级配曲线确定孔隙分布。Assouline等[6]也提出了一个描述孔隙半径与颗粒粒径关系的经验公式。孔隙不规则分布引起的墨水瓶效应，一方面可由颗粒粒径级配反映，颗粒粒径分布越不均匀，颗粒间大小颗粒可以相互填充，这将进一步加剧孔隙的不规则分布[7]；另一方面颗粒粒径对土水特征曲线的影响也是通过改变土体孔隙状况表现的[8]。尽管发现了这种滞回现象，但在大多数研究和实践中常常被忽略[9-10]。研究表明研究滞回现象有助于解决诸如干湿循环过程非饱和土产生的不可恢复的变形、水分迁移及溶质运移等问题。

完整的滞回曲线的室内测试耗时长，成本高，同时，如果试验数据没有模型拟合，应用范围有限，这是因为大部分情况需要 SWCC 连续且可微，如确定土的渗透系数、预测非饱和土抗剪强度等。拟合方法常用于确定边界滞回曲线，常见的模型有 Van Genuchten[11]模型，Frendlund 等[12]模型，Brooks 等[13]模型以及 Brutsaert[14]模型。受测试设备精度及测试水平高低的影响，直接拟合试验数据点误差较大[15]，部分学者给出了置信区间[16-17]。近年来，为解决直接拟合误差大的缺陷，学者们采用土壤转函数（PTFs）从土的基本物理力学参数入手建立土 SWCC 预测模型。土壤转换函数的核心是在假设试验数据满足特定模型的基础上，寻求模型参数与土的基本物性参数之间的关系。如 Li 等[18]基于 Brutsaert 模型建立了土水特征曲线的预测模型，并给出了模型参数与干密度、液塑限及粒径级配等参数间关系；Bayat 等[19]给出了 21 种土壤转换函数（PTFs），并基于 Van Genuchten 模型对模型预测能力进行了对比研究；Fredlund 等[5]建立了粒径级配与 Frendlund 等模型参数间的关系；Tomasella 等[20]建立了有机碳含量，粉粒含量及黏粒含量与 Brooks 等模型参数间的关系。

随着计算机人工智能的发展，神经网络也被用于构建 SWCC 模型[21]，其优点在于通过深度学习获得含水率与基质吸力之间的关系不用假设特定模型，缺点是前期需要大量数据进行模型训练。

在边界滞回模型的基础上，基于不同的方法和原理，建立了扫描滞回模型，主要有热力学原理[22-23]、经验/半经验方法[24]、离散元方法[25]及域方法[26-27]。其中域方法通过改变积分路径也可实现对边界滞回的模拟，常见的预测边界滞回的域模型有 Mualem 模型[26-27]。

以上模型一定程度上均可以预测土水特征曲线的滞回特性，然而不能很好地反映土水特征曲线滞回机理，主要原因是非饱和土在微细观尺度存在固−液、固−气及气−液交界面，这些界面的存在对孔隙内液体流动、输运、相变和质量交换等行为有重要影响[28]，而限于现有实验条件，目前无法真正获得增湿、脱湿过程界面参数的变化规律。

近年来，越来越多的学者尝试[29-31]基于描述气−液界面的 Young-Laplace 方程建立土水特征曲线的理论模型。然而模型中未充分考虑界面关键参数（接触角）及由颗粒粒径级配（孔隙分布）引起的墨水瓶效应的影响，如张鹏程等[29]忽略了接触角影响，使得模型不具备预测 SWCC 滞回特性的能力；Zhou 等[30]人将边界脱湿及增湿过程的接触角视为常数。同时 Young-Laplace 方程用于计算全过程基质吸力也遇到了挑战，这主要是因为：Young-Laplace 方程基于液桥模型，而随着含水率的增加，液桥会发生融合[32]，一旦液桥发生融合，将不能直接使用 Young-Laplace 方程进行吸力计算。

为解决上述问题，本文基于界面系统势能最小原理，首先，采用数值模拟方法分析增湿、脱湿过程接触角的演化规律；其次，考虑液桥融合过程，修正含水率与液桥体积表达式，使 Young-Laplace 方程可用于计算 w-ln$s$ 平面上边界影响区、过渡区及部分残余区的基质吸力；最后通过引入 Rosin-Rammler 粒径分布函数，建立了考虑粒径级配及接触角影响的土水特征曲线的边界滞回模型。

1 接触角演化规律

接触角是用来描述固−液、固−气及气−液交界面特性的关键物理参数，获取接触角的关键在于确定气−液交界面的形状。Young-Laplace 方程建立了气液交界面形状与气液界面两边压降（基质吸力）的联系，大部分情况下 Young-Laplace 方程没有解析解，因此，常采用数值方法进行求解。根据现有研究[33]，获得界面热力学势能最小状态下的气液交界面形状等价于求

解 Young-Laplace 方程。

Surface Evolver（SE）[34]是美国数学家 Brakke 创立的一个通过最小化各种能量来研究曲面形状的程序包，其主要用于模拟液体和气体的静态界面。由于其可以处理各种边界条件和能量，模拟各种现实问题，因而被广泛用于表面物理、材料物理、流体力学等领域。

为了采用 SE 研究增湿、脱湿过程接触角的演化规律，本文做出如下假设：①液桥位于两个等粒径球体间；②土体含水率（w）与液桥体积 V 满足一一对应关系，即 $w=w(V)$，$V=V^{-1}(w)$；③液桥体积与水滴体积同样满足一一对应关系，即 $V=V(v)$，$v=v^{-1}(V)$，脱湿（v 减小）及增湿（v 增加）过程小水滴沿颗粒表面准静态迁移；④结合①和③可将颗粒间水分的迁移看作水滴位于倾角连续变化的斜面上。

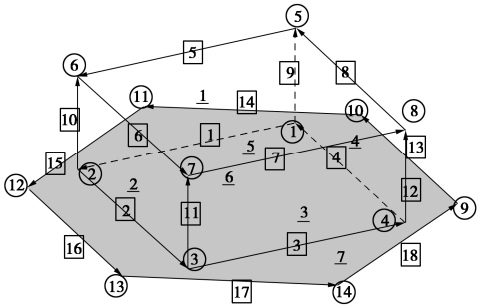


图 1 SE 数值模型点、线、面示意图

Fig. 1 Schematic diagram of points, lines and surfaces in SE numerical model

根据以上 4 点假设，采用 SE 建立如图 1 所示的液滴位于光滑平面（α=0°）的数值模型，模型由点（1—14），线（1—18），面（1—7）组成，其边界条件为定义接触角。为了在数值模型中引入接触角，需要在接触面 6 上引入一向量值函数，由格林公式及斯托克斯定理可知，该向量值函数在接触面 6 上需满足：

$$\iint_C \sigma\cos\theta \mathrm{d}S = \sigma\cos\theta \iint_C \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}.\boldsymbol{v}} \mathrm{d}\boldsymbol{S} \quad , \tag{1a}$$

$$\iint_C \sigma\cos\theta \mathrm{d}S = \sigma\cos\theta \int_{\partial C} \boldsymbol{w}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sigma\cos\theta \iint_C \nabla\times\boldsymbol{w}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \ , \tag{1b}$$

$$\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{w}) = 0 \quad , \tag{1c}$$

式中，C 为由液滴所位于的斜面，$\boldsymbol{v}$ 为斜面 C 的法向量，$\boldsymbol{w}$ 为向量值函数。

当液滴位于水平面时：

$$\boldsymbol{w} = -y\boldsymbol{i} \quad 。 \tag{2}$$

文献中通常通过调节斜面倾角 α，使模型坐标变化，从而实现液滴位于斜面上的模拟。本文假设斜面 C 方程为$\{(x,y,z)|-\tan\alpha y+z = 0\}$（斜面模型与平面模型类似），可得该向量值函数为

$$\boldsymbol{w} = -\frac{(\tan\alpha z + y)\boldsymbol{i}}{\left\|-\tan\alpha\,\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}\right\|} \quad 。 \tag{3}$$

为了阐述 SE 的原理，以液滴位于水平面（α = 0°）为例，其迭代过程的液滴形状如图 2 所示，由图 2 可知，在液滴形状演化过程中，其能量趋于最小，同时当液滴位于水平面时接触角可以唯一确定。

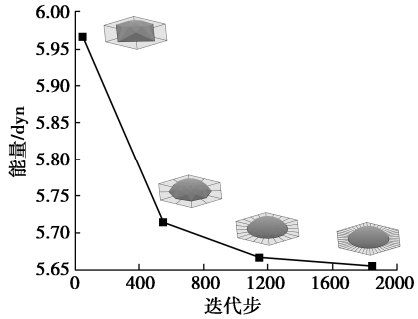


图 2 不同迭代步下的液滴能量及其形状

Fig. 2 Energy and shapes of liquid drop under different iteration steps

当液滴位于斜面时，为了与 Chou 等[35]做的液滴位于斜面的试验结果对比，初始时刻斜面倾角 α=0°，θ=θ_r=52°，其中 θ_r 为后退接触角，液滴体积 v=30 uL，斜面倾角 α=0°，1°，3°，5°，7°，9°，11°，13°，15°，17°，19°，21°，23°，25°，27°，29°，31°，33°，不同倾角时液滴形状如图 3 所示。

由图 3 可知，受重力的影响，液滴在垂直于纸面方向不对称，因而采用一个接触角无法准确描述液滴位于斜面时的界面形状，Chou 等[35]采用两个接触角，坡顶接触角 θ_u（uphill contact angle）及坡脚接触角 θ_d（downhill contact angle）描述液滴位于斜面时的界面特征（下标 u 和 d 分别代表 uphill 和 down）。统计图 3 中 θ_u 及 θ_d 随倾角的变化情况，如图 3（i）所示。由图 3（i）可知，增湿过程中，随着 α 的增加，θ_u 基本保持不变，而 θ_d 逐渐增加，即 θ_u=$\theta_u(\alpha, v)$= constant，θ_d=$\theta_d(\alpha, v)$。当斜面倾角增加到某一临界值 α_w 时（下标 w 代表增湿），θ_d 等于 θ_a，液滴处于极限平衡状态，即满足 θ_d=θ_a=$\theta_a(\alpha_w, v)$，该结论与 Berejnov 等[36]，Chou 等[35]，Thampi 等[37]研究结果一致。更进一步考虑，增湿过程随着液滴体积增加，α_w 将会减小，即 $\alpha_w = \alpha_w(v)$。

研究表明[35, 38]脱湿过程与增湿过程类似，给定液滴体积 v，随着 α 的增加，θ_u 减小，而 θ_d 几乎保持不变，当 α 到某一临界值 α_d 时，θ_u 等于后退接触角 θ_r，液滴此时处于脱湿过程的极限平衡状态。脱湿过程随着液滴体积减小，α_d 将会增加，同样 $\alpha_d = \alpha_d\ (v)$。

对于固液气三相系统，本文采用临界饱和角 β_w 和 β_d 描述接触角演化关系，其与 α_w 和 α_d 满足 $\beta_w=\pi/2-\alpha_w$，$\beta_d=\pi/2-\alpha_d$。

根据假设 $V=V^{-1}(w)$，$v=v^{-1}(V)$，因此增湿过程中 $\theta_a=\theta_a(\beta_w, v)=\theta_a(\alpha_w, v)=\theta_a(v)=\theta_a(V)=\theta_a(w)$，脱湿过程 $\theta_r=\theta_r(\beta_d, v)=\theta_r(\alpha_d, v)=\theta_r(v)=\theta_r(V)=\theta_r(w)$，从而建立了增湿及脱湿过程接触角与液滴体积、液桥体积及含水率之间的联系。

综上所述，液桥融合前增湿过程中，前进接触角位于如图 4（a）所示的矩形区域 *ABCD*，而脱湿过程，后退接触角位于图 4（b）所示的矩形区域 *abcd*。

现有研究结果表明[31]，液桥体积 V 与颗粒半径 R，颗粒间距 D，接触角 θ 及饱和角 β 相关，即 $V=V(R, D, \theta, \beta)$。根据 Young-Laplace 方程增湿过程基质吸力可表示为 $s=s(R, \theta_a, \beta)$，而脱湿过程 $s=s(R, \theta_r, \beta)$。

综上所述 $V=V(R, D, \theta, \beta)$，$V=V(w)$，$\beta=\beta(w)$，$s=s(R, \theta_a, \beta)$，$s=s(R, \theta_r, \beta)$，$\theta_a=\theta_a(w)$和 $\theta_r=\theta_r(w)$是建立 SWCC 滞回模型所需要的表达式，下文将给出具体的表达式。

2　液桥细观尺度的变化

以上的讨论针对液桥未发生融合的情况，如图 4 和 5 所示，当含水率增加到 w_k 时，液桥 1 与液桥 2 相遇，随着含水率继续增加，液桥 1 和液桥 2 将会发生融合，一旦液桥发生融合，液桥模型将不能直接用于计算基质吸力，此时需要新的理论和方法[32]。然而发展新的理论和方法非常困难，因为细观尺度液桥的分布及细观水的形态非常复杂。因此，通过一种简单的方法使得液桥模型仍然适用于吸力的计算是必要的，其中最有效的方法是修正含水率与液桥体积的表达式。

张鹏程等[29]采用平均液桥体积，得到了液桥体积与含水率以及液桥数量关系，并采用配位数表示液桥数量与含水率关系：

$$V(w)=\frac{8G\pi R^3 w}{3N_c} \quad , \tag{4}$$

式中，G 为土粒相对密度，w 为含水率，N_c 为配位数。在液桥发生融合之前，假设液桥数目等于接触数，而当液桥发生融合后，液桥数目减少，为了保持总体积不变，单个液桥体积增加，因此可以通过等效接触数来表示液桥细观尺度的变化，具体见 3.1 节。考虑细观尺度变化能够使 Young-Laplace 方程用于计算 $w-\ln s$ 平面上边界影响区、过渡区及部分残余区的基质吸力。

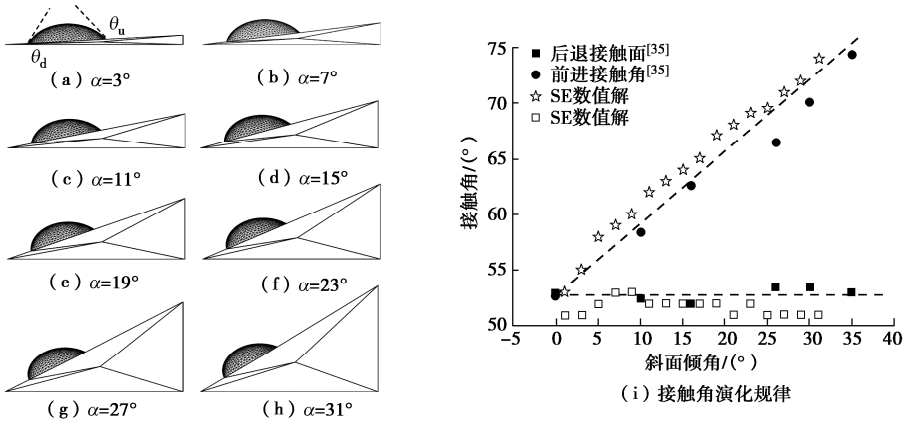


图 3 液滴位于不同倾角时的形状及接触角变化规律

Fig. 3 Shapes of liquid drop and contact angles under different inclined angles

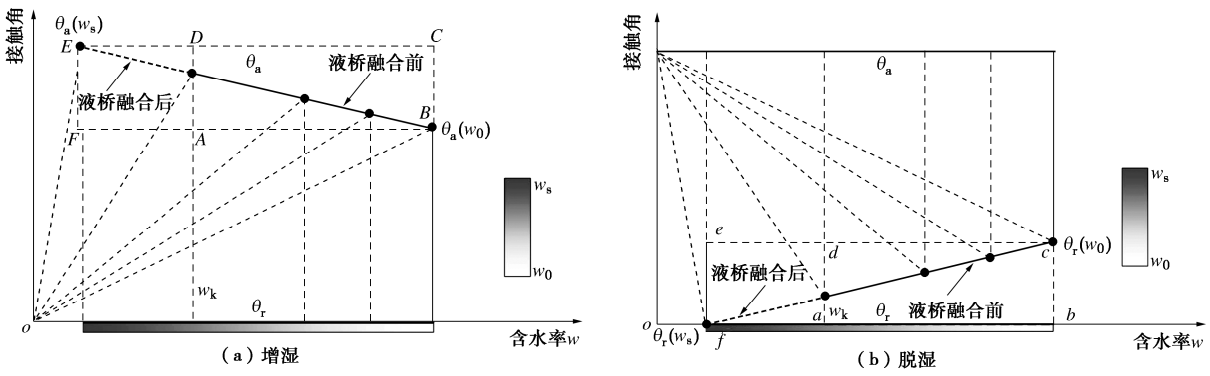


图 4 接触角演化模型

Fig. 4 Model for evolution of contact angle

通过该修正，当含水率 $w>w_k$ 时，液桥模型依然成立，因此在增湿过程中，前进接触角位于如图 4（a）所示的矩形区域 *ADEF*，而脱湿过程，后退接触角位于图 4（b）所示的矩形区域 *adef*。

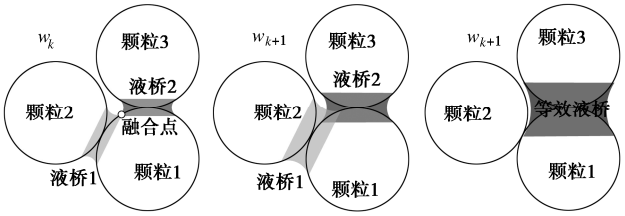


图 5 液桥形态的变化示意图

Fig. 5 Change of water morphology with water content increasing

3 土水特征曲线滞回模型的建立

3.1 确定 $V=V(R, D, \theta, \beta)$和 $V=V(w)$

确定液桥体积 $V=V(R, D, \theta, \beta)$和含水率与液桥关系 $w=w(V)$是建立土水特征曲线理论模型的基础，同时也是建立微细观和宏观物理量联系的桥梁。简单起见，假设 D=0，Fisher[39]修正了 W B Haines 提出的计算等粒径土颗粒间液桥体积的表达式，表述为

$$V(R, \theta, \beta)=2\pi R^3(\sec\beta-1)^2\left[1-\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\tan\beta\right], \tag{5}$$

式中，R 为平均颗粒半径，β 为饱和角，增湿过程 $\beta=\beta_w$，脱湿过程 $\beta=\beta_d$（下标 w 和 d 代表增湿和脱湿）。

在含水率很低时，颗粒间一般无法形成液桥，颗粒间主要以结合水的形式存在，当颗粒平均半径为 R，结合水膜厚度为 Δ 时，结合水膜的体积可以写为

$$V(\Delta)=\frac{4}{3}\pi\left[(R+\Delta)^3-(R)^3\right] \quad 。 \tag{6}$$

现有的研究普遍认为结合水膜的厚度与孔隙结构、离子强度、pH 值和矿物类型等有关。近期日本学者 Nishiyam 等[40]采用试验和理论相结合的方式研究了不同离子强度和 pH 值下二氧化硅、蒙脱石、方解石和针铁矿的水膜厚度，其计算结果表明当离子强度和 pH 值与雨水、河水和地下水的离子强度和 pH 值相似时，预计粉粒、砂粒和砾石中二氧化硅的典型水膜厚度分别为<14 nm、14～45 nm 和>23 nm。

联立式（4）和式（6），可得含水率与颗粒平均半径及结合水膜的关系如图 6 所示。当含水率较低时，颗粒间无法形成液桥，液桥是以水膜形式存在，而当含水率增加到某一临界含水率时候，颗粒间将会形成液桥，该临界含水率与颗粒半径、水膜厚度有关。由图 6 可知，当颗粒半径 R=1 um，水膜厚度为 10 nm 时，该临界含水率约为 5.0%。

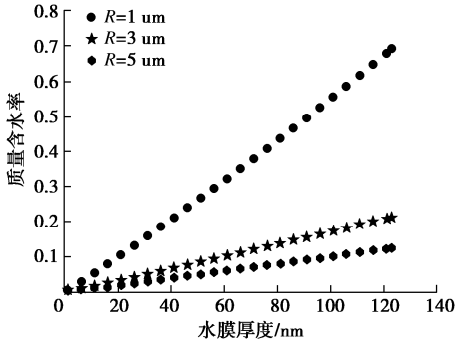


图 6 含水率与结合水膜厚度及颗粒平均半径之间的关系（N_c = 9，G=2.7）

Fig. 6 Relationship among water content, water film thickness and mean particle radius（N_c = 9, G=2.7）

张鹏程等[29]推导得出的液桥体积与含水率之间的关系是在将含水率平均分配到每个液桥这个假设的基础上提出的，一方面这个假设高估了融合发生前的液桥体积，另一方面含水率与液桥体积是线性关系。当含水率大于形成液桥所需要的临界含水率时，即颗粒间能够形成液桥时，本文引入修正系数 m_0（0＜m_0≤1），使得液桥位于初始状态，初始状态的含水率称为为增湿的起点，而脱湿时为终点。

$$V^0(w)=\frac{8G\pi m_0R^3w}{3N_c} \quad 。 \tag{7}$$

由于 m_0 的有界性，假设 $m_0=\sin\phi$。同时根据根据液桥细观尺度的变化规律，进一步可将式（4）改写为

$$V(w)=\frac{8G\pi m_0R^3w}{3N_c}\frac{\sin\Phi}{\sin\Phi_1} \quad , \tag{8}$$

式中，$m_1=\sin\Phi/\sin\Phi_1$ 描述了液桥非线性变化过程，液桥发生融合前 $\Phi=\Phi_1$，m_1=1。

式（8）中 $N_c/\sin\Phi$ 可理解为等效配位数，在增湿过程（Φ 增加），等效配位数减小，而在脱湿过程（Φ 减小），等效配位数增加，其与第 2 节液桥细观尺度的变化规律相一致。在增湿过程中，Φ 的最大值为 90°，而在脱湿过程该值将会减小，本文取其值为 60°。

通过式（8）的修正，Young-Laplace 方程可用于计算 w-ln$s$ 平面上边界影响区、过渡区及部分残余区基质吸力吸力的计算，当残余区颗粒间水以结合水膜形式存在时，本文暂时无法考虑。

联立式（5），（8）可得 $\beta=\beta(w)$。式（8）中的 N_c 描述了微细观颗粒接触状态，不方便直接使用，应建立其与孔隙比的关系。Smith 等[41]通过试验，获得了 5 种不同孔隙率等粒径堆积球体与配位数的方程，该方程与观测到的实验数据吻合较好，适用于所有粉末材料。根据土壤分类标准，砂粒（>75 um）、粉砂（2～75 um）、黏土（<2 um）颗粒均在粉体粒度范围内。因此，Smith 公式适用于非饱和土，其表达式为

$$n=\frac{e}{1+e}=\frac{0.414N_c-6.527}{0.414N_c-10.968}\quad , \tag{9}$$

式中，n 为孔隙率，e 为孔隙比。

3.2　确定 $\theta_a=\theta_a(w)$和 $\theta_r=\theta_r(w)$

由前面的分析可知，增湿过程中，当液滴处于极限平衡状态时，$\theta_a=\theta_a(\alpha_w)$，脱湿过程中，$\theta_r=\theta_r(\alpha_d)$，从而有

$$\mathrm{d}\theta_a=\frac{\partial\theta_a}{\partial\alpha_w}\mathrm{d}\alpha_w\quad , \tag{10a}$$

$$\mathrm{d}\theta_r=\frac{\partial\theta_r}{\partial\alpha_d}\mathrm{d}\alpha_d\quad 。 \tag{10b}$$

将极限平衡状态时接触角平衡关系方程式代入式（10），可得 $\theta_a\propto 1/\alpha_w\propto w$，$\theta_r\propto\alpha_d\propto 1/w$，据此可假设接触角与含水率符合线性关系，分别为图 4（a）中 BE 及图 4（b）中 cf，可写为

$$\theta_w=-\frac{\theta_a(w_s)-\theta_a(w_0)}{w_s-w_0}(w_s-w)+\theta_a(w_s)\text{，} \tag{11a}$$

$$\theta_d=\frac{\theta_r(w_0)-\theta_r(w_s)}{w_0-w_s}(w-w_s)+\theta_r(w_s)\quad , \tag{11b}$$

式中，$\theta_a(w_s)$是饱和含水率情况下的前进接触角，$\theta_a(w_0)$是残余含水率情况下的前进接触角，$\theta_r(w_s)$是饱和含水率情况下的后退接触角，$\theta_r(w_0)$是残余含水率情况下的后退接触角，w_s是饱和含水率，w_0是增湿的起点，脱湿的终点。

3.3　确定 $s=s(R,\theta_a,\beta)$和 $s=s(R,\theta_r,\beta)$

基质吸力由 Young-Laplace 方程描述，其表述为

$$s=\sigma\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\quad 。 \tag{12}$$

Butt 等[42]结合几何关系推导得到了 r_1 和 r_2 分别为

$$r_1=\frac{R_1(1-\cos\beta_1)+R_2(1-\cos\beta_2)+D}{\cos(\theta_1+\beta_1)+\cos(\theta_2+\beta_2)}\quad , \tag{13a}$$

$$r_2=R_1\sin\beta_1-r_1\left[1-\sin(\theta_1+\beta_1)\right]\quad 。 \tag{13b}$$

由式（13a），（13b）可知，r_1 和 r_2 与接触角，饱和角相关，当 $R_1=R_2$ 且 $D=0$ 时，由对称性可得 $\beta_1=\beta_2=\beta$。给定含水率联立式（5），（8），（9）可求得 β，将 β 及接触角演化模型代入式（13a），（13b），可计算得 r_1 和 r_2，进一步将 r_1 和 r_2 代入式（12）可以计算基质吸力的大小。

值得注意的是对于饱和角 β，其理论取值为[0，π/2]，然而饱和度、孔隙比与含水率满足式（14），且当饱和度趋近于 1 时，其吸力应接近于 0。饱和角的取值必须使得式（12）计算得到的基质吸力大于 0[29]。

$$S_r=\frac{Gw}{e}\leqslant 1\quad 。 \tag{14}$$

4　颗粒粒径级配与平均颗粒半径关系

以上在建立土水特征曲线的滞回模型的过程中，只考虑了接触角并假设了液桥位于两个等粒径球体间。事实上由不规则的孔隙分布引起的墨水瓶效应也是影响土水特征曲线滞回特性的重要因素。如黎澄生等[43]建立了考虑孔隙不规则分布引起的墨水瓶效应的土水特征曲线滞回模型。由于本文基于颗粒间的液桥模型，因此很难直接考虑孔隙分布。如前所述，一方面孔隙的不规则分布可由粒径级配间接影响且孔隙分布也与粒径级配存在某种关联。另一方面郑方等[7]、Kasangaki 等[44]通过试验也发现颗粒粒径级配显著影响土水特征曲线的滞回特性。因此，本文将不规则孔隙分布引起的墨水瓶效应对土水特征曲线滞回特性的影响映射为粒径级配对土水特征曲线滞回特性的影响。

Esmaeelnejad 等[45]研究表明，Weibull、Fredlund、Roshin-Rammle 和 Van Genuchten 是模拟颗粒粒径分布最准确的 4 个模型，它们的差异并不显著。由于 Rosin-Rammler 模型参数少使用简单，本文采用 Rosin-Rammler 模型来描述颗粒粒径级配，其表述为[46]

$$F(D_p)=1-\exp\left[-\left(\frac{D_p}{b}\right)^a\right]\quad , \tag{15}$$

式中，D_p 为粒径，$F(D_p)$ 为粒径 D_p 的累计质量分数，a，b 为与分布特征有关的常数。其中，均匀指数 a 表示粒径分布范围的宽窄程度，a 值越大，说明粒度分布范围越窄。

将粒径级配曲线引入土水特征曲线模型的关键在于如何建立颗粒粒径级配表述式（15）中参数 a，b 与颗粒平均半径之间的关系，本文基于 Rosin-Rammler 模型推导得出脱湿以及增湿过程中颗粒半径与基质吸力之间的关系表达式：

脱湿

$$R=R_0\left\{1-\exp\left[-\left(\frac{2\sigma}{\lambda sb}\right)^a\right]\right\}\quad , \tag{16a}$$

增湿

$$R_n=R_{n-1}\left\{1+\exp\left[-\left(\frac{2\sigma}{\lambda sb}\right)^a\right]\right\}\quad , \tag{16b}$$

式中，σ 为表面张力，s 为基质吸力，a 和 b 为模型参数，可由粒径级配曲线确定，λ 为平均孔隙半径与平均粒径的比值，通过分析文献[47，48]中压汞试验结果及颗粒粒径级配曲线，λ 的取值范围约为 0.5～0.00001。在脱湿过程中，R_0 为起点的等效颗粒半径，其可根据黏粒、粉粒以及砂粒含量确定，具体计算方法可以参考文献[49，50]；在增湿过程中，其起点等效颗粒半径为脱湿时的终点值。式（16）给出的颗粒半径与基质吸力的关系，其可以理解为当基质吸力较

大时，土体中能够发挥作用的颗粒是小颗粒。

5 模型影响因素分析

刘建维[51]研究了非饱和黄土平均意义上的接触角与孔隙比的关系，结果表明接触角变化范围在10°～25°，且含水率不同接触角不同，烘干状态下的接触角大于天然含水状态，这也说明本文考虑接触角演化的合理性与必要性。

该土水特征曲线滞回模型包括 11 个参数，分别为孔隙比 e、相对质量密度 G，气-液交界面表面张力 σ，与含水率相关的 4 个接触角（$\theta_a(w_0)$，$\theta_a(w_s)$，$\theta_r(w_s)$，$\theta_r(w_0)$）以及 4 个与粒径级配相关的 R_0，a，b，和 λ。其中孔隙比、相对质量密度及表面张力可以通过室内快速获得。与粒径级配相关的参数 R_0，a 和 b 可以通过黏粒、粉粒以及砂粒含量及粒径级配曲线获取，λ 可以通过压汞试验进行估计。

与含水率相关的 4 个接触角，一方面当室内测得含水率－吸力离散点时，可以通过其中 4 个点反算得到，其中两个点位于脱湿曲线上，两个点位于增湿曲线上；另一方面可采用光学接触角测试仪器获得前进、后退接触角的变化范围。与 Van Genuchten[11]，Frendlund 等[12]传统模型相比，本文提出的模型虽然参数较多，但参数物理意义明确，理论完善，同时能够反映接触角以及颗粒粒径的影响。另外由于模型参数中包括了孔隙比 e，因此借助孔隙比与应力之间的关系式，该模型也可扩展为考虑变形及应力状态的 SWCC 模型。在本节后面的分析中，为了更直观地反映不同参数对土水特征曲线的影响，将脱湿、增湿曲线分开描述。

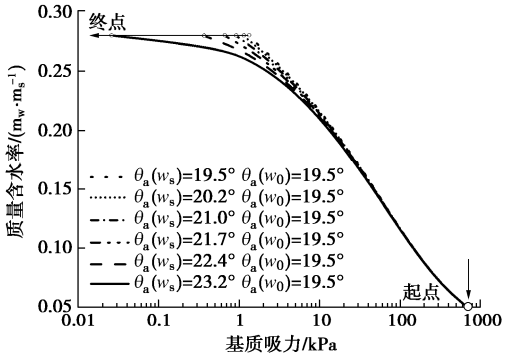
5.1 接触角对土水特征曲线的影响

栾茂田等[52]认为理论土水特征曲线强烈依赖于接触角的变化，在用微观球颗粒来分析基质吸力与含水率的关系时，考虑接触角的变化是非常必要的。

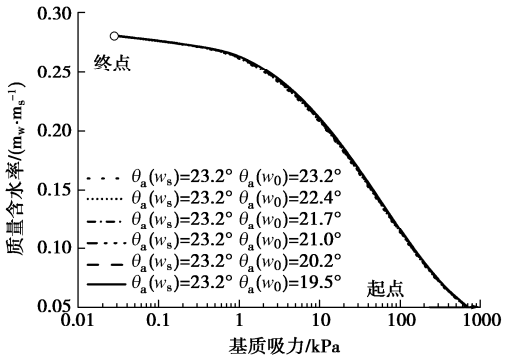
大部分土水特征曲线的研究将接触角视为一定值，有时甚至忽略。从前面的讨论中可知：增湿、脱湿过程接触角与含水率存在一定的关系。因此有必要讨论当接触角为定值及采用本文所提接触角的演化模型时，其对土水特征曲线的影响。

在增湿过程中，首先假设式（11）中 $\theta_a(w_0)$=19.5°，依据本文所提接触角演化模型，增湿过程 $\theta_a(w_s)$＞$\theta_a(w_0)$，因此取 $\theta_a(w_s)$=19.5°，20.2°，21.0°，21.7°，22.4°，23.2°；其次假设 $\theta_a(w_s)$=23.2°，$\theta_a(w_0)$=23.2°，22.4°，21.7°，21.0°，20.2°，19.5°。其目的为研究 $\theta_a(w_0)$以及 $\theta_a(w_s)$对增湿土水特征曲线起点及终点的影响。

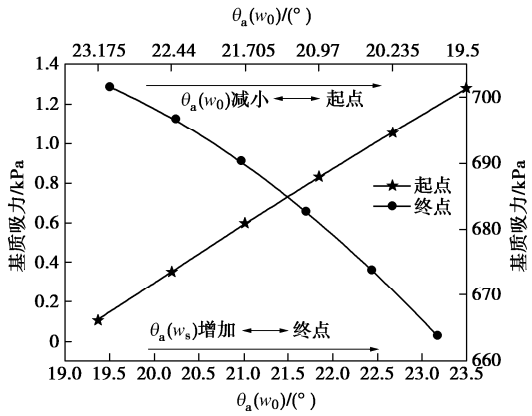
接触角演化对边界影响区及残余区基质吸力的影响，计算结果如图 7（a），（b），（c）所示。由图 7（a）可知，在 w－ln$s$ 平面当 $\theta_a(w_s)$=$\theta_a(w_0)$时，土水特征曲线无明显边界影响区，当 $\theta_a(w_s)$按照接触角演化模型逐渐增加时，曲线表现出明显的边界影响区及进气值；由图 7（b）可知，当 $\theta_a(w_s)$保持不变，$\theta_a(w_0)$逐渐减小时，残余区吸力逐渐增加，残余区更加明显；如图 7（c）可知，随 $\theta_a(w_s)$增加，增湿终点含水率对应的基质吸力趋近于 0，而随 $\theta_a(w_0)$减小，增湿起点含水率对应的基质吸力逐渐增加，因此考虑接触角演化能够更好地描述土水特征曲线的滞回特性，尤其是边界影响区及残余区吸力与含水率的非线性关系。



（a）$\theta_a(w_s)$对终点基质吸力的影响



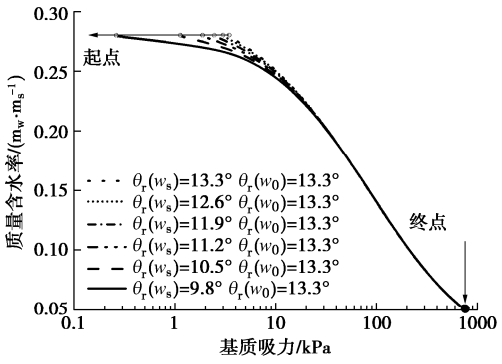
（b）$\theta_a(w_0)$对终点基质吸力的影响



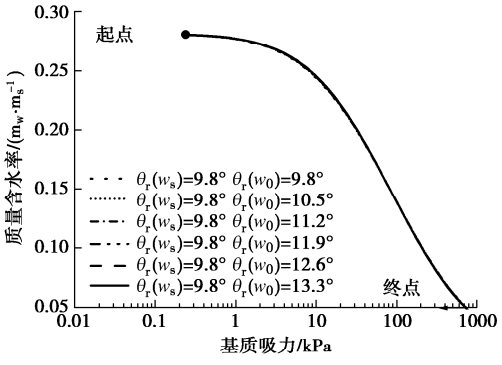
（c）$\theta_a(w_s)$及$\theta_a(w_0)$对终点及起点基质吸力的影响

图 7 增湿过程前进接触角与土水特征曲线关系

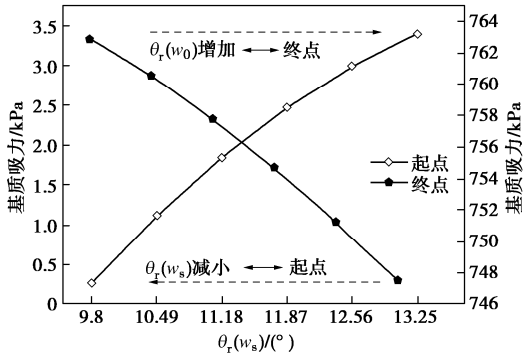
Fig. 7 Relationship between advancing contact angles and SWCCs during wetting



（a）$\theta_r(w_s)$对起点基质吸力的影响



（b）$\theta_r(w_0)$对终点基质吸力的影响



（c）$\theta_a(w_s)$及$\theta_a(w_0)$对终点及起基质吸力的影响

图 8 脱湿过程后退接触角与土水特征曲线关系

Fig. 8 Relationship between receding contact angles and SWCCs during drying

在脱湿过程中，首先假设式（11）中，$\theta_r(w_0)$=13.3°，依据本文所提接触角演化模型，脱湿过程 $\theta_r(w_s)$＜$\theta_r(w_0)$，因此 $\theta_r(w_s)$=13.3°，12.6°，11.9°，11.2°，10.5°，9.8°；其次假设 $\theta_r(w_s)$=9.8°，$\theta_r(w_0)$=9.8°，10.5°，11.2°，11.9°，12.6°，13.3°，其目的分别为研究接触角对边界影响区及残余区基质吸力的影响，计算结果如图 8（a），（b），（c）所示。由图 8（a）可知当 $\theta_r(w_s)$= $\theta_r(w_0)$时，土水特征曲线无明显边界影响区，当 $\theta_r(w_s)$按照接触角演化模型逐渐减小时，曲线表现出明显的进气值及边界影响区。由图 8（b）可知，当 $\theta_r(w_s)$保持不变，$\theta_r(w_0)$逐渐增加时，残余区吸力逐渐减小；由图 8（c）可知，随 $\theta_r(w_s)$减小，脱湿起点含水率对应的基质吸力趋近于 0，而随 $\theta_r(w_0)$增加，脱湿终点含水率对应的基质吸力减小，也就是说在残余区，通过考虑接触角的演化，将会降低残余区的滞回，这也能反映部分学者的研究结论，即在残余区，滞回度较小。综上所述，考虑接触角演化关系能够更好地描述土水特征曲线的滞回特性，尤其是边界影响区及残余区吸力与含水率的非线性关系。

5.2　粒径级配及其对土水特征曲线的影响

为了分析颗粒粒径级配对土水特征曲线的影响，首先利用式（15）中的参数 a 和 b 得到 4 种不同的颗粒粒径级配曲线，如图 9 所示。其中粒径级配曲线 1，2 和 3 为参数 a 的影响，1 和 4 为参数 b 的影响。进一步根据黏粒、粉粒和砂粒的含量可确定曲线 1，2 和 3 的 R_0 为 1 um，曲线 4 的 R_0 为 2.5 um。本模型通过粒径级配参数 a 和 b 反映其对土水特征曲线的影响，计算得到的土水特征曲线如图 10 所示。刘星志等[53]，陈宇龙等[8]通过试验发现对于不同颗粒级配的土水特征曲线，同一含水率下细土颗粒含量越多的土样其基质吸力越大。对于粒径级配曲线 1 和 4，曲线 1 细土颗粒占比多，因此土水特征曲线 1 在 4 上方，表明在相同的含水率下，曲线 1 所对应的基质吸力大，其规律与试验结果一致，说明本文所建立的模型能够反映颗粒粒径级配的影响。此外，以图 10 中不考虑粒径级配的土水特征曲线为基准（R=R_0），可知粒径级配也影响了土水特征曲线的滞回特性。

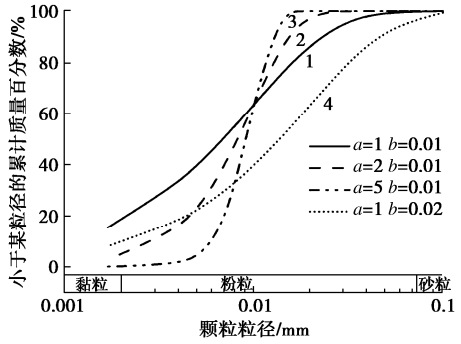
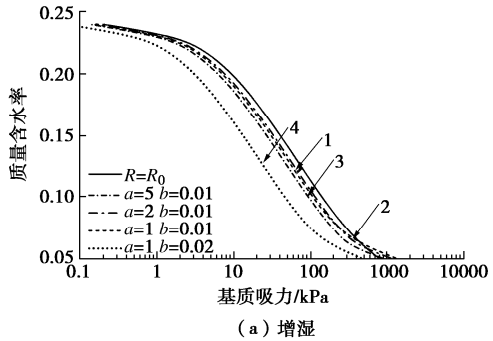
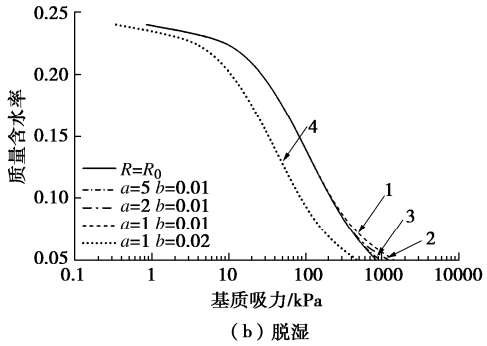


图 9 4 种不同的粒径级配曲线

Fig. 9 Four different grain-size distribution curves



（a）增湿



（b）脱湿

图 10 粒径级配参数对土水特征曲线的影响（λ=0.00002）

Fig. 10 Effects of parameters of grain-size distribution curves on soil-water characteristic curves (λ=0.00002)

6 模型验证

本研究中所用黄土取自西安某基坑[54-55]，土样运回实验室后，按照土工试验规范获得了基本物理力学参数，结果如表 1 所示。此外，采用密度计法对其粒径分布进行了测试，结果如图 11 所示。本文采用压力板仪测试了压实试样的土水特征曲线，其孔隙比等于原状孔隙比。

表 1 黄土的物理性质指标

Table 1 Physical properties of test loess

相对质量密度*	含水率	孔隙比	黏粒**	粉粒**	砂粒**
2.71	16.61%	0.79	18.40%	81.30%	0.03%

注：*实验室所测相对质量密度范围为 2.70～2.72，本文计算时使用值为 2.71，**粒组划分标准为：黏粒（d<0.002 mm），粉粒（0.002～0.075 mm），砂粒（d>0.075 mm），采用文献[49，50]计算时，应按照文献中的标准重新确定。

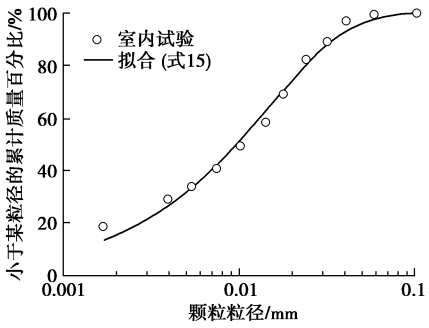


图 11 颗粒粒径级配（a=0.9236, b=0.0142）

Fig. 11 Grain-size distribution curve（a=0.9236, b=0.0142）

根据粒径级配，采用 EXCEL 中的规划求解功能求解式（15）中的参数 a 和 b，当残差平方和最小时求得 a=0.9236，b=0.0142。参考文献[49，50]，根据黏粒、粉粒以及砂粒含量确定平均颗粒半径 R=1 um，本文选择 λ=0.00002。气-液交界面表面张力 σ 在 20° 时为 0.072 N/m。理论上 4 个与含水率有关的接触角可以通过实验获得，然而现阶段对于颗粒间的接触角测试还停留在理论方面，通过现有设备获得的接触角大部分是定性结果，无法定量分析，因此，本文提出借助土水特征曲线上的 4 个点进行拟合，其中两个点位于增湿曲线上，两个点位于脱湿曲线上，拟合方程为

$$s_{\text{model}}\left[\theta_{\text{a|r}}(w_m)\right]-s_{\text{experiment}}(w_m)=0 \quad , \tag{17}$$

式中，s_{model} 为模型计算所得基质吸力，m 的取值为 1，2，3，4，其中 1 和 2 位于脱湿曲线上，用以确定 θ_{r}；3 和 4 位于增湿曲线上，用以确定 θ_{a}。

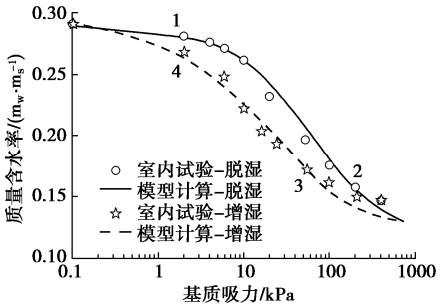


图 12 模型验证结果

Fig. 12 Results of model validation

选择图 12 中的 1，2，3，4，最终确定 $\theta_{\text{a}}(w_0)$=19.3°，$\theta_{\text{a}}(w_{\text{s}})$=23.0°，$\theta_{\text{r}}(w_{\text{s}})$=9.4°，$\theta_{\text{r}}(w_0)$=13.2°，在此基础上计算脱湿和增湿过程不同含水率下的基质吸力，结果如图 12 中实线和虚线所示，由此可知，该模型能够较好地拟合土水特征曲线的滞回特性，模型准确性高。

7 结 论

首先，本文基于势能最小原理采用数值模拟方法研究了斜面液滴行为，提出了增湿、脱湿过程微细观界面关键参数接触角与含水率的演化关系；其次通过修正颗粒间液桥体积表达式，使 Young-Laplace 方程可用于计算 w－ln$s$ 平面上边界影响区、过渡区及部分残余区的基质吸力；最后通过引入 Rosin-Rammler 颗粒粒径分布函数，建立了考虑接触角及粒径级配影响的土水特征曲线滞回模型，该模型也可考虑孔隙比、相对质量密度等因素影响。主要研究结论如下：

（1）给定液滴体积，增湿过程中 θ_{d} 随斜面倾角的增加而增加，而 θ_{u} 保持不变，最大 θ_{d} 为前进接触角；而在脱湿过程中，θ_{d} 保持不变，而 θ_{u} 随斜面倾角的增加逐渐减小，最小 θ_{u} 为后退接触角。

（2）Rosin-Rammler 颗粒粒径分布函数可以描述颗粒粒径级配的分布。

（3）本文建立的考虑接触角及粒径级配影响的土水特征曲线滞回模型能够更好地描述土水特征曲线的滞

回特性，尤其是边界影响区及残余区吸力与含水率的非线性关系，同时其变化规律与试验结果一致。

参考文献：

[1] 高　游, 孙德安, 张俊然, 等. 考虑孔隙比和水力路径影响的非饱和土土水特性研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(12): 2191－2196. (GAO You, SUN De-an, ZHANG Jun-ran, et al. Soil-water characteristics of unsaturated soils considering initial void ratio and hydraulic path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(12): 2191－2196. (in Chinese))

[2] ANANDARAJAH A, AMARASINGHE P M. Microstructural investigation of soil suction and hysteresis of fine-grained soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2012, **138**(1): 38－46.

[3] 刘　艳, 于建涛. 动态土水特征曲线滞后模型研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(1): 62－68. (LIU Yan, YU Jian-tao. Hysteresis model for soil-water characteristic curve under dynamic conditions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(1): 62－68. (in Chinese))

[4] ARYA L M, PARIS J F. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data[J]. Soil Science Society of America Journal, 1981, **45**(6): 1023－1030.

[5] FREDLUND M D, WILSON G W, FREDLUND D G. Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, **39**(5): 1103－1117.

[6] ASSOULINE S, TESSIER D, BRUAND A. A conceptual model of the soil water retention curve[J]. Water Resources Research, 1998, **34**(2): 223－231.

[7] 郑　方, 刘奉银, 王　磊. 粒度对非饱和土土水特征曲线滞回特性的影响[J]. 水利与建筑工程学报, 2019, **17**(5): 19－24. (ZHENG Fang, LIU Feng-yin, WANG Lei. Influence of unsaturated soil granularity on hysteretic behavior of soil-water characteristic curve[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2019, **17**(5): 19－24. (in Chinese))

[8] 陈宇龙, 内村太郎. 粒径对土持水性能的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, **35**(7): 1474－1482. (CHEN Yu-long Uchimura Taro. Influence of particle size on water retention of soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, **35**(7): 1474－1482. (in Chinese))

[9] 朱青青, 苗强强, 陈正汉, 等. 考虑基质势影响的非饱和土水分运移规律测试系统研制[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(增刊 2): 240－244. (ZHU Qing-qing, MIAO Qiang-qiang, CHEN Zheng-han, et al. Development of test system for unsaturated soil water movement law considering influence of matrix potential[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(S2): 240－244. (in Chinese))

[10] 姚仰平, 王　琳. 影响锅盖效应因素的研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(8): 1373－1382. (YAO Yang-ping, WANG Lin. Influence factors for “pot-cover effect”[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(8): 1373－1382. (in Chinese))

[11] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892－898.

[12] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(4): 521－532.

[13] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic properties of porous media and their relation to drainage design[J]. Transactions of the ASAE, 1964, **7**(1): 26－0028.

[14] BRUTSAERT W. Some methods of calculating unsaturated permeability[J]. Transactions of the ASAE, 1967, **10**(3): 400－404.

[15] ZAPATA C E, HOUSTON W N, HOUSTON S L, et al. Soil–water characteristic curve variability[J]. Advances in Unsaturated Geotechnics, 2000: 84－124.

[16] ZHAI Q, RAHARDJO H. Quantification of uncertainties in soil–water characteristic curve associated with fitting parameters[J]. Engineering Geology, 2013, **163**: 144－152.

[17] LIKOS W J, LU N, GODT J W. Hysteresis and uncertainty in soil water-retention curve parameters[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **140**(4): 04013050.

[18] LI P, LI T L, VANAPALLI S K. Prediction of soil-water characteristic curve for Malan loess in Loess Plateau of China[J]. Journal of Central South University, 2018, **25**(2): 432－447.

[19] BAYAT H, MAZAHERI B, MOHANTY B P. Estimating soil water characteristic curve using landscape features and soil thermal properties[J]. Soil and Tillage Research, 2019, **189**: 1－14.

[20] TOMASELLA J, HODNETT M G. Estimating soil water retention characteristics from limited data in Brazilian

Amazonia[J]. Soil Science, 1998, **163**(3): 190 – 202.

[21] PHAM K, KIM D, YOON Y, et al. Analysis of neural network based pedotransfer function for predicting soil water characteristic curve[J]. Geoderma, 2019, **351**: 92 – 102.

[22] WEI C, DEWOOLKAR M M. Formulation of capillary hysteresis with internal state variables[J]. Water Resources Research, 2006, **42**(7): 260 – 273.

[23] LI X S. Modelling of hysteresis response for arbitrary wetting/drying paths[J]. Computers and Geotechnics, 2005, **32**(2): 133 – 137.

[24] NIMMO J R. Semiempirical model of soil water hysteresis[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, **56**(6): 1723 – 1730.

[25] GAN Y, MAGGI F, BUSCARNERA G, et al. A particle–water based model for water retention hysteresis[J]. Géotechnique Letters, 2013, **3**(4): 152 – 161.

[26] MUALEM Y. Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics[J]. Water Resources Research, 1977, **13**(4): 773 – 780.

[27] MUALEM Y. Prediction of the soil boundary wetting curve[J]. Soil Science, 1984, **137**(6): 379 – 390.

[28] 刘 艳, 赵成刚, 李 舰, 等. 相间交界面对非饱和土应力状态的影响[J]. 力学学报, 2017, **49**(2): 335 – 343. (LIU Yan, ZHAO Cheng-gang, LI Jian, et al. The influence of interfaces on the stress state in unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, **49**(2): 335 – 343. (in Chinese))

[29] 张鹏程, 汤连生, 姜力群, 等. 基质吸力与含水量及干密度定量关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **31**(增刊1): 2792 – 2797. (ZHANG Peng-cheng, TANG Lian-sheng, JIANG Li-qun, et al. Research of quantitative relations of matric suction with water content and dry density[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **31**(S1): 2792 – 2797. (in Chinese))

[30] ZHOU A N. A contact angle-dependent hysteresis model for soil–water retention behaviour[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **49**: 36 – 42.

[31] LIKOS W J, LU N. Hysteresis of capillary stress in unsaturated granular soil[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, **130**(6): 646 – 655.

[32] WANG X, LI J. A novel liquid bridge model for estimating SWCC and permeability of granular material[J]. Powder Technology, 2015, **275**: 121 – 130.

[33] SOLIGNO G, DIJKSTRA M, VAN ROIJ R. The equilibrium shape of fluid-fluid interfaces: derivation and a new numerical method for Young's and Young-Laplace equations[J]. The Journal of Chemical Physics, 2014, **141**(24): 244702.

[34] BRAKKE K A. The surface evolver[J]. Experimental Mathematics, 1992, **1**(2): 141 – 165.

[35] CHOU T H, HONG S J, SHENG Y J, et al. Drops sitting on a tilted plate: receding and advancing pinning[J]. Langmuir, 2012, **28**(11): 5158 – 5166.

[36] BEREJNOV V, THORNE R E. Enhancing drop stability in protein crystallization by chemical patterning[J]. Acta Crystallographica Section D, Biological Crystallography, 2005, **61**(12): 1563 – 1567.

[37] THAMPI S P, GOVINDARAJAN R. Minimum energy shapes of one-side-pinned static drops on inclined surfaces[J]. Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2011, **84**(4): 046304.

[38] SANTOS M J, VELASCO S, WHITE J A. Simulation analysis of contact angles and retention forces of liquid drops on inclined surfaces[J]. Langmuir, 2012, **28**(32): 11819 – 11826.

[39] FISHER R A. On the capillary forces in an ideal soil; correction of formulae given by WB Haines[J]. The Journal of Agricultural Science, 1926, **16**(3): 492 – 505.

[40] NISHIYAMA N, YOKOYAMA T. Water film thickness in unsaturated porous media: effect of pore size, pore solution chemistry, and mineral type[J]. Water Resources Research, 2021, 57, e2020WR029257.

[41] SMITH W O, FOOTE P D, BUSANG P F. Packing of homogeneous spheres[J]. Physical Review, 1929, **34**(9): 1271 – 1274.

[42] BUTT H J, KAPPL M. Normal capillary forces[J]. Advances in Colloid and Interface Science, 2009, **146**(1/2): 48 – 60.

[43] 黎澄生, 孔令伟, 柏 巍, 等. 土–水特征曲线滞后阻塞模型[J]. 岩土力学, 2018, **39**(2): 59 – 604. (LI Cheng-sheng, KONG Ling-Wei, Bai Wei, et al. Hysteresis model of soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, **39**(2): 598 – 604. (in Chinese))

[44] KASANGAKI G J, MEDERO G M, OOI J Y. Factors Influencing Water Retention Characteristics of Granular Materials[M]// Multiphysical Testing of Soils and Shales, Berlin: Springer, 2013.

[45] ESMAEELNEJAD L, SIAVASHI F, SEYEDMOHAMMADI J, et al. The best mathematical models describing particle size

distribution of soils[J]. Modeling Earth Systems and Environment, 2016, **2**(4): 1 – 11.

[46] ROSIN P, RAMMLER E. The laws governing the fineness of powdered coal[J]. Journal of the Institute of Fuel, 1933, **7**: 29 – 36.

[47] 井彦林, 王　昊, 陶春亮, 等. 非饱和黄土的接触角与孔隙特征试验[J]. 煤田地质与勘探, 2019, **47**(5): 157 – 162. (JING Yan-lin, WANG Hao, TAO Chun-liang, et al. Experimental study on contact angle and pore characteristics of unsaturated loess[J]. Coal Geology & Exploration, 2019, **47**(5): 157 – 162. (in Chinese))

[48] 陶高梁, 朱学良, 胡其志, 等. 黏性土压缩过程临界孔径现象及固有分形特征[J]. 岩土力学, 2019, **40**(1): 81 – 90. (TAO Gao-liang, ZHU Xue-liang, HU Qi-zhi, et al. Critical pore-size phenomenon and intrinsic fractal characteristic of clay in process of compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(1): 81 – 90. (in Chinese))

[49] SHIRAZI M A, BOERSMA L, HART J W. A unifying quantitative analysis of soil texture: improvement of precision and extension of scale[J]. Soil Science Society of America Journal, 1988, **52**(1): 181 – 190.

[50] SHIRAZI M A, BOERSMA L. A unifying quantitative analysis of soil texture[J]. Soil Science Society of America Journal, 1984, **48**(1): 142 – 147.

[51] 刘建维. 面向润湿作用的黄土结构性及吸附特性试验研究[D]. 西安: 长安大学, 2017. (LIU Jian-wei. Experimental Study on the Structure and Adsorption Characteristics of Loess oriented to Wetting Function[D]. Xi'an: Changan University, 2017. (in Chinese))

[52] 栾茂田, 李顺群, 杨　庆. 非饱和土的理论土-水特征曲线[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(6): 611 – 615. (LUAN Mao-tian, LI Shun-qun, YANG Qing. Theoretical soil-water characteristic curve for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(6): 611 – 615. (in Chinese))

[53] 刘星志, 吴　悦, 潘诗婷, 等. 颗粒级配对非饱和红土土-水特征曲线的影响[J]. 水利水运工程学报, 2018(5): 103 – 110. (LIU Xing-zhi, WU Yue, PAN Shi-ting, et al. Influences of different grain size contents on soil-water characteristic curve of unsaturated laterite based on fractal theory[J]. Hydro-Science and Engineering, 2018(5): 103 – 110. (in Chinese))

[54] 穆青翼, 党影杰, 董　琪, 等. 原状和压实黄土持水特性及湿陷性对比试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(8): 1496 – 1504. (MU Qing-yi, DANG Ying-jie, DONG Qi, et al. Water-retention characteristics and collapsibity behaviors: comparison between intact and compacted loesses[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(8): 1496 – 1504. (in Chinese))

[55] 伏映鹏, 廖红建, 刘雪刚, 等. 非线性连续卸荷路径下黄土的强度与变形特性研究[J]. 重庆大学学报, 2021, **44**(5): 26 – 37. (FU Ying-peng, LIAO Hong-jian, LIU Xue-gang, et al. Study on strength and deformation characteristics of loess under nonlinear continuous unloading path[J]. Journal of Chongqing University, 2021, **44**(5): 26 – 37. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203013

大直径埋地钢管管顶土压力及其设计模型研究

于金弘，石长征，伍鹤皋*，徐文韬
（武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室，湖北 武汉 430072）

摘 要：以往埋地钢管的管顶土压力研究结果多基于小直径管道，对大直径管道并不完全适用。建立了埋地钢管有限元计算模型，分析了不同管径、径厚比和埋深下的管顶土压力，并与传统设计模型进行比较，探讨了相关参数对土压力的影响。提出了一种新型的土压力设计模型——盆式模型，采用“直线+抛物线”形式描述土压力分布，根据管径和埋深情况采用“Marston+胸腔”荷载计算土压力数值，并深入研究了盆式模型对大直径埋地钢管的适用性。结果表明：对于大直径埋地钢管，管顶土压力分布的基本形式为“倒盆形”，径厚比及埋深均会显著影响土压力，但径厚比大于200后，土压力变化很小；管径小时，土压力大体呈抛物线分布。增加回填土变形模量和泊松比、沟槽接触面粗糙程度，减小沟槽宽度，均可降低土压力，但影响有限。高埋深时，棱柱荷载过大；低埋深时，Marston荷载偏小，这两种模型的计算精度及适应性较差；盆式模型与有限元分析的计算结果吻合度较好，计算精度高，适应性强，可为大直径埋地钢管的结构设计及规范制定提供借鉴和参考。

关键词：埋地钢管；大直径；管顶土压力；设计模型；有限元法
中图分类号：TU432 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0514－09

作者简介：于金弘(1995—)，男，博士研究生，主要从事水利水电工程压力管道研究。E-mail: yujinhong@whu.edu.cn。

Soil pressures at top of large-diameter buried steel pipes and their design model

YU Jin-hong, SHI Chang-zheng, WU He-gao, XU Wen-tao
(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: The previous research results of soil pressures at the top of buried steel pipes are mostly based on the small-diameter pipes, which are not fully suitable for large-diameter pipes. Here a numerical investigation is conducted on the soil pressures from the aspects of pipe diameter, diameter-thickness ratio and cover depth, and it is furtherly compared with the traditional design models. The influence parameters on the soil pressure are discussed. A new design model for soil pressures, basin model, is proposed. Wherein, the distribution of the soil pressures is described as "straight line + parabola", and the load calculation adopts the "Marston + pleura" according to the pipe diameter and cover depth. Furthermore, the applicability of the basin model is studied. The results show that the basic form of the soil pressures is the "inverted basin" distribution for large-diameter pipes, while the soil pressures are a parabolic distribution for small-diameter pipes. The diameter-thickness ratio and cover depth have significant influences on the soil pressures, but the soil pressures change very little after the diameter-thickness ratio is greater than 200. The increase of the elastic modulus and Poisson's ratio of backfill and roughness of trench interface, and the decrease of trench width can slightly reduce the soil pressures. The prism and Marston load are too large at high cover depth and small at low cover depth, respectively, which have poor accuracy and adaptability. The basin model is in good agreement with the finite element results, with high calculation accuracy and strong adaptability. It can provide a reference for the structural design of large-diameter buried steel pipes.

Key words: buried steel pipe; large diameter; soil pressure at the top of the pipe; design model; finite element method

0 引 言

中国水资源时空分布与社会经济发展不协调问题日益突出[1]，为此“十四五”规划中重点强调：“要加强水利基础设施建设，提升水资源优化配置和水旱灾害防御能力”[2]。水资源配置工程中，引调水管线的应用较为普遍，通常具有流量大、线路长、跨越的地形地质条件复杂等特点，管线的长期安全稳定运行，对整个工程至关重要。埋地钢管（也称回填钢管）特别适用于大直径、高内压和复杂外部环境的管线工程，在引调水及水电工程中得到了极大的关注，其未来发

基金项目：国家自然科学基金项目（51409194）
收稿日期：2021－05－29
*通信作者（E-mail: hgwu@whu.edu.cn）

展潜力巨大。鉴于目前工程中的需求，新修编的《水利水电工程压力钢管设计规范》SL/T 281 规范在参考国内外相关规范的基础上，着重增补了埋地钢管的相关设计内容[3-4]。

埋地钢管为柔性管道，管土间存在复杂的相互作用，由钢管和土体共同承担外部荷载。覆土产生的土压力是钢管主要的外部荷载，故管顶土压力（以下简称土压力）的确定是埋地钢管结构设计的基础。土压力计算公式最早由 Marston 于 1913 年提出，假定沟槽内土体沿着沟槽侧壁滑移，管道承担全部回填土荷载，但对柔性管道适用性差[5]。Spangler 修正了该理论，假定沟槽内的土压力在管道和回填土上均匀分布，使其适用于柔性管道[6]。由于 Marston 荷载仅考虑了直壁沟槽，Li 等[7]对其进行了改进，提出了梯形槽下的土压力计算公式。Shmulevich 等[8]对管径 0.87～1.3 m 的柔性管道的试验结果表明，土压力并非均匀分布，径向和切向土压力近似呈抛物线分布。周正峰等[9-10]对管径 0.61 m 的埋地钢管开展有限元研究、李永刚[11]对管径 0.1 m 和 0.2 m 钢管开展土箱试验，均得出土压力在管中心位置最大，从管中心向管侧大致呈抛物线分布。Tian 等[12]认为土压力在管中心存在波谷，将管中心到两侧土压力简化为抛物线分布，并对 0.5 m 及 1 m 管径的埋地钢管进行数值验证。Kawabata 等[13-14]分析了高埋深下管径 0.9 m 的柔性管道土压力情况，土压力呈“凹”形分布。伍鹤皋等[15-16]以管径 3 m 的埋地钢管为研究对象，发现土压力分布与管径大小有关，并随着管道运行工况的变化而改变。周敏等[17]采用室内试验，研究了地层沉陷下埋地柔性管道变形及土压力变化情况。

针对埋地钢管的研究，以往主要集中在给排水及油气行业，研究对象多为小直径管道，对于大直径管道（管径不小于 1.2 m）的研究相对较少。随着国内引调水工程及水电工程的发展，水利行业大直径埋地钢管的应用逐渐增多，传统的土压力计算方法不能完全适用。为此，本文采用有限元法，分析了埋地钢管在不同管径、径厚比及埋深下的土压力情况，考虑到土压力的影响因素较为复杂，探讨了回填土参数、沟槽侧壁土−土摩擦系数及沟槽宽度的影响，对比分析了传统的棱柱荷载及 Marston 荷载的优劣，进而提出了较为适用于大直径埋地钢管的土压力模型。

1　计算模型

1.1　模型介绍

埋地钢管 ANSYS 有限元计算模型如图 1 所示。采用直壁沟槽，假定管径为 D，管顶覆土为 H，沟槽宽度 B 为 $2D$，沟槽深为 H_1，管底垫层厚度 0.3 m，垫层包角 90°。模型底部、前后及左右端面施加沿法向的位移约束，顶面自由，整个模型宽为 $7B$，高为 $4H_1$，以消除边界条件的影响。钢管采用 4 节点壳单元 SHELL 181 模拟，土体采用 8 节点实体单元 SOLID 45 模拟。钢管采用的弹性模量、泊松比和密度分别为 2.06×10^5 MPa，0.3 和 7850 kg/m^3。计算采用典型的土体参数进行分析见表 1。根据规范 SL/T 281 或 CECS 141[18]以及 GB 50268[19]，可确定典型土体种类及变形模量；根据规范及工程经验，土的密度通常为 1600～2200 kg/m^3；黏性土的泊松比为 0.25～0.42，黏聚力为 2～65 kPa，内摩擦角为 15°～30°；砂土的泊松比为 0.25～0.3，内摩擦角为 28°～42°[20-21]。

为满足美国土木工程师协会手册 ASCE No.119[22]对埋地钢管有限元模型可靠性的要求，土体本构关系采用经典的 Drucker-Prager 屈服准则[23]；钢管与土体及沟槽侧壁土−土间设置面−面接触单元（TARGE 170 和 CONTA 174），并采用库仑摩擦模型模拟接触面间的相互关系，管−土及土−土间摩擦系数分别取 0.25 和 0.577(tan30°)[9, 18]。鉴于大直径埋地钢管施工时通常内部设置支撑，变形主要发生在施工完毕、撤去支撑阶段。为简化分析，模拟时通过直接调整土体模量及施加重力荷载的方式来实现土体碾压密实后管道所受土压力的效果。

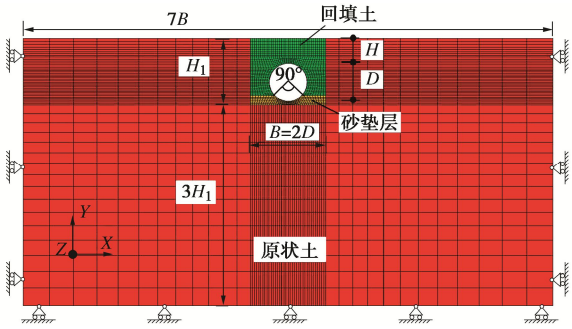


图 1　有限元计算模型

Fig. 1 Finite element model

表 1　土体种类及其材料参数

Table 1 Soil types and material parameters

名称	土体种类	变形模量/MPa	泊松比	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)	密度/(kg·m^{-3})
原状土	黏性土；标准锤击数 $N_{63.5}$>50	10	0.35	10	30	1800
回填土	黏性土；压实系数 95%	5	0.35	10	30	1800
砂垫层	砂砾，细粒土含量不大于 12%；压实系数 95%	7	0.25	0	30	1800

1.2 模型验证

为进一步说明本文有限元模拟技术的可靠性，结合试验结果，进行对比验证。文献[24]对埋地聚氯乙烯（PVC）塑料管道（管径 150 mm，壁厚 10 mm）进行土箱试验，获取了管周接触压力数据。建立相应的有限元模型，管材的弹性模量、泊松比和密度分别取 3000 MPa，0.4，1400 kg/m^3[25]，土体参数采用试验给出的实测值。试验时土体上方施加 50 kPa 的均布压力。

图 2 给出了有限元与试验的接触压力比较结果。可以看到，两种方法得出的管周接触压力从管顶到管底的分布趋势均为先减少、后增大，存在管顶/底大、管腰小特征；接触压力大小虽然有细微差别，但总体上较为接近。考虑到试验误差及模型简化等情况，故认为本文采用的有限元模拟技术具有较高的可靠性，可用于后续分析。

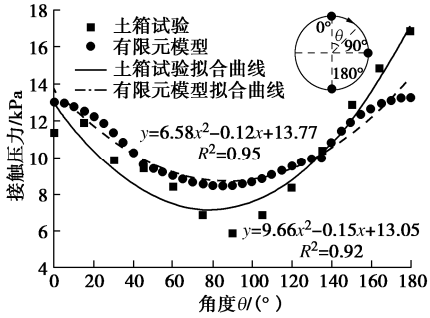


图 2 有限元与试验结果的管周接触压力比较

Fig. 2 Comparison of contact pressures around pipes between finite element and test results

2 计算结果及分析

传统的土压力计算通常采用棱柱荷载σ_{p}或 Marston 荷载σ_{M}，均假定为均匀分布，但大小不同，计算见式（1），（2）。水利行业规范 SL/T 281 及给排水行业 CECS 系列规程均采用棱柱荷载。日本规范以 2 m 埋深为界，两种方法都有采用[26]；美国水工协会手册 AWWA M11 中说明 Marston 荷载可用于窄槽下，棱柱荷载可作为保守设计[6]。

$$\sigma_{\mathrm{M}}=(1-\mathrm{e}^{-\frac{2fK}{B}\cdot H})\gamma B/(2fK)=C_{\mathrm{d}}\gamma B \quad , \quad (1)$$

$$\sigma_{\mathrm{p}}=\gamma H \quad 。 \quad (2)$$

式中 γ 为回填土的重度；B 为沟槽宽度；f 为沟槽侧壁土−土滑动摩擦系数；K 为朗肯主动土压力系数；H 为管顶埋深。

以管径 D=3 m 的埋地钢管为例，深入分析径厚比（管径 D 与壁厚 t 之比）及埋深对土压力的影响。土压力可从有限元计算获取的管周接触压力、切向力沿竖向方向分解得出。大直径埋地钢管的径厚比 D/t 通常在 100～300 范围内；为考虑埋深影响，在 2～8 m 范围内间隔 2 m 取值。

2.1 土压力分析

图 3 为不同径厚比及埋深下的土压力分布。可以看出，埋深 2 m、径厚比 100 时，土压力近似呈“倒盆形”分布，即土压力在管中心区域分布平坦，在距离管中心约（0.25～0.4）D 处开始呈抛物线式急剧降低。随着径厚比的增加，土压力峰值逐步降低并从管中心区域移向管侧胸腔。这是由于径厚比增大后，管道竖向收缩变形加剧，胸腔管壁趋向平坦，承担了更多的土压力。此外，径厚比在 100～150 范围变动时，土压力降幅明显，大于 200 后，变化很小。埋深增加后，可明显加大土压力，对管道受力变形不利。埋深越深，土压力分布在管中心区域内凹越严重、管侧胸腔越突出，越易趋向“M 形”。埋深越深，不同径厚比下，土压力峰值差也相应增加，如径厚比 100 与 200 下的峰值差，埋深 4 m 为埋深 2 m 的 2.62 倍。

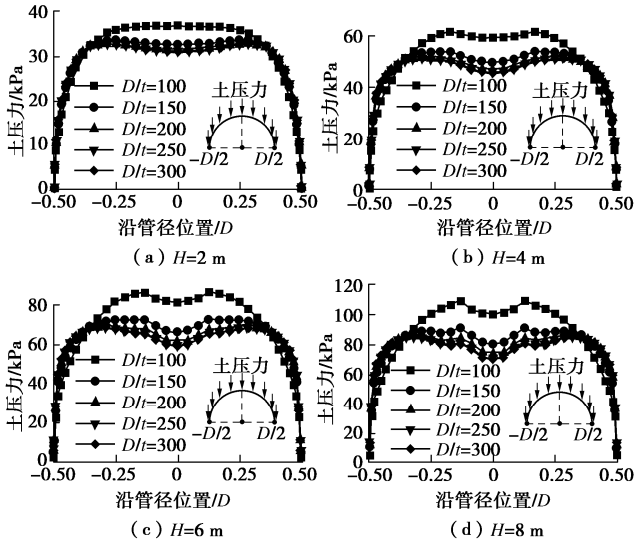


图 3 不同径厚比 D/t 及埋深 H 下的土压力

Fig. 3 Soil pressures under different diameter-thickness ratios D/t and cover depths H

2.2 大小比较

将棱柱荷载σ_{p}、Marston 荷载σ_{M}分别与数值计算得出的峰值土压力$\sigma_{\max}$、均值土压力σ_{avg}（土压力沿管径积分后除以管径）进行比较如图 4 所示。可以看出，埋深 2 m 时，两种荷载与峰值土压力吻合良好，偏差均在 10%以内，且径厚比越小，比较结果越低，甚至会低于 1。由于土压力并不是均匀分布，其均值较峰值会有所降低，相较于均值土压力，两种荷载显著偏大，增幅在 20%以内。埋深增加后，棱柱荷载和 Marston 荷载的准确性均显著降低，如埋深 6 m 时，较峰值土压力最大增幅分别为 58%和 31%，与均值土

压力的相差则更大。

可见，棱柱荷载和 Marston 荷载存在两处问题，首先其假定的土压力均匀分布虽计算简便，但与实际差别较大；其次是当管道埋深高、径厚比大时，其大小偏差较大。此外，相较于棱柱荷载，Marston 荷载在高埋深时，误差相对较小，但低埋深时，其结果偏小。

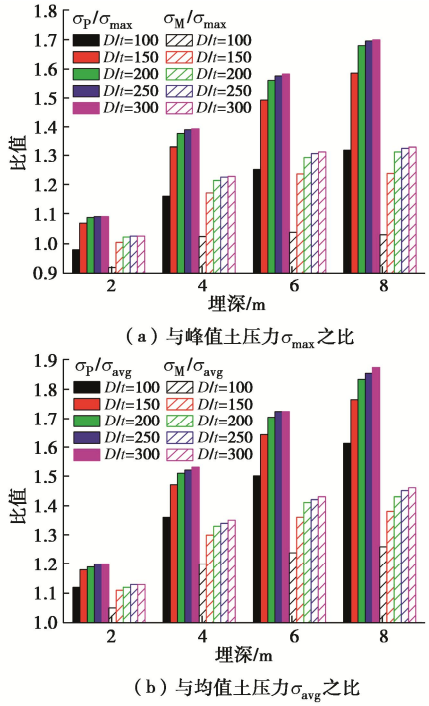


图 4 棱柱荷载 σ_p、Marston 荷载 σ_M 与有限元结果的比较

Fig. 4 Comparison of prism load σ_p and Marston load σ_M with finite element results

3　敏感性分析

3.1　管径的影响

以管径 D=1.5 m 和 0.5 m 的钢管为研究对象，分别按照径厚比 D/t=100～300 和 50～250（小直径管道的径厚比通常较小），埋深 H=2 m 和 4 m 进行参数分析，对比分析管顶土压力的分布情况及大小。

（1）土压力分析

各管径、径厚比及埋深下的土压力计算结果如图 5 所示。可以看出，管径为 1.5 m 时，随着径厚比的增加，土压力分布逐步由抛物线向“倒盆形”过渡。当埋深较深、径厚比大即管道变形大时，管侧胸腔出现峰值，这与管径 3 m 的变化规律较为类似，不同之处在于，管径越小，土压力越倾向抛物线分布。与大直径管道不同，管径为 0.5 m 时，土压力均呈抛物线分布，这与以往小直径管道的研究结论基本相同。径厚比增加后，土压力峰值有所降低，特别是当径厚比从 50 变为 100 时，降幅最为显著，这是由于当径厚比为 50 时，钢管为刚性管道，承受了更多的覆土重，与柔性管道存在明显不同。

基于上述分析可知，大/小直径管道土压力分布基本形式分别为“倒盆形”和抛物线。这是由于管径大后，土拱效应减弱，胸腔管壁分担的土压力增加，且胸腔土体体积会明显变大，加深了其影响程度。

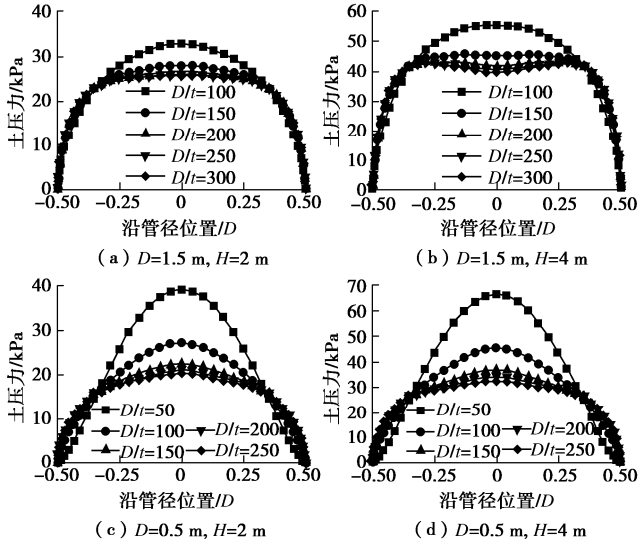


图 5 不同管径 D、径厚比 D/t 及埋深 H 下的土压力

Fig. 5 Soil pressures under different pipe diameters D, diameter-thickness ratios D/t and cover depths H

（2）大小比较

图 6 为不同管径下棱柱荷载、Marston 荷载与有限元结果的比较。管径 1.5 m 与 3 m 的管道，土压力大小比较规律总体较为类似，但 1.5 m 管径下的偏差显著扩大，如埋深 2 m 时，棱柱荷载和 Marston 荷载分别最大为峰值/均值土压力的 1.4/1.59 和 1.24/1.4 倍。管径 0.5 m 的小直径管道，由于其土压力分布变化幅度较大，使得峰值与均值土压力存在较大差异。棱柱荷载除在埋深浅、径厚比特别小时，可能稍低于峰值土压力，其余情况下均远大于峰值/均值土压力，且埋深越深，径厚比越大，越显著。而 Marston 荷载在径厚比小时，远低于峰值土压力，但与均值土压力较为接近。

国内外研究多以小直径管道为研究对象，其径厚比及埋深通常较小，此时 Marston 荷载结果远小于土压力峰值，而棱柱荷载的安全性较高且计算简便，故多推荐采用棱柱荷载进行埋地钢管的结构设计。但对大直径管道而言，高埋深下 Marston 荷载大小与实际较为接近且总体偏大，而棱柱荷载明显过大，故对大直径、高埋深的管道，土压力计算可考虑采用 Marston

荷载。

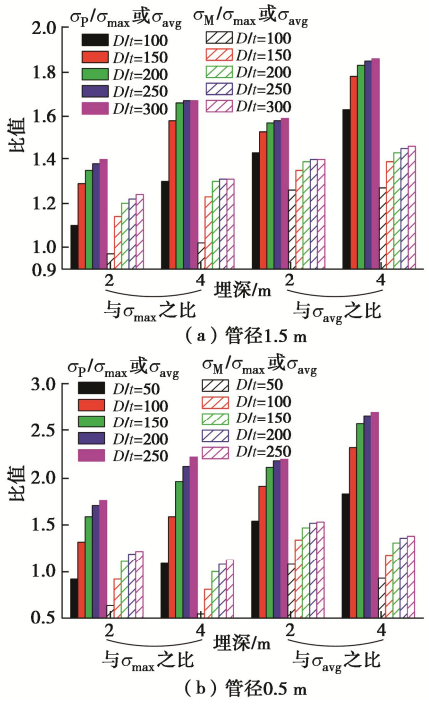


图 6 棱柱荷载 σ_p、Marston 荷载 σ_M 与有限元结果的比较

Fig. 6 Comparison of prism load σ_p and Marston load σ_M with finite element results

3.2 相关参数的敏感性分析

以管径 3 m 的埋地钢管为例，埋深取 2 m、径厚比取 200，对回填土变形模量、泊松比、沟槽侧壁土–土摩擦系数及沟槽宽度进行敏感性分析。基于规范及工程经验，计算时回填土变形模量取 3～9 MPa；回填土泊松比取 0.25～0.42；土–土摩擦系数取 0.2～0.8[18, 20]。基于 ASCE No.119 的建议，上述分析采用的沟槽宽度 B 均为 2 倍管径，但工程中沟槽宽度的确定多基于施工条件，如按 GB50268 确定的最小沟槽宽度 B/D 约为 1.5，分析时适当扩大 B/D 范围取 1.5～3。

各参数下的土压力分布如图 7 所示。可以看出，回填土模量的增加使得土压力减小，这是由于土体模量越大，填土越紧密，从而更易形成整体，起到一定的拱效应。泊松比、土–土摩擦系数与变形模量的土压力变化规律较为类似，在此不再赘述。对比第 2 节模型结果，回填土变形模量、泊松比和土–土摩擦系数的改变，分别使峰值土压力在原模型的基础上变化 −7.6%～5.5%、−5.2%～6.1%、−6.1%～10%，均在 10% 以内。沟槽越宽，沟槽侧壁的影响越小，管道所受的土压力逐渐增大，但峰值土压力波动范围仅为 −12.1%～14.2%。此外，对于埋深 4 m 的情况同样进行了参数敏感性分析，结果与上述分析类似。因此，工程实践中，为改善管道受力条件，应尽可能的提高回填土的材料性能、增加回填土与原状土的接触面粗糙程度及采用较窄的沟槽，以减轻土压力。

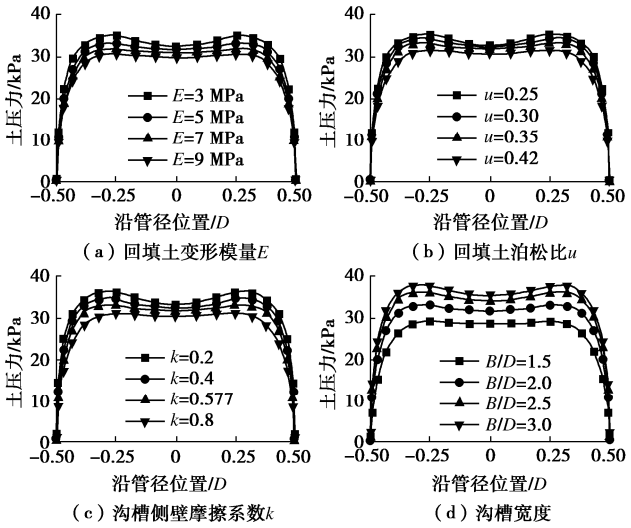


图 7 相关参数的敏感性分析

Fig. 7 Sensitivity analysis of related parameters

4 盆式土压力模型

以往的土压力分布多假定为均匀或抛物线形式，而大直径管道的基本形式为“倒盆形”，与传统假定存在较大区别。为此，本文提出一种新型的土压力计算模型–盆式模型，来模拟大直径管道的土压力分布，计算图式如图 8 所示。

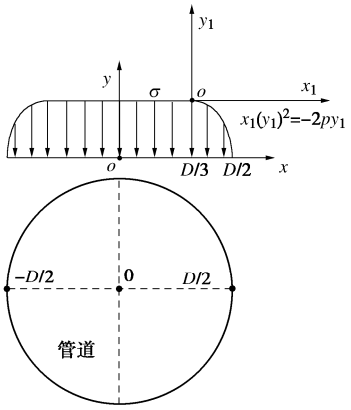


图 8 盆式模型计算图式

Fig. 8 Calculation diagram of basin model

4.1 “直线+抛物线”土压力分布形式

上述分析中土压力分布的界限大体在距离管中心（0.25～0.4）D 处，后经多次试算并考虑计算方便性，在盆式模型中假定以距离管中心 $D/3$ 为界限，在[0，$D/3$]范围内为均匀分布即土压力 σ 为一定值，[$D/3$，$D/2$]为抛物线分布，即采用“直线+抛物线”的盆形来描述大直径管道顶部的土压力分布形式。由于盆式土压力分布关于轴线对称，以图 8 的右半侧为例进行土

压力分布公式推导，过程如下。

当 $0 \leqslant x \leqslant D/3$ 时，

$$y(x)=\sigma \quad , \tag{3}$$

当 $D/3 \leqslant x \leqslant D/2$ 时，在 x_1–y_1 坐标系内，假定抛物线方程为

$$x_1^2=-2py_1 \quad , \tag{4}$$

代入边界条件：$x_1=D/6$，$y_1=-\sigma$，得 $p=D^2/72\sigma$，故在 x_1–y_1 坐标系内，抛物线方程为

$$x_1^2=-\frac{D^2}{36\sigma}y_1 \quad , \tag{5}$$

经坐标变换，

$$\left(x-\frac{D}{3}\right)^2=-\frac{D^2}{36\sigma}(y-\sigma) \quad , \tag{6}$$

在 x-y 坐标系内，抛物线方程变为

$$y(x)=-\frac{36\sigma}{D^2}\left(x-\frac{D}{3}\right)^2+\sigma=-\frac{36\sigma}{D^2}x^2+\frac{24\sigma}{D}x-3\sigma \text{，} \tag{7}$$

故“直线+抛物线”土压力分布形式的公式表达为

$$y(x)=\begin{cases}\sigma & (0\leqslant x\leqslant D/3)\\ -\dfrac{36\sigma}{D^2}x^2+\dfrac{24\sigma}{D}x-3\sigma & (D/3\leqslant x\leqslant D/2)\end{cases}。 \tag{8}$$

4.2　“Marston+胸腔”荷载计算方法

相较于棱柱荷载，Marston 荷载大小总体上较为接近实际土压力，高埋深时优势明显，但低埋深时结果偏小，这是由于以往埋地管道的管径较小，胸腔土体的影响很小，故传统的计算方法并未考虑其影响，但对大直径管道而言，浅埋时胸腔土体的影响很大。假定胸腔土体完全作用于管道，其产生的土压力沿管径均匀分布，计算公式为

$$\sigma=\gamma\left(\frac{D^2}{2}-\frac{1}{2}\pi\frac{D^2}{4}\right)\Big/D=0.107\gamma D \quad 。 \tag{9}$$

为探究胸腔土体的影响程度，将胸腔土体产生的土压力与棱柱荷载进行比较，定义胸腔土压力影响因子 λ 为

$$\lambda=0.107\gamma D/(\gamma H)\times 100\%=0.107D/H\times 100\% 。 \tag{10}$$

可见，D/H 越大，胸腔土体的影响越显著，如管径 3 m、埋深 2 m 时，胸腔土体可在原有棱柱荷载的基础上增加 16.1%的土压力；但当 D/H<1 即管径小于埋深时，其影响低于 10.7%。

工程实践中，小直径管道的管径通常远小于埋深，基本可以忽略胸腔土体的影响，但大直径管道的管径大于埋深的情况较为常见，胸腔土体应予以考虑。因此，针对大直径埋地钢管的特点，以 Marston 荷载为基础，考虑胸腔土体的影响，提出了“Marston+胸腔”荷载计算方法见图 9，计算公式为

$$\sigma=\begin{cases}C_d\gamma B+0.107\gamma D & (D>H)\\ C_d\gamma B & (D\leqslant H)\end{cases}。 \tag{11}$$

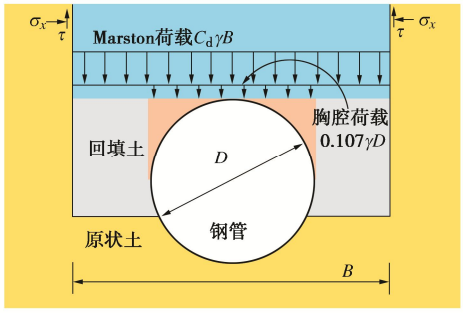


图 9　“Marston+胸腔”荷载计算示意

Fig. 9 Calculation diagram of "Marston + pleura" load

4.3　盆式模型适用性研究

为了研究本文提出的盆式模型的适用性，从管径、埋深及径厚比等方面，将盆式土压力模型的结果与有限元分析计算结果的土压力分布进行对比，比较结果如图 10 所示。可以看出，当径厚比为 100 时，管道承受的土压力最大，受力最为不利，此时模型的吻合程度最高。直线段分布形式能够反应管中心区域土压力平缓变化特性，抛物线段分布形式可体现管腰附近土压力急剧变化情况。总体来看，该模型土压力分布范围基本上能够覆盖管道浅埋、深埋及各种径厚比情况，与有限元结果有较好的贴合度。径厚比越低，贴合程度越好，且对径厚比高、安全风险大的管道，存有较高的安全裕度。

表 2 为各土压力模型与有限元结果（径厚比为 100）的比较。从峰值比较来看，盆式模型为有限元结果的 0.93～1.11 倍，相应的棱柱荷载及 Marston 荷载分别为有限元结果的 0.66～1.57 倍和 0.64～1.04 倍。3 种模型比较而言，传统的棱柱和 Marston 荷载模型在管道埋深很浅时，土压力计算结果明显偏小，而盆式模型精确度有了显著的提升，尤其是在管径特别大的情况下。从均值比较来看，盆式模型为有限元结果的 0.97～1.18 倍，相应的棱柱荷载及 Marston 荷载分别为 0.78～1.94 倍和 0.76～1.31 倍，可见传统模型的土压力均匀分布形式有利有弊，虽能缩小浅埋时计算结果过小的误差，但同时也显著放大了高埋深下计算结果过大的缺陷，相较而言，盆式模型的分布形式更为优越。故无论是峰值比较还是均值比较，盆式模型的总体精确度均远高于传统模型，且适用范围更广。

总体而言，对于管径不小于 1.2 m，径厚比在 100～300 范围内常见的大直径埋地钢管，该模型土压力分布形式较传统模型有了明显的提升，其计算方法较传统模型精确程度更高，适应性更强。其中对于径厚比

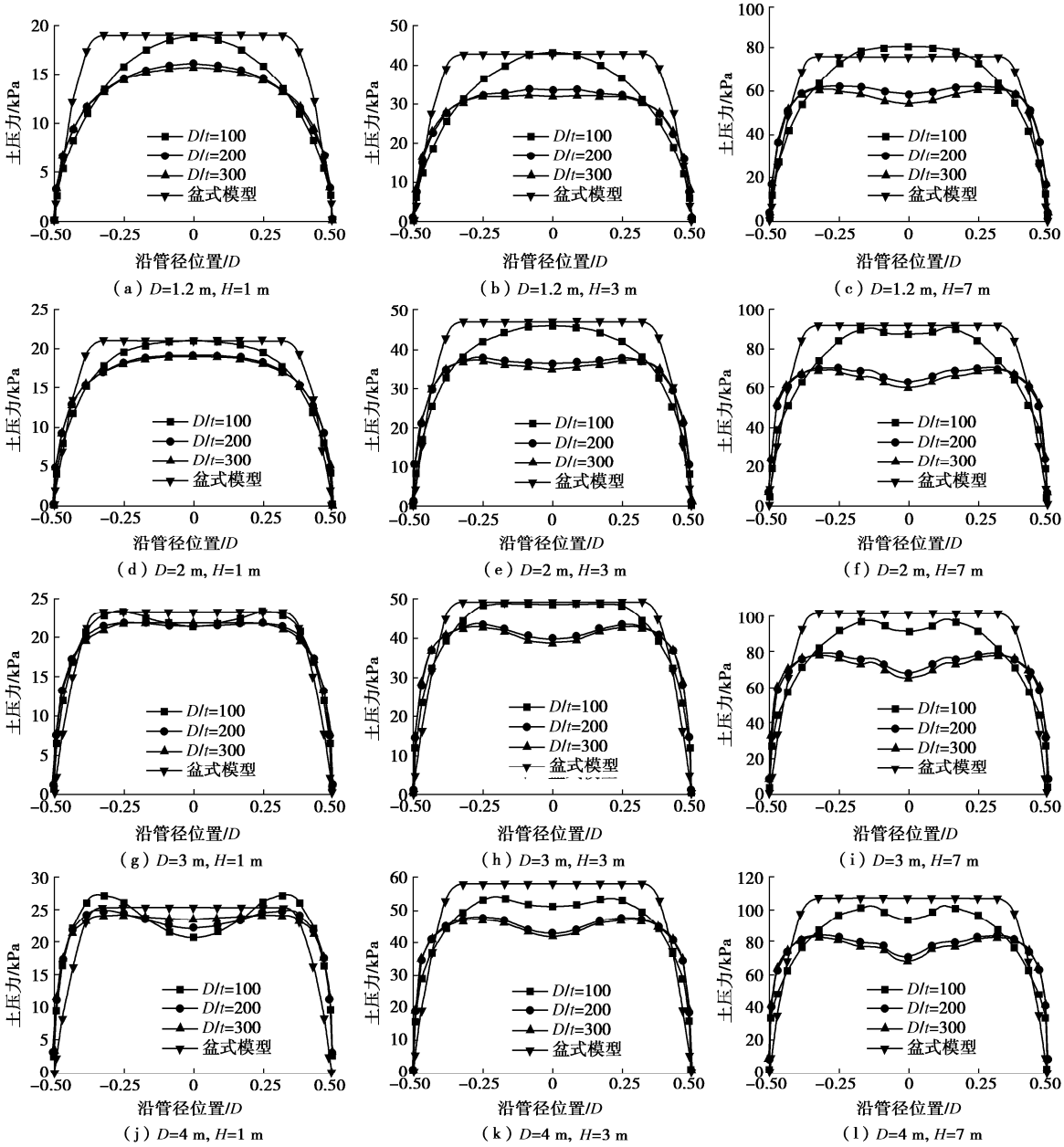


图 10 各管径 D、径厚比 D/t 及埋深 H 下的土压力

Fig. 10 Soil pressures under different pipe diameters D, diameter-thickness ratios D/t, and cover depths H

表 2 各土压力模型与有限元结果（径厚比为 100）的比较

Table 2 Comparison of soil pressure models and finite element results (diameter-thickness ratio of 100)

比较类型	埋深 /m	峰值土压力比较				均值土压力比较			
		管径 1.2 m	管径 2 m	管径 3 m	管径 4 m	管径 1.2 m	管径 2 m	管径 3 m	管径 4 m
盆式模型/有限元结果	1	1.01	1.00	0.99	0.93	1.18	1.07	1.00	0.97
	3	0.99	1.11	1.01	1.08	1.16	1.11	1.02	1.09
	7	0.94	1.01	1.03	1.04	1.03	1.09	1.11	1.10
棱柱荷载/有限元结果	1	0.96	0.86	0.77	0.66	1.26	1.03	0.87	0.78
	3	1.25	1.18	1.11	1.00	1.65	1.43	1.26	1.15
	7	1.57	1.39	1.28	1.23	1.94	1.69	1.55	1.46
Marston 荷载/有限元结果	1	0.88	0.82	0.75	0.64	1.17	0.98	0.85	0.76
	3	0.99	1.02	1.01	0.93	1.31	1.24	1.15	1.07
	7	0.94	1.01	1.03	1.04	1.17	1.23	1.25	1.24

为 100 的管道，误差控制在 20%以内且总体偏大，对于径厚比更高的管道，该模型更为安全。此外，该模型对于小于 1.2 m 或径厚比低于 100 的埋地钢管以及其他埋地柔性管道是否适用，仍值得后续深入探讨。

5 结　论

（1）大/小直径管道的土压力分布基本形式分别为“倒盆形”和抛物线形，两者存在明显不同。径厚比及埋深对土压力影响显著，随着径厚比或埋深的增加，管道竖向收缩变形加剧，加大了胸腔管壁分担的荷载，土压力峰值逐步由管中心位置移向管侧胸腔，但径厚比大于 200 后，土压力变化很小。此外，土压力大小随着回填土变形模量及泊松比、沟槽侧壁土-土摩擦系数的增加而降低，影响程度均在 10%以内；沟槽宽度的影响也较为有限，沟槽越宽，土压力越大。

（2）棱柱荷载和 Marston 荷载假定的均匀分布虽计算简便，但与大直径管道实际明显不符。棱柱荷载在高埋深时结果过大，而 Marston 荷载在低埋深时结果偏小，两种荷载的计算精度及适应性较差。大直径管道浅埋时，胸腔土体的影响需予以考虑。

（3）对于管径不小于 1.2 m 且径厚比不小于 100 的大直径埋地钢管提出了一种新型的管顶土压力计算模型-盆式模型，其荷载分布采用“直线+抛物线”形式，荷载大小按照“Marston+胸腔”荷载计算。该模型能够消减传统模型的缺陷，其土压力分布及大小基本能够覆盖管道浅埋、深埋及多种径厚比情况，计算精度及适应性较好，可为大直径埋地钢管的结构设计及规范制定提供借鉴和参考。

参考文献：

[1] 王　浩, 游进军. 中国水资源配置 30 年[J]. 水利学报, 2016, **47**(3): 265－271, 282. (WANG Hao, YOU Jin-jun. Progress of water resources allocation during the past 30 years in China[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2016, **47**(3): 265－271, 282. (in Chinese))

[2] 中华人民共和国国民经济和社会发展第十四个五年规划和 2035 年远景目标纲要[ER/OL]. [2021-03-23]. https://www.ndrc.gov.cn/xxgk/zcfb/ghwb/202103/t20210323_1270124.html.

[3] 水利水电工程压力钢管设计规范: SL/T 281—2020[S]. 2020. (Design Specification for Steel Penstocks of Water Conservancy and Hydropower Engineering: SL/T 281—2020[S]. 2020. (in Chinese))

[4] 伍鹤皋, 于金弘, 石长征, 等. 水利水电行业回填钢管设计若干问题探讨[J]. 人民长江, 2020, **51**(8): 141－146. (WU He-gao, YU Jin-hong, SHI Chang-zheng, et al. Discussion on some problems in design of buried steel pipe for water conservancy and hydropower industry[J]. Yangtze River, 2020, **51**(8): 141－146. (in Chinese))

[5] MARSTON A, ANDERSON A O. The Theory of Loads on Pipes in Ditches and Tests of Cement and Clay Drain Tile and Sewer Pipes[R]. Bulletin 31, Iowa Engineering Experiment Station, Ames, Iowa, USA, 1913.

[6] American Water Works Association. Steel pipe: A guide for design and installation[S]. 2017.

[7] LI L, DUBÉ J, AUBERTIN M. An extension of Marston’s solution for the stresses in backfilled trenches with inclined walls[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2013, **31**(4): 1027－1039.

[8] SHMULEVICH I, GALILI N, FOUX A. Soil stress distribution around buried pipes[J]. Journal of Transportation Engineering, 1986, **112**(5): 481－494.

[9] 周正峰, 凌建明, 梁　斌. 输油管道土压力分析[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2011(4): 794－797. (ZHOU Zheng-Feng, LING Jian-ming, LIANG Bin. Analysis of earth pressure on oil pipe[J]. Journal of Chongqing Jiao Tong University: Natural Science, 2011(4): 794－797. (in Chinese))

[10] 周正峰, 苗禄伟, 梁　斌. 输油管道土压力影响因素有限元分析[J]. 中外公路, 2014(5): 48－53. (ZHOU Zheng-Feng, MIAO Lu-wei, LIANG Bin. Finite element analysis of influencing factors of soil pressure in oil pipe[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2014(5): 48－53. (in Chinese))

[11] 李永刚. 埋地管道周围土压力分布规律的试验研究[D]. 郑州: 河南工业大学, 2017. (LI Yong-gang. Experimental Study on Earth Pressure Distribution around Buried Pipeline[D]. Zhengzhou: University of Technology, 2017. (in Chinese))

[12] TIAN Y, LIU H, JIANG X, et al. Analysis of stress and deformation of a positive buried pipe using the improved Spangler model[J]. Soils and Foundations, 2015, **55**(3): 485－492.

[13] KAWABATA T, LING H I, MOHRI Y, et al. Behavior of buried flexible pipe under high fills and design implications[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2006, **132**(10): 1354－1362.

[14] KAWABATA T, MOHRI Y, TAMURA H, et al. Field test for buried large steel pipes with thin wall[C]// Pipelines 2006: Service to the Owner 2006, Chicago.

[15] 伍鹤皋, 于金弘, 石长征, 等. 大直径回填钢管管土相互作用研究[J]. 天津大学学报（自然科学与工程技术版）, 2020, **53**(10): 1053－1061. (WU He-gao, YU Jin-hong, SHI Chang-zheng, et al. Pipe-soil interaction of large-diameter buried steel pipe[J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 2020, **53**(10): 1053－1061. (in Chinese))

[16] WU H G, YU J H, SHI C Z, et al. Pipe-soil interaction and sensitivity study of large-diameter buried steel pipes[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2021, **1**(12): 793－804.

[17] 周 敏, 杜延军, 王 非, 等. 地层沉陷中埋地 HDPE 管道力学状态及模型试验分析[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(2): 253－262. (ZHOU Min, DU Yan-jun, WANG Fei, et al. Physical modeling of mechanical responses of HDPE pipes and subsurface settlement caused by land subsidence[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(2): 253－262. (in Chinese))

[18] 给水排水工程埋地钢管管道结构设计规程: CECS 141—2002[S]. 2002. (Specification for Structural Design of Buried Steel Pipeline of Water Supply and Sewerage Engineering: CECS 141—2002[S]. 2002. (in Chinese))

[19] 给水排水管道工程施工及验收规范: GB 50268—2008[S]. 2008. (Code for Construction and Acceptance of Water and Sewerage Pipeline Works: GB 50268—2008[S]. 2008. (in Chinese))

[20] 化建新, 郑建国, 王笃礼, 等. 工程地质手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018. (HUA Jian-xin, ZHENG Jian-guo, WANG Du-li, et al. Engineering Geology Manual [M]. Beijing: China Architecture & Building Press. (in Chinese))

[21] 袁聚云, 钱建固, 张宏鸣, 等. 土质学与土力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2015. (YUAN Ju-yun, QIAN Jian-gu, ZHANG Hong-ming, et al. Soil Preoperties and Soil Mechanics[M]. Beijing: China Communications Press. (in Chinese))

[22] WHIDDEN W R. Buried Flexible Steel Pipe: Design and Structural Analysis[S]. 2009.

[23] 李新慧. 天然气埋地管道沉降的有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊 1): 259－263. (LI Xin-hui. Finite element analysis of settlement of buried natural gas pipelines[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S1): 259－263. (in Chinese))

[24] MEGUID M A, YOUSSEF T A. Experimental investigation of the earth pressure distribution on buried pipes backfilled with tire-derived aggregate[J]. Transportation Geotechnics, 2018, **14**: 117－125.

[25] 埋地塑料给水管道工程技术规程: CJJ 101—2016[S]. 2016. (Technical Specification for Buried Plastic Pipeline of Water Supply Engineering: CJJ 101—2016[S]. 2016. (in Chinese))

[26] 日本水門鉄管協会. 水門鉄管技術基準[S]. 2007. (Hydraulic Gate and Penstock Association. Technical Standards for Gates and Penstocks[S]. 2007. (in Japanese))

DOI：10.11779/CJGE202203014

考虑温度效应和纤维加筋作用的垃圾土热-弹塑性本构模型

李修磊[1,2]，施建勇[2]，姜兆起[2]，李玉萍[2]

（1. 重庆交通大学山区公路水运交通地质减灾重庆市高校重点实验室，重庆 400074；2. 河海大学岩土工程研究所，江苏 南京 210024）

摘 要：考虑填埋场内垃圾土成分的复杂性和有机质降解产热导致的温度升高，根据不同温度不同纤维材料含量垃圾土的三轴试验结果，表明温度和纤维材料是影响垃圾土力学特性的关键因素，由此将垃圾土看作是类土材料和纤维材料的复合体。荷载作用下垃圾土的力学特性取决于类土材料和纤维材料的共同作用，认为温度变化只影响垃圾土的体积变形，提出了考虑温度效应的塑性体应变的硬化规律和纤维材料加筋作用的演化方程。通过构建一个新的反映温度效应和纤维加筋作用的塑性势函数，并依据相关联流动性法则导出了适用于垃圾土的热-弹塑性本构模型。通过对比文献中已有垃圾土的三轴试验结果，表明模型计算值与试验结果具有较高的吻合程度，能够很好地模拟垃圾土应力－应变曲线上翘和体应变持续增加的变化特征，以及较高围压下强度较大、较高纤维含量强度较大、较高温度下强度较小的垃圾土力学特性；在体积变形预测方面，模型计算值与试验结果虽有所偏差，但还是较好地捕捉到了较高围压下体应变较小、较高纤维含量体应变有所增大、较高温度下体应变略大的变形特征。由此可见，所建垃圾土的本构模型能够较为准确地反映围压、纤维含量以及温度对垃圾土应力－应变关系特性的影响规律，有效验证了模型的合理性。

关键词：城市生活垃圾土；温度效应；纤维加筋作用；本构模型；应力－应变关系

中图分类号：TU452 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0523－10

作者简介：李修磊(1986—)，男，博士，副教授，主要从事岩土工程方面的教学和科研。E-mail: hellolixiulei@163.com。

Thermo-elastoplastic constitutive model for municipal solid waste (MSW) considering temperature effects and fiber reinforcement

LI Xiu-lei[1, 2], SHI Jian-yong[2], JIANG Zhao-qi[2], LI Yu-ping[2]

(1. Key Laboratory of Geological Hazards Mitigation for Mountainous Highway and Waterway, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China)

Abstract: Considering the composition complexity of municipal solid waste (MSW) and the temperature rise caused by degradation of organic matters, according to the triaxial test results of MSW with different fiber contents under different temperatures, it is shown that the temperatures and fiber materials are the key factors affecting the mechanical properties of MSW. Therefore, MSW can be regarded as a composite of soil-like materials and fiber materials, whose mechanical properties depend on the combined interaction of the two materials. It is assumed that the temperatures only affect the volumetric deformation of MSW, and the fiber reinforcement effects are gradually apparent during loading. Based on this, the hardening law of plastic volumetric strain considering the temperature effects and the evolution equation reflecting the reinforcement effects of fiber materials are both proposed. Through the new plastic potential function developed with reflecting the effects of the temperatures and fiber reinforcement, the thermo-elastoplastic constitutive model is derived for MSW using the associated flow rule. Compared with the test results of different MSW, those of the proposed model are in good agreement with the test data. The main features of upward curvature of stress-strain curves and continuously increasing volumetric strain with axial stain are better reproduced by the proposed model as well as other mechanical properties of MSW such as the greater strength under higher confining pressure, greater strength with higher fiber content, and lower strength at higher temperatures. Although the calculations of the proposed model have some deviation from the test results in terms of volume change behaviors, the main volume deformation characteristics of MSW are well captured by the proposed model, including the smaller volumetric strain under higher confining pressure, lager volumetric strain with higher fiber content, and slightly larger volumetric strain at higher temperature. In conclusion, the proposed model can

基金项目：国家自然科学基金青年基金项目（41807276，41702290）；国家自然科学基金重点基金项目（41530637）

收稿日期：2021－05－06

accurately reflect the influences of confining pressure, fiber content and temperature on the stress-strain and volumetric strain behavior of MSW, which effectively verifies the retionality of the constitutive model.

Key words: municipal solid waste; temperature effect; fiber reinforcement; constitutive model; stress-strain response

0 引 言

尽管政府颁布了鼓励城市生活垃圾回收和再利用的相关政策，2019 年中国生活垃圾的填埋量仍达到了 1.09 亿吨，约占生活垃圾清运总量的 50%（中国统计年鉴 2020）。填埋场是由衬垫系统、生活垃圾堆体、渗滤液和气体收集系统，以及覆盖层系统等基本单元组成的工程结构。生活垃圾堆体作为填埋场的主体结构，其力学特性事关填埋场稳定和沉降变形。鉴于近些年世界范围内多个填埋场发生失稳事故[1-3]，常用于沉降变形和稳定性分析的数值方法（如，有限元或有限差分）通常需要精确定义垃圾土的应力－应变关系。然而，城市生活垃圾土的组分极其复杂，含有大量的纤维材料和有机物，纤维材料的加筋、有机物的降解产热导致温度升高等特性都给描述其力学行为增加了困难。传统的土体本构模型[4-5]，并不能很好地反映垃圾土的力学性能（如，应力－应变曲线上翘，及体应变持续增加的应变硬化特征）。因此，有必要针对垃圾土的力学特性建立更为合理的本构模型。

近年来，已有学者通过考虑垃圾土自身独有的力学性质，在垃圾土本构模型方面开展了一些有价值的研究工作。为了方便应用，最初主要是建立了垃圾土的非线弹性模型[6-7]；然后，Babu 等[8-9]在修正剑桥模型的基础上考虑应力历史、蠕变和生物降解的影响，提出了基于临界土力学理论的弹塑性模型。Machado 等[10]将垃圾土看作是由纤维（如，塑料、纺织品及类似材料）和泥状物（如，有机化合物、橡胶、玻璃和其他类土材料）组成的两相体，分别采用理想弹塑性模型和修正剑桥模型描述，再将两种模型叠加建立了复合模型。而后，Machado 等[11-12]又对该复合模型拓展，考虑了垃圾土的降解特性；Chang 等[13]基于同样的思路，建立了考虑动荷载效应的塑性边界面复合模型。Lü 等[14]通过构建幂函数形式的屈服方程，并基于非关联流动法则，提出了描述垃圾土试验中膨胀行为的剪切硬化模型，但没有考虑纤维的加筋作用。李修磊等[15]通过构建反映纤维材料加筋作用的塑性势函数，建立了适用于垃圾土的弹塑性本构模型，该模型虽然能够较好模拟垃圾土的应力－应变关系的非线性特征，但在体积变形方面预测效果较差。

现有研究发现，垃圾土中有机物降解会引发填埋场内部温度升高[16-17]，可达 60℃～80℃，会导致垃圾土的剪切强度降低[18]。综合上述，温度和纤维材料是影响垃圾土力学性能的关键，而现有的垃圾土本构模型均未考虑温度效应的影响，将纤维看作为理想弹塑性材料与实际并不相符，本文将通过构建考虑温度效应和纤维加筋作用的塑性势函数，提出适于描述垃圾土力学行为的热-弹塑性本构模型。

1 模型的理论框架

荷载作用下垃圾土的力学性质由垃圾土的中纤维成分（称为纤维加筋相，包括塑料、纺织品及其类似材料）和类土材料（称为基本相，除纤维成分之外剩余的物质）两部分共同控制。考虑温度和纤维加筋作用的影响，构建垃圾土的本构模型时基于以下几点假定：①三轴荷载作用下基本相和纤维相的平均正应力相同，总的偏应力为两相各自的偏应力之和；②垃圾土的孔隙变化只与基本相有关，不考虑纤维相的体积变化；③温度变化只影响垃圾土的体应变，而剪应变不受影响。

1.1 温度影响的前期固结压力

垃圾土降解主要是微生物作用下有机质（特别是厨余垃圾）消耗的过程，并伴随着水和气体的产生。相关研究表明，垃圾土降解最适宜的温度在 40℃左右，低于 20℃或高于 50℃时垃圾土降解受温度变化的影响很小[19]；固结压力也会影响垃圾土的降解[20]。因此，温度对垃圾土降解的影响很难通过前期固结压力的变化来反映。随着降解程度的加深，垃圾土中类土材料（纤维材料）含量会逐渐减少（增加）[12]，将不同降解阶段垃圾土的物理力学参数代入到拟建的模型中即可，因而不考虑垃圾土的降解也是可行的。

温控条件下等向压缩试验表明[21-22]，温度升高时在 e－ln$p$ 坐标内土体的正常固结线（NCL）向孔隙比小的方向平移，土体的压缩指标不受影响，并且认定温度升高引起的体积变化不可恢复，如图 1 所示。图 1 中整个压缩试验过程 $A\rightarrow B\rightarrow C$ 属于应力产生压缩变形（即，力学固结）；$B\rightarrow D$ 属于温度升高产生的压缩变形（即，热固结）。如图 1 所示，λ 和 κ 分别为正常固结线和回弹线的斜率；e_0 为垃圾土的初始孔隙比；Δe 为孔隙比的变化量；Δe^{e} 和 Δe^{p} 分别为孔隙比变化量的弹性部分和塑性部分；p 为平均正应力。力学固结过程 $A\rightarrow B\rightarrow C$ 产生的体应变 ε_{v}，为

$$\varepsilon_{\mathrm{v}}=\frac{\Delta e}{1+e_0}=\frac{\lambda}{1+e_0}\ln\left(\frac{p_C}{p_A}\right)=\frac{\lambda}{1+e_0}\ln\left(\frac{p_C}{p_B}\cdot\frac{p_B}{p_A}\right)$$

$$= \frac{\lambda}{1+e_0}\left[\ln\left(\frac{p_C}{p_B}\right)+\ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)\right] \quad 。 \qquad (1)$$

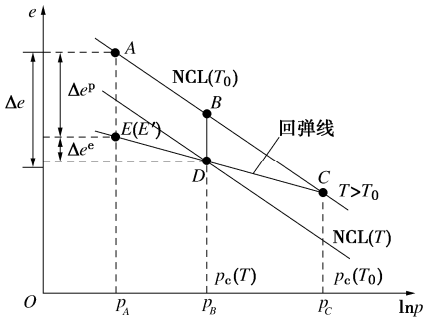


图 1 不同温度下垃圾土的正常固结线和回弹线

Fig. 1 Diagram of normal consolidation line and swelling line of MSW under different temperatures

在 e－ln$p$ 坐标中，参考温度 T_0 下从 A 点等向压缩至 C 点后再回弹至 E 点，得到的塑性体应变等于压缩—升温—回弹—降温路径 $A\rightarrow B\rightarrow D\rightarrow E'\rightarrow E''$（其中，$E'\rightarrow E''$ 为降温过程，E 与 E'' 重合）的塑性体应变。其中，CD 称为加载屈服线[23]。Laloui 等[21]和 Zhou 等[24]分别建立了加载屈服线的表达式，前者认为固结应力与温度的对数呈线性关系，后者认为固结应力与温度呈指数衰减关系，其实这两种关系的变化趋势是一致的。为了简便，采用后者提出的关系表达式如下：

$$\frac{p_B}{p_C}=\frac{p_c(T)}{p_c(T_0)}=\exp\left[-\alpha\left(\frac{T}{T_0}-1\right)\right] \quad , \qquad (2)$$

式中，α 表示温度对垃圾土前期固结压力的影响参数，可看作为垃圾土的膨胀系数，可利用不同温度下的等压固结试验获得，取 0.04～0.08。

1.2　弹性应变增量

结合图 1 所示，将式（2）代入式（1）中，得到垃圾土的弹性应变和塑性体应变分别为

$$\varepsilon_v^e=\frac{\Delta e^e}{1+e_0}=\frac{\kappa}{1+e_0}\left[\ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)+\alpha\left(\frac{T}{T_0}-1\right)\right] \quad , \qquad (3)$$

$$\varepsilon_v^p=\frac{\Delta e^p}{1+e_0}=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\left[\ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)+\alpha\left(\frac{T}{T_0}-1\right)\right] \quad 。 \qquad (4)$$

垃圾土的弹性体应变增量，为

$$\mathrm{d}\varepsilon_v^e=\frac{\Delta e^e}{1+e_0}=\frac{\kappa}{1+e_0}\left[\frac{\mathrm{d}p}{p}+\alpha\cdot\frac{\mathrm{d}T}{T_0}\right] \quad 。 \qquad (5)$$

轴对称条件下，垃圾土的平均正应力 p、偏应力 q、径向应变 ε_3 和剪应变 ε_s 分别表示为

$$p=(\sigma_1+2\sigma_3)/3 \quad , \quad q=\sigma_1-\sigma_3 \quad , \qquad (6)$$

$$\varepsilon_3=1-\sqrt{\frac{(1-\varepsilon_v)}{(1-\varepsilon_1)}} \quad , \quad \varepsilon_s=\frac{2}{3}(\varepsilon_1-\varepsilon_3) \quad 。 \qquad (7)$$

式中，σ_1 和 σ_3 分别为轴向应力和径向应力，ε_v 和 ε_1 分别为体应变和轴向应变，均可通过三轴试验测得。

垃圾土中基本相和纤维加筋相的弹性剪应变增量，分别为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{sb}^e=\frac{\mathrm{d}q_b}{3G_b}=\frac{2(1+\mu_b)}{9(1-2\mu_b)}\frac{\kappa}{1+e_0}\frac{\mathrm{d}q_b}{p} \quad , \qquad (8)$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{sf}^e=\frac{\mathrm{d}q_f}{3G_f}=\frac{2(1+\mu_f)}{3E_f}\mathrm{d}q_f \quad 。 \qquad (9)$$

式中　$\mathrm{d}\varepsilon_{sb}^e$ 和 $\mathrm{d}\varepsilon_{sf}^e$，$\mathrm{d}q_b$ 和 $\mathrm{d}q_f$，G_b 和 G_f，μ_b 和 μ_f 分别为基本相和纤维相的弹性剪应变增量、偏应力增量、剪切模量、泊松比（不随温度变化）；E_f 表示为纤维相的弹性模量，随温度升高逐渐衰减趋势，表达式为

$$E_f(T)=E_f(T_0)\left[1-\xi\ln\left(\frac{T}{T_0}\right)\right] \quad , \qquad (10)$$

式中，ξ 表示温度影响纤维材料弹性模量的参数。

参考文献[10]，假定基本相和纤维相的弹性剪应变增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{sb}^e$ 和 $\mathrm{d}\varepsilon_{sf}^e$ 满足如下关系：

$$\mathrm{d}\varepsilon_s^e=V_b\mathrm{d}\varepsilon_{sb}^e+V_f\mathrm{d}\varepsilon_{sf}^e; \quad \mathrm{d}\varepsilon_{sf}^e=f_m\cdot\mathrm{d}\varepsilon_{sb}^e \quad 。 \qquad (11)$$

式中　$\mathrm{d}\varepsilon_s^e$ 为垃圾土总的弹性剪应变增量；V_b 和 V_f 分别表示垃圾土的基本相和纤维相的体积所占百分比，$V_b+V_f=1.0$；f_m 随着应力比 $\eta=q/p$ 的增加逐渐增大，满足如下关系：

$$f_m=\frac{2}{\pi}\arctan\left[\left(\frac{q}{p}\right)^n\right] \quad 。 \qquad (12)$$

图 2 给出了 n 取不同值时，f_m 随 η 的变化关系曲线，考虑荷载作用下纤维材料在垃圾土中的加筋作用是逐渐显现的过程，且在初始阶段起到的加筋作用很小，根据文献[10]和文献[12]，通常取 n=2.0。

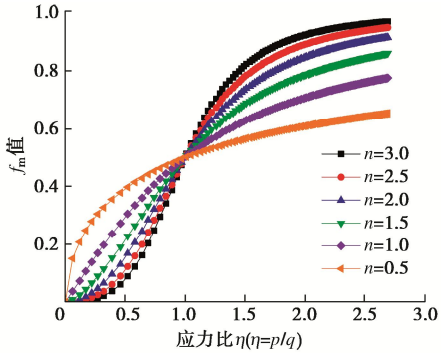


图 2 f_m 值随应力比 η 的变化关系曲线

Fig. 2 Curves of f_m value versus stress ratio η

由前述假定（2）可知：

$$q=q_b+q_f \quad , \quad \mathrm{d}q=\mathrm{d}q_b+\mathrm{d}q_f \quad , \qquad (13)$$

式中，q 和 $\mathrm{d}q$ 分别为垃圾土的总偏应力及其增量。

令，$A=\frac{2(1+\mu_b)}{9(1-2\mu_b)}\frac{\kappa}{1+e_0}$，$B=\frac{2(1+\mu_f)}{3E_f}$。联立式（8），（9），（11）和（13），可得

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e}}=\frac{AB(V_{\mathrm{b}}+V_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})}{Bp+Af_{\mathrm{m}}}\mathrm{d}q \quad 。 \tag{14}$$

1.3 塑性势函数的构建

将垃圾土中纤维相承担的偏应力 q_{f} 与平均正应力 p 的比值记作 R_{f}（R_{f}，可看作是纤维材料的加筋作用参数），即

$$R_{\mathrm{f}}=q_{\mathrm{f}}/p \quad 。 \tag{15}$$

垃圾土总的塑性剪应变 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}$、基本相和纤维相的塑性剪应变 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sb}}^{\mathrm{p}}$ 和 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{p}}$ 同样存在如式（9）形式的关系，如下：

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}=V_{\mathrm{b}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sb}}^{\mathrm{p}}+V_{\mathrm{f}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{p}} \quad ， \quad \mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{p}}=f_{\mathrm{m}}\cdot\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sb}}^{\mathrm{p}} \quad 。 \tag{16}$$

由式（16），可得

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sb}}^{\mathrm{p}}=\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}{1-V_{\mathrm{f}}(1-f_{\mathrm{m}})}=\beta\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}} \quad , \tag{17}$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{p}}=\frac{f_{\mathrm{m}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}{1-V_{\mathrm{f}}(1-f_{\mathrm{m}})}=\beta f_{\mathrm{m}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}} \quad , \tag{18}$$

式中，$\beta=1/[1-V_{\mathrm{f}}(1-f_{\mathrm{m}})]$。

由假设条件（3），温度变化只影响垃圾土的体应变，而剪应变不受影响。令 $\theta=\exp\left[-\alpha\left(T/T_0-1\right)\right]$，$\theta$ 为小于 1 的正数。参考修正剑桥模型塑性功的函数形式，考虑温度效应和纤维材料的加筋作用，结合式（2），（15），（17）和（18），构建一个新的适用于垃圾土的塑性功耗散函数，如下：

$$\begin{aligned}\mathrm{d}W_{\mathrm{p}}&=\theta p\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}+q\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}\\&=\theta p\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}+q_{\mathrm{b}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sp}}^{\mathrm{p}}+q_{\mathrm{f}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{p}}\\&=\theta p\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}+(q_{\mathrm{b}}+q_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})\beta\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}\\&=p\left[\theta^2(\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}})^2+(M_{\mathrm{b}}+R_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})^2\beta^2(\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}})^2\right]^{1/2},\end{aligned} \tag{19}$$

式中，M_{b} 为基本相的临界状态应变比，不受纤维加筋作用的不影响。

整理式（19），并由塑性势函数与塑性应变增量正交的条件（$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}/\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}=-\mathrm{d}q/\mathrm{d}p$），可得

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p}+\frac{\left[(M_{\mathrm{b}}+R_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})\beta\right]^2p^2-q^2}{2\theta pq}=0 \quad 。 \tag{20}$$

求解微分方程（20），可得

$$(2\theta-1)q^2+\left[(M_{\mathrm{b}}+R_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})\beta\right]^2p^2-Cp^{\frac{1}{\theta}}=0 。 \tag{21}$$

根据塑性势面的特点，在偏应力 q=0 处塑性剪应变增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}=0$，只有塑性体应变，与等向压缩固结的情况相符；在特征点 $q/p=(M_{\mathrm{b}}+R_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})\beta$ 处，塑性体应变增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=0$，如图 3 所示。

采用相关联流动法则，屈服面函数 f 与塑性势函数 g 相同，由式（21）可得屈服面函数，为

$$f=(2\theta-1)q^2+\left[(M_{\mathrm{b}}+R_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}})\beta\right]^2p^2\left[1-\left(\frac{p}{p_{\mathrm{c}}}\right)^{\frac{1-2\theta}{\theta}}\right]=0 \quad 。 \tag{22}$$

由式（22）可以看出，当不考虑温度效应和纤维材料的加筋作用（即，θ=1.0 和 R_{f}=0）时，该屈服面方程将退化为修正剑桥模型，如图 3 所示。由图 3（a）可以看出，当不考虑纤维的加筋作用时，屈服面的形状随着 θ 的减小（即，温度的升高）由椭圆形状逐渐演变成蛋壳形状，且逐渐向内收缩；由图 3（b）可以看出，随着纤维加筋作用的增强，垃圾土的屈服面逐渐向外扩展（即，$R_{\mathrm{f}}f_{\mathrm{m}}$ 值越大，屈服面越膨胀），临界状态线的斜率逐渐增大。

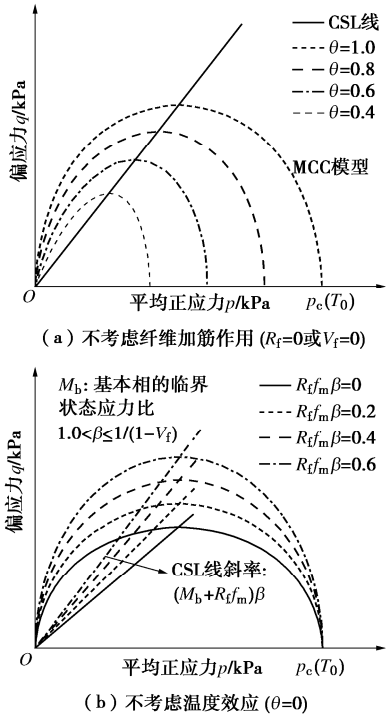


图 3 在 p-q 平面上垃圾土的屈服面形状

Fig. 3 Yielding surfaces of MSW on p-q plane

1.4 塑性应变增量

在临界土力学理论的框架下，前期固结压力 p_{c} 是土体体积变化的函数，考虑温度作用后，由式（4）可得到硬化规律，如下：

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=\frac{\Delta e^{\mathrm{p}}}{1+e_0}=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\left[\frac{\mathrm{d}p_c}{p_c}+\alpha\cdot\frac{\mathrm{d}T}{T_0}\right] \quad 。 \tag{23}$$

由屈服面的一致性条件，可得

$$\begin{aligned}\mathrm{d}f=&\frac{\partial f}{\partial p}\mathrm{d}p+\frac{\partial f}{\partial q}\mathrm{d}q+\frac{\partial f}{\partial R_{\mathrm{f}}}\frac{\partial R_{\mathrm{f}}}{\partial\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}+\\&\frac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\frac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial T}\mathrm{d}T+\frac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\frac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=0 \quad 。\end{aligned} \tag{24}$$

由正交条件，塑性体应变增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}$ 和塑性剪应变

增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}$ 可分别表示为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=\Lambda\frac{\partial g}{\partial p}\quad,\quad \mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}=\Lambda\frac{\partial g}{\partial q}\quad, \tag{25}$$

式中，Λ 表示塑性标量因子。

由于 $f(\ )=g(\ )$，联系式（24）和（25）可得

$$\Lambda=-\frac{\left(\dfrac{\partial f}{\partial p}\mathrm{d}p+\dfrac{\partial f}{\partial q}\mathrm{d}q+\dfrac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\dfrac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial T}\mathrm{d}T\right)}{\left(\dfrac{\partial f}{\partial R_{\mathrm{f}}}\dfrac{\partial R_{\mathrm{f}}}{\partial \varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}\dfrac{\partial f}{\partial q}+\dfrac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\dfrac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial \varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}}\dfrac{\partial f}{\partial p}\right)}\quad, \tag{26}$$

将式（26）代入式（25）中，可得

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=\frac{1}{H_{\mathrm{p}}}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\mathrm{d}p+\frac{\partial f}{\partial q}\mathrm{d}q+\frac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\frac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial T}\mathrm{d}T\right)\frac{\partial f}{\partial p}\quad, \tag{27}$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}=\frac{1}{H_{\mathrm{p}}}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\mathrm{d}p+\frac{\partial f}{\partial q}\mathrm{d}q+\frac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\frac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial T}\mathrm{d}T\right)\frac{\partial f}{\partial q}\quad。 \tag{28}$$

式中，$H_{\mathrm{p}}=-\left(\dfrac{\partial f}{\partial R_{\mathrm{f}}}\dfrac{\partial R_{\mathrm{f}}}{\partial \varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}\dfrac{\partial f}{\partial q}+\dfrac{\partial f}{\partial p_{\mathrm{c}}}\dfrac{\partial p_{\mathrm{c}}}{\partial \varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}}\dfrac{\partial f}{\partial p}\right)$，称为塑性模量。将塑性变形与弹性变形相叠加，即可得到荷载作用下垃圾土的整体变形量。

2　模型参数的确定

2.1　纤维材料的体积含量 V_{f}

纤维材料占垃圾土总质量的百分比 m_{f} 相比其体积含量 V_{f}（即，纤维材料体积和干质量与垃圾土总体积和干质量的比值）更容易测得，V_{f} 可采用下式进行计算，如下：

$$V_{\mathrm{f}}=m_{\mathrm{f}}\frac{\gamma_{\mathrm{t}}}{\gamma_{\mathrm{f}}}=m_{\mathrm{f}}\frac{\gamma_{\mathrm{s}}}{(1+\mathrm{e})\gamma_{\mathrm{f}}}\cdot(1-\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}})\quad。 \tag{29}$$

式中　γ_{t} 为垃圾土总的干重度；γ_{f} 为纤维材料的平均重度，通常取 10 kN/m^3；γ_{s} 为垃圾土中所有固相物质的平均重度；$\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}$ 为单位体积的固相物质可压缩的体积变形。

2.2　纤维材料的作用参数 R_{f}

由前述假定可知，荷载作用下垃圾土中的纤维相只是承担部分偏应力，且只产生剪应变。填埋场中尤其是塑料纤维材料对温度非常敏感，温度升高其模量和强度会显著降低[25]。由垃圾土的三轴试验结果[7, 10, 26-27]可知，纤维材料的加筋作用随着轴向压缩变形的增加是逐渐显现的过程。基于此，综合考虑温度和纤维含量的影响，构建纤维材料作用参数 R_{f} 只与塑性剪应变 $\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}$ 相关的演化方程，如下：

$$\begin{aligned}R_{\mathrm{f}}&=\frac{q_{\mathrm{f}}}{p}=a_1\frac{E_{\mathrm{f}}(T)}{E_{\mathrm{f}}(T_0)}\left[\exp(-a_2V_{\mathrm{f}})V_{\mathrm{f}}\right]\eta(\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}})^{a_3}\\&=a_1\left[1-\xi\left(\frac{T}{T_0}\right)\right]\left[\exp(-a_2V_{\mathrm{f}})V_{\mathrm{f}}\right]\eta(\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}})^{a_3}\quad,\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{d}R_{\mathrm{f}}&=a_3a_1\left[1-\xi\left(\frac{T}{T_0}\right)\right]\left[\exp(-a_2V_{\mathrm{f}})V_{\mathrm{f}}\right]\eta(\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}})^{a_3-1}\\&=a_3R_{\mathrm{f}}\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}{\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}\quad,\end{aligned} \tag{31}$$

式中，a_1 表示与纤维材料整体加筋作用相关的参数，a_2 和 a_3 分别表示与纤维材料含量和塑性剪应变相关的参数。

2.3　基本相的临界状态应力比 M_{b}

在偏平面上，临界状态应力比 M_{b} 与罗德应力角 $\hat{\theta}$ 关系表达式[14]，为

$$M_{\mathrm{b}}(\hat{\theta})=M_{\mathrm{b,max}}\left(\frac{2\delta^4}{1+\delta^4+(1-\delta^4)\sin\varphi}\right)^{1/4}\quad, \tag{32}$$

式中，$M_{\mathrm{b,max}}$ 为基本相的临界状态线在 $p-q$ 平面上的斜率，常规三轴压缩荷载下，$\hat{\theta}=30°$；M_{b} 在偏平面上的形状由参数 δ 和 φ 控制，如图 4 所示。由莫尔-库仑准则的偏平面，可知

$$M_{\mathrm{b,max}}=6\sin\varphi/(3-\sin\varphi)\quad, \tag{33}$$

$$M_{\mathrm{b,max}}=6\sin\varphi/(3-\sin\varphi)\quad, \tag{34}$$

式中，φ 为垃圾土中基本相的内摩擦角。

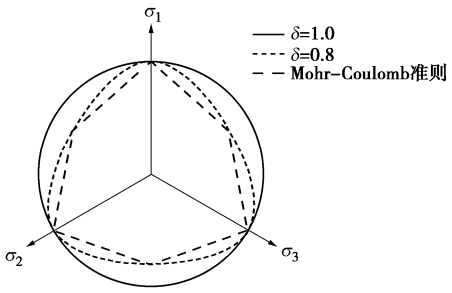


图 4 偏平面上的屈服面（$\varphi=25°$）

Fig. 4 Shape of yielding surface on π plane ($\varphi=25°$)

大量垃圾土试验结果[26-27]表明，垃圾土的莫尔-库仑剪切强度包线具有明显向下凹的非线性特征，说明垃圾土的内摩擦角 φ 随着法向应力 σ_{n} 的增加逐渐减小，并给出了 φ 随 σ_{n} 的变化关系，如下：

$$\varphi=\varphi_{\mathrm{c}}-\Delta\varphi\lg\left(\frac{\sigma_{\mathrm{n}}}{p_{\mathrm{at}}}\right)\quad。 \tag{35}$$

式中　φ_{c} 为法向应力为一个标准大气压下垃圾土中基本相的内摩擦角；$P_{\mathrm{at}}=101.3$ kPa，即为一个标准大气压；$\Delta\varphi$ 为 φ 随 σ_{n} 对数的变化值，可通过对垃圾土中基本相开展三轴试验或直剪试验获得。

根据普通土体的研究成果[28]，考虑温度对 $M_{\mathrm{b,max}}$ 的影响，提出了如下表达式，为

$$M_{\mathrm{b,max}}(T)=M_{\mathrm{b,max}}(T_0)+b(T-T_0)\quad, \tag{36}$$

式中，b 为温度对 $M_{\mathrm{b,max}}$ 的影响参数，非常小，可近似取值为 0。

3 模型验证及分析

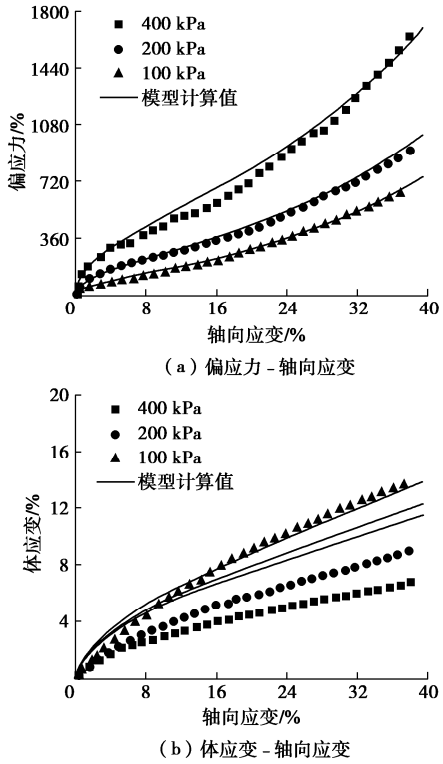
考虑温度和纤维材料加筋作用后，本文所建垃圾土的本构模型共包含 12 个参数。其中，e，λ，κ，μ 和 M_b 等 5 个参数与修正剑桥模型相同；α 为垃圾土的热膨胀系数，ξ 为温度升高导致纤维弹性模量衰减的参数；a_1，a_2 和 a_3 均为与纤维加筋作用相关的参数；φ_c 和 $\Delta\varphi$ 均表示与垃圾土强度相关的参数。以下将通过与不同温度下多种纤维含量的垃圾土三轴试验结果进行对比，进而验证所建模型的有效性和合理性。根据本文所建垃圾土本构模型，编写程序计算得到相应的应力－应变关系，并将计算结果分别与不同围压、不同纤维含量和不同温度作用下垃圾土的三轴试验结果进行对比分析，以充分验证所建垃圾土本构模型的合理性和适用性。

3.1 三轴试验模拟验证

为了检验所建模型的有效性，本文先不考虑温度作用的影响。Machado 等[10]对取自巴西圣保罗某填埋场内垃圾土开展了直径为 200 mm 的三轴试验，其试验结果常被应用于垃圾土本构模型的验证[12, 15]。模型中的参数可直接从文献[10]获取，见表 1。

将不同围压下的模型计算值与垃圾土的三轴试验结果进行对比，如图 5 所示。由图 5（a）可以看出，所建模型计算值与试验结果有很高的吻合程度，能够很好地模拟较大应变水平下应力－应变曲线呈持续增长性上翘的非线性特征，较好地反映了围压对垃圾土应力－应变关系的影响，实现了现有普通土体本构模型（如，剑桥模型或邓肯-张模型）难以模拟较大应变水平下上翘的非线性应力－应变关系。

由图 5（b）可知，模型计算得到的体应变－轴向应变关系与试验结果同样具有较好的一致性，不仅能够实现对垃圾土体应变随轴向应变持续增加的预测，还能够反映较高围压下垃圾土体应变反而较小的变化规律，这也是传统本构模型难以实现的，因此所建模型可真实地反映垃圾土体应变随轴向应变持续增大的应变硬化特征。



（a）偏应力－轴向应变

（b）体应变－轴向应变

图 5 模型计算值与文献[10]中试验结果的对比情况

Fig. 5 Comparison between values by proposed model and test results by Machado et al

3.2 纤维含量的影响

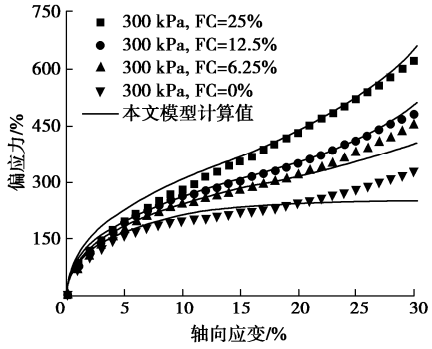
垃圾土的成分复杂多变，不同国家不同地区生活垃圾成分的差异性很大，即使同一填埋场内不同区域的垃圾土成分也会有不同。除了垃圾土的基本物理性质外（如，密度、孔隙比和含水量等），纤维材料含量是影响其力学性质的关键因素[26-27]。为此，Karimpour-Fard 等[26]针对取自巴西萨尔瓦多一填埋场内的新鲜垃圾土样开展了不同纤维材料含量垃圾土的三轴压缩试验（直径 200 mm，重度 8 kN/m^3），试验结果见图 6；Ramaiah 等[27]对取自印度新德里某填埋场内垃圾土进行了不同围压下不同纤维含量垃圾土的三轴压缩试验（直径 70 mm、干重度 7.5 kN/m^3、填埋时间 3～5.5 a），试验结果如图 7 所示。为检验所建模型对不同纤维含量垃圾土试验结果模拟的有效性，以下将模型计算值与上述两文献中三轴试验结果进行对比分析，模型参数见表 1。

表 1 模型参数

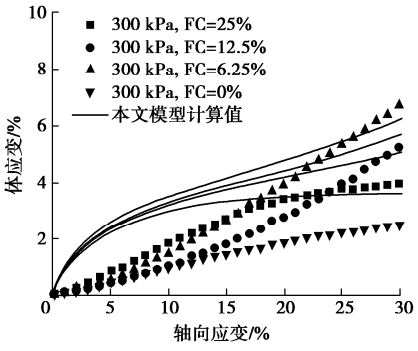
Table 1 Model parameters

文献	λ	κ	μ_b	e_{100}	φ_c/(°)	$\Delta\varphi$/(°)	μ_f	a_1	a_2	a_3	α	ξ
Machado 等[11]	0.163	0.006	0.3	1.93	22.0	3.21	0.45	7.88	0.43	0.138	—	—
Karimpour-Fard 等[23]	0.456	0.030	0.3	2.13	19.2	3.00	0.45	41.46	9.51	0.245	—	—
Ramaiah 等[24]	0.150	0.020	0.3	1.73	28.6	4.87	0.45	15.96	0.30	0.204	—	—
姜兆起[25]	0.327	0.042	0.3	1.62	27.5	0.29	0.45	18.56	0.43	0.131	0.06	0.067

不同围压下，模型计算值分别与文献[26]和文献[27]中不同纤维材料含量垃圾土三轴试验结果的对比情况，如图 6 和图 7 所示。由图 6（a）和图 7（a）可以看出，当纤维含量 FC=0%时，所建本构模型将退化为修正剑桥模型，模型计算得到的偏应力在初始阶段随轴向应变的增加而增大，并逐渐趋近于渐近值；当纤维含量 FC >0%时，垃圾土的偏应力－轴向应变曲线在应变水平较大时出现了上翘形状，且纤维含量越高上翘趋势越明显，说明随着纤维含量的增加垃圾土的应变硬化特征逐渐增强；相同围压下，不同纤维含量垃圾土的应力－应变关系在应变水平较小时差异性很小，随着轴向应变的增加差异性逐渐增大，且纤维含量越高垃圾土的抗剪强度越大，说明在较大应变水平下纤维材料的加筋作用才能得到充分显现。对比模型计算值与试验结果可知，所建垃圾土本构模型很好地铺捉到了上述纤维含量对垃圾土应力－应变关系影响的特点。



（a）偏应力－轴向应变

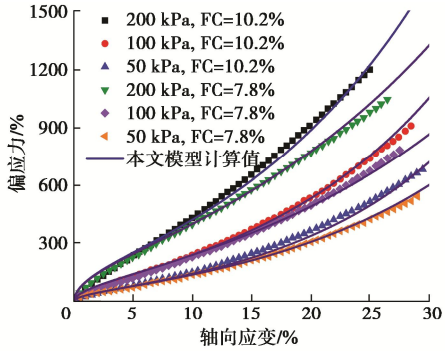


（b）体应变－轴向应变

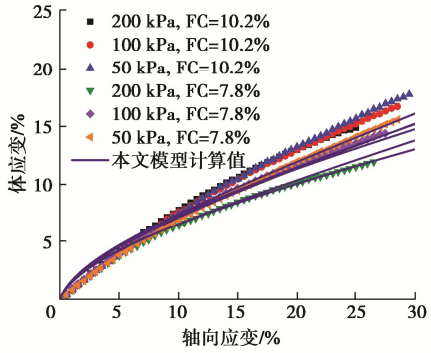
图 6　不同纤维含量垃圾土，模型计算值与文献[26]中试验结果的对比

Fig. 6 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Karimpour-Fard et al[26]

由图 6（b）可以看出，本文模型计算所得垃圾土的体应变－轴向应变关系与文献[26]有较大差距，尤其是应变水平较小时的差距最为明显。具体原因如下：垃圾土中的成分非常复杂且含有一些可压缩的成分[29]，尤其是文献[26]中试验采用了新鲜垃圾样，可压缩成分含量较多，会导致试验结果在初始段的体应变并没有随轴向应变增加而快速增大；不同区域垃圾土的成分差异较大，可压缩成分的含量也不同，所建模型并没有考虑垃圾土中一些成分自身的可压缩性，从而导致模型计算值要大于文献[26]中的试验结果。由图 7（b）可以看出，文献[27]采用了填埋 3～5.5 a 的陈垃圾土样，模型计算值与试验结果有较高的吻合程度。总体而言，模型计算结果能够反映垃圾土体应变随纤维含量增加略有增大的变化特征。



（a）偏应力－轴向应变



（b）体应变－轴向应变

图 7　不同纤维含量垃圾土，模型计算值与文献[27]中试验结果的对比

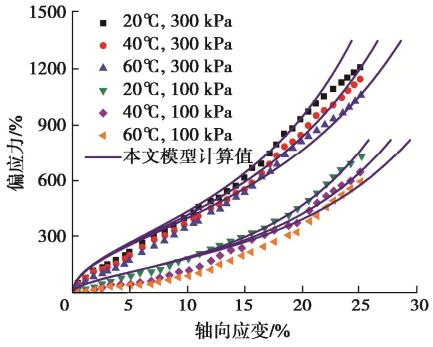
Fig.7 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Ramaiah et al[27]

3.3　温度的影响

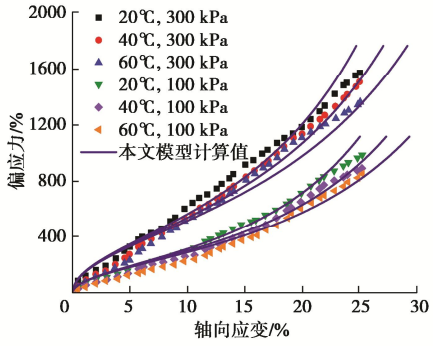
生活垃圾中含量大量的有机物，在填埋之时就便发生降解产热，温度升高如何影响垃圾土的变形强度特性，为此姜兆起[30]开展了不同温度不同围压下垃圾土的三轴压缩试验，结果见图 8。以下将利用表 1 中的模型参数，计算得到了不同温度不同围压下垃圾土的应力－应变关系，并与试验结果进行对比，验证所建垃圾土本构模型的有效性。

由图 8（a），（b）可以看出，随着温度的升高，相同围压下垃圾土在同等应变水平时的偏应力有所降低，抗剪强度下降；不同温度环境下，垃圾土的应力－应变曲线在应变水平较小时非常接近，随着轴向应变的增加应力－应变曲线的差异性逐渐增大。主要原因是垃圾土中大量的塑料纤维材料对温度非常敏感，温度升高会使得其模量和强度降低[18, 25]，从而导致垃圾土的整体抗剪强度降低。同时，也说明初始时

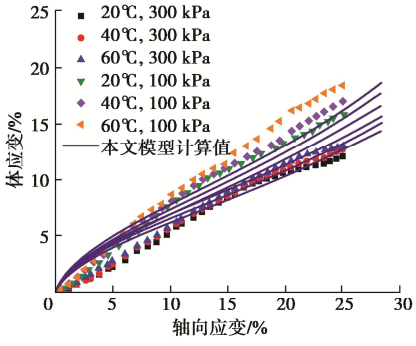
刻垃圾土的强度主要依赖于基本相（即，类土材料），随着轴向应变的增加纤维材料的加筋作用逐渐显现，而较高的温度会使得纤维材料的力学性质降低和物理状态改变，从而导致了较高温度下的垃圾土样在较大应变水平时的抗剪强度有明显降低。对比试验结果可以看出，本文模型的计算值能够较为准确地反映上述温度变化对垃圾土偏应力－轴向应变关系的影响规律。



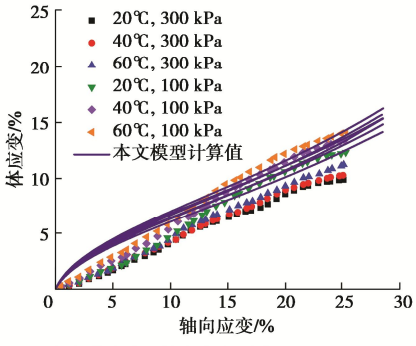
（a）偏应力－轴向应变 (围压: 100和300 kPa)



（b）偏应力－轴向应变 (围压: 200和400 kPa)



（c）体应力－轴向应变 (围压: 100和300 kPa)



（d）体应力－轴向应变 (围压: 200和400 kPa)

图 8 不同温度下，模型计算值与文献[30]中试验结果的对比

Fig. 8 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Jiang[30]

由图 8（c），（d）可以看出，相同围压下，随着温度的升高，垃圾土的剪切变化率有微小增加。可能原因是较高的温度会使垃圾土中一些颗粒成分发生膨胀后占据部分空隙，使得垃圾土在较高温度下的体应变略有增大。对比不同温度下垃圾土的体应变试验曲线，虽然模型计算值与试验结果有一定差异，但所建模型还是能够反映温度对垃圾土体积变形特性的影响规律。

如图 8 所示，本文模型计算值与文献[30]中试验结果的差距主要表现在偏应力（体应变）－轴向应变曲线的初始段，模型计算值大于试验结果，同样是因为模型中没有考虑垃圾土中含有一些成分自身的可压缩性，从而导致相同轴向应变条件下计算得到的偏应力和体应变相对试验结果较大。整体而言，所建模型还是能够较为准确地反映温度变化对垃圾土应力－应变特性影响的特点。

4 结 论

（1）将垃圾土看作是由类土成分的基本相和纤维状材料加筋相组成的复合体，根据温度和纤维含量对垃圾土力学特性的影响，提出了考虑温度效应的塑性体应变硬化规律，以及反映纤维材料加筋作用的演化方程，构建了一个新的同时考虑温度效应和纤维加筋作用的塑性势函数，并依据相关流动性法则推导出了适用于垃圾土的本构模型。

（2）通过对比不同围压、不同纤维材料含量、不同温度作用下垃圾土的试验结果，所建模型能够很好地抓住垃圾土应力－应变曲线上翘的非线性变化特征；体应变随轴向应变持续增加的特点；随着围压的增大，垃圾土强度逐渐增大，体积变形逐渐减小的特点；随着纤维含量的增加，垃圾土强度逐渐增大，体积变形有所增大的特点；随温度升高，垃圾土强度降低，体积变形略有增大的特点。由此可见，所建垃圾土的本构模型具有良好地适用性。

参考文献：

[1] EID H T, STARK T D, EVANS W D, et al. Municipal solid waste slope failure I: waste ans foundation soil properties[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, **126**(5): 408－419.

[2] BLIGHT G. Slope failures in municipal solid waste dumps and landfills: a review[J]. Waste Management & Research, 2008, **26**(5): 448－463.

[3] FENG S J, CHANG J Y, SHI H, et al. Failure of an unfilled

landfill cell due to an adjacent steep slope and a high groundwater level: a case of study[J]. Engineering Geology, 2019: 105320.

[4] SINGH M K, VILAR O M, CARVALHO M F. Application of a hyperbolic model to municipal solid waste[J]. Géotechnique, 2011, **61**(7): 533 – 547.

[5] 柯　瀚, 郭　城, 陈云敏, 等. 考虑降解效应的城市固体废弃物非线性本构模型[J]. 岩土力学, 2014, **35**(5): 1217 – 1223. (KE Han, GUO Cheng, CHEN Yun-min, et al. A nonlinear constitutive model for municipal solid waste considering effects of degradation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(5): 1217 – 1223. (in Chinese))

[6] 陈云敏, 高　登, 朱　斌. 城市固体废弃物的复合指数应力 – 应变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(7): 1020 – 1029. (CHEN Yun-min, GAO Deng, ZHU Bin. Composite exponential stress-strain model of municipal solid waste and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(7): 1020 – 1029. (in Chinese))

[7] 李修磊, 李金凤. 城市生活垃圾土的变形强度特性及其应力 – 应变模型 [J]. 水文地质工程地质, 2016, **43**(5):70 – 75. (LI Xiu-lei, LI Jin-feng. A study of deformation and strength properties and stress-stain model for municipal solid waste (MSW) [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2016, **43**(5): 70 – 75. (in Chinese))

[8] SIVAKUMAR BABU G L, LAKSHMIKANTHAN P, SANTHOSH L G. Shear strength characteristics of mechanically biologically treated municipal solid waste (MBT-MSW) from Bangalore[J]. Waste Management (New York, N Y), 2015, **39**: 63 – 70.

[9] CHOUKSEY S K, SIVAKUMAR BABU G L. Constitutive model for strength characteristics of municipal solid waste[J]. International Journal of Geomechanics, 2015, **15**(2): 04014040.

[10] MACHADO S L, CARVALHO M F, VILAR O M. Constitutive model for municipal solid waste[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering, 2002, **128**(11): 940 – 951.

[11] MACHADO S L, VILAR O M, CARVALHO M F. Constitutive model for long term municipal solid waste mechanical behavior [J]. Computers and Geotechnics, 2008, **35**(5): 775 – 790.

[12] MACHADO S L, VILAR O M, CARVALHO M D F, et al. A constitutive framework to model the undrained loading of municipal solid waste [J]. Computers and Geotechnics, 2017, **85**(2): 207 – 219.

[13] CHANG J Y, FENG S J. A constitutive model for municipal solid waste incorporating bounding surface plasticity and reinforcing effect[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **123**: 103592

[14] LÜ X, ZHAI X, HUANG M. Characterization of the constitutive behavior of municipal solid waste considering particle compressibility[J]. Waste Management (New York), 2017, **69**: 3 – 12.

[15] 李修磊, 施建勇, 李金凤. 考虑纤维加筋作用的城市生活垃圾土弹塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2019, **40**(5): 1916 – 1924. (LI Xiu-lei, SHI Jian-yong, LI Jin-feng. Elastoplastic constitutive model for municipal solid waste considering the effect of fibrous reinforcement[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(5):1916 – 1924. (in Chinese))

[16] HANSON J L, YESILLER N, OETTLE N K. Spatial and temporal temperature ditributions in municipal solid waste landfills[J]. Journal of Environmental Engineering, 2010, **136**(8): 804 – 814.

[17] LUETTICH S M, YAFRATE N. Measuring temperatures in an elevated temperature landfills[C]// Geo-Chicago, Chicago, Illinois, United States, 2016, GSP, Chicago.

[18] STARK T D, AKHTAR K, HUSSAIN M. Stability analysis for a landfill experiencing elevated temperature[C]// Geo-Florida, Orlando, Florida, United States, ASCE, 2010, Orlando.

[19] 姚祖强. 不同温度及含水率条件下垃圾土降解产热研究[D]. 南京: 河海大学, 2021. (YAO Zu-qiang. The Heat Generation of Waste Degradation under Different Initial Temperatures and Water Contents[D]. Nanjing: Hohai University, 2015. (in Chinese))

[20] LIU X, SHI J, QIAN X, et al. One-dimensional model for municipal solid waste (MSW) settlement considering coupled mechanical-hydraulic-gaseous effect and concise calculation [J]. Waste Management (New York), 2011, **31**(12): 2473 – 2483.

[21] LALOUI L, CEKEREVAC C. Thermo-plasticity of clays: An isotropic yield mechanism[J]. Computers and Geotechnics, 2003, **30**: 649 – 660.

[22] FARVERO V, FERRARI A, LALOUI L. Thermo-mechanical volume change behaviour of Opalinus clay[J]. International Journal of Rock Mechanics Mining Sciences, 2016, **90**: 15 – 25.

[23] 姚仰平, 杨一帆, 牛　雷. 考虑温度影响的 UH 模型[J].

中国科学：技术科学，2011，**41**(2)：158－169. (YAO Yang-ping, YANG Yi-fan, NIU Lei. UH model considering temperature effects[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2011, **41**(2): 158－169. (in Chinese))

[24] ZHOU C, NG C W. A thermomechanical model for saturated soil at small and large strains[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, **52**(8): 1101－1110.

[25] KARADEMIR T, FROST J D. Micro-scale tensile properties of single geotextile polypropylene filaments at elevated temperature[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2014, **42**(3): 201－213.

[26] KARIMPOUR-FARD M, MACHADO S L, SHARIATMADARI N, et al. A laboratory study on the MSW mechanical behavior in triaxial apparatus[J]. Waste Management (New York), 2011, **31**(8): 1807－1819.

[27] RAMAIAH B J, RAMANA G V. Study of stress-strain and volume change behavior of emplaced municipal solid waste using large-scale triaxial testing[J]. Waste Management, 2017, **63**: 366－379.

[28] 刘 祎, 蔡国庆, 李 舰, 等. 一个统一描述饱和—非饱和土温度效应的热-弹塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2020, **41**(10): 3279－3288. (LIU Yi, CAI Guo-qing, LI Jian, et al. A unified thermo elstoplastic constitutive model describing the temperature effect of saturated and unsaturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(10): 3279－3288. (in Chinese))

[29] SHARIATMADARI N, MACHADO S L, NOORZAD A, et al. Municipal solid waste effective stress analysis[J]. Waste Management (New York), 2009, **29**(12): 2918－2930.

[30] 姜兆起. 温度影响下高塑料含量垃圾土强度变形特性试验研究[D]. 南京：河海大学，2018. (JIANG Zhao-qi. Experimental Study on the Strength and Deformation Characteristics of MSW with High Plastic Content Under the Influence of Temperature[D]. Nanjing: Hohai University, 2018. (in Chinese))

彩色插图索引

DOI：10.11779/CJGE202203002 一文彩色插图 ……（后插 1）
DOI：10.11779/CJGE202203014 一文彩色插图 ……（后插 1）
DOI：10.11779/CJGE202203005 一文彩色插图 ……（后插 1）
DOI：10.11779/CJGE202203006 一文彩色插图 ……（后插 2）
DOI：10.11779/CJGE202203008 一文彩色插图 ……（后插 3）
DOI：10.11779/CJGE202203010 一文彩色插图 ……（后插 5）
DOI：10.11779/CJGE202203013 一文彩色插图 ……（后插 5）
DOI：10.11779/CJGE202203001 一文彩色插图 ……（后插 6）
DOI：10.11779/CJGE202203018 一文彩色插图 ……（后插 6）
DOI：10.11779/CJGE202203019 一文彩色插图 ……（封 3，封 2）
DOI：10.11779/CJGE202203020 一文彩色插图 ……（封 3）
DOI：10.11779/CJGE202203021 一文彩色插图 ……（封 2）

DOI：10.11779/CJGE202203015

堆载-真空联合预压下的未打穿竖井地基固结理论

田 乙[1,2]，吴文兵*[1,2,3]，张 霖[4]，蒋国盛[1]，宗梦繁[1,2]，梅国雄[1,3]

（1. 中国地质大学工程学院，湖北 武汉 430074；2. 中国地质大学浙江研究院，浙江 杭州 311305；3. 广西大学工程防灾与结构安全教育部重点实验室，广西 南宁 530004；4. 中冶成都勘察研究总院有限公司，四川 成都 610023）

摘 要：针对现有未打穿竖井地基固结计算方法存在的不足，提出一种固结度简化计算方法，将未打穿竖井地基分成包含竖井和不包含竖井的两层土体分别进行计算。该方法基于连续排水边界条件的思想，考虑了上下层土体间的孔压连续性。在堆载–真空联合预压下分别推导得到顶面排水且底面排水（PTPB）和顶面排水且底面不排水（PTIB）条件下的超静孔隙水压力和平均固结度解析解。通过与现有近似法和半解析解的对比分析，验证了本文解答的合理性。基于所得解，探究了堆载–真空联合预压下的未打穿竖井地基的固结性状。结果表明，竖井贯入度越大，土体整体固结速率越快；在考虑真空预压的PTPB条件下，下卧层土体内的真空负压沿深度向下衰减。

关键词：软土地基；未打穿竖井；固结；真空预压；固结度

中图分类号：TU433 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0533－08

作者简介：田 乙(1995—)，男，博士研究生，主要从事软土地基固结理论方面的研究。E-mail：tianyibox@163.com。

Consolidation theory of soft foundation with partially penetrating vertical drains under surcharge-vacuum preloading

TIAN Yi[1, 2], WU Wen-bing[1, 2, 3], ZHANG Lin[4], JIANG Guo-sheng[1], ZONG Meng-fan[1, 2], MEI Guo-xiong[1, 3]

(1. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Zhejiang Institute, China University of Geosciences, Hangzhou 311305, China; 3. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety, Ministry of Education, Guangxi University, Nanning 530004, China; 4. Chengdu Surveying Geotechnical Research Institute Co., Ltd. of MCC, Chengdu 610023, China)

Abstract: Due to the limitations of the existing methods, a simplified method for calculating the consolidation degree for the soft foundation with partially penetrating vertical drains is devised, in which the soil is divided into two layers: an upper layer with vertical drain and a lower layer without vertical drain. The proposed method accounts for the continuity of pore-water pressure between the upper and lower soil layers using the continuous drainage boundary condition. Under a surcharge-vacuum combined load, the analytical solutions to the excess pore-water pressure and consolidation degree are derived based on pervious top with pervious bottom (PTPB) and pervious top with impervious bottom (PTIB) conditions, respectively. The rationality of the present solution is verified by comparing it with the existing simplified methods and semi-analytical solutions. On basis of the present solution, the consolidation behaviors of soft foundation with partially penetrating vertical drains under surcharge-vacuum preloading are investigated. The results show that the whole consolidation rate becomes quick with the increase of penetration degree. When considering the vacuum preloading under PTPB condition, the vacuum negative pressure has attenuation along depth in the lower soil layer.

Key words: soft foundation; partially penetrating vertical drain; consolidation; vacuum preloading; consolidation degree

0 引 言

随着中国的海洋强国战略部署的推进，吹沙造陆工程日益增多，对吹填后的软基处理技术和理论要求也随之提高。目前，竖井法是最经济有效的软基处理办法之一，相关固结理论亟待完善。关于未打穿竖井地基的固结问题，学者们做了大量的研究工作，但至今还未能得到一个精确又实用的固结度计算方法。

基于来自上海主题公园地基处理项目的大量监测数据，Chen等[1]研究表明：对于竖井处理的深厚软土固结问题，竖井下部的固结沉降不可忽略。在未打穿竖井地基中，对竖井贯穿的上层土体的固结度计算，现有竖井固结理论已满足需求，而对于如何很好地考

基金项目：国家自然科学基金项目（51878185，52178321）；浙江省自然科学基金杰出青年项目（LR21E080005）；中国地质大学（武汉）大学生自主创新启航项目（1910491A15）

收稿日期：2021－04－26

*通信作者（E-mail：zjuwwb1126@163.com）

虑下卧层土体的固结这个问题，学者们众说纷纭，提出多种实用的近似计算法，以及较为精确的解析方法。根据张玉国等[2]的总结，现有未打穿竖井地基固结度的近似计算方法主要有 Hart 法[3]、国内常用简化法、陈根媛双层地基法[4]、谢康和改进法[5]。其中，Hart 法、国内常用简化法和谢康和改进法基于同一个简化的固结度公式，主要区别在于下卧层土体固结的竖向排水距离取值不同。这 3 种近似法形式简洁，工程实用性强，但其计算精度仍很难得到保证。根据陈根媛[4]对砂井固结计算的改进建议，张玉国等[2]将砂井范围内的地基三维固结进行等效换算，求出等效的一维固结系数，然后将整个地基视为一个双层地基，按照双层地基固结问题进行等效计算，该方法也被称为“双层地基法”。采用“双层地基法”可得到相对简单的固结度计算公式，但是在其等效转换过程中，采用的三维固结度公式是一个简化的经验公式，一维固结度公式也是一个简化的普遍形式，并不是精确公式，所以难免会造成等效固结系数的计算误差。此外，Ong 等[6]为未打穿排水板地基固结问题提出了一种简化的计算方法，该方法将排水板范围内的土体固结视为 PTIB（顶部排水，底部不排水）条件下的轴对称固结问题，同时将不包含排水板的下卧层土体固结视为顶部排水的一维固结问题，然后，采用 Terzaghi 一维固结理论解答计算下层土体的固结度。为了修正由假设边界条件带来的误差，Ong 等[6]结合数值计算结果提出一个固结度修正系数，但该方法仍存在未能考虑真空预压的作用、未考虑上下土层间的孔压连续性的不足。

在未打穿竖井地基固结的精确解析方面，学者们也做了大量工作。谢康和等[7]考虑下卧层中发生三维渗流，并在该层土中设置虚拟排水井，求解得到未打穿地基固结解析解。基于此虚拟砂井法，郭彪等[8]考虑不同的涂抹区渗透系数变化模式，研究了未打穿砂井地基的固结问题；Geng 等[9]应用 Laplace 变换半解析方法分析了真空-堆载联合预压下的未打穿竖井地基固结问题。Nghia 等[10-11]考虑排水板底部锚定板的不透水特性，将排水板底部设置为不透水边界，并结合上下土层间的渗流连续性条件，先后推导出堆载预压以及堆载联合真空预压下的未打穿竖井地基固结半解析解。Chen 等[12]在自由应变条件下推导了未打穿竖井地基固结问题的半解析解，其中，为了方便求解，对涂抹效应进行了等效转化，并且忽略了固结模型中竖井正下方土体部分。以上解析方法虽然能够得到精确的解析解及半解析解，但因解答的形式复杂，导致工程实用性受限。此外，学者们也应用有限元方法（FEM）来分析未打穿竖井地基固结问题。Indraratna 等[13]采用数值方法分析了未打穿排水板和加载形式对排水板地基固结的影响，Jang 等[14]采用有限元分析方法研究了未打穿竖井地基的长期沉降特性。相较而言，有限元虽功能强大，但应用门槛较高。

综上，现有未打穿竖井地基固结解法中，存在以下问题：①大部分近似解法过于简化，不能较真实反映未打穿竖井地基的固结性状，计算精度有待商榷；②解析解和半解析解的形式十分复杂，实用性不强。基于此，本文旨在为堆载-真空联合预压下的未打穿竖井地基固结提供一种较简化的计算方法。首先，基于连续排水边界[15-16]的思想（即，边界处的孔隙水压力同样遵循一般的固结规律，是随时间是变化的），预设下卧层土体的上排水面（竖井底部处）为连续排水边界，分别推导出上下层土的固结解析解；根据上下土层间的孔压连续性，求得预设的界面参数的近似取值。然后，对比分析本文计算方法与现有计算方法的差异。最后，根据本文解答，探究未打穿竖井地基的固结性状。

1 问题描述

在竖井处理软基实践中，竖井往往不能贯穿整个土层。如图 1（a）所示，土体总厚度为 H，竖井打设深度为 L，下卧层厚度为 h。在土体顶部施加均布荷载 q，同时通过上部砂垫层向竖井抽真空，真空负压为$-p_v$。土体的顶面为透水砂垫层，底面为透水层或不透水层。文中将顶面排水且底面不排水条件记作 PTIB（pervious top and impervious bottom）条件，将顶面排水且底面排水记作 PTPB（pervious top and pervious bottom）条件。

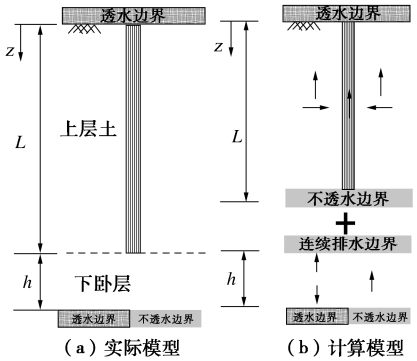


图 1 未打穿竖井地基固结模型

Fig. 1 Consolidation model for ground with partially penetrating vertical drain

如图 1（b）所示，为了方便计算未打穿竖井地基的固结度，将土层分为带竖井的上层土和不带竖井的下卧层单独进行计算。上层土的平均固结度定义为 U_{rz}，下卧层土体的平均固结度定义为 U_z，则整个土体

的平均固结度可表示为[6]

$$U_{\mathrm{av}}=\frac{U_{rz}\cdot L+U_z\cdot h}{L+h}\quad 。\tag{1}$$

由于上部砂垫层和竖井的存在，上层土内既发生竖向排水也发生径向排水。一般情况下，真空预压下的竖井地基中的竖向排水对土体的固结影响较小[17-18]。在实际工程中，一般竖井加固的土层厚度比竖井的间距大得多，故经常忽略竖向排水固结。同时，根据一维固结理论可知，土体内的竖向排水随着深度的增加而减弱。因此，可假定竖井底部处的边界为竖向不排水边界，即

$$\frac{\partial u_1}{\partial z}\Big|_{z=L}=0\quad ,\tag{2}$$

式中，u_1 为上层土内的超孔隙水压力。

如图 1（b）所示，对于下卧土层，假定仅发生竖向排水，但其顶面（竖井底面处）排水条件不明确，并不是完全透水边界，而是孔压随时间变化的。根据连续排水边界的原理[15-16]，可将下卧层顶面处的超孔隙水压力设定为随时间逐渐消散的形式：

$$u_2\big|_{z=L}=(q+p_{\mathrm{v}})\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})-p_{\mathrm{v}}\quad ,\tag{3}$$

式中，u_2 为下卧层中的超孔隙水压力，α 为界面参数。$T_{\mathrm{v}}=C_{\mathrm{v}}t/h^2$ 为竖向固结时间因子，C_{v} 为竖向固结系数，t 为固结时间。由式（3）可看出，下卧层顶面处的超孔隙水压力在初始时刻为 q，随着时间逐渐消散，最终达到施加的真空负压 $-p_{\mathrm{v}}$，此预设边界符合实际固结规律。

在本文拟求解的单井固结模型中，竖井半径为 r_{d}，单个竖井影响区域半径为 r_{e}，竖井周围涂抹区半径为 r_{s}。其它基本假设如下：

（1）土体为饱和土体，土体内的固相和液相不可压缩。

（2）土体为线弹性体，土体的压缩系数始终不变，且不考虑土体的侧向变形。

（3）土体内的渗流遵循达西定律，且渗透系数在固结过程中恒定不变。

（4）土体变形满足等应变条件。

2　固结解析解

上层土的固结是考虑径、竖向排水的轴对称固结问题，其固结微分方程[19]可表示为

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}=C_{\mathrm{h}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2}\right)+C_{\mathrm{v}}\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}\quad ,\tag{4}$$

式中，u_1 为上层土中的超孔隙水压力，C_{h} 为径向固结系数，r 为径向坐标。

边界条件为

$$\left.\begin{aligned}&u_1\big|_{r=r_{\mathrm{d}}}=-p_{\mathrm{v}}\ ;\ \frac{\partial u_1}{\partial r}\Big|_{r=r_{\mathrm{e}}}=0\ ,\\&u_1\big|_{z=0}=-p_{\mathrm{v}}\ ;\ \frac{\partial u_1}{\partial z}\Big|_{z=L}=0\ 。\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

初始条件为

$$u_1(r,0)=q\quad 。\tag{6}$$

基于 Rujikiatkamjorn 等[20]的求解方法，在等应变条件下，求解式（4），可得到深度 z 处的平均超孔隙水压力 $\overline{u}_1$ 为

$$\overline{u}_1=(q+p_{\mathrm{v}})\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{M}\sin\left(\frac{Mz}{L}\right)\exp\left[-\left(\frac{8}{\mu}+\frac{4M^2r_{\mathrm{e}}^2}{L^2C_{\mathrm{hv}}}\right)T_{\mathrm{h}}\right]-p_{\mathrm{v}},\tag{7}$$

式中，$M=\dfrac{2m-1}{2}\pi$，$T_{\mathrm{h}}=\dfrac{C_{\mathrm{h}}}{4r_{\mathrm{e}}^2}t$，$\mu=\ln\dfrac{n}{s}+\kappa\ln s-\dfrac{3}{4}+\pi\dfrac{2k_{\mathrm{h}}}{3q_{\mathrm{w}}}L^2$。其中，无量纲参数定义为：$n=r_{\mathrm{e}}/r_{\mathrm{d}}$，$s=r_{\mathrm{s}}/r_{\mathrm{d}}$，$C_{\mathrm{hv}}=C_{\mathrm{h}}/C_{\mathrm{v}}$，$\kappa=k_{\mathrm{h}}/k_{\mathrm{s}}$。$q_{\mathrm{w}}$ 为竖井单位时间内的通水量，反映竖井的井阻效应。

上部土层的平均固结度可表示为[20]

$$U_{rz}=1-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{M^2}\exp\left[-\left(\frac{8}{\mu}+\frac{4M^2R_{\mathrm{e}}^2}{L^2C_{\mathrm{hv}}}\right)T_{\mathrm{h}}\right]\quad 。\tag{8}$$

对于下卧土层的一维固结问题，其固结微分方程可表示为

$$\frac{\partial\overline{u}_2}{\partial t}=C_{\mathrm{v}}\frac{\partial^2\overline{u}_2}{\partial z^2}\quad ,\tag{9}$$

式中，$\overline{u}_2$ 为下卧层内任意深度处的平均超孔隙水压力。

PTPB 条件下，下卧层土体边界条件可以表示为

$$\left.\begin{aligned}&\overline{u}_2\big|_{z=L}=(q+p_{\mathrm{v}})\exp(-\alpha t)-p_{\mathrm{v}}\ ,\\&\overline{u}_2\big|_{z=H}=0\ 。\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

PTIB 条件下，下卧层土体边界条件可以表示为

$$\left.\begin{aligned}&\overline{u}_2\big|_{z=L}=(q+p_{\mathrm{v}})\exp(-\alpha t)-p_{\mathrm{v}}\ ,\\&\frac{\partial\overline{u}_2}{\partial z}\Big|_{z=H}=0\ 。\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

初始条件为

$$\overline{u}_2(z,0)=q\quad 。\tag{12}$$

下卧层的土体平均固结度可表示为

$$U_z=\frac{\int_L^H(q-\overline{u}_2)\mathrm{d}z}{h(q+p_{\mathrm{v}})}\quad 。\tag{13}$$

采用分离变量法求解式（9），可得 PTPB 条件下的下卧层内超孔隙水压力和平均固结度解析解为

$$\overline{u}_2=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{m\pi}\frac{(q+p_{\mathrm{v}})\alpha}{(m\pi)^2-\alpha}\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})\sin\left[\frac{m\pi(z-L)}{h}\right]-$$

$$\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\frac{2q}{m\pi}\exp\left[-(m\pi)^2T_{\mathrm{v}}\right]\sin\left[\frac{m\pi(z-L)}{h}\right]-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{m\pi}\frac{(q+p_{\mathrm{v}})\alpha}{(m\pi)^2-\alpha}\exp\left[-(m\pi)^2T_{\mathrm{v}}\right]\sin\left[\frac{m\pi(z-L)}{h}\right]+\frac{H-z}{h}[(q+p_{\mathrm{v}})\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})-p_{\mathrm{v}}] \quad , \tag{14}$$

$$U_z=1-\frac{1}{2}\frac{p_{\mathrm{v}}}{(q+p_{\mathrm{v}})}-\frac{1}{2}\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{M^2}\frac{\alpha}{4M^2-\alpha}\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{M^2}\frac{q}{(q+p_{\mathrm{v}})}\exp\left[-4M^2T_{\mathrm{v}}\right]+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{M^2}\frac{\alpha}{4M^2-\alpha}\exp\left[-4M^2T_{\mathrm{v}}\right] \quad , \tag{15}$$

式中，$T_{\mathrm{v}}=C_{\mathrm{v}}t/h^2$ 。

同理，PTIB 条件下的下卧层内超孔隙水压和平均固结度解析解为

$$\bar{u}_2=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{M}\frac{(q+p_{\mathrm{v}})\alpha}{M^2-\alpha}\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})\sin\left[\frac{M(z-L)}{h}\right]-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{M}\frac{(q+p_{\mathrm{v}})\alpha}{M^2-\alpha}\exp(-M^2T_{\mathrm{v}})\sin\left[\frac{M(z-L)}{h}\right]+(q+p_{\mathrm{v}})\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})-p_{\mathrm{v}} \quad , \tag{16}$$

$$U_z=1-\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{M^2}\frac{\alpha}{M^2-\alpha}\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{M^2}\frac{\alpha}{M^2-\alpha}\exp(-M^2T_{\mathrm{v}}) \quad 。 \tag{17}$$

超孔隙水压力在上、下两层土的交界面处应满足连续性条件，即

$$\bar{u}_1\big|_{z=L}=\bar{u}_2\big|_{z=L} \quad 。 \tag{18}$$

需要说明的是：本文的简化计算模型在上下土层界面处仅满足孔压连续条件，并不完全满足渗流连续性。

将式（7）和式（14）（或式（16））带入式（18）中，得

$$\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2\sin(M)}{M}\exp\left[-\left(\frac{8}{\mu}+\frac{4M^2r_{\mathrm{e}}^2}{L^2C_{\mathrm{hv}}}\right)T_{\mathrm{h}}\right]。 \tag{19}$$

根据式（19）即可确定预设的界面参数α。一般情况下，竖井底面处的竖向排水距离远大于径向排水距离，所以在此处的竖向排水对土体固结影响很小。为了方便得到界面参数α的表达式，可以忽略竖井底面处（z=L）土体内竖向排水项，即令 C_{v}=0，则式（19）可转化为

$$\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}})\approx\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2\sin(M)}{M}\exp\left(-\frac{8}{\mu}T_{\mathrm{h}}\right)=\exp\left(-\frac{8}{\mu}T_{\mathrm{h}}\right)。 \tag{20}$$

进而，由式（20）可得界面参数的近似取值为

$$\alpha=\frac{2h^2C_{\mathrm{hv}}}{\mu r_{\mathrm{e}}^2} \quad , \tag{21}$$

为了验证该近似界面参数取值的合理性，令

$$y_1=\exp(-\alpha T_{\mathrm{v}}) \quad , \tag{22}$$

$$y_2=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2\sin(M)}{M}\exp\left[-\left(\frac{8}{\mu}+\frac{4M^2r_{\mathrm{e}}^2}{L^2C_{\mathrm{hv}}}\right)T_{\mathrm{h}}\right] \quad 。 \tag{23}$$

在不同的竖向固结参数下，比较 y_1 和 y_2 曲线。为了保证分析结果的普适性，引入无量纲参数：固结时间因子 T_{h}，竖径向排水距离比 L/r_{e}。如图 2 所示，当径竖向土体固结系数比 C_{hv} 大于 1 时（图中取 1 和 10），y_1 与 y_2 完全重合，说明此时以上界面参数的近似取值完全可以满足等式（19）。当 C_{hv} 取 0.1 时，y_1 与 y_2 之间有一定差异，且 L/r_{e} 取 20，15，10 时差距逐渐增大，但 L/r_{e} 取 20 和 15 时，差距较小，基本可以忽略。一般而言，土体的径竖向土体固结系数比 C_{hv} 是大于 1 的。另一方面，在排水板地基设计中，排水板打设间距一般在 1～1.5 m，打设深度往往超过打设间距的 10 倍。所以，上文界面参数的近似取值完全满足 C_{hv} 大于 1 的工况，同时满足绝大多数实际工况。

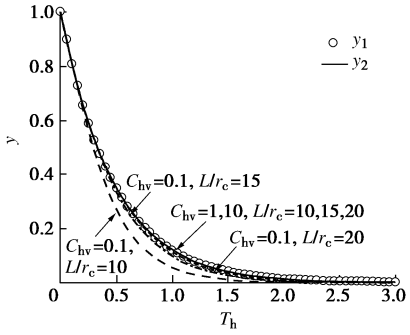


图 2 界面参数近似取值的合理性验证

Fig. 2 Verification of rationality of interface parameter value

3 对比分析

如前文所述，现有未打穿竖井地基的固结度计算方法有近似法、解析法和有限元（FEM）法。近似法中的 Hart 法、国内常用简化法、谢康和改进法是目前最常见的计算方法，这 3 种近似计算方法的固结度计算公式一致，主要区别在于下卧层土体的竖向排水距离取值不一样，具体的公式表达以及参数取值参见文献[2，7]。此外，Ong 等[6]应用有限元方法改进了传统的近似计算方法，提出一个下卧层土体固结度修正系数，并得到该修正系数的分段表达式，下文将该方法称为 Ong 修正法。Ong 修正法虽然可以得到较精确的平均固结度，但其没有考虑到真空预压的作用，也无

法反映出土体内的孔压情况。解析法可以大致概括为：等效双层地基法[2, 4]、虚拟竖井法[7-9]、下层土一维固结假设法[10-12]。耿雪玉等[9]基于虚拟竖井法，推导得到堆载联合真空预压下的未打穿竖井地基固结半解析解，Nghia 等[10-11]基于下层土一维固结假设，得到相应的固结半解析解。这两个解答在理论上满足严密的力学规律，相较于近似法而言，其计算结果更精确，但其形式十分复杂。

下文将本文所得解答与以上 3 种近似计算方法、Ong 修正法[6]、Geng 解[9]以及 Nghia 解[10]进行对比，以验证本文简化方法的合理性。

图 3 和图 4 显示了基于不同近似法得到的固结度曲线（仅考虑堆载预压），其中，图 3 为 PTPB 条件下的结果，图 4 为 PTIB 条件下的结果。计算参数参照文献[6]取值：r_d=0.03 m，r_e=0.5 m，H=10 m，k_h=4.85×10^{-6} m/d，m_v=10^{-4} m^2/kN，其余参数如图中所示。从整体上看，以上 3 种近似法较为接近，但在 U_{av}>0.8 时，Hart 法偏离明显；本文解与 Ong 修正法[6]较为接近，但基于本文解得到的平均固结度始终略小于 Ong 修正法得到的平均固结度，差距小于 9%；在 U_{av}>0.5 时，本文解、国内常用简化法、谢康和改进法、Ong 修正法都相互接近。

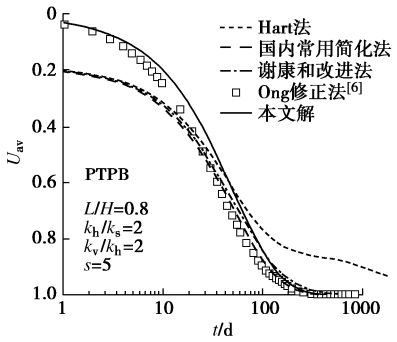


图 3 PTPB 条件下本文解与 4 种近似法的比较

Fig. 3 Comparison between proposed method and existing approximate methods under PTPB condition

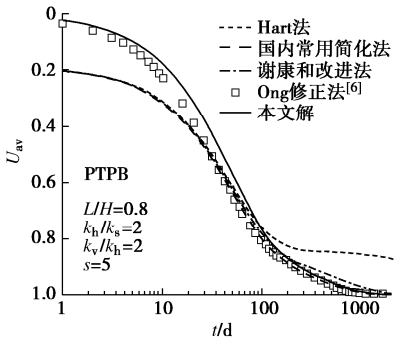


图 4 PTIB 条件下本文解与 4 种近似法的比较

Fig. 4 Comparison between proposed method and existing approximate methods under PTIB condition

图 5 为基于 Nghia 等[10]的半解析解和本文解得到的固结度曲线（仅考虑堆载预压），相关参数参照文献[10]取值为：r_d=0.05 m，H=10 m，k_h=0.0315 m/a，m_v=10^{-3} m^2/kN，其余参数如图中所示。从图中可看出，在 PTIB 条件下，当 U_{av}<0.6 时，本文解与 Nghia 解几乎重合，但 U_{av}>0.6 时，本文解大于 Nghia 解，两者之间的差距始终不超过 8%。在 PTPB 条件下，本文解答与 Nghia 解基本保持一致。

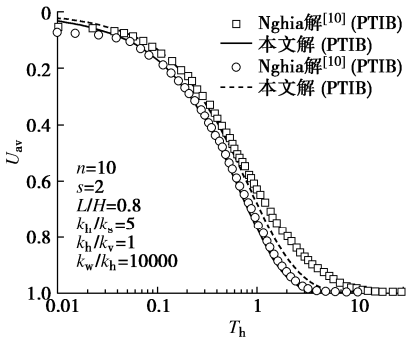


图 5 本文解与 Nghia 解的比较

Fig. 5 Comparison between proposed and Nghia's solutions

基于文献[9]的参数取值：r_d=0.05 m，H=10 m，k_h=10^{-10} m/s，m_v=10^{-3} m^2/kN，p_v=q=40 kPa，其余参数如图 6 所示。在 PTPB 条件下，图 6 给出了本文解与 Geng 等[9]的半解析解对比结果。可以看出，当贯入度 L/H=0.6 时，在 U_{av}<0.5 的阶段，本文解与 Geng 解几乎重合；当贯入度 L/H=0.9 时，在 U_{av}<0.9 的阶段，本文解与 Geng 解几乎一致；在其余阶段，本文解略大于 Geng 解，且差距不超过 5%。另外，据图 6 可知，当考虑真空预压时，平均固结度无法达到 1，说明真空负压在下层土中存在衰减（泄漏）。此现象与文献[9]中所得一致，但本文解答所得的最终固结度大于 Geng 解的最终固结度。通过以上对比分析可知，本文提出的未打穿竖井地基固结度简化计算方法与 Ong 修正法[6]、Geng 解[9]以及 Nghia 解[10]都十分接近，这验证了本文的假设条件以及求解过程的合理性。

4　未打穿竖井地基固结性状分析

未打穿竖井地基之特点在于砂井未贯穿整个土层，故对贯入度 L/H 的参数敏感性分析尤为必要。此外，边界条件的不同也造成了固结解答的差别，因此，下文也将分析不同边界条件下（PTPB 和 PTIB）的未打穿竖井地基的固结性状。下文算例中，基本参数如下：r_d=0.05 m，n=10，s=3，H=10 m，k_h=10^{-10} m/s，m_v=10^{-3} m^2/kN，k_h/k_s=3，k_h/k_v=2，p_v=80 kPa，q=100 kPa，其余参数在图中给出。

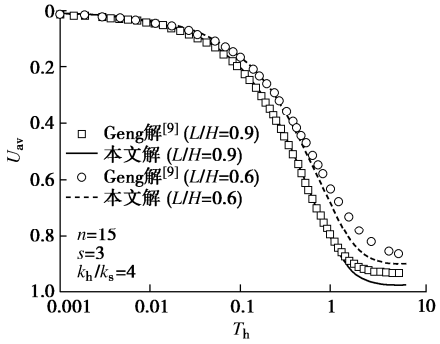


图 6 本文解与 Geng 解的比较

Fig. 6 Comparison between proposed and Geng's solutions

图 7 反映了 PTPB 条件下不同贯入度对固结度曲线的影响，从图中可以看出，随着贯入度 L/H 的增大，土体的整体固结速率加快。在底部透水的情况下，由于真空负压在下卧层土体中沿深度向下会发生衰减（最终状态），因此按式（13）计算的固结度将无法达到 1。

由图 7 也可得出，最终固结度随着贯入度的增大而增大。需要说明的是，当贯入度 L/H=1 时，下层土体厚度为零，此时整个土体的边界条件为 PTIB，故最终固结度达到 1。

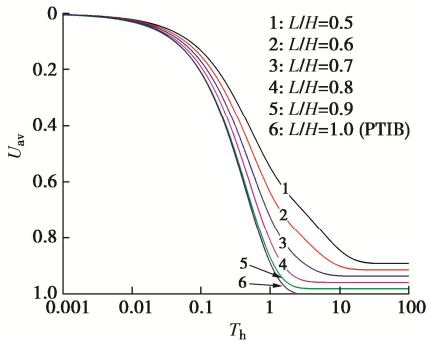


图 7 PTPB 条件下不同贯入度 L/H 的固结度曲线

Fig. 7 Curves of consolidation degree for different penetration ratios L/H under PTPB condition

图 8 为 PTIB 条件下的固结度曲线，由图可知，竖井贯入度 L/H 越大，土体整体固结速率越快，且 PTIB 条件下的固结度能达到 1。由图 9 对比以上两种边界条件可知，PTPB 条件下的固结度发展较快，较先完成固结。当 U_{av}<0.5 时，PTPB 条件下和 PTIB 条件下的固结度差距微小，这是因为此阶段的固结速率是由上层土体的固结主导；当 U_{av}>0.5 时，PTPB 条件下的固结度发展比 PTIB 条件下的固结度发展明显加快，这是因为此阶段的固结逐渐以下卧层的固结为主导，并且底面透水边界可加快下卧层土体的固结。

图 10，11 分别反映了 PTPB 和 PTIB 条件下的超孔隙水压力随深度的分布曲线。从图中可看出，上层

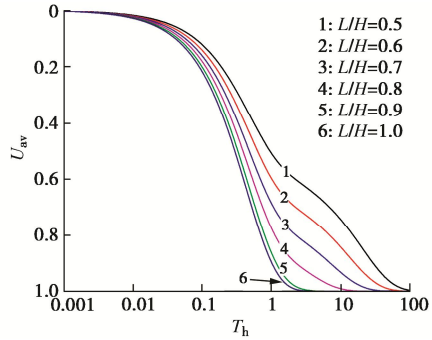


图 8 PTIB 条件下不同贯入度 L/H 的固结度曲线

Fig. 8 Curves of consolidation degree for different penetration ratios L/H under PTIB condition

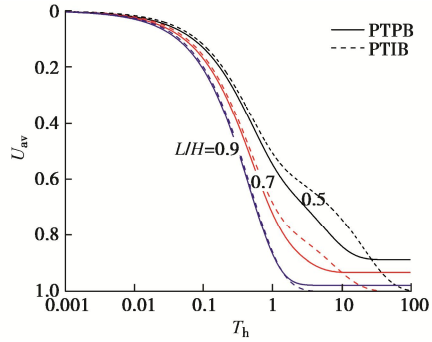


图 9 PTPB 与 PTIB 条件下的固结度曲线对比

Fig. 9 Comparison of consolidation degree between PTPB and PTIB conditions

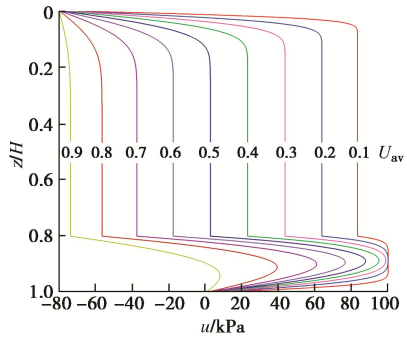


图 10 PTPB 条件下的超孔隙水压力随深度的分布曲线

Fig. 10 Distribution curves of excess pore-water pressure along depth under PTPB condition

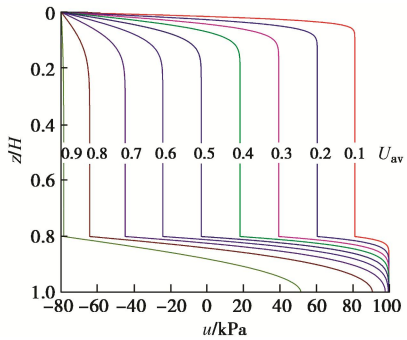


图 11 PTIB 条件下的超孔隙水压力随深度的分布曲线

Fig. 11 Distribution curves of excess pore-water pressure along depth under PTIB condition

土体和下卧层土体内的超孔隙水压力随深度分布规律有明显差异。在上层土体内，靠近顶面位置的超孔隙水压力随深度逐渐增大，而在相对远离顶面位置的超孔隙水压力随深度变化很小，这说明土体深度越大，竖向排水的作用越小。在 PTPB 条件下，下卧层土体内的超孔隙水压力在固结过程中随深度呈“凸”形分布，在土体底面始终为零，但由于竖井底面处（$z=L$）的超孔隙水压力是渐变的，所以下卧层土体内的超孔隙水压力分布并不对称。在 PTIB 条件下，下卧层土体内的超孔隙水压力随深度逐渐增大，土体底面超孔隙水压力随着固结度的发展逐渐减小。从图 10 和图 11 中也可以看出，在竖井底面处（$z=L$），上下层土体交界（竖井底部）处的超孔隙水压力在深度方向上是连续的，这也是 Ong 等[6]的修正法不能呈现的效果。

5 结　　论

（1）本文针对堆载-真空联合预压下的未打穿竖井地基固结问题，得到土体内的超孔隙水压力解析解及相应的平均固结度解析解，提出了一种较简化的固结度计算方法。

（2）本文解与常见的 3 种近似法（Hart 法、国内常用简化法、谢康和改进法）在固结前期（U_{av}<0.5）的差距较大，与较为精确的Ong修正法始终保持接近，差距不超过 9%；总体而言，本文解答与 Nghia 解以及 Geng 解都十分吻合。此对比结果验证了本文计算方法的合理性。

（3）与现有简化法相比，本文简化法可以一定程度考虑上下层间的孔压连续性，更符合真实物理规律，且不需要对下卧层的厚度和固结系数进行修正；与现有较精确的半解析解相比，本文简化解具有形式简洁、便于实际应用的优势。

（4）竖井贯入度 L/H 越大，土体整体固结速率越快；在考虑真空预压时，PTPB 条件下，下卧层土体内的真空负压沿深度向下逐渐衰减。

参考文献：

[1] CHEN L Z, GAO Y B, ELSAYED A, et al. Soil consolidation and vacuum pressure distribution under prefabricated vertical drains[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2019, **37**(4): 3037－3048.

[2] 张玉国, 谢康和, 庄迎春, 等. 未打穿砂井地基固结理论计算分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(22): 4164－4164. (ZHANG Yu-guo, XIE Kang-he, ZHUANG Ying-chun, et al. Calculation and analysis of consolidation theory of ground by partially penetrating sand drain[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(22): 4164－4164. (in Chinese))

[3] HART E G, KONDNER R L, BOYER W C. Analysis for partially penetrating sand drains[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1958, **84**(4): 1812-1－1812-15.

[4] 陈根媛. 多层地基的一维固结计算方法与砂井地基计算的改进建议[J]. 水利水运科学研究, 1984(2): 20－32. (CHEN Gen-yuan. One-dimensional consolidation of layered systems and a suggestion for improving calculation of sand-drained subsoil[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute, 1984(2): 20－32. (in Chinese))

[5] 谢康和. 砂井地基固结理论、数值分析与优化设计[D]. 杭州: 浙江大学, 1987. (XIE Kang-he. Sand drained ground: analytical and Numerical Solutions of Consolidation and Optimal Design[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1987. (in Chinese))

[6] ONG C Y, CHAI J C, HINO T. Degree of consolidation of clayey deposit with partially penetrating vertical drains[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, **34**: 19－27.

[7] 谢康和, 周开茂. 未打穿竖向排水井地基固结理论[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(6): 6－11. (XIE Kang-he, ZHOU Kai-mao. Consolidation theory for soft soil with partially penetrated vertical drains[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(6): 6－11. (in Chinese))

[8] 郭　彪, 龚晓南, 卢萌盟, 等. 考虑涂抹作用的未打穿砂井地基固结理论分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(12): 2561－2568. (GUO Biao, GONG Xiao-nan, LU Meng-meng, et al. Theoretical analysis of partially penetrated sand drains foundation in consideration of smear effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(12): 2561－2568. (in Chinese))

[9] GENG X Y, INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C. Effectiveness of partially penetrating vertical drains under a combined surcharge and vacuum preloading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, **48**(6): 970－983.

[10] NGHIA N T, LAM L G, SHUKLA S K. A new approach to solution for partially penetrated prefabricated vertical drains[J]. International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering, 2018, **4**(2): 1－17.

[11] NGHIA N T, CUONG L T, LAM L G, et al. Solution for partially penetrated vertical drain with anchor plate[J]. Geotechnical Engineering, 2020, **51**(4): 89－97.

[12] CHEN Z, NI P P, MEI G X, et al. Semi-analytical solution for consolidation of ground with partially penetrating pvds under

the free-strain condition[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2021, **147**(2): 04020148.

[13] INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C. Effects of partially penetrating prefabricated vertical drains and loading patterns on vacuum consolidation[C]// GeoCongress 2008, 2008, New Orleans.

[14] JANG W Y, CHUNG S G. Long-term settlement analysis of partially improved thick clay deposit[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2014, **42**(6): 620 – 628.

[15] 梅国雄, 夏 君, 梅 岭. 基于不对称连续排水边界的太沙基一维固结方程及其解答[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(1): 28 – 31. (MEI Guo-xiong, XIA Jun, MEI Ling. Terzaghi's one-dimensional consolidation equation and its solution based on asymmetric continuous drainage boundary[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(1): 28 – 31. (in Chinese))

[16] TIAN Y, WU W B, JIANG G S, et al. One-dimensional consolidation of soil under multistage load based on continuous drainage boundary[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2020, **44**: 1170 – 1183.

[17] INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C, SATHANANTHAN I. Analytical and numerical solutions for a single vertical drain including the effects of vacuum preloading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, **42**(4): 994 – 1014.

[18] TIAN Y, WU W B, JIANG G S, et al. Analytical solutions for vacuum preloading consolidation with prefabricated vertical drain based on elliptical cylinder model[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **116**: 103202.

[19] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells by drain wells[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1948, **113**(1): 718 – 742.

[20] RUJIKIATKAMJORN C, INDRARATNA B. Analytical solutions and design curves for vacuum-assisted consolidation with both vertical and horizontal drainage[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, **44**(2): 188 – 200.

第七届全国工程安全与防护学术会议
暨中国岩石力学与工程学会工程安全与防护分会理事会换届会议

2022 年7 月22~ 24 日•苏州（二号通知）

主办单位：中国岩石力学与工程学会工程安全与防护分会；江苏省岩土力学与工程学会。

承办单位：苏州科技大学。

协办单位：中国岩石力学与工程学会岩石动力学专业委员会；中国地震学会岩土防灾减灾专业委员会；北京建筑大学 湘潭大学；三峡大学；江苏省隧道与地下工程技术研究中心；江苏东华测试技术股份有限公司；昆山市建设工程质量检测中心。

会议主题：爆炸冲击防灾减灾新理论、新技术。

会议专题：①深部工程建设灾变机理及其动力学；②岛礁工程长期安全保障理论与技术；③城市地下空间安全评估与民防技术；④偶然爆炸冲击致灾机理与灾害防控；⑤爆炸冲击量测新技术新设备与应用；⑥工程防震新材料、新结构和新技术；⑦新型常规武器毁伤效应与防护技术；⑧地下工程结构与介质相互作用机理。

会议论文内容、格式要求与发表：论文内容要围绕大会主题，提倡实用性、创新性和前瞻性，且在国内外未正式发表过的研究成果，请严格按照《岩石力学与工程学报》征文要求规范编辑全文。会议学术委员会将组织专家对所提交的论文进行审查，并精选一定数量的优秀论文推荐到《岩石力学与工程学报》正刊和增刊（EI 收录）等期刊，通过审稿程序的论文，将在上述期刊正刊或增刊发表。本次学术会议仍对优秀论文进行评奖。

会议内容：工程安全与防护分会理事会换届会议，工程安全与防护学术交流。

会议重要日程：2022年4月30日论文投稿截止；2022年7月22日报到；2022年7月22日晚上召开会员代表大会及分会常务理事会会议；2021年7月22～24日大会学术报告。

会议住宿及交通：会议地点：苏州王府金科大酒店，地址：苏州市虎丘区滨河路1969号。

会议注册标准：正式代表1600元/人；学生代表900 元/人（凭有效学生证）；家属伙食费400元/人。费用包括会议资料、餐饮。会议住宿统一安排，费用自理。会议注册缴费收款账户信息：江苏省岩土力学与工程学会，银行账号：4301 0172 0910 0050 194，开户行：中国工商银行南京市海福巷支行。

会议秘书处联系方式：王源（13951989919），杨露（13601453240），丁雪（17551099920），李晓照（15811102679），夏晨（17701370715），李思为（18020269202），E-mail：aqfhfh@163.com，地址：南京市秦淮区永智路6号中国云计算创新基地B座318，邮编：210001。

（中国岩石力学与工程学会工程安全与防护分会 江苏省岩土力学与工程学会 供稿）

DOI：10.11779/CJGE202203016

砂土液化概率计算新方法

袁近远[1]，李天宁[1]，王兰民[2]，汪云龙[1]，陈龙伟[1]，李兆焱[1]，袁晓铭*[1]，王永志[1]，陈卓识[1]，李瑞山[1]

（1. 中国地震局工程力学研究所，中国地震局地震工程与工程振动重点实验室，黑龙江 哈尔滨 150800；2. 中国地震局兰州地震研究所，甘肃 兰州 730000）

摘 要：基于发展风险理念下液化防治技术的需求，推导出了一种基于单变量（UB）的概率计算新方法，提出了以实测标贯击数为主控参数的砂土液化概率评价的半经验半理论方法与新计算公式，并以近期地震大量实测数据对新方法进行了对比检验。研究表明：通过较为成熟的土层液化判定的确定性方法与求解概率的经典数学方法相结合，可解决目前实测资料不具备完备性导致的完全依靠样本回归或学习形成的评价方法的偏差问题，亦可克服采用CSR理论导致的既有液化概率计算方法在砂层埋深超过10 m后不合理的缺点；以2011年新西兰地震中0.23*g*～0.89*g*的PGA范围、2～30 m埋深的341组液化实测数据检验，新方法和公式的可靠性和先进性得到了验证。提出的公式已被具有样板规范性质的《建筑工程抗震性态设计通则》修订版采纳，可为相关规范修订及工程应用提供指导与技术支持，同时提出的基于单变量的概率计算新方法对其他多自变量下二分类概率计算问题具有指导与参考意义。

关键词：液化概率；半经验半理论方法；二分类概率计算；基于单变量的方法

中图分类号：TU441 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0541－09

作者简介：袁近远(1996—)，男，博士研究生，主要从事防灾减灾工程研究。Email:yuanjy34@163.com。

New method for calculating probability of sand liquefaction

YUAN Jin-yuan[1], LI Tian-ning[1], WANG Lan-min[2], WANG Yun-long[1], CHEN Long-wei[1], LI Zhao-yan[1], YUAN Xiao-ming[1], WANG Yong-zhi[1], CHEN Zhuo-shi[1], LI Rui-shan[1]

(Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration; Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 2. Lanzhou Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Based on the demand of developing liquefaction prevention and control technology under the concept of risk, a new univariate-based (UB) probability method is deduced, and a new formula is proposed, which takes the in-situ standard penetration blow count as the main control parameter, and the verification of the new method is conducted by using the recent actually measured data. The results shows that through the combination of the mature deterministic method of liquefaction discrimination with the classical mathematical method for the probability can solve the deviation problem of the evaluation method which is completely dependent on sample regression or learning caused by the incompleteness of the current measured data, and can also overcome the unreasonable disadvantages of the existing evaluation methods for liquefaction probability caused by the *CSR* theory when the buried depth of sand layer exceeds 10 m. The reliability and advancement of the new method and formula are verified by 341 groups of measured liquefaction data with PGA range of 0.23*g* to 0.89*g* and buried depth of 2 to 30 m from the 2011 New Zealand Earthquake. The proposed formula has been adopted in the revised version of the General Rule for Performance-Based Seismic Design of Buildings of China, which can provide guidance and technical support for the related specification revision and engineering application, and the proposed univariate-based approach for probability calculation can be used as a guide and reference for probability calculation of dichotomies with multiple independent variables.

Key words: liquefaction probability; semi-empirical and semi-theoretical method; binary data probability calculation; univariate-based approach

0 引 言

场地液化问题是土力学和岩土工程中十分重要的

基金项目：中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项资助项目（2021EEEVL0208）；黑龙江省自然科学基金项目（ZD2019E009）
收稿日期：2021－06－10
*通信作者（E-mail: yxmiem@163.com）

研究课题[1-7]。对液化判别，中国工程上最常用是现行《建筑抗震设计规范》（GB50011—2010）中的液化判别方法[8]，该方法为保障中国工程建设的地震安全起到了重大作用。但该方法形成于 20 世纪 80 年代，是一种以回答场地是否发生液化为先决条件的确定性分析方法。目前中国防震减灾理念开始从减少灾害损失向减轻灾害风险转变，以风险决策为核心的性态抗震设计思想也正在成为工程抗震的发展趋势，确定性的液化判别方法发展为液化概率计算方法已成为必然。

自从 Liao 等[9]（1988）给出以经典的 Logistic 理论和以标准贯入击数为控制变量的土层液化概率评价方法以来，国内外液化概率评价方法研究有了较大进展，依据人工神经网络模型[10-12]、径向基函数神经网络模型[13]、Logistic 回归分析[14-15]等，分别建立了液化概率评价模型。笔者团队也曾沿用中国规范模式并使用同样基础数据，以土层常规指标为直接变量，构造了砂土液化概率计算公式和不同概率水平下液化临界值计算公式[16]，后被纳入核电厂抗震设计标准[17]。

但是，经过近期工程实践发现，以上方法有两个缺欠。一是所有方法中，土层地震荷载的计算均采用 CSR（cyclic stress ratio）理论，但 CSR 理论中动应力折减系数为非一致性的四段表达，导致不同概率水平下液化临界曲线在土层埋深超过 10 m 时的表现不甚合理，而目前超过 10 m 的基础工程和地下工程已成常态，给出超过 10 m 的深层土液化合理预测结果为工程建设所必须。二是上述方法中，基本上采用的是对实测数据的数学回归（学习）方法，但这些方法结果的合理性和可靠性对数据的完备性依赖很大。土层液化是一个复杂的问题，目前已经知道的液化场地上地震峰值加速在 0.08g 到 0.9g 之间，范围很大；液化层发生地下几十米范围内，客观上土层结构又很复杂。在如此复杂宽泛的情况下，目前要求液化数据的完备性几乎不可能，而数据的不完备将会导致完全依靠样本回归或学习形成的评价方法结果出现偏差，也会导致这些方法之间在重要的结果上差异较大。

1 现有方法分析

1.1 建筑抗震设计规范方法

中国现行《建筑抗震设计规范》（GB50011—010）中的液化判别方法（简称建规法，下同），是一种半经验半理论的确定性液化判别方法，其基础数据来源于中国 20 世纪几次大地震的液化调查资料，液化砂层埋深最深为 10.5 m。现行建规法液化判别的公式为

$$N_{\rm cr} = N_0\left[\ln(0.6d_{\rm s}+1.5)-0.1d_{\rm w}\right]\sqrt{3/\rho_{\rm c}} \quad 。 \quad (1)$$

式中 $N_{\rm cr}$ 为液化判别标贯击数临界值；$d_{\rm w}$ 为地下水位深度（m）；$d_{\rm s}$ 为饱和砂土埋深（m）；$\rho_{\rm c}$ 为黏粒含量百分率；N_0 为液化判别标贯击数基准值。当实测标贯击数大于临界标贯击数时，砂层为不液化，反之为液化。

3 个烈度下建规法的液化判别临界线如图 1 所示。由图可见，建规法对砂层埋深超过 10 m 显现出明显的保守，工程界对此已经提出了强烈质疑。例如，9 度时会将埋深 15 m 和埋深 20 m、标贯击数分别为 43 和 48 的砂层判定为液化层，但现有认识表明这种条件的砂层是不会发生液化的。笔者团队[18]曾采用近期地震液化调查数据对现行建规法进行检验，表明建规法 10～20 m 区间内严重保守。如果将现行建规法公式自然延伸到 50 m，如图 1 所示，高烈度下液化临界标贯击数将非常大，会达到难以接受的程度。因此，现行建规法自然延深下对深度超过 20 m 砂层将无法给出合理的液化判别结果，但超过 20 m 埋深砂层也是现代大型基础工程和地下结构所急需进行液化判别的区间。

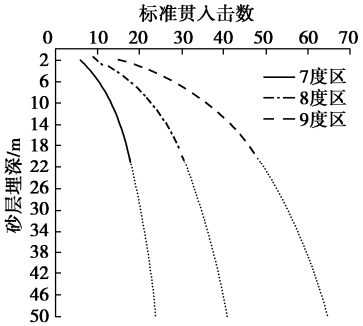


图 1 3 个烈度下现行建筑抗震设计规范的液化临界线

Fig. 1 Critical curves of liquefaction in GB50011—2010 Code for Seismic Design of Buildings of China for three seismic intensities

同时，现行建规法适用的地表峰值加速度最大值为 0.4g，已经无法满足“大震不倒”的现代抗震设计理念下高烈度区场地液化判别的客观需求。对一些重大工程而言，0.4g 以上设防加速度下给出场地液化的合理判别也已经是必须完成的工作。

1.2 美国 NCEER 方法

由Youd和Idriss在Seed方法基础上提出了NCEER判别方法[19]（简称NCEER方法，下同），NCEER方法中，地震剪应力比可写为

$$\mathrm{CSR} = 0.65r_{\rm d}\left(\frac{a_{\max}}{g}\sigma_{\rm v}/\sigma'_{\rm v}\right) \quad 。 \quad (2)$$

式中 $r_{\rm d}$ 为应力折减系数；$a_{\max}$ 为地表峰值加速度；g 为重力加速度；$\sigma_{\rm v}$ 为上覆土压力；$\sigma'_{\rm v}$ 为有效上覆土压力。

式（2）中 r_d 可具体分为 4 段表达[19]：

$$r_d=\begin{cases}1.0-0.00765z & (z\leqslant 9.15m)\\ 1.174-0.0267z & (9.15m<z<23m)\\ 0.744-0.008z & (23m<z<30m)\\ 0.5 & (z>30m)\end{cases}，\quad (3)$$

式中，z 代表砂层埋深（m）。抗液化强度 CRR 可由 $(N_1)_{60}$ 表示，当 CSR 小于 CRR 时，砂层为不液化。

3个烈度下美国NCEER方法的液化临界曲线如图2所示，从中可见NCEER模型存在较大问题。砂层埋深超过10 m后，NCEER法的液化临界线在较低烈度下出现回弯现象，而在高烈度下又随深度增大而迅速增大，后者液化临界标贯值随深度增大速率甚至超过中国的建规法，同样会导致很大标贯击数砂层被判定为液化的不合理的情况发生。

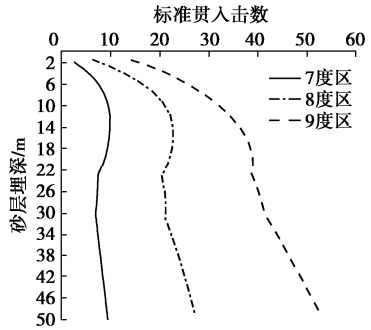


图 2　3 个烈度下美国 NCEER 方法的液化临界曲线

Fig. 2 Critical curves of liquefaction in NCEER method for three seismic intensities

1.3　建筑工程抗震性态设计通则方法

为克服建规法和 NCEER 方法的缺点，笔者团队提出了液化判别双曲线型公式[18]：

$$N_{cr}=\beta\left(\frac{69a_{max}}{a_{max}+0.40}\right)(1-0.02d_w)\left(0.21+\frac{0.79d_s}{d_s+6.2}\right)\sqrt{3/\rho_c}\quad ，\quad (4)$$

也提出了该公式的变形形式：

$$N_{cr}=\left(\frac{69a_{max}}{a_{max}+0.40}\right)(1-0.02d_w)\left(0.21+\frac{0.79d_s}{d_s+6.2}\right)\cdot\sqrt{\frac{12}{F_c-3}}(0.20M_s-0.50)\quad ，\quad (5)$$

式中，N_{cr} 为液化判别标贯击数临界值，β 为调整系数，设计地震第一组取 0.80，第二组取 0.95，第三组取 1.05，亦可按 β =0.20M_s−0.50 计算，M_s 为面波震级；a_{max} 为地表峰值加速度，适用范围为 0.08g 到 0.9g；d_w 为地下水位深度（m）；d_s 为饱和砂土埋深（m）；ρ_c 为黏粒含量百分率，当小于 3 或为砂土时，应采用 3；F_c 为细粒含量百分比，当 F_c 小于 15 或为砂土时，F_c 应采用 15。若地表峰值加速度小于 0.08g，土层判为不液化；若砂层实测标贯值大于由式（4）或（5）计算出的 N_{cr}，则判为不液化，反之为液化。

式（4）已被具有样板规范性质的《建筑工程抗震性态设计通则》修订版采纳，因此可将公式简称为通则法（下同）。3 个烈度下通则法的液化临界曲线如图 3 所示。从中可见，通则法对不同深度砂层具有一致的统一表达，较建规法明显合理，较美国 NCEER 模型明显先进。通则法对砂层埋深 0～30 m 范围的适用性通过了近期大量地震数据的检验[18]，且按常规做法，公式延深到 35～40 m 深度范围内也无大问题，理论上该公式也可以适用于更深砂层的液化判别[18]。

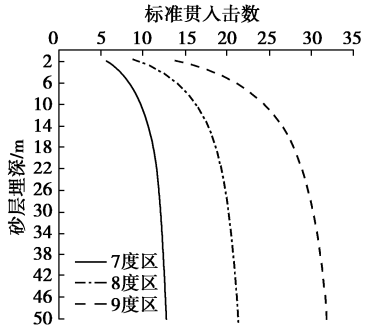


图 3　3 个烈度下建筑工程抗震性态设计通则方法液化临界曲线

Fig. 3 Critical curves of liquefaction in General Rule for Performance-Based Seismic Design of Buildings of China for three seismic intensities

1.4　核电厂抗震设计标准方法

上面 3 个方法都是以回答土层是否液化的确定性分析方法，为给出土层液化概率评价，笔者团队也曾构造了砂土液化概率计算公式[16]，其基本表达为

$$P_L=\frac{1}{1+\exp\left[-9.04+0.31N-2.84\ln(\mathrm{CSR})\right]}\quad ，\quad (6)$$

从式（6）中可计算任意概率下液化标贯击数临界值。式（6）亦可变形为

$$P_L=1\Big/\Big\{1+\exp\Big[-9.04+0.31N-2.84\ln a_{max}-2.84\ln(12.35r_d)+2.84\ln(9+10d_w/d_s)\Big]\Big\}\quad 。\quad (7)$$

式中　P_L 为土层液化概率；N 为土层实测标贯击数；CSR 为地震剪应力比；a_{max} 为地表峰值加速度；r_d 为应力折减系数；d_s 为饱和砂土埋深（m）；d_w 为地下水位深度（m）。

式（7）被纳入《核电厂抗震设计标准》[17]（简称核标法，下同）。它的特点是以地下水位、埋深、实测标贯击数等土层常规指标为直接变量，符合中国工程师的使用习惯。同目前流行的做法一样，核标法形成中采用了CSR理论。取P_L为0.5，由式（7）得到的3个烈度下核标法的液化临界曲线如图4所示。

从图 4 中可见，受应力折减系数 r_d 为四段表达的影响，核标法的液化临界曲线随砂层埋深的变化也为分段形式，并没有一致的统一表达。核标法的液化临界曲线在 10 m 以内表现正常，但砂层埋深超过 10 m 后，液化临界线对不同的烈度均出现了不合理的回弯现象，其他概率下的液化临界曲线表现也是如此。虽然以往我们曾采用一些埋深超过 10 m 的数据对核标法进行了检验[16]，但数据量有限，评判依据不足。图 4 中的液化临界曲线出现的不合理现象为方法的固有问题，不可避免，因此核标法严格意义上仅适用于砂层埋深 10 m 以内，其他采用 CSR 理论得到的液化概率计算方法也存在同样问题。

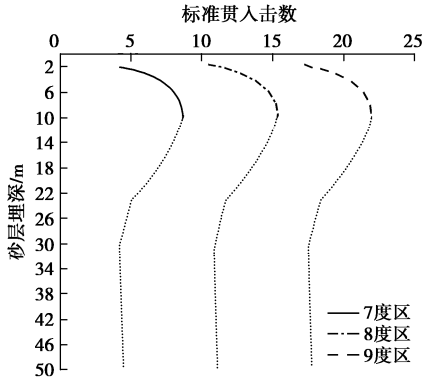


图 4 3 个烈度下核电厂抗震设计标准中的液化临界曲线（P_L=0.5）

Fig. 4 Critical curves of liquefaction in Code for Seismic Design of Nuclear Power Plants of China for three seismic intensities (P_L=0.5)

2 液化概率计算新方法和公式的推导

2.1 基本思想

土层液化概率计算分析属于复杂系统风险评价问题。一般系统论创始人冯·贝塔朗菲曾指出，任何一个科学领域的一般系统论，不得不依靠着经验、直觉和推理手段的配合使用而发展[20-21]，而半经验半理论在系统科学方法论研究中事实上处于源头地位。

以往土层液化预测方法研究中，花费精力最大、发展较为成熟的是判定土层是否液化的确定性方法，即液化概率为 50%的半经验半理论评价方法。上面公式（1），（2）和（4）都属于此类方法得到的结果，前两者在工程上已经被广泛应用，后者则正在中国一些重要地区被示范应用。

核标法采用的是完全的数学方法，虽然可以给出土层液化概率的计算结果，但其最令人不满意之处为其液化临界曲线 10 m 埋深后极不合理的表现。

本文的基本思想，是把发展较为成熟的液化判别的确定性方法与求解概率的经典数学方法相结合，充分利用二者的优势，构造出一套半经验半理论的方法，完成土层液化概率的计算。本文首先通过数学推导，给出一种基于单变量的概率计算新方法。

2.2 基于单变量的概率计算新方法

对于多自变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 下二分类问题的概率求解，可采用数学家们很早就给出[22]的经典的 Logistic 理论。二分类问题中概率与自变量之间的关系可采用具有普遍意义的 Sigmoid 函数实现，其定义为[22]

$$S(x)=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}} \quad , \tag{8}$$

式中，函数的定义域为全体实数，值域在[0,1]之间，当 x 为 0 时，函数值为 0.5，为 0 类和 1 类的分界点。

对于多自变量下事件二项分布问题，y=1 和 y=0 的概率分布可分别表达为

$$P(y=1)=p \quad , \tag{9}$$

$$P(y=0)=1-p \quad , \tag{10}$$

二分类事件发生的概率则可表达为[22]

$$\mathrm{odd}(y)=\frac{p}{1-p} \quad 。 \tag{11}$$

因变量的期望与自变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 之间的关系，可采用线性回归模型[22]：

$$p(y=1|x)=\theta_0+\theta_1 x_1+\cdots+\theta_n x_n \quad 。 \tag{12}$$

对概率 p 与自变量关系引入 logit 变换，将事件发生概率对数定义为函数 logit(p)，其表达为[22]

$$\mathrm{logit}(p)=\ln\left(\frac{p}{1-p}\right)=\theta_0+\theta_1 x_1+\cdots+\theta_n x_n \quad , \tag{13}$$

则概率 p 与自变量之间的非线性函数关系可表达为[22]

$$p=\frac{1}{1+\exp\left[-(\theta_0+\theta_1 x_1+\cdots+\theta_n x_n)\right]} \quad , \tag{14}$$

式（14）为多自变量下二元概率求解的通用公式，目前已知的所有土层液化概率计算方法均以此公式为出发点。

本文将从式（14）推导出基于单变量的概率计算公式。取 x_1 为自变量，且当 p=0.5 的情况下 x_1 存在临界值关的 $x_{1.\mathrm{cr},0.5}$，令 $W=\theta_0+\theta_1 x_1+\cdots+\theta_n x_n$，则有

$$p=\frac{1}{1+\exp\left[-(\theta_1 x_1+W)\right]} \quad , \tag{15}$$

及

$$0.5=\frac{1}{1+\exp\left[-(\theta_1 x_{1.\mathrm{cr},0.5}+W)\right]} \quad , \tag{16}$$

将式（16）代入式（15），有

$$p=\frac{1}{1+\exp\left[\theta_1\cdot(x_{1.\mathrm{cr},0.5}-x_1)\right]} \quad 。 \tag{17}$$

由式（17），对事件任意发生概率 p，自变量 x_1 的临界值为

$$x_{1.\mathrm{cr,p}} = x_{1.\mathrm{cr},0.5} + \frac{1}{\theta_1}\cdot\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) \quad 。 \tag{18}$$

需注意的是，本文推导出的式（17），将二元事件发生概率的求解由多自变量 $x_1,x_2,\cdots, x_n$ 下的通用式（14），归结到了与 x_1 相关的 $x_{1.\mathrm{cr},0.5}$ 和 θ_1 这两个参变量的求解，这与通用式（14）有很大不同。另外，从本文推导出的式（18），可直接求得自变量 x_1 在任意发生概率 p 下的临界值，并且该值亦仅由与 x_1 相关的 $x_{1.\mathrm{cr},0.5}$ 和 θ_1 这两个参变量决定，这也是新的有意义的结果。注意到，$x_{1.\mathrm{cr},0.5}$ 为 p=0.5 时自变量 x_1 的临界值，而参数 θ_1 代表了 x_1 变量对整体概率的贡献度。这样，复杂的多自变量下二元概率求解，可以归结到单一变量在确定性条件（概率 0.5）下临界值的求解以及该变量对整体概率贡献度的求解，本文将提出的这种概率求解方法称为基于单变量（univariate-based，简称 UB，下同）的概率计算方法，意为多自变量下二分类问题的概率计算形式上可用仅与一个单变量相关的参变量表达。

同时，进一步由式（18）看出，非 0.5 的其它概率下的 x_1 的临界值 $x_{1.\mathrm{cr,p}}$，实际上由 $x_{1.\mathrm{cr},0.5}$ 和一个附加值控制，附加值的分布形式一定，都为 $\ln(p/1-p)$，但附加值的大小则由参数 θ_1 控制，θ_1 绝对值越小，同样概率下 x_1 的临界值与 $x_{1.\mathrm{cr},0.5}$ 的距离（离散程度）越大，反之亦然。

2.3　液化概率计算新公式

土层液化风险评价为典型的二分类问题，可将本文提出的 UB 方法应用于土层液化概率的计算。

取砂层实测标贯击数 N 为自变量，p=0.5 时存在临界值 $N_{\mathrm{cr},0.5}$，代入式（17），则土层的液化概率 P_L 可以表达为

$$P_\mathrm{L} = \frac{1}{1+\exp\left[\theta_1\cdot(N_{\mathrm{cr},0.5}-N)\right]} \quad 。 \tag{19}$$

由式（19），对于土层液化任意发生概率 P_L，实测标贯击数临界值为

$$N_{\mathrm{cr},P_\mathrm{L}} = N_{\mathrm{cr},0.5} + \frac{1}{\theta_1}\cdot\ln\left(\frac{P_\mathrm{L}}{1-P_\mathrm{L}}\right) \quad 。 \tag{20}$$

经本文推导，土层液化概率和任意概率下实测标贯击数临界值，就由液化概率 p=0.5 时的临界值 $N_{\mathrm{cr},0.5}$ 及表征标贯击数对液化概率贡献度参数 θ_1 决定。

对于液化概率 p=0.5 的标贯临界值 $N_{\mathrm{cr},0.5}$ 本文取为建筑工程抗震性态设计通则中给出的液化判别式（4）。式（4）可适于不同深度的砂层，并具有与埋深协调一致的统一表达，也经受了不同地震动强度作用的检验，比国内外既有的确定性方法更合理。

本文采用综合以往多项研究给出标贯击数对液化概率贡献度表征参数 θ_1。Liao 等[9]采用 40 次地震中 278 组实测数据，通过 Logistic 理论，回归给出土层液化概率评价计算公式，其中得到的 θ_1=−0.323。潘建平等[14]以国内外 23 次地震中 200 组实测数据，通过 Logistic 理论，得到了 θ_1=−0.328。核电厂抗震设计标准[17]的液化概率计算公式，依据的是中国大陆地区以往 159 组数据，通过回归得到的 θ_1=−0.31。本文将以上结果平均，取 θ_1 为−0.32。

需注意的是，不同学者以不同数据来源得到的 θ_1 具有相当的一致性。这表明，不同学者依据不同数据得到的标贯击数对液化概率贡献度的认识基本一致。进一步参考式（19），求解出的 θ_1 的一致性，也意味着不同学者对非 0.5 概率下标贯临界值与 0.5 概率下标贯临界值距离大小（离散程度）的认识达成了一致。从统计学角度，均值的求解更重要且对数据的要求更高，离散程度的求解对数据的要求相对较低，本文以上分析结果也符合这一规律。这样，土层液化概率求解的合理性很大程度上由 0.5 概率下液化临界值求解的合理性决定，只要 0.5 概率下液化临界值求解较为可靠，土层液化概率计算问题就能到较好解决。

综上，本文提出的土层液化概率新计算公式为

$$P_\mathrm{L} = \frac{1}{1+\exp\left[0.32(N-N_{\mathrm{cr}})\right]} \quad 。 \tag{21}$$

任意液化概率下实测标贯击数的液化临界值为

$$N_{\mathrm{cr},P_\mathrm{L}} = N_{\mathrm{cr}} - \frac{1}{0.32}\cdot\ln\left(\frac{P_\mathrm{L}}{1-P_\mathrm{L}}\right) \quad 。 \tag{22}$$

式中　P_L 为液化概率；N 为土层实测标准贯入试验锤击数；$N_{\mathrm{cr},P_\mathrm{L}}$ 为任意液化概率下实测标贯击数的液化临界值。0.5 概率下的液化临界值，由下式计算：

$$N_{\mathrm{cr}} = \beta\left(\frac{69a_{\max}}{a_{\max}+0.40}\right)(1-0.02d_\mathrm{w})\left(0.21+\frac{0.79d_\mathrm{s}}{d_\mathrm{s}+6.2}\right)\sqrt{3/\rho_\mathrm{c}}, \tag{23}$$

N_{cr} 亦可由下式计算：

$$N_{\mathrm{cr}} = \left(\frac{69a_{\max}}{a_{\max}+0.40}\right)(1-0.02d_\mathrm{w})\left(0.21+\frac{0.79d_\mathrm{s}}{d_\mathrm{s}+6.2}\right)\cdot\sqrt{\frac{12}{F_\mathrm{c}-3}}(0.20M_\mathrm{s}-0.50) \quad 。 \tag{24}$$

式中　β 为调整系数，设计地震第一组取 0.80，第二组取 0.95，第三组取 1.05，亦可按 β =0.20M_s−0.50 计算，M_s 为面波震级；$a_{\max}$ 为地表峰值加速度，适用范围为 0.08g 到 0.9g；d_w 为地下水位深度（m）；d_s 为饱和砂土埋深（m）；ρ_c 为黏粒含量百分率，当小于 3 或为砂土时，应采用 3；F_c 为细粒含量百分比，当 F_c 小于 15 或为砂土时，F_c 应采用 15。

3　新方法和公式的对比检验

3.1　数据来源

包括本文新公式在内的以上所有液化的判别和风险评价方法，形成时的数据均来自于 20 世纪的地震液化调查资料，所有方法都需要接受新数据的检验。

2011 年 2 月发生在新西兰的 6.3 级地震中，液化现象显著，由此也造成了巨大的破坏。地震后陆续公布了勘察资料，笔者团队通过分析场地勘察报告[23]，提取了液化砂层和非液化砂层的标准贯入试验数据共计 341 组。2011 年新西兰地震液化场地的峰值加速度 PGA 范围为 0.23g～0.89g，其中 80%的液化样本和 97%的非液化样本位于 9 度区内，即 PGA 主要集中于 0.35g～0.71g 区间。这一特点，为强烈地震动作用下液化风险评价方法的检验和发展提供了条件。

为重点研究超过 10 m 情况下各方法的适用性，表 1 给出了以 10 m 为分界线下新西兰地震液化调查数据的样本分布情况。从中可见，液化砂层埋深超过 10 m 的样本为 159 组，较以往有明显增加，这一特点为超过 10 m 深层土液化风险评价方法的发展提供了条件。

表 1 按 10 m 为分界线下的砂层埋深分布

Table 1 Distribution of sand depth according to dividing line of 10 m in 2011 New Zealand Earthquake

砂层状态	埋深 10 m 以内	埋深 10～30 m 之间
液化	150	123
非液化	32	36
小计	182	169

3.2 不同方法液化临界线的对比检验

对 P_L 为 0.5 情况，将本文方法、NCEER 方法、核标法和建规法的液化判别临界线比较示于图 5。其中，地下水位为 2 m，图 5（a），（b）和（c）分别为烈度 7°（0.1g）、8°（0.2g）和 9°（0.4g）下的结果，（c）中包括了与新西兰实测液°化数据的对比。

从图 5 可见，4 种方法对于 10 m 内浅埋砂层结果相对接近，但埋深超过 10 m 后则出现显著差异。7 度下（图 5（a）），NCEER 法和核标法的液化临界线均出现了 10 m 左右回弯、30 m 处又拉回的不正常现象；建规法在埋深大于 10 m 后较其他方法表现保守。8 度下（（图 5（b）），NCEER 方法和核标法的液化临界线又出现了 10 m 左右回弯的不正常现象，核标法表现更为突出；建规法在埋深大于 10 m 后较其他方法依然表现保守。9 度下（图 5（c））与实测数据对比表明，NCEER 方法临界线随深度增加增长过快，大幅度趋于保守；核标法临界线在埋深大于 10 m 后出现回弯，大幅度趋于危险；建规法明显保守，会将很多非液化层判成液化。对比之下，本文方法的临界线随深度的变化为统一表达，没有 NCEER 方法和核标法临界线回弯和拉回现象，也克服了建规法严重保守的缺点。

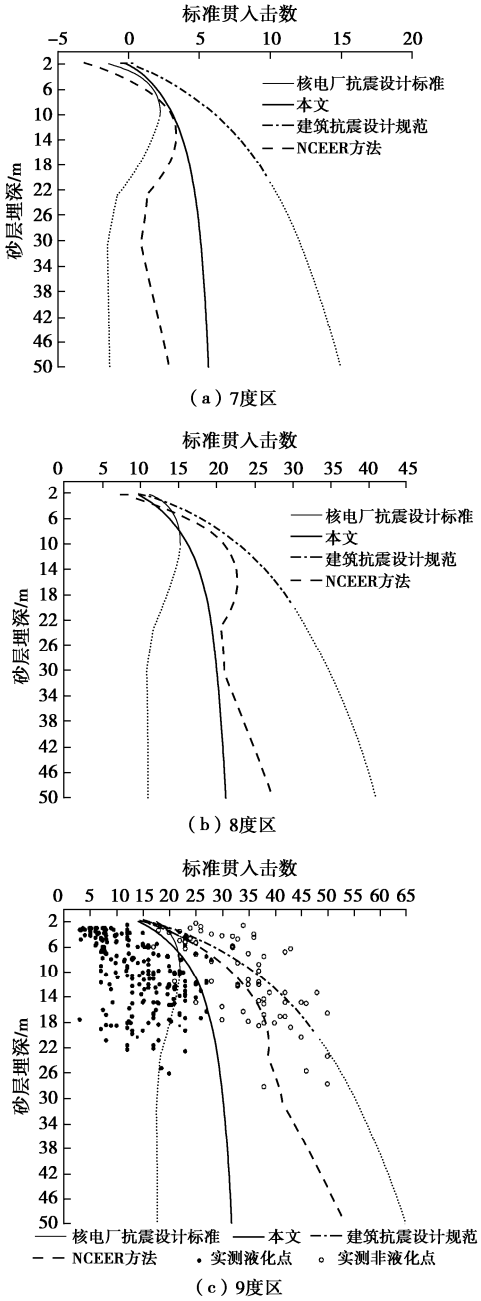


图 5 P_L 为 0.5 下 4 种方法液化临界线随埋深变化的对比

Fig. 5 Comparison of liquefaction thresholds with buried depth of four methods under P_L of 0.5

对 P_L 为 0.2 情况，将本文方法与核标法的液化判别临界线比较示于图 6。由图可见，对于 10 m 内浅埋砂层，本文方法与核标法相对接近，但埋深超过 10 m 后则出现明显差异。如图 6（a）和（b），7 度和 8 度下，核标法临界线在 P_L 为 0.2 时仍出现了 10 m 左右回弯的不正常现象，本文方法则表现良好。如图 6（c），对于液化临界线已经取为很保守的情况（P_L=0.2），本文方法基本上将所有实测液化点判为液化，其临界线基本上贴近所有实测液化点的临界线，给出了更加合理的结果，而核标法临界线在 10 m 后明显左偏，将较多深层液化点判为非液化，严重偏于危险。

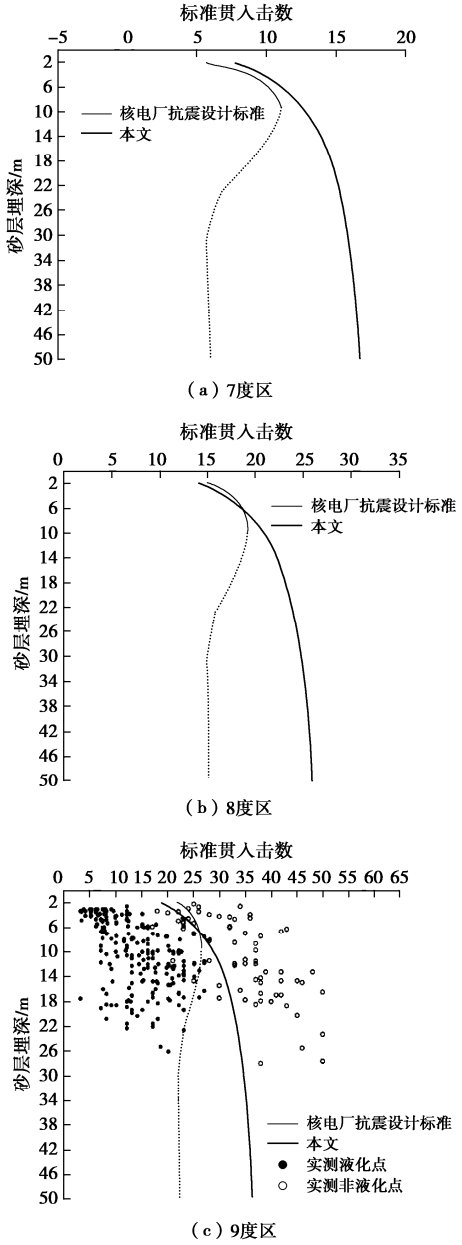


图 6 P_L 为 0.2 下本文方法与核电厂抗震设计标准方法液化临界线随埋深变化的对比

Fig. 6 Comparison of liquefaction thresholds with buried depth by proposed method and Code for Seismic Design of Nuclear Power Plants of China under P_L of 0.2

对 P_L 为 0.8 情况，将本文方法与核标法的液化判别临界线比较示于图 7，可见本文方法与核标法对于 10 m 内浅埋砂层结果相对接近，但埋深超过 10 m 后二者差异明显。如图 7（a），7 度下核标法临界线在超过 10 m 后不仅出现了回弯，在 20 m 后临界线又出现了趋于负值的不正常现象，本文方法则表现良好。9 度下，如图 7（c），注意到液化临界线针对的是 P_L=0.8 的情况，此时本文方法临界线基本上与所有实测非液化点的临界线贴近，表现合理，而核标法临界线强烈回弯，10 m 后明显左移，表现不甚合理。

3.3　不同概率水平下方法的对比检验

本文提出的场地液化概率计算方法，采用的是从以往大量事实中抽象出的具有普适性的经典概率分布函数，因而得到的结果应是科学合理的。

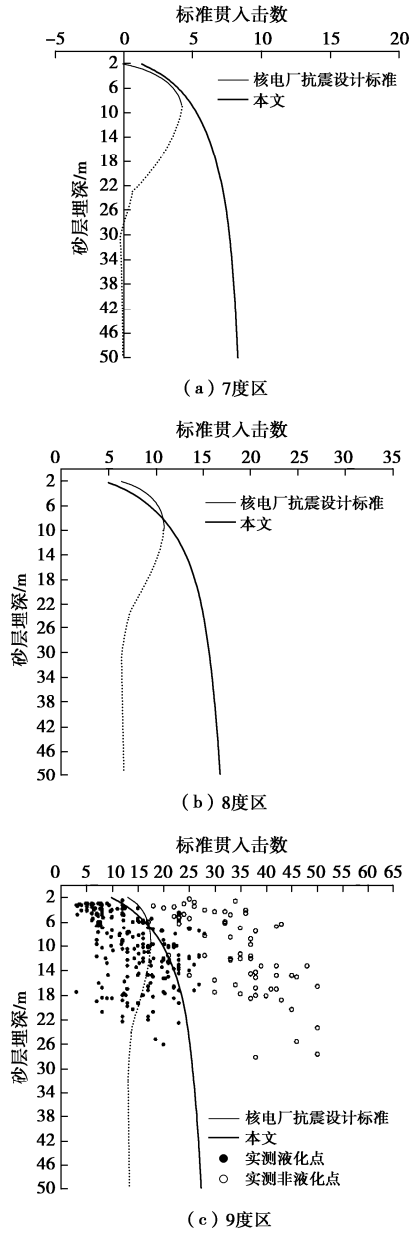


图 7 P_L 为 0.8 下本文方法与核电厂抗震设计标准方法液化临界线随埋深变化的对比

Fig. 7 Comparison of liquefaction thresholds with buried depth by proposed method and Code for Seismic Design of Nuclear Power Plants of China under P_L of 0.8

为全面了解不同液化概率下核标法与本文方法的异同，由式（4）和式（19）分别得到两种方法不同液化概率下的临界标贯击数，并对表1的2011年新西兰地震液化实测数据进行判别，结果对比示于图8，9，两图分别针对是埋深小于10 m和埋深大于10 m的样本。

对于砂层埋深10 m以内的情况，如图8，两种方法下随液化概率取值增大，液化和非液化判别成功率分别增大和下降，且液化与非液化判别成功率曲线均在 P_L 为0.5左右交汇，即当液化和非液化概率取值相同时，两个方法对液化点和非液化点判别成功率定量来

说大致相同。也就是说，核标法和本文方法对于砂层埋深10 m以内符合现有认识和基本规律，表现良好。而对于砂层埋深超过10 m情况，如图9（a），随液化概率取值增大，核标法液化和非液化判别成功率分别增大和下降，但其液化与非液化判别成功率曲线交汇在P_L等于0.2处，意味着核标法在砂层埋深超过10 m情况下总体偏于危险，这一点与图5～7的表现一致。相比之下，如图9（b），本文方法的液化与非液化判别成功率曲线交汇仍在P_L为0.5左右，也就是说，本文方法对砂层埋深超过10 m以后仍符合基本规律。

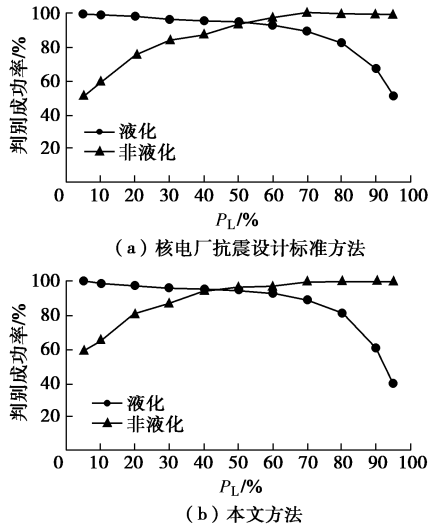


图 8 不同概率水平下本文方法与核电厂抗震设计标准方法对2011 新西兰地震 10 m 埋深内液化实测数据的判别结果对比

Fig. 8 Comparison of discriminant results of liquefaction data within 10 m depth between the paper and the Seismic Code of Nuclear Power at different probability levels

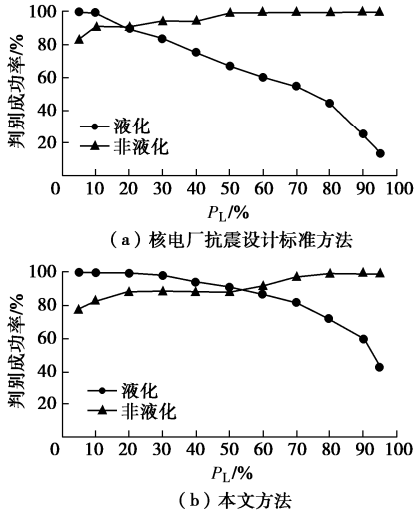


图 9 不同概率水平下本文方法与核电厂抗震设计标准方法对2011 新西兰地震超过 10 m 埋深液化实测数据的判别结果对比

Fig. 9 Comparison of discriminant results of liquefaction data over 10 m depth between the paper and the Seismic Code of Nuclear Power at different probability levels

4 结 论

（1）土层液化概率评价问题复杂且目前实测数据不具备完备性，完全依靠样本回归或学习形成评价方法很难取得理想效果，且由于目前所有方法均采用CSR 理论，会导致形成的方法在砂层埋深超过 10 m 后表现不甚合理。

（2）本文将较为成熟的土层液化判定的确定性方法与求解概率的经典数学方法相结合，提出了土层液化概率评价的半经验半理论方法与新的计算公式，经过近期地震大量新数据的对比检验，验证了所提新方法和公式的可靠性和先进性。

（3）本文提出的基于单变量的概率计算方法，可发挥半经验半理论的确定性分析方法和经典的数学方法的各自优势，对土层液化概率评价问题的成功应用，表明了所提新方法对其他多自变量下二分类概率计算问题具有指导和参考意义。

参考文献：

[1] 王兰民. 黄土地层大规模地震液化滑移的机理与风险评估[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(1): 1－19. (WANG Lan-min. Mechanism and risk evaluation of sliding flow triggered by liquefaction of loess deposit during earthquakes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(1): 1－19. (in Chinese))

[2] 周燕国, 谭晓明, 陈 捷, 等. 易液化深厚覆盖层地震动放大效应台阵观测与分析[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(7): 1282－1291. (ZHOU Yan-guo, TAN Xiao-ming, CHEN Jie, et al. Observations and analyses of site amplification effects of deep liquefiable soil deposits by geotechnical downhole array[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(7): 1282－1291. (in Chinese))

[3] 杜修力, 张 佩, 许成顺, 等. 论有效应力原理与有效应力[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(3): 486－494. (DU Xiu-li, ZHANG Pei, XU Cheng-shun. On principle of effective stress and effective stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(3): 486－494. (in Chinese))

[4] 陈育民, 刘汉龙, 邵国建, 等. 砂土液化及液化后流动特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(9): 1408－1413. (CHEN Yu-min, LIU Han-long, SHAO Guo-jian. Laboratory tests on flow characteristics of liquefied and post-liquefied sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(9): 1408－1413. (in Chinese))

[5] 刘 星, 王 睿, 张建民. 液化地基中群桩基础地震响应分析[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(12): 2331－2336. (LIU Xing, WANG Rui, ZHANG Jian-min. Seismic response analysis of pile groups in liquefiable foundations[J]. Chinese

Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(12): 2331－2336. (in Chinese))

[6] 陈国兴, 孙　田, 王炳辉, 等. 循环荷载作用下饱和砂砾土的破坏机理与动强度[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(12): 2140－2148. (CHEN Guo-xing, SUN Tian, WANG Bing-hui, et al. Undrained cyclic failure mechanisms and resistance of saturated sand-gravel mixtures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(12): 2140－2148. (in Chinese))

[7] 刘汉龙, 王维国, 刘　军, 等. 饱和砂土场地大型爆炸液化现场试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(4): 601－608. (LIU Han-long, WANG Wei-guo, LIU Jun, et al. Large-scale field tests on blast-induced liquefaction in saturated sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(4): 601－608. (in Chinese))

[8] 建筑抗震设计规范: GB 50011—2010[S]. 2010. (Code for Seismic Design of Buildings: GB 50011—2010[S]. 2010. (in Chinese))

[9] LIAO S C, VENEZIANO D, WHITMAN R V. Regression models for evaluating liquefaction probability[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1988, **114**(4): 389－411.

[10] JUANG C H, CHON C J, TAO J, et al. Risk-based liquefaction potential evaluation using standard penetration tests[J]. Gan Geoteeh J, 2000, **37**: 1195－1208.

[11] 余跃心, 刘汉龙, 高玉峰. 场地液化势评价概率模型[J]. 工程勘察, 2002(5): 4－7. (SHE Yue-xin, LIU Han-long, GAO Yu-feng. Probabilistic model for evaluation of site liquefaction potential[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 2002(5): 4－7. (in Chinese))

[12] 符圣聪, 江静贝. 基于静力触探的液化势概率估计和判别标准[J]. 工程抗震与加固改造, 2005, **27**(1): 70－74. (FU Sheng-cong, JIANG Jing-bei. Probabilistic evaluation and criterion of liquefaction potential by CPT[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2005, **27**(1): 70－74. (in Chinese))

[13] 陈国兴, 李方明. 基于径向基函数神经网络模型的砂土液化概率判别方法[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(3): 301－305. (CHEN Guo-xing, LI Fang-ming. Probabilistic estimation of sand liquefaction based on network model of radial basis function Chinese[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(3): 301－305. (in Chinese))

[14] 潘建平, 孔宪京, 邹德高. 基于 Logistic 回归模型的砂土液化概率评价[J]. 岩土力学, 2008, **29**(9): 2267－2571 (PAN Jian-ping, KONG Xian-jing, ZOU De-gao. Probabilistic evaluation of sand liquefaction based on Logistic regression model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(9): 2267－2571. (in Chinese))

[15] 袁启旺. 基于 CPT 的地基液化概率评价[J]. 工程勘察, 2009(6): 24－29. (YUAN Qi-wang. Evaluating soil liquefaction probability using CPT data[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 2009(6): 24－29. (in Chinese))

[16] 袁晓铭, 曹振中. 基于土层常规参数的液化发生概率计算公式及其可靠性研究[J]. 土木工程学报. 2014, **47**(4): 99－108. (YUAN Xiao-ming, CAO Zhen-zhong. Conventional soils parameters-based liquefaction probabilistic evaluation procedure and its reliability analysis[J]. China Civil Engineering Journal, 2009, **47**(4): 99－108. (in Chinese))

[17] 核电厂抗震设计标准: GB 50267—2019[S]. 2019. (Standard for Seismic Design of Nuclear Power Plants: GB 50267—2019[S]. 2019. (in Chinese)

[18] 袁晓铭, 费　扬, 陈龙伟, 等. 含剧烈地震动作用不同埋深砂土液化判别统一公式[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, **40**(10): 2101－2112. (YUAN Xiao-ming, FEI Yang, CHEN Long-wei, et al. A unified formula for predicting sand liquefaction in different buried depths under severe seismic ground motion and below[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, **40**(10): 2101－2112. (in Chinese))

[19] YOUD T L, IDRISS I M. Proceeding of the NCEER Workshop on Evaluation of Liquefaction Resistance of Soils[R]. Technical Report NCEER-97-0022, 1997.

[20] 冯·贝塔朗菲，林康义译. 一般系统论——基础、发展和应用[D]. 北京: 清华大学出版社, 1987. (VON Bertalanfi, Translated by LIN K Y, General System Theory: Foundation, Development and Application[D]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987. (in Chinese))

[21] 钱学森, 等. 论系统工程[D]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1982. (QIAN Xue-sen, et al. On System Engineering[D]. Changsha: Hunan Science and Technology Press, 1982. (in Chinese))

[22] COX D R. The Analysis of Binary Data[D]. London: Methuen and Co. Ltd., 1970.

[23] 陈同之. 2011 年新西兰地震液化特征及现有液化判别方法检验[D]. 北京: 中国地震局工程力学研究所, 2014. (CHEN Tong-zhi. 2011 New Zealand Earthquake Liquefaction Characteristics and Test of Existing Liquefaction Discriminant Methods[D]. Beijing: Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, 2014. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203017

强震作用下软土场地桩基负摩阻力振动台试验研究

田兆阳[1,2,3]，李 平*[1,3]，朱 胜[1]，张 塬[1]，李玉影[1]，刘应慈[1]，周 楷[1]，颜灵勇[1]

（1. 防灾科技学院，河北 廊坊 065201；2. 山东省地震局，山东 济南 250014；3. 河北省地震灾害防御与风险评价重点实验室，河北 廊坊 065201）

摘 要：为研究强震作用下软土场地中桩基负摩阻力的产生机理及分布特性，设计开展了软土静力学试验、动三轴震陷试验和软土场地－单桩体系振动台试验，验证了震陷软土场地对桩基的负摩阻力作用，得到了软土的震陷特性、不同输入地震动下桩土体系地震动响应和桩负摩阻力分布发展规律，讨论了强震作用下负摩阻力的产生及发展过程。结果表明：①软土震陷的产生存在一定的屈服动应力，可利用动三轴试验来初步判断震陷引发负摩阻力的启动震级；②水平向地震动下负摩阻力主要产生在桩身的上部，竖向地震动下全桩均会产生负摩阻力；③震陷引发的桩基负摩阻力具有突发性，且微小的桩土相对位移量即可产生显著的负摩阻力，这种瞬时加载可能会对结构造成破坏；④利用桩侧土体和接触面的抗剪强度可初步估算软土场地中桩基可能受到的负摩阻力值。试验成果可为软土场地桩基负摩阻力的判别与计算提供参考，对软土场地抗震设防具有一定的理论和工程实用价值。

关键词：强震；软土；桩基；负摩阻力；振动台试验

中图分类号：TU435 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0550－10

作者简介：田兆阳(1993—)，男，硕士，工程师，主要从事岩土工程抗震方面的研究。E-mail: tzy_eqsd@foxmail.com。

Shaking table tests on negative friction of piles in soft soils under strong earthquake motion

TIAN Zhao-yang[1, 2, 3], LI Ping[1, 3], ZHU Sheng[1], ZHANG Yuan[1], LI Yu-ying[1], LIU Ying-ci[1], ZHOU Kai[1], YAN Ling-yong[1]

(1. Institute of Disaster Prevention Science and Technology, Langfang 065201, China; 2. Shandong Earthquake Agency, Jinan 250014, China; 3. Hebei Key Laboratory of Earthquake Disaster Prevention and Risk Assessment, Langfang 065201, China)

Abstract: The negative friction of piles caused by seismic settlement of soft soils will produce the downward loads on pile foundation and cause serious damage to the foundation and structures. In order to study the formation mechanism and distribution characteristics of negative friction of pile foundation in soft soils under strong earthquake motion, the static tests and dynamic triaxial tests on soft soils and the shaking table tests on single pile in soft soil field are carried out. The negative friction on piles caused by seismic settlement of soft soils is proved. The seismic subsidence characteristics of soft soils, the dynamic response of pile-soil system under different input ground motion and the distribution development law of negative friction resistance of piles are obtained. The generation and development of negative friction under strong earthquakes are discussed. The results indicate that: (1) There is a certain yield dynamic stress in the formation of seismic subsidence in soft soils. The dynamic triaxial tests can be used to preliminarily judge the initial magnitude of negative friction induced by seismic subsidence. (2) Under the horizontal ground motion, the negative friction resistance is mainly generated at the upper part of the piles, while under the vertical ground motion, the negative friction resistance is generated at the whole pile. The development law of negative friction resistance is different in these two cases. (3) The negative friction resistance of the pile foundation caused by seismic subsidence of soft soils is sudden. At the initial stage of ground motion loading, the small relative displacement of the piles and soils can produce significant negative friction resistance, so attention should be paid to the damage effect of such instantaneous loads on the foundation and superstructure. (4) The potential negative friction resistance of pile foundation in soft soils can be estimated preliminarily by using the shear strength of pile-side soil and contact surface. The above results may provide reference for the discrimination and calculation of negative friction resistance of pile foundation in soft soil sites, and have certain theoretical and engineering practical value for seismic fortitude of soft soil sites.

Key words: strong earthquake motion; soft soil; pile; negative friction; shaking table test

基金项目：地震科技星火计划项目（XH20084）；河北省地震灾害防御与风险评价重点实验室开放基金项目（FZ213207）

收稿日期：2021－04－22

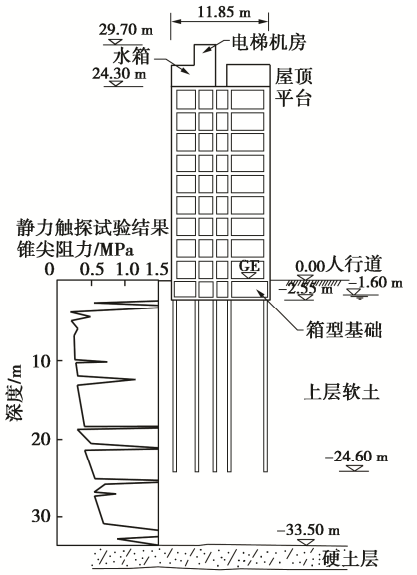
*通信作者（E-mail：chinaliping1981@126.com）

0　引　　言

软土震陷是指饱和软黏土在动荷载作用下因强度降低发生软化而产生地基沉陷的现象。这种震陷会使土体在桩侧产生下拉荷载，即负摩阻力。与上部堆载、地基降水等静力作用相比，软土震陷导致的负摩阻力影响因素多、突发性强，在与地震作用引起的上部结构惯性荷载共同作用下会造成更严重的地基基础和建筑物破坏。在 1976 年唐山大地震、1978 年日本宫城县地震、1985 年墨西哥大地震以及 2008 年汶川大地震中，均在出现了坐落在软土地基上的桩基在负摩阻力的作用下产生的不均匀沉降进而造成建筑物破坏的现象。例如，墨西哥大地震中，虽然很多建筑物设计中采用补偿基础等措施来减轻静力条件下负摩阻力的影响，但由于未考虑软土震陷在桩身产生的负摩阻力，造成地震作用下的承载力安全系数不足，且上部结构的 $P-\Delta$ 作用加剧了摇摆，最终使建筑物产生了严重的沉降和倾斜。震害调查发现，墨西哥城中有 25 栋采用摩擦桩基础的建筑物在地震中产生了较为严重的沉降和倾斜，其中一栋坐落在软土地基上高 30 m 的 10 层钢筋混凝土建筑，基础采用高 2.6 m 的补偿基础和直径 0.4 m 长 22 m 的摩擦桩基，在地震作用下发生地基基础的沉降及倾覆，其中一侧进入地基中达 6 m，建筑物结构及破坏情况如图 1 所示。这个典型震例说明软土震陷引起的负摩阻力不但可以直接对地基基础造成破坏，而且是地震中建筑物严重损毁的重要诱因之一[1-5]。

20 世纪 40 年代以来，国内外学者针对软土分布区、大面积填土地区、黄土地区的桩基负摩阻力问题，从理论计算、现场试验、模型试验和数值模拟等方面开展了大量的研究并取得了丰富的成果[6-22]。其中，模型试验可以根据实际需要控制试验模型特性及试验条件，是研究桩负摩阻力性状的重要手段之一。Shibata 等[9]通过室内模型试验研究了受荷群桩的负摩阻力特性以及利用桩身涂层减小负摩阻力的方法；陆明生[10]研究了摩擦桩、悬吊桩和端承桩的负摩阻力分布特性；Leung 等[11]利用土工离心机试验研究了不同受荷条件下单桩负摩阻力的分布特征；童建国等[12]利用土工离心机研究了软土场地摩擦桩和端承桩负摩阻力的发展规律；王兰民等[13]开展了黄土场地震陷与桩负摩阻力现场爆破试验，研究了黄土震陷时桩负摩阻力衍生特征与生成机理；孔纲强等[14]开展了桩顶荷载和地面堆载共同作用下的单桩和群桩负摩阻力特性室内模型试验，研究了桩身负摩阻力的发展规律。这些研究对探究桩基负摩阻力的发展规律及影响因素起有着重要的意义，但相关成果中桩负摩阻力的产生主要以静力作用条件引发为主，涉及地震作用下的软土场地桩负摩阻力的资料较少，相关作用机制不够清晰。

本文在已有研究的基础上，以地震作用下软土震陷引起的桩负摩阻力问题为研究对象，通过开展软土静动力学试验和振动台模型试验，研究了震陷软土场地中桩身负摩阻力的衍生及发展规律，对地震作用下桩负摩阻力的启动、发展及致灾过程进行了讨论，相关成果对提升软土场地抗震水平具有一定的理论和工程实用价值。



（a）建筑物结构简图



（b）建筑物破坏情况

图 1　墨西哥城 10 层建筑物震害情况（Mendoza，1988）

Fig. 1 Damage of a ten-story building in Mexico City (Mendoza，1988)

1　模型土参数

1.1　静力学参数

首先对振动台试验所选用的模型土开展了系列试验来研究其基本物理力学指标。模型软土采用软质高岭土和石英砂烘干后按照质量比 1∶1 配置，然后以含水率和密度作为控制指标进行重塑，土的基本物理指标如表 1 所示。重塑土的孔隙比大于 1，满足软土的定义。

采用直剪试验测定重塑软土的抗剪强度特性，不

同竖向压力下的剪应力与剪切位移关系曲线如图 2 所示，可见在剪切位移达到 1.5 mm 时，土体剪应力达到最大值，土体抗剪强度得到充分发挥。土的抗剪强度指标：c=10.3 kPa，φ=6°。

表 1 重塑软土基本物理指标

Table 1 Physical properties of remolded soft soil

名称	含水率/%	填土密度/(t·m^{-1})	孔隙比/%	塑限/%	液限/%	塑性指数
重塑软土	33	1.79	1.04	17.2	42.2	25

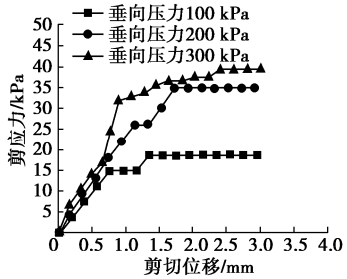


图 2 重塑土剪应力与剪切位移关系

Fig. 2 Relationship between shear stress and shear displacement of remolded soft soil

1.2 动力学参数

为研究软土的动力特性，采用美国 GCTS 公司生产的 STX-200 型双向动三轴仪分别测定振动台试验模型箱中所取原状软土的动剪切模量比、阻尼比随应变的变化关系以及震陷参数，选取试样直径 38 mm、高度 76 mm。

（1）动剪切模量比和阻尼比

将软土试验分别在 50，100，150 kPa 的围压下等压固结 8 h，分级施加轴向循环荷载，测定土样在不同轴向应变下的动剪切模量 G_d 和轴向应变 γ_d，然后对试验数据进行处理，得到动剪切模量和阻尼比随剪应变的变化关系，如图 3 所示。

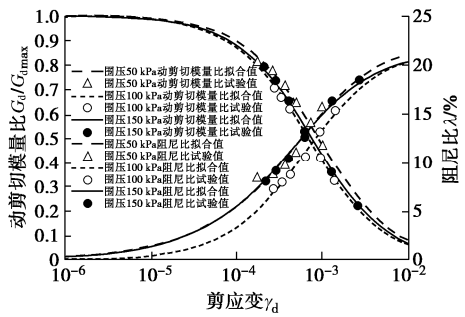


图 3 动剪切模量比和阻尼比随剪应变关系变化关系

Fig. 3 Relationship among dynamic shear modulus ratio, damping ratio and shear strain

（2）震陷参数

残余应变是指动应力卸除后土体的残余变形，试验中为动应力作用后试样的变形量与作用前试样高度的比值。利用动三轴震陷试验研究软土残余应变随振次的发展规律，固结围压为 100 kPa，轴向施加 1 Hz 的正弦荷载，动应力为 25，35，50 kPa，当动应变达到 8%或振次达到 100 周时结束试验。利用指数模型拟合振次和残余应变之间的关系，公式为

$$\varepsilon_p = AN^b \quad , \tag{1}$$

式中，ε_p 为残余应变，N 为循环荷载振次，A，b 为试验参数。

图 4 给出了典型试样在不同动应力作用下的残余应变随振次的发展情况。当动应力较小时，残余应变与振次的关系表现为线性，振次达到 100 周时应变值仅有 2%；随着动应力增大，残余应变与振次间呈现明显的指数关系，在 20 次后应变达到 8%。

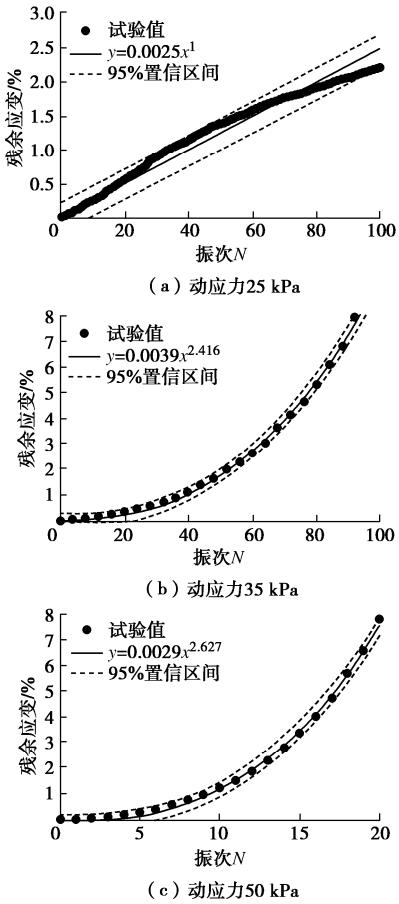


图 4 不同动应力下试样残余应变与振次关系

Fig. 4 Relationship between residual strain and vibration times under different dynamic stresses

试验结果表明，软土试样在动力作用下存在临界屈服强度。当动应力较小时，软土试样不易产生残余变形，即不产生震陷。随着动应力增大，软土结构破坏，残余变形随振次的增加明显增大，即当动荷载达

到一定强度时，场地会产生明显的震陷。该现象对软土震陷的启动条件判别有重要意义，在实际应用中，可设计一组动三轴试验，由小到大施加不同的轴向动应力，测试土样在该动应力下达到震陷标准（根据需要选取，如 2%）所需的循环次数，根据等效循环次数与震级的换算关系，即可利用动三轴震陷试验来初步判断软土场地震陷及引发桩负摩阻力的启动震级，亦可判断在设定震级下发生震陷所需的动应力。

2　振动台试验设计

2.1　试验装置

试验所采用振动台为防灾科技学院三向六自由度小型振动台，台面尺寸 1.5 m×1.5 m，最大承重 20 kN，水平向最大加速度 2g，竖向 1.5g，台面最大行程±100 mm，加载频率 0～60 Hz，可进行循环荷载和随机荷载的加载试验。试验选用刚性模型箱，尺寸为 0.8 m×0.8 m×1 m（长×宽×高），壁厚 1 cm。为减小边界效应，在模型箱振动方向设置 30 mm 厚的聚苯乙烯泡沫板。并在模型箱接缝处做了防水处理，底部安装排水阀门以控制排水条件。模型体系如图 5 所示。

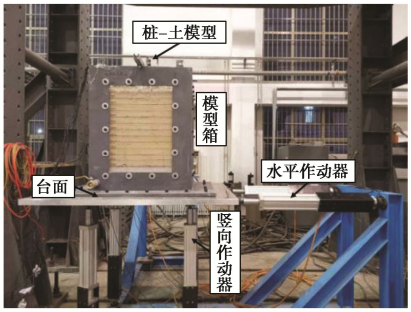


图 5　试验模型体系

Fig. 5 Test model system

2.2　模型相似比设计

本试验为包含桩与土体的缩尺模型试验，主要目的是根据试验数据对负摩阻力的产生机理和规律进行定性分析，模型相似关系不作为试验的重点。如需将试验规律反映到原型，可通过以下相似关系进行基本的预测。表 2 以模型尺寸、弹性模量和密度作为控制量，模型桩及场地尺寸按照相相似比 1∶25 控制，拉伸试验测得的试桩材料的弹性模量为 3 MPa，C30 混凝土的弹性模量为 30 MPa，有机玻璃与混凝土的密度比约为 1∶2，根据 Buckingham-π 定理，计算得到模型主要相似比，模型桩和地基土采用不耦合设计。

另外，根据文献[15]的相关结论，为使软土震陷能够充分发展，满足试验目的，在地震动加载时采用未压缩的原始持时地震动记录。

表 2　模型主要相似参数

Table 2 Similarity ratios of test model

物理量	相似关系	桩相似比	土体相似比
长度	S_L	1∶25	1∶25
位移	S_r	1∶25	1∶25
密度	S_ρ	1∶2	1∶1
弹性模量	S_E	1∶10	1∶1
加速度	S_a	1.0	1.0
时间	S_T	0.09	0.04
应力	S_σ	1∶10	1∶1
频率	S_ω	11.2	25

2.3　模型制备与传感器布设

场地成样方式为分层填筑，首先在底部填筑 200 mm 的排水砂层，然后将制备好的土料按照预定的密度以每层 100 mm 的厚度称出所需重量土样进行装填，软土层总厚度 600 mm，每间隔 200 mm 分层布设加速度和孔压传感器量测土体地震动响应和孔压变化，在模型土顶部布设顶杆位移计量测土体表层沉降。

试桩选用外径 20 mm，内径 16 mm 的空心有机玻璃管，弹性模量为 3 GPa。采用砂纸对桩表面进行粗糙处理，然后在桩身每隔 100 mm 等间距粘贴 7 组应变片，每组 4 个共 28 个，表面用环氧树脂进行保护。试桩布设在软土填筑之前，其上端固定，采用悬吊的方式固定于模型箱顶部的横梁上，插入土中部分为 600 mm，桩端落在排水砂层顶部，使其在水平向与模型箱同步运动，这种布桩方式的目的是观测仅由土体震陷单一因素在桩侧产生的负摩阻力效应。模型概况及传感器布置如图 6 所示。

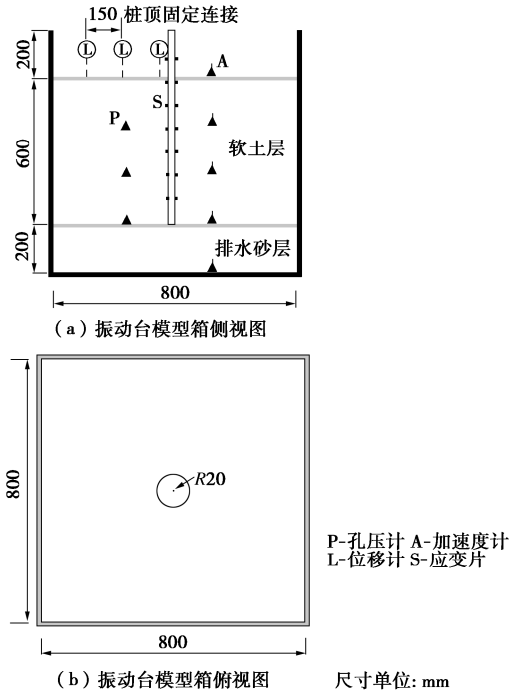
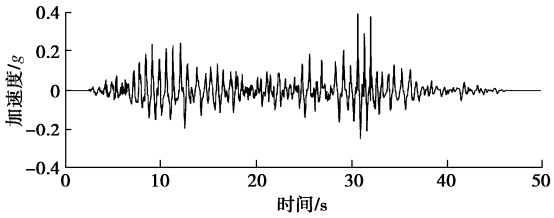


图 6　模型概况及传感器布置

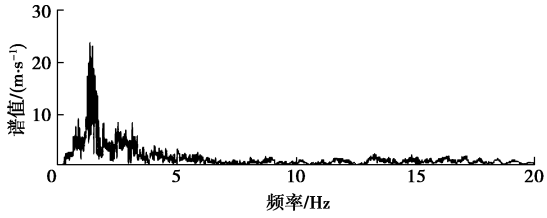
Fig. 6 Model overview and arrangement of sensors

2.4 试验地震动与加载工况

试验选取持时 30 s、频率为 3，5，7 Hz 的正弦波，以及 Landers 地震波调幅作为输入地震动。Landers 地震波为 1992 年美国 Landers 地震中 Joshua Tree 台站的强震记录，该地震动能量积累过程较慢，有效持时（能量 5%～95%）约为 26.8 s，卓越频率为 1.34 Hz，加速度时程和傅里叶谱如图 7 所示。



（a）Landers地震动加速度时程



（b）Landers地震动傅里叶幅值谱

图 7 Landers 地震动

Fig. 7 Landers seismic waves

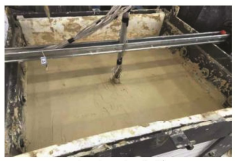
按照加速度峰值和频率从低到高的顺序进行加载，不同地震动之间输入白噪声来分析体系的自振频率等动力特性。每次地震动加载结束后，对传感器输出数据和模型破坏情况进行检查，静置 30 min 以使土体孔隙水压力消散。在下一次加载前将各采集通道平衡清零，然后继续加载直至所有工况结束。

试验后，设计数字滤波器对采集到的的原始应变数据进行滤波，以消除环境噪声的干扰，滤波通频带设定为 0.01～20 Hz。

3 试验结果分析

3.1 宏观现象

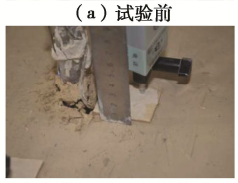
试验中，在地震动峰值较小的情况下，模型运动幅度较小，宏观破坏现象不明显。随着地震动加载强度的增大，土体的振动幅度也逐渐增大，试验模型出现了土体震陷、桩土界面相对位移、土体表面轻微渗水等现象。图 8（a）和图 8（b）为试验前和试验最终结束后模型软土场地的破坏情况。最终，场地表面出现了平行于振动方向的 U 型不均匀震陷，中心处土体震陷量约为 2.5 cm，在与加载方向平行的边界中心处震陷量约为 2 cm，且位于振动方向垂直边界处的土体有一定外翻；图 8（c）和图 8（d）为桩土界面的破坏情况，桩土界面在竖向上产生了 2.5 cm 的相对位移，且在桩身外 1 cm 的范围内，土体产生了环状裂缝。



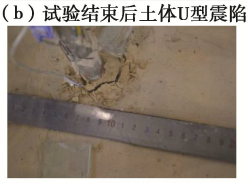
（a）试验前



（b）试验结束后土体U型震陷



（c）桩土界面竖向位移



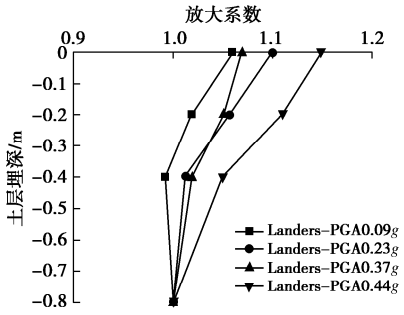
（d）土体环状裂缝

图 8 模型宏观破坏现象

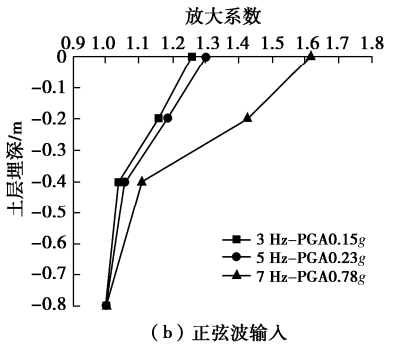
Fig. 8 Macroscopic failure phenomena of model

3.2 加速度放大作用

为了分析模型体系的动力响应，计算给出了天然波和正弦波水平向加载下土体不同深度处的加速度峰值放大系数，如图 9 所示。可见，各工况的地震动峰值放大系数随深度减小而逐渐增大，最大出现在土层顶部。其中，天然波的峰值放大系数在 1.0～1.2，正弦波的峰值放大系数在 1.0～1.7，两种类型的地震动峰值放大系数均随输入加速度峰值的增大而增大。分析认为产生该现象的原因，一是正弦波输入峰值较且输入频率也逐渐增大，对于整体自振频率较高的小型模型，更容易产生共振，导致放大系数显著增加；二是因为所采用的刚性模型箱尺寸较小，土层厚度薄，模型的边界效应和重力水平的差异导致了加速度放大系数的增大。



（a）Landers地震动输入



（b）正弦波输入

图 9 峰值加速度放大系数随深度的变化

Fig. 9 Variation of peak acceleration amplification factor with depth

3.3　土体孔压、表层震陷和桩身应变时程

在地震动作用下，软土内部的孔隙水压力会累积上升，土体模量降低造成地基沉降，并引发桩基的变形。在本试验中，为了分析模型体系在地震动作用下土体孔压发展、震陷和桩身的应变产生发展情况，本文列出了代表性正弦地震波（7 Hz，PGA=0.78g）输入下土体内部孔压和场地表层的沉降时程，如图 10 所示。在地震动加载开始（图中时间从采集开始时间算起，不代表地震动加载时间），土体内部孔压在 5 s 内就达到了最大值，土体表面沉降也在短时间内迅速增长并随后保持稳定。这种现象符合软土场地在地震动作用下首先因结构破坏发生“触变”，然后因模量降低继续沉降的规律。

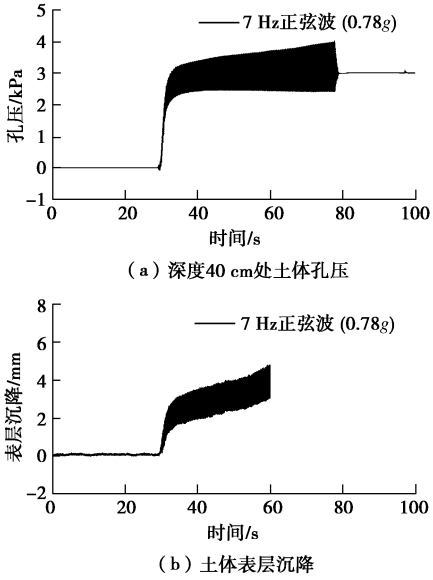


图 10　土体孔压和表层沉降时程

Fig. 10 Time histories of pore pressure of soil and surface settlement

图 11 为水平和竖向地震动加载下桩身测点的典型应变时程，根据其应变发展特性可有所不同，以水平向加载地震动分别为 5 Hz（PGA=0.23g）和 7 Hz（PGA=0.78g）的正弦波和竖向加载地震动为 5 Hz（PGA=0.2g）的正弦波的工况为例。

在以上 3 类情况中，桩身均在地震动加载之初就出现了竖向应变，且随加载不断增大。当水平向加载时，应变增速先快后慢，最终趋于平缓，初始增长速度和最终应变值受加载强度的影响。在地震动竖向加载时，桩身应变恒定的速率一直增长到地震动加载结束，竖向地震的加载中这种独特的现象在负摩阻力随时间的变化中也有所体现，下文中将继续讨论。

3.4　桩身负摩阻力分析

试验中采用悬吊桩这一简化工况，模型桩受到来

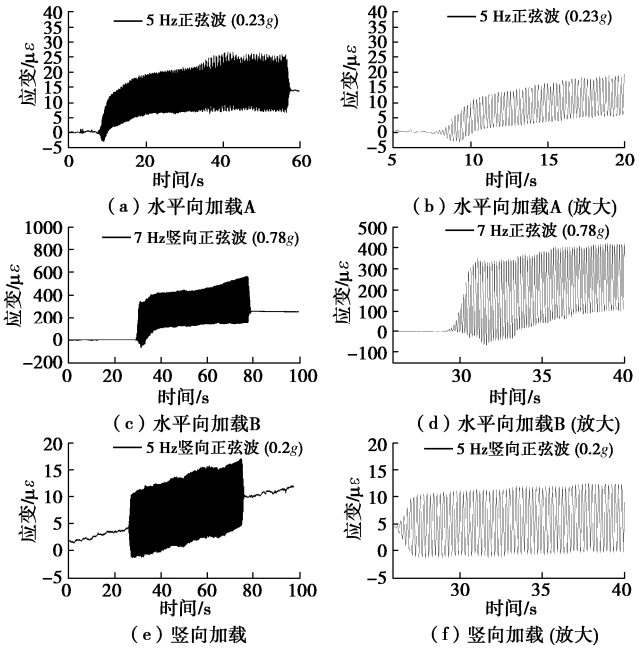


图 11　不同地震动输入下桩身测点应变时程

Fig. 11 Time histories of strain of pile at various measuring points under different ground motions

自模型箱横梁的拉力和桩周土的摩擦力，为观测模型桩在振动过程中受到的摩擦力特点，利用各测点的桩身应变数据来计算桩身轴力，然后通过不同位置间的平均轴力差来得到桩身负摩阻力的分布，如图 12 所示。由于桩身弹性模量 E、桩身截面积 A、应变测点间距 h 和桩身直径 d 已知，根据下式

$$q=\frac{EA(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{h\pi d} \tag{2}$$

即可由桩身测点的应变值求取测点间桩段的平均桩身摩阻力值，式中 ε_1，ε_2 为桩单元上下测点的应变值。

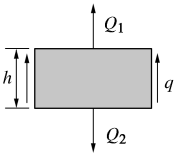


图 12　桩基摩阻力计算示意图

Fig. 12 Calculation of friction resistance of pile foundation

根据上述方法，计算得出不同工况下模型桩各桩段单位面积上的负摩阻力值。下面给出不同水平向地震动作用下，从地震动加载开始各时间点的桩身负摩阻力分布情况。其中，正值代表负摩阻力，负值代表正摩阻力。由于模型尺寸的影响，所加载的天然地震动对桩身负摩阻力产生的影响并不大，此处主要分析正弦地震动加载下模型的响应。

（1）水平向地震动加载

在水平向地震动加载下，桩身上部所受的负摩阻力最大，随着深度的增加，负摩阻力减小并变化为正

摩阻力，各工况均存在明显的中性点，各地震动作用下桩身负摩阻力的分布如图 13 所示。随着地震动峰值和频率的增加，桩身负摩阻力也迅速增加；除 PGA 为 0.15*g* 工况下负摩阻力最大值先减小后增大外，其他工况均表现为随时间增加，负摩阻力的最大值在加载前期随时间迅速增大，后期增速变缓的现象。值得说明的是，模型为悬吊桩，负摩阻力主要由桩头处的拉力来平衡，桩身主要受到土体的下拉荷载，导致桩身所受到的正负摩擦力之间并不平衡，但不影响本文对桩身负摩阻力分布特征和中性点位置的判断。

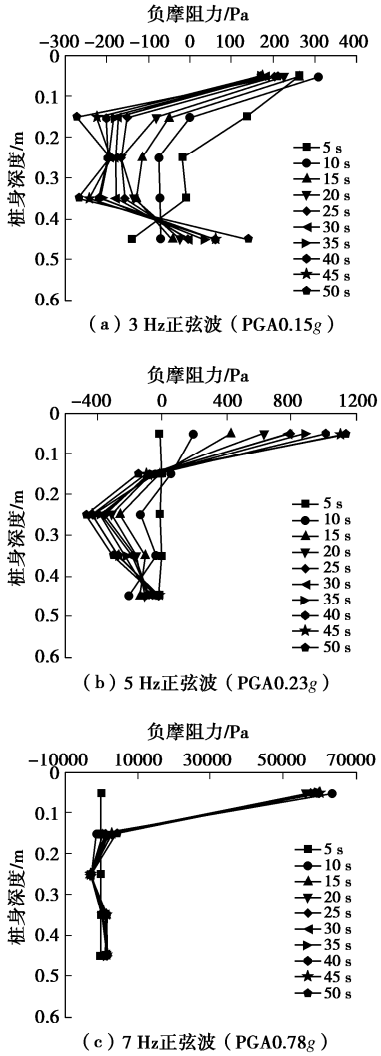


图 13 水平向加载下桩身负摩阻力分布

Fig. 13 Distribution of negative friction of pile under horizontal loads

（2）竖向地震动加载

竖向地震动加载下的桩身负摩阻力分布情况与水平向加载有所区别，图 14 给出了竖向地震动加载下桩身负摩阻力的分布情况。图 14（a），14（b）中，竖向加载初期土体对桩身表现为正摩阻力，并逐渐向负摩阻力发展，最终负摩阻力最大值出现在桩身上部，且全桩也主要表现为负摩阻力，中性点位置不明显。图 14（c）中，桩身上部和中部表现为负摩阻力，下部产生了一定的正摩阻力。

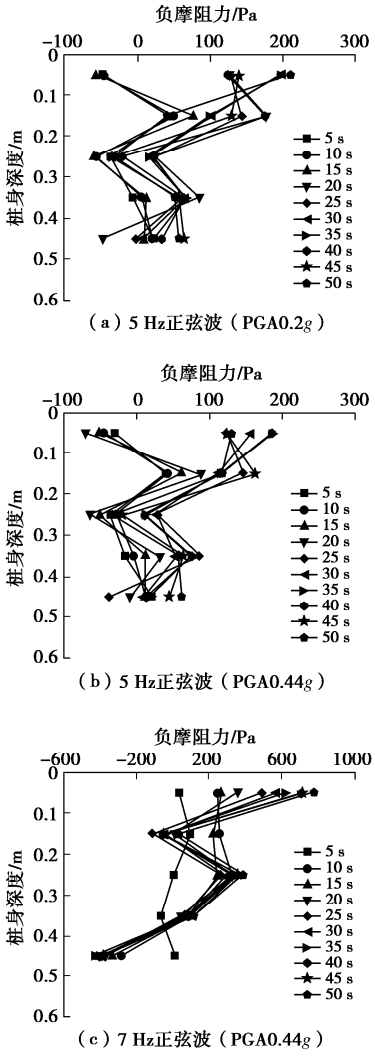


图 14 竖向加载下桩身负摩阻力分布

Fig. 14 Distribution of negative friction of pile under vertical loading

（3）中性点位置

水平向加载工况下，中性点的位置随加载强度的增大有所加深，总体变化不大。桩身的中性比约在 0.2～0.3，小于工程现场测试中由静力作用引起的桩身负摩阻力中性比，但其沿深度变化规律符合模型中场地震陷量的分布规律。

竖向加载工况下，由于全桩都会出现负摩阻力，桩身中性点的位置不明确。整体而言，其深度要大于水平地震动加载下的情况。由这种分布可以推测，仅考虑水平向加载的振动台试验对桩身中性比的预测偏低。

4　强震作用下负摩阻力的产生及发展过程

4.1　强震作用下桩基负摩阻力的产生

软土场地震陷引发桩基负摩阻力的基本过程可表述为：在地震动作用下，软土发生结构破坏，抗剪强度等力学指标降低，发生土体的震陷，这种震陷使土体相对桩身产生向下的位移，从而引起负摩阻力。由动三轴震陷试验和振动台试验可知，软土发生“触变”的特点是在动荷载加载之初就会产生较大的沉降，而微小的桩土相对位移量即可产生显著的负摩阻力，因此强震作用下桩身负摩阻力的产生具有较强的突发性，可在发震后数秒内完成。

桩身负摩阻力的产生取决于场地是否发生震陷。上文中动三轴试验表明，软土震陷的产生存在临界动应力。动应力较小时，土体结构性未被破坏，不会发生震陷；当动应力超过临界后，软土残余变形随振次呈指数形态发展，即产生明显的土体震陷，此时会在桩身产生负摩阻力。因此，桩身负摩阻力产生条件的判别主要因素是确定软土震陷的临界荷载，可基于动三轴震陷试验结果获得。即根据试验中发生震陷的临界动应力振幅换算临界地面峰值加速度，根据振次来换算可能发生震陷的等效震级。

4.2　强震作用下桩基负摩阻力的发展

文献[13]指出，震陷引起的桩负摩阻力来源于桩周土体的沉降产生的重力势能损失，并且通过桩周土及桩土接触面的剪切变形传递到桩身。可见，桩负摩阻力值受土体沉降量、桩周土抗剪强度和桩土接触面抗剪强度的控制。震陷条件下桩负摩阻力的最大值等于桩周土抗剪强度和桩土接触面抗剪强度中的较小值，可由下式表示：

$$f=[K_0(\sigma_{v0}+\sigma_{vd})+\sigma_{hd}]\tan\varphi+c \quad 。 \tag{3}$$

式中　f 为负摩阻力；K_0 为土体的侧压力系数，无资料时可使用公式 $K_0=1-\sin\varphi'$ 估算，φ' 为土体的有效内摩擦角；σ_{v0}，σ_{vd} 分别为土体在某时刻的自重应力和竖向动应力；σ_{hd} 为土体在地震动作用下产生的水平向应力，可由 Seed 等效方法估算；φ 为土体或桩土接触面的内摩擦角，应为地震过程中的残余内摩擦角；c 为土体或桩土间的黏聚力。

桩身受到的最大下拉荷载可表示为

$$F=\int_0^z Uf(z)\mathrm{d}z \quad , \tag{4}$$

式中，F 为桩身下拉荷载，U 为桩身直径，z 为桩身中性点位置的埋深。

上述方法未考虑桩周土震陷量对负摩阻力的影响和桩身中性点位置的确定，可引入折减系数 C_f 来考虑震陷量对负摩阻力的影响，折减系数取值范围为 0～1，当震陷量等于场地可能发生的最大震陷量时取 $C_f=1$。

4.3　静动力作用下桩基负摩阻力的联系与区别

静动力作用下，桩基受到的负摩阻力均来在于桩身和土体的差异性沉降。文献[22]研究表明，在静力作用下较小的桩土位移即可产生较大的负摩阻力，这种现象在本文试验中也得到了证实。两种情况下的桩基负摩阻力主要有以下 3 个方面的区别：

（1）土体沉降的原因

静力作用下，除湿陷性黄土遇水软化外，土体的沉降主要来自于外部荷载的作用，如堆载、固结引起的有效应力增加等。动力作用下土体沉降的主要原因在于结构性土的强度破坏，受土体自身特性影响较大。

（2）负摩阻力的产生发展时间

静力作用下，土体的沉降是缓慢发生的，负摩阻力的产生需要一定的时间。动力作用下的负摩阻力产生具有突发性，会对结构造成更严重的破坏。

（3）负摩阻力的致灾特点

静力作用下，负摩阻力会直接引发桩基和结构的沉降以及造成桩身和地基持力层的破坏，影响结构的使用功能。动力作用下，桩-土-结构体系会产生复杂的相互作用，负摩阻力既会对体系造成直接破坏，又会作为诱发因素，与上部结构的运动共同作用，造成结构的倾覆与倒塌等严重破坏。

5　结　　论

本文针对软土场地震陷引起的桩基负摩阻力问题，开展了室内静动力学试验、水平和竖向加载下的软土场地-悬吊桩振动台模型试验，研究了软土震陷的特性及影响因素，验证了震陷软土场地对桩基的负摩阻力作用，根据土体孔压、沉降和桩身应变数据的量测结果，初步解释了强震作用下桩基负摩阻力启动条件和分布发展规律，给出了桩身负摩阻力的简单估算公式。主要得到以下 4 点结论。

（1）软土动三轴试验结果表明，软土震陷的产生存在一定的屈服动应力，当加载动应力超过一定强度时，试样即会产生明显的震陷。其残余应变与振次之间的关系可以用指数模型拟合，可利用室内试验来初步判断震陷引发负摩阻力现象的启动震级。

（2）振动台试验表明，软土场地震陷会在桩侧产生明显的负摩阻力。水平向地震动作用下，负摩阻力

主要产生在桩身的上半部分，大小受到地震动峰值和频率的影响；在地震动加载初期，负摩阻力增长迅速，达到一定值保持平稳。竖向地震动作用下，全桩均会出现负摩阻力，并且随加载时间的增加稳定增长；其最大值出现在桩身上部，小于相同幅值频率的水平向地震动加载下引起的负摩阻力。

（3）水平地震动加载下，软土震陷引起的桩身负摩阻力中性点位置变化不大，桩身的中性比小于静力作用引起负摩阻力情况下的中性比。竖向地震动加载下，由于全桩均会出现负摩阻力，中性点的位置不固定，且考虑竖向地震动加载的情况下，桩身中性点的深度会有所增大。

（4）软土震陷引发的桩基负摩阻力具有突发性，在地震动加载初期，微小的桩土相对位移量即可产生显著的负摩阻力，应重视这种瞬时加载对可能对地基基础及上部结构所产生的破坏效应。可利用桩侧土体和接触面的抗剪强度来初步估算软土场地中的桩基可能受到的负摩阻力值，以供工程设计参考。

值得说明的是，软土震陷引起的桩基负摩阻力问题涉及面广，理论分析及试验中存在许多难点。本文基于模型试验对该问题进行了初步定性的研究，受到作者水平和试验条件等因素的限制，在布桩形式、土层多样性和试验设备的选择方面仍有待于完善，未来应开展更多试验及相关计算以研究多种因素耦合响应对负摩阻力的影响，以满足实际应用需求。

参考文献：

[1] 刘恢先. 唐山大地震震害[M]. 北京: 地震出版社, 1986. (LIU Hui-xian. Tangshan Earthquake Damage[M]. Beijing: Seismological Press, 1986. (in Chinese))

[2] 江席苗. 汶川地震地基基础震害调查研究[D]. 上海: 同济大学, 2009. (JIANG Xi-miao. Investigation and Research on Earthquake Damage of Wenchuan Earthquake Foundation[D]. Shanghai: Tongji University, 2009. (in Chinese))

[3] MENDOZA M J, AUVINET G. The mexico earthquake of september 19, 1985—behavior of building foundations in Mexico city[J]. Earthquake Spectra, 1988, **4**(4): 835－853.

[4] MEYMAND P J. Shaking Table Scale Model Tests of Nonlinear Soil-Pile-Superstructure Interaction in Soft Clay[D]. Berkeley: University of California, 1998.

[5] 黄 雨, 舒 翔, 叶为民, 唐益群.桩基础抗震研究的现状[J]. 工业建筑, 2002, **32**(7): 50－53. (HUANG Yu, SHU Xiang, YE Wei-min, TANG Yi-qun. Recent studies on seismic resistance of pile foundation[J]. Industrial Construction, 2002, **32**(7): 50－53. (in Chinese))

[6] SEED H B, CHAN C K. Clay Strength under Earthquake Loading Condition[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1996**, 92**: 53－78.

[7] POULOS H G, MATTES N S. The analysis of down drag in end-bearing piles[C]// Proc 7th ICOSMFE, 1969, Mexico.

[8] CHOW Y K, CHIN J T, LEE S L. Negative skin friction on pile groups[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 1990, **14**(2): 75－91.

[9] SHIBATA T, SEKIGUCHI H, YUKITOMO H. Model test and analysis of negative skin friction acting on piles[J]. Soil and Foundations, 1982, **22**(2): 29－39.

[10] 陆明生. 桩基表面负摩擦力的试验研究及经验公式[J]. 水运工程, 1997(5): 54－58. (LU Ming-sheng. Model tests and experience formula for negative skin friction of a single pile[J]. Chinese Journal of Port & Water Engineering, 1997(5): 54－58. (in Chinese))

[11] LEUNG C F, LIAO B K, CHOW Y K, et al. Behavior of pile subject to negative skin friction and axial load[J]. Soils and Foundations, 2004, **44**(6): 17－26.

[12] 童建国, 朱瑞燕. 固结软土中单桩负摩擦离心机模型试验研究[J]. 电力勘测设计, 2006(1): 12－15. (TONG Jian-guo, ZHU Rui-yan. The study on single pile negative friction centrifuge model in consolidated soft soil[J]. Electric Power Survey and Design, 2006(1): 12－15. (in Chinese))

[13] 王兰民, 孙军杰, 黄雪峰, 等. 黄土场地震陷时桩基负摩阻力的现场试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(3): 38－45. (WANG Lang-min, SUN Jun-jie, HUANG Xue-feng, et al. Field tests on negative skin friction along piles along piles caused by seismic settlement of loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(3): 38－45. (in Chinese))

[14] 孔纲强, 杨 庆, 郑鹏一, 等. 考虑时间效应的群桩负摩阻力模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(12): 1913－1919. (KONG Gang-qiang, YANG Qing, ZHENG Peng-yi, et al. Model tests on negative skin friction for pile groups considering time effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(12): 1913－1919. (in Chinese))

[15] 许成顺, 豆鹏飞, 高峁成, 等. 地震动持时压缩比对可液化地基地震反应影响的振动台试验[J]. 岩土力学, 2019, **40**(1): 147－155. (XU Cheng-shun, DOU Peng-fei, GAO Liu-cheng, et al. Shaking table test on effects of ground motion duration compression ratio on seismic response of liquefied foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(1): 147－155. (in Chinese))

[16] 田兆阳, 李 平, 郑志华, 等. 软土动力特性动三轴试验

研究[J]. 地震工程学报，2017, **39**(1): 95－99. (TIAN Zhao-yang, LI Ping, ZHENG Zhi-hua, et al. Dynamic triaxial tests on dynamic characteristics of soft soil[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, **39**(1): 95－99. (in Chinese))

[17] 李　平, 田兆阳, 肖瑞杰, 等. 基于三轴试验的软土震陷简化计算方法研究[J]. 震灾防御技术, 2017, **12**(1): 145－156. (LI Ping, TIAN Zhao-yang, XIAO Rui-jie, et al. Study of simplified calculation method for seismic settlement of soft soil based on triaxial test[J]. Technology for Earthquake Disaster Prevention, 2017, **1**2(1): 145－156. (in Chinese))

[18] 吴跃东. 软土震陷计算方法及影响研究[D]. 南京: 河海大学, 2008. (WU Yue-dong. Calculation of Soft Soil Seismic Settlement and Impact Studies[D]. Nanjing: Hohai University, 2008. (in Chinese))

[19] 律文田, 冷伍明, 王永和. 软土地区桥台桩基负摩阻力试验研究[J]. 岩土工程学报，2005, **27**(6): 45－55. (LÜ Wen-tian, LENG Wu-ming, WANG Yong-he. In-situ tests on negative friction resistance of abutment piles in soft soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(6): 45－55. (in Chinese))

[20] 夏力农, 王星华, 蒋春平. 桩顶荷载对桩基负摩阻力特性的影响[J]. 防灾减灾工程学报，2005(4): 11－14. (XIA Li-nong, WANG Xing-hua, JIANG Chun-ping. Influence of working load on negative skin friction characters of pile[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2005(4): 11－14. (in Chinese))

[21] 程学磊, 崔春义, 孙宗光. 饱和软土自由场地地震反应特性振动台试验[J]. 地震工程学报，2019, **41**(1): 108－116. (CHENG Xue-lei, CUI Chun-yi, SUN Zong-guang. Shaking table tests on the seismic response characteristics of characteristics of a free field in saturated soft soil[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2019, **41**(1): 108－116. (in Chinese))

[22] 孔纲强. 群桩负摩阻力特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2009. (KONG Gang-qiang. Study on Negative Friction Resistance Characteristics of Pile Group[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2009. (in Chinese))

（上接 473 页）

《岩土工程学报》青年论坛学术活动进展报告

附录 3:《岩土工程学报》青年论坛第三专题：极端环境下的岩土工程报告列表

1. 微生物固化多尺度试验、机理与理论（重庆大学肖杨教授）
2. 极端环境下岩体内应力波传播研究（北京工业大学范立峰教授）
3. 突发堆载环境下运营软土盾构隧道结构劣化机理与韧性提升（同济大学张东明教授）
4. 大湾区极端环境桩基服役问题探索（深圳大学包小华教授）
5. 考虑极端养护温度影响的水泥固化淤泥强度预估方法（武汉大学章荣军教授）
6. 极端气候条件下土水相互作用理论研究进展（湖南大学张超教授）
7. 机场道基积水机制、探测及计算探讨（中南大学张升教授）
8. 高聚物注浆技术在地下排水管道非开挖修复中的应用（郑州大学方宏远教授）

附录 4:《岩土工程学报》青年论坛第四专题：岩石动力学及分析方法报告列表

1. 环境条件对断层活化模式的影响研究（中科院武汉岩土所张传庆研究员）
2. 基于率型本构模型的动力连续-非连续方法研究及应用（辽宁工程技术大学王学滨教授）
3. 复杂损伤条件下砂岩动态力学特性研究（中国矿业大学浦海教授）
4. 4D-LSM 在岩石动力学中的应用初探（天津大学赵高峰教授）
5. 基于线性储能规律的岩爆倾向性判据（东南大学宫凤强教授）
6. 超高速动能武器钻地毁伤效应与工程防护（陆军工程大学李杰副教授）
7. 深部地下工程动力灾害微震监测预警与防控（四川大学徐奴文教授）
8. 地震触发地质灾害：数据库、机理与概率评估（应急管理部国家自然灾害防治研究院许冲研究员）
9. 含结构面岩体应变岩爆特征及其支护理论研究（河北工业大学聂雯教授）
10. 岩石循环荷载累积损伤的宏观表象与等效表征（华侨大学俞缙教授）

附录 5:《岩土工程学报》青年论坛第五专题：软土地基排水固结理论与工程实践报告列表

1. 透水管桩技术研究进展：力学性能、沉桩模拟和承载力发挥（广西大学吴文兵、梅国雄教授）
2. 固废在软土固化利用中的理论探讨（东南大学邓永锋教授）
3. 真空预压联合电渗处理高含水率淤泥试验及计算理论探讨（河海大学王柳江教授）
4. Soil Stabilisation by Biopolymers（英国华威大学 Xue-yu GENG 博士）
5. 环保节能式真空预压技术（鑫泰岩土科技有限公司金亚伟总工）
6. Biodegradable Fibre Drains – A Sustainable Solution for Ground Improvement-Thanh Nguyen 博士（University of Technology Sydney）
7. 基于谱方法的层状竖井地基固结模型研究进展与应用（南京水利科学研究院许滨华博士生）

DOI：10.11779/CJGE202203018

复合式衬砌结构联合承载的原位试验与数值分析

何灏典[1]，唐欣薇*[1]，严振瑞[2]，郑怀丘[1]，李代茂[3]

（1. 华南理工大学土木与交通学院，广东 广州 510640；2. 广东省水利电力勘测设计研究院有限公司，广东 广州 510635；3. 广东粤海珠三角供水有限公司，广东 广州 511458）

摘 要：针对复合式双层衬砌开展了原位加载试验与三维有限元数值仿真，分析了该结构在内压加载中的联合承载和结构失效过程，并对多种围岩强度下结构的受力变形规律进行了探讨。结果表明：橡胶囊体与钢反力架相结合的加载方式可较好地模拟大直径断面内水压力的作用，光纤感测技术可实现隧洞结构的全断面连续监测；在内压作用下，复合式衬砌联合承载作用明显，内外衬均呈现“横椭圆”且向外膨胀受拉的变形趋势；内衬混凝土开裂成为结构承载力下降的控制因素，当内外压差超过0.40 MPa时，内衬达到正常使用极限状态，联合承载性能降低；随着围岩强度的提高，结构变形及内力响应减小，围岩分担内压的效果增强，宜适当优化衬砌厚度。

关键词：输水隧洞；复合式衬砌；联合承载；原位试验；精细化模型

中图分类号：TU413 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0560－09

作者简介：何灏典(1997—)，男，硕士研究生，主要从事地铁盾构隧道和输水隧洞结构的研究工作。E-mail: 363126872@qq.com。

In-situ tests and numerical analysis of composite lining structures with joint bearing

HE Hao-dian[1], TANG Xin-wei[1], YAN Zhen-rui[2], ZHENG Huai-qiu[1], LI Dai-mao[3]

(1. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2. Guangdong Hydropower Planning and Design Institute Co., Ltd., Guangzhou 510635, China; 3. Guangdong Yuehai Pearl River Delta Water Supply Co., Ltd., Guangzhou 511458, China)

Abstract: An in-situ test on composite linings is carried out to investigate the characteristics of joint bearing performance under internal pressure. Based on the three-dimensional finite element refinement model, the process of structural failure and the deformation of the structures under various surrounding rock strengths are analyzed. The results show that the combination of rubber bladder and steel reaction frame provides a good simulation of internal water pressure in large-diameter section. The optical fiber sensing technology enables continuous monitoring of tunnel structures at full cross-section. The joint bearing effects of the composite linings are obvious, and the structures show a tendency of "transverse ellipse" with outward expansion and tension under internal pressure. The concrete cracking of the inner linings is the controlling factor for the decrease of structural bearing capacity. The structures reach normal use limit state and the joint bearing performance decreases when the difference of the internal and external pressures exceeds 0.40 MPa. As the strength of surrounding rock increases, the deformation and internal force response of the structures decrease, and the effects of surrounding rock to share the internal water pressure are enhanced, so the thickness of the linings can be appropriately optimized.

Key words: water conveyance tunnel; composite lining; joint bearing; in-situ test; refinement model

0 引 言

随着城市化发展的不断推进，各区域间的用水矛盾日益突出，已对城市用水及备用水源提出严峻考验，输水隧洞的内水压力不断增加。然而，随着隧洞内外压力差的不断增大，单层衬砌的承载能力和耐久性已无法满足工程需求[1]。近年来，引水工程开始采用盾构法双层衬砌作为输水隧洞的结构型式，如南水北调穿黄隧洞、团城湖至第九水厂输水工程（一期）等[2]。

相比于单层衬砌，双层衬砌的承载能力和耐久性明显提升，但由于涉及两层衬砌间的接触和传力问题，其受力情况更加复杂。根据结构的受力特点，双层衬砌主要分为分离式和复合式两种。分离式衬砌在内衬

基金项目：广东省重点领域研发计划项目（2019B111108001）；珠江三角洲水资源配置工程科研课题项目（WW2018225）

收稿日期：2021－05－26

*通信作者（E-mail: cttangxw@scut.edu.cn）

和外衬之间设置防水垫层，切断了内外衬的传力路径，使两者分开受力，即外水土压力由外衬承担，内水压由内衬承担[3]。这种结构受力明确，已有较成熟的设计准则；复合式衬砌不设置防水垫层，内衬与外衬间可传递压力，形成联合承载体系，共同承担内水压的作用。这种结构虽然整体刚度较大，经济性有所提高，但联合承载机理、各层结构的受力状态更复杂，已成为国内外的研究热点。

日本学者针对复合式衬砌的研究起步较早。村上博智等[4]通过多环轴向模型试验探讨了内外衬的相互作用关系；佐久門彰三等[5]在研究管片剪切试验过程中，提出了考虑单、双衬轴向刚度的计算模型；高松伸行等[6]通过模型试验研究了复合式衬砌纵向接头抗弯性能，并探讨了外衬与围岩之间的作用力分布形态。前期研究主要针对复合式衬砌的抗外压承载性能和受力特性。随着国内调水工程项目的发展与推进，段国学等[7]依托穿黄工程的仿真模型试验，分析了分离与联合受力下内衬混凝土的应力变化；谢小玲等[8]模拟了穿黄隧洞的围岩、复合衬砌和垫层等结构，探讨了内外衬之间的传力机制及高压下内水外渗的影响；Yang 等[9]研究了充水工况下隔水垫层对预应力复合衬砌结构受力的影响；徐传堡[10]初步探究了几种复合式衬砌承担高内水压力的可行性。

综上，现有盾构法双层衬砌结构的研究较少涉及针对复合式双层衬砌结构联合承载性能的专门研究，同时，缺少该结构在多种围岩强度下不同内外水压差下结构受力与变形规律的分析，工程设计选型尚存在一定的不确定性。因此，本文依托珠江三角洲水资源配置工程，提出了一种基于高压橡胶囊体与钢反力架相结合的内压加载体系，对“管片-钢筋混凝土”复合式双层衬砌结构实施了原位试验，并构建了三维精细化数值模型，对该结构在内压加载中的联合承载和结构失效过程进行了数值仿真分析。同时，揭示了复合式衬砌结构在多种围岩强度下的受力变形规律，为高内压、长距离输水工程衬砌结构选型设计提供重要参考与借鉴。

1　原位试验

珠江三角洲水资源配置工程作为中国第十四个五年规划和 2035 年远景目标的国家水网骨干工程，是迄今为止广东省历史上投资额最大、输水线路最长、受水区域最广的调水工程。工程输水线路全长 113 km，输水隧洞最高设计内水压力为 1.55 MPa，为世界上内水压力最大、盾构施工最长的调水工程。隧洞衬砌选型设计难度大，需开展原位试验为工程提供科学依据。结构选型原位试验位于珠江三角洲水资源配置工程深圳分干线，共设 4 组试验区间，分别为单层衬砌、双层复合式衬砌、三层钢内衬分离式和叠合式衬砌结构（区间 1，2，3 和 4），每组结构区间长为 15 m，各组区间间距为 3 m。本文重点针对复合式衬砌结构（区间 2）展开讨论。该区间隧洞主要位于全风化片麻岩内，全风化岩以砂质黏土、砂土为主。试验段纵剖面如图 1 所示。

1.1　衬砌结构型式

如图 2 所示，双层衬砌结构外衬由 3 块标准块（B1～B3）、2 块邻接块（L1～L2）和 1 块封顶块（F）组成，内衬为现浇钢筋混凝土。其中，外衬管片外径为 6.0 m，内径为 5.4 m，环宽为 1.5 m；混凝土采用 C55 材料，管片内外侧设置 HRB400 环向受力筋（12C18），采用 M24 弯螺栓（A4-70 级）。内衬钢筋混凝土厚度为 600 mm；采用 C30 混凝土材料，内外侧设置 HRB400 环向受力筋（C22@150）。内衬外之间可传递压力，不传递拉力和剪力。鉴于洞内空间十分有限，如何进行内水压力的模拟和监测仪器的布设，以探究结构的联合承载性能，成为本次试验亟待解决的关键技术。

1.2　加载系统

为尽可能模拟隧洞正常工作状态下衬砌法向面荷载的内水压力，本试验提出一种充水高压橡胶囊体与

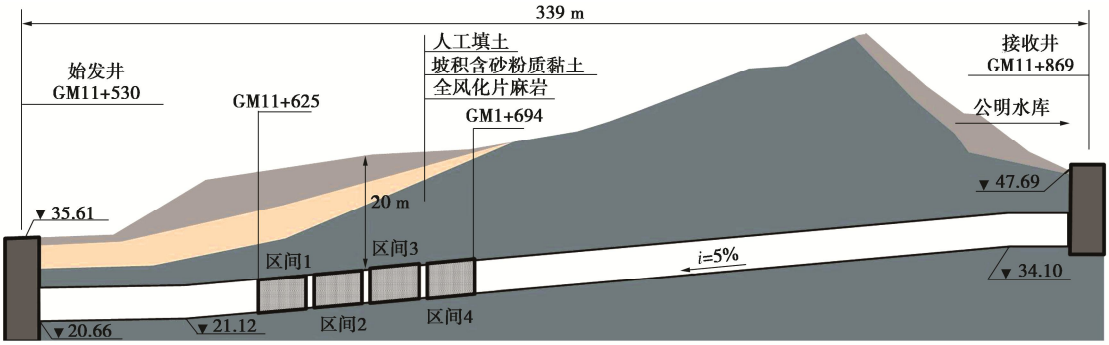


图 1　原位试验纵剖面

Fig. 1 Longitudinal profile of test section

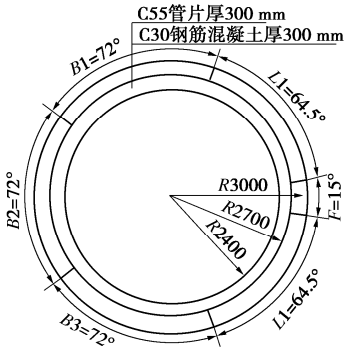
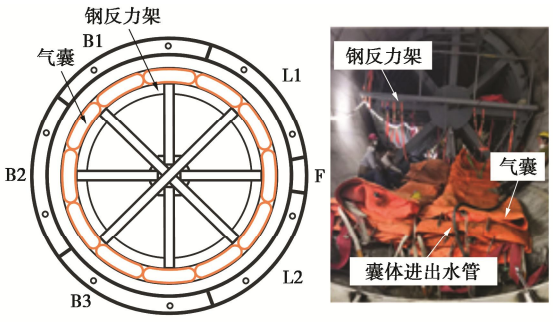


图 2 复合式衬砌结构

Fig. 2 Composite lining structure



（a）加载装置横断面 （b）囊体现场安装

图 3 加载装置

Fig. 3 Loading devices

钢反力架相结合的加载系统，采用 16 路精准加压伺服系统控制洞内水压力。如图 3 所示，通过在隧洞内部安置高强度内撑钢管作为反力支架，钢管直径 4256 mm，长 6 m，材质 Q345C，壁厚 28 mm，内置环向加劲环和型钢内撑，按环向间隔 30° 布置。在钢反力钢架与内衬钢管之间，全周均匀布置 12 个特制柔性囊体，每个特制囊体由超高分子量聚乙烯纤维、芳纶纤维等高强纤维及多层橡胶蒙皮材料组成，两端为扁平头枕形，满水状态下长 5.0 m，宽 1.0 m，厚 0.3 m，最大耐压 1.6 MPa，注水加压口径采用 DN25。囊体内部注满水时可通过舒展膨胀充满钢反力钢架与内衬钢管之间的间隙，从而向内衬钢筋混凝土提供法向压力，模拟隧洞衬砌承担的内水压力。12 个囊体同时注满水用水量约达 22 m^3。

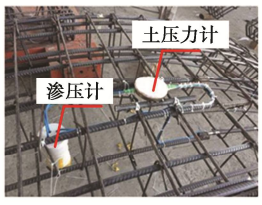
选取区间中心断面作为本次试验分析目标环。试验采用的注水与加压系统、相关控制阀仪表或传感器、接口等集成于同一泵站中。其中，大流量注水泵用于快速注水与排水；低流量加压泵可按要求加压；先导式溢流阀用于调压。内压加载范围为～0.60 MPa，共分 21 级加载。第 1～6 级每级加载 0.05 MPa，直至 0.30 MPa；第 7～21 级每级加载 0.02 MPa，直至 0.60 MPa。每个加载等级稳压 30 min，加载完毕后再进行囊体泄压。每组试验内压加卸载循环 3 次。

1.3 监测方案

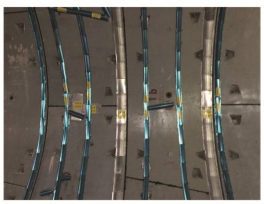
为实现复杂环境下大尺度衬砌结构变形和承载规律的测量，本次原位试验在使用传统振弦式传感器的基础上，广泛采用分布式光纤感测技术，如图 4。其中，钢筋应力计、管片接缝测缝计采用振弦式仪器，测量精度分别为 0.01 MPa 和 0.001 mm；螺栓应变计、土压力计和渗压计采用光纤光栅感测仪器，测量精度为 1 με/0.1kPa；管片和内衬表面的应变感测光缆采用全分布式布里渊散射型光纤感测技术，空间分辨率为 20 cm，测量精度为 1 με，可探测混凝土开裂。加载阶段进行传统监测仪器和光纤光栅传感器的自动化采集，稳压阶段进行分布式感测光缆的人工采集。

2 三维有限元模型

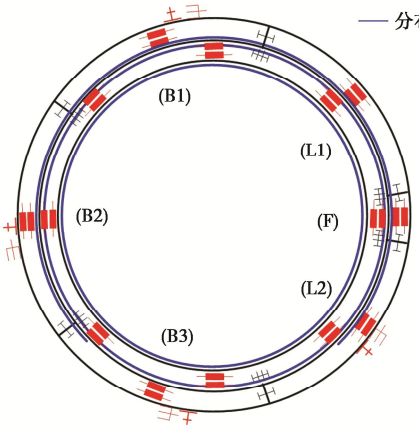
试验段作为珠江三角洲水资源配置工程的标段之一，需确保结构安全和后期正常使用，内压仅加载至 0.60 MPa，未能探究结构的极限承载能力。因此，本文针对上述“管片-钢筋混凝土”复合式衬砌结构型式，基于精细化仿真技术，开展进一步探究。



（a）土压力计、渗压计



（b）分布式感测光纤



（c）传感器布置



（d）螺栓应变计



（e）测缝计

图 4 传感器类型及布置

Fig. 4 Types and arrangement of sensors

2.1　有限元网格

为考虑管片错缝拼装的影响，数值模型建立了三环管片，选取中间环管片作为目标环。模型考虑了管片手孔、橡胶止水带、螺栓等细部构造（图 5），钢筋以杆单元嵌入内衬钢筋混凝土，共包括 273617 个单元和 95742 个节点。

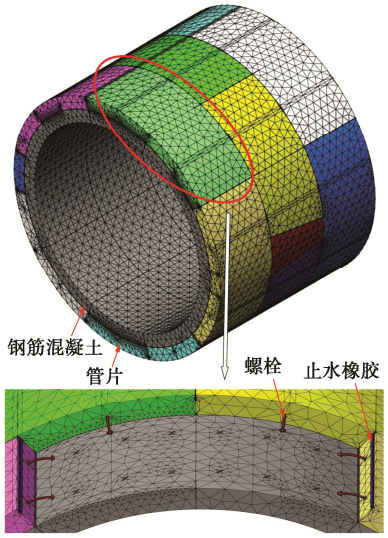


图 5　复合式衬砌有限元模型

Fig. 5 FE model for composite linings

2.2　模型参数

模型主要包括混凝土、钢和橡胶 3 类材料。其中，混凝土本构采用总应变裂缝模型，钢筋与螺栓本构采用 Von Mises 模型。材料力学参数详见表 1。接触关系为硬接触，接触面之间存在摩擦力，切向应力达到临界值后产生滑移。混凝土接触面摩擦系数取 0.6，混凝土与钢材、橡胶与橡胶间接触面摩擦系数分别取 0.3 和 0.4[11-12]。

表 1　材料参数

Table 1 Parameters of materials

材料	弹性模量/GPa	抗拉强度/MPa	抗压强度/MPa	屈服强度/MPa	极限强度/MPa
C30	30.0	2.01	20.1	—	—
C55	35.5	2.74	35.5	—	—
钢筋	200	—	—	400	540
螺栓	206	—	—	450	700
橡胶	0.01	—	—	—	—

2.3　荷载与边界条件

依据试验段区间的地质勘探信息，基于荷载-结构法得到衬砌结构所受外部压力如图 6 所示。其中，外部水土压力施加于管片外表面，通过设置全周受压弹簧表征围岩约束作用[13]，地层抗力系数取 15 MPa/m。内压荷载施加于钢筋混凝土内表面，最大内水压力设为 0.80 MPa，以 0.05 MPa 为增量步，分 16 步加载。

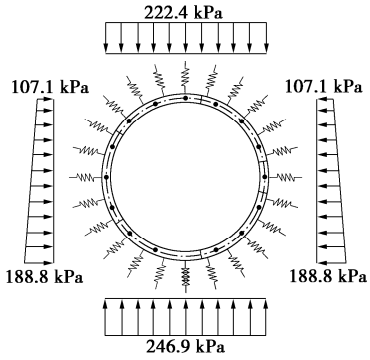


图 6　荷载-结构法示意图

Fig. 6 Schematic diagram of load-structure method

3　不同内压下的结构响应

原位试验与数值仿真结果如图 7～16 所示，其中，拉应力、拉应变取“+”；压应力、压应变取“−”；径向扩张取“+”，径向收缩取“−”。

3.1　变形及裂缝

外衬内弧面上部约 270° 和内衬外弧面全周铺设了应变感测光缆，用于在原位试验中监测两者的环向变形状态。从现场监测结果（图 7）可知，随着内压的增大，内外衬均呈现拉应变逐渐增大的趋势，即结构向外膨胀受拉，说明两者协同变形作用明显。最大应变响应区位于右拱腰（F 块）附近，其次为左拱腰（B2 块），而拱顶与仰拱处应变响应较小。环向应变分布与结构在横椭圆变形时的内力特征相符。可见，结构呈现横椭圆变形的趋势。

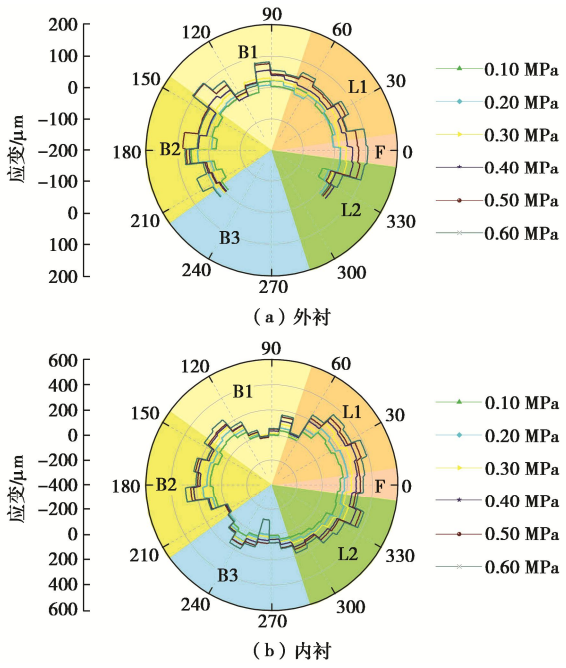


图 7　原位试验环向应变曲线

Fig. 7 Radial deformation of in-situ test

数值仿真同样表现出上述变形趋势，且右拱腰同样为最大应变响应区，如图 8 所示。随着内压等级的提高，横椭圆变形加剧。当内压为 0.8 MPa 时，外衬拱顶和仰拱位置径向收缩量分别为 3.0，2.9mm，即竖向收缩量为 5.9 mm，左右拱腰位置径向扩张量分别为 3.8，5.7 mm，即横向扩张量为 9.5 mm，椭圆度为 0.26%。管片拱顶和仰拱位置变形一致，因封顶块处于右拱腰位置，整体刚度较小，导致右拱腰外衬扩张量大于左拱腰。内衬的变形与外衬变形基本一致，皆为横椭圆变形，竖向收缩量为 5.9 mm，横向扩张量为 9.4 mm。外衬与内衬之间协调变形，结构型式协同作用明显，可充分发挥结构的联合承载性能。

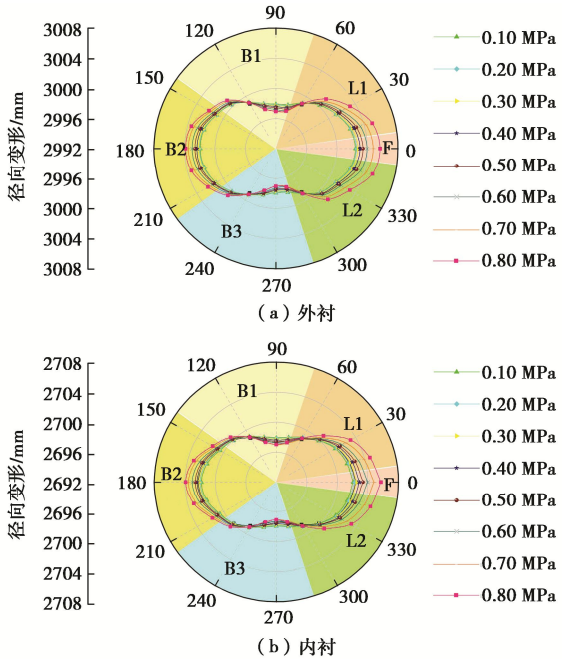


图 8 数值模拟径向变形曲线

Fig. 8 Radial deformations of numerical simulation

基于 BOFDA 解调技术的分布式光纤空间分辨率为 20 cm，可探测混凝土开裂的位置，但无法对衬砌表面的裂缝进行精确宽度测量，故未能从原位试验中获取混凝土裂缝的发展规律。但从数值仿真的结果（图 9）可见，外衬在内压加载过程中裂缝响应较大的区域为 B1 块和 B3 块。当内压超过 0.50 MPa 时，B1 块和 B3 块管片最大裂缝宽度增速明显增大，即在内水压作用下，外衬内侧裂缝主要发生在拱顶和拱底处。当内压为 0.7 MPa 时，外衬 B1 块裂缝宽度最大值为 0.215 mm，已超过规范限值[14]。内衬在内压加载过程中裂缝响应较大的区域同样对应外衬的 B1 块和 B3 块。当内压超过 0.35 MPa 时，B1 块和 B3 块对应位置最大裂缝宽度增速明显增大。当内压为 0.60 MPa 时，内衬 B1 块对应位置裂缝宽度达 0.218 mm，已超过规范限值。

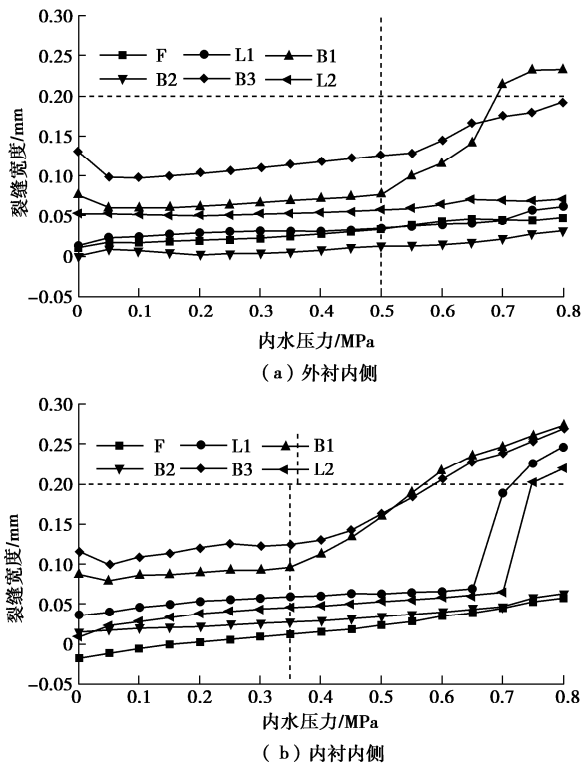


图 9 最大裂缝宽度

Fig. 9 Maximum crack widths

可见，在内压加载前期，内外衬裂缝发展表现出一定的协同性，体现了结构的联合承载特性。随着内压的增大，内衬钢筋混凝土成为整个衬砌结构中最先产生裂缝的构件。当内压超过 0.35 MPa 时，内衬进入裂缝快速发展阶段，此时结构整体刚度减小；当内压达到 0.60 MPa，即内外压差为 0.4 MPa 时，内衬超过正常使用极限状态，承担内压的能力明显降低，此时外衬管片承担内压比例增大。当内压达到 0.70 MPa 时，外衬管片已达正常使用极限状态。

3.2 管片接缝张开量

在原位试验中，管片接缝张开量随着内压增大呈现逐渐增大趋势（图 10（a）），即外衬管片受内压作用后发生膨胀变形。当内压达到 0.60 MPa 时，接缝张开量介于 0.01～0.11 mm，相较于 2 mm 接缝张开限值，仍留存较大的安全储备。

相对于原位试验，数值仿真结果偏大（图 10（b））。随着内压等级的提高，管片接缝处呈现受拉张开的趋势。当内压低于 0.35 MPa 时，接缝张开量变化趋于平缓；当内压处于 0.35～0.60 MPa 时，接缝张开量增大速度加快；当内压超过 0.60MPa 时，增长幅度均较大。与内衬钢筋混凝土裂缝的增长变化规律基本一致。内压 0.8 MPa 对应的最大接缝张开量为 0.78 mm，位于 B3-L2 接缝；其次为 0.69 mm，位于 L1-B1 接缝。与内衬最大裂缝出现的位置相近，即靠近拱顶和拱底，说明整体结构在该处为薄弱部位。鉴于 F 块所在一侧

整体刚度小于 B2 块所在侧及管片结构的受力模式为顶部荷载小于底部荷载等影响，导致管片接缝出现右侧变化量大于左侧、上部变化量大于下部的情况。

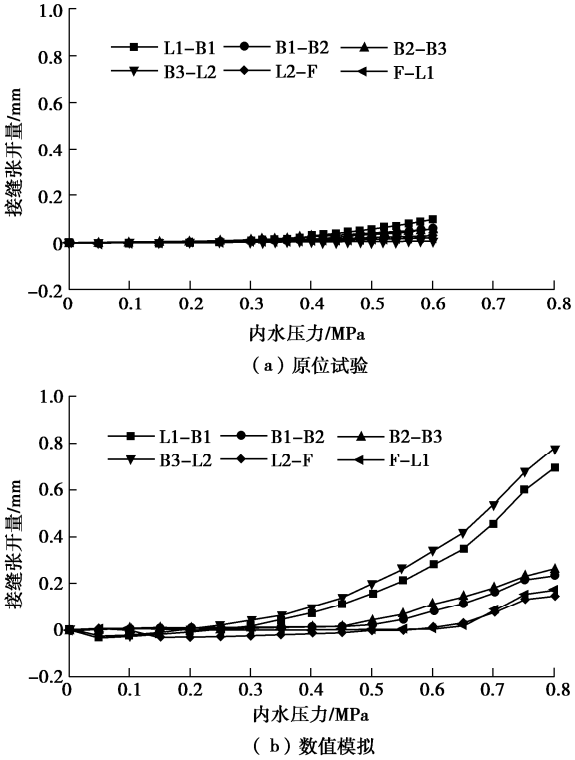


图 10 管片接缝张开量

Fig. 10 Opening magnitudes of segment joints

鉴于测缝计类型、安装方式、施工工艺等因素对测量效果的影响，原位试验结果将存在一定误差，未能精准表征测缝计与管片接缝的协同变形特性，宜参考数值仿真结果。

3.3　管片螺栓应力

螺栓应力在原位试验中呈现出受压趋势，如图 11（a）。当内压达到 0.35 MPa 时，各螺栓应力增量均达到峰值；当内压达到 0.60 MPa 时，螺栓最大压应力为 44.4 MPa，位于拱顶 L1-B1 接缝处螺栓，其余接缝处螺栓压应力较小，其值介于 0.9～12.4 MPa。

但在数值模拟中，随着内压的提高，螺栓应力表现出拉应力增大的现象，如图 11（b）。当内压 0～0.35 MPa 时，螺栓拉应力增长较为平缓；当内压为 0.35～0.6 MPa 时，应力加速增长并出现第一个应力增量峰值；当内压为 0.65～0.80 MPa 时，应力增长剧烈，出现第二个应力增长峰值，且明显高于前一个峰值。最大应力同样出现在 L1-B1 接缝处螺栓（20.6 MPa），其次为 L1-B1 接缝处螺栓（20.4 MPa）。值得注意的是，数值模拟中螺栓表现出整体受拉外翻的变形趋势，最大应力出现在内弧面，为拉应力，而在原位试验中，考虑到传感器位置的局限性，未能真实反映螺栓中心的应力状态。螺栓应变计布置于螺栓外弧面，在外翻的变形趋势下表现为压应力增大，因此呈现两个应力趋势相反的情况。

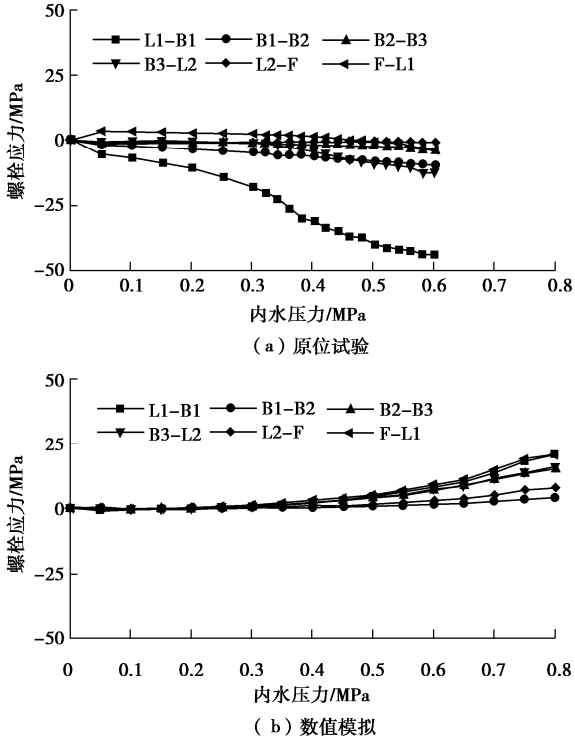


图 11 螺栓应力

Fig. 11 Bolt stresses

结合原位试验与数值仿真结果可知，当内压小于 0.35 MPa 时，螺栓应力和接缝张开量变化较小，内压由内外衬共同承担，结构整体刚度较大，联合承载性能得到充分发挥。当内压达到 0.35 MPa 时，螺栓应力和接缝张开量均进入快速发展阶段，应力增量达到第一个峰值，与裂缝进入快速发展阶段的时间点一致，说明此时管片开始承担更大比例的内压，结构整体刚度开始下降，但仍展现出较强的联合承载特性。当内压超过 0.60 MPa，即内外压差超过 0.40 MPa 时，螺栓应力增量出现第二个峰值，即此时内衬已受损严重，联合承载性能逐渐降低，管片为承担内压的主要结构。

4　围岩对衬砌联合承载的影响

作为长距离引水工程，珠江三角洲水资源配置工程将穿越黏土、全风化和强风化花岗片麻岩等不同类型的地层。但原位试验未能揭示衬砌结构在不同地质条件下的变形特征。因此，本文基于数值模拟手段，选取强度为 15，100，300 MPa（分别记为围岩 1、围岩 2 和围岩 3）的 3 种代表性围岩，针对复合式衬砌在不同围岩强度下的受力变形特征进行研究。由 3.1 可知，管片与钢筋混凝土的变形规律一致，因此本节重点分析管片的变形及受力特性。

4.1　径向变形

由图 12 可知，在围岩 1 条件下，结构横椭圆变形

较为明显；在围岩 2 和围岩 3 条件下时，外衬在 0°、90°、180° 和 270° 4 个位置的变形量基本接近，但与围岩强度为 15 MPa 时相比，数值较小，表明围岩分担内压的效果随着围岩强度的提高，效果减弱。

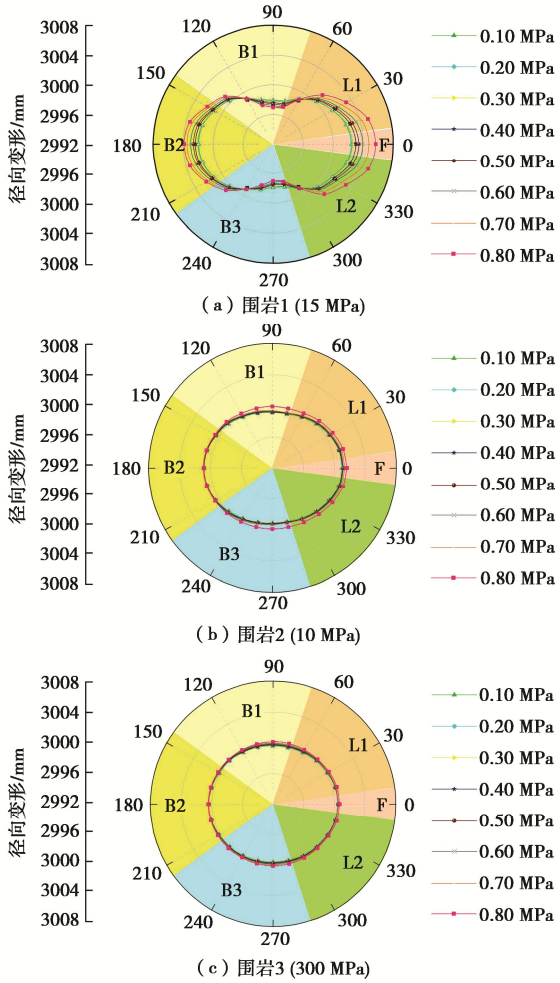


图 12 管片环向变形

Fig. 12 Annular deformations of segments

当内压为 0.70 MPa 时，相对变形量的增量明显提升，围岩强度越小，增量越大；当内压为 0.8 MPa 时，围岩 1，2 和 3 条件下的衬砌竖向变形量分别为−5.98，−0.20，0.20 mm；横向变形量分别为 9.49，4.22，1.97 mm；椭圆度分别为 0.26%，0.07%和 0.02%。相比围岩 1，围岩 2 和围岩 3 条件下结构椭圆度依次减少 73% 和 92%。表明围岩强度越大，外衬在内压作用下的径向变形越小，结构椭圆度越小，即围岩对结构的约束作用越强。

4.2 接缝张开量

由图 13 可知，随着内压的增大，管片接缝张开量表现出增大的趋势。内压加载过程中上下对称位置处的接缝张开量基本一致，接缝张开量最大处位于 B3-L2、L1-B1 接缝，其次为 B2-B3、B1-B2 接缝，最小为 L2-F、F-L1 接缝。

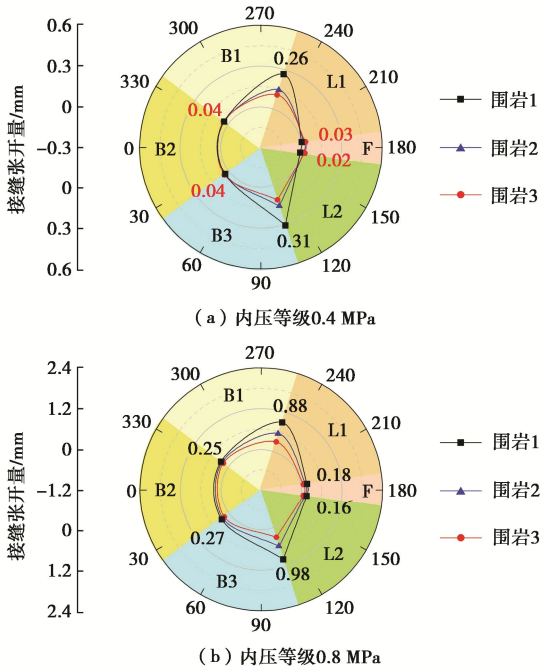


图 13 接缝张开量

Fig. 13 Opening magnitudes of joints

选取 F-L1、B2-B1 和 B3-L2 的结果（图 14）可知：当内压达 0.8 MPa 时，对于 F-L1 接缝，3 种围岩下的接缝张开量分别为 0.18，0.12，0.06 mm。相对于围岩 1，围岩 2 和围岩 3 条件下分别减小 33.3%和 66.7%；对于 B2-B1 接缝，3 种围岩下的接缝张开量分别为 0.25，0.21，0.17 mm。相对于围岩 1，围岩 2 和围岩 3 条件下分别减小 16.0%和 32.0%；对于 B3-L2 接缝，3 种围岩下的接缝张开量分别为 0.98，0.58，0.30 mm。相对于围岩 1，围岩 2 和围岩 3 条件下分别减小 40.8%和 69.4%。此外，随着围岩强度的提高，接缝张开量的快速增长节点逐渐推后：当为隧洞位于围岩 1 条件时，接缝张开量在 0.35 MPa 内压时进入快速增长阶段；当处于围岩 2 时，对应的内压节点为 0.50 MPa；而处于围岩 3 时，对应的内压节点为 0.80 MPa。可见，围岩强度越高，复合式衬砌−围岩的联合承载越明显，管片所分担的内压越小，围岩分担的内压越大。

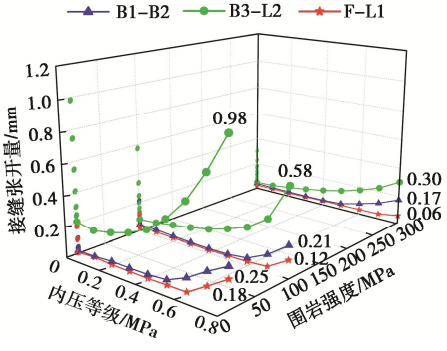


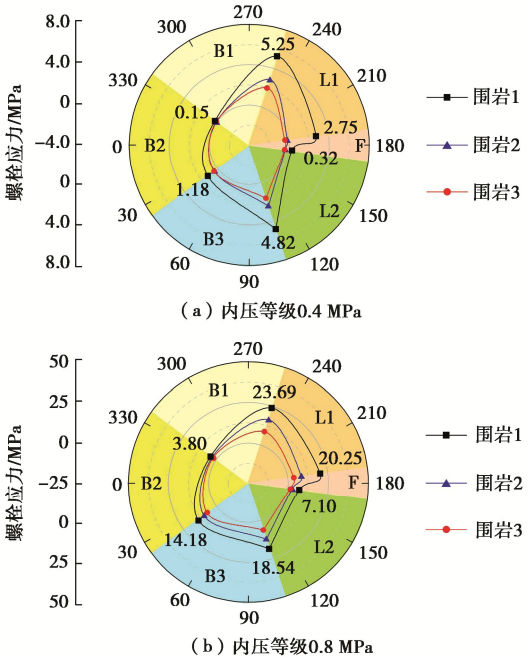
图 14 不同围岩强度下接缝张开量

Fig. 14 Joint opening under different strengths of surrounding rock

4.3 螺栓应力

内压作用下 3 种围岩强度的螺栓应力均为拉应力

（图 15），且随着围岩强度的增大，同内压等级下，螺栓应力越小。



（a）内压等级0.4 MPa

（b）内压等级0.8 MPa

图 15 螺栓应力

Fig. 15 Stresses of bolts

由图 16 可知，当内压为 0.0～0.5 MPa 时，每种围岩强度对应下的螺栓应力均较为接近，表明此时围岩强度对螺栓应力的影响效果较弱；当内压为 0.5～0.8 MPa 时，螺栓应力开始出现较大程度的增大，此阶段围岩强度影响效果显著。当内压达到 0.8 MPa 时，F-L1 处螺栓应力变化受围岩影响最大，围岩 3 条件下螺栓应力较围岩 1 条件下减小 16.6 MPa，降低 82.2%；B1-B2 处螺栓应力变化受围岩影响最小，围岩 3 条件下螺栓应力较围岩 1 条件下减小 1.9 MPa，降低 46.7%。在 3 种围岩强度下，螺栓应力分别在内压达 0.35，0.50，0.80 MPa 时进入快速发展阶段，与接缝张开量呈现相似的变化规律，即随着围岩强度的提高，围岩分担内压的效果增强。建议当围岩条件较好时，宜充分利用复合式衬砌的联合承载特性，适当降低衬砌截面厚度。

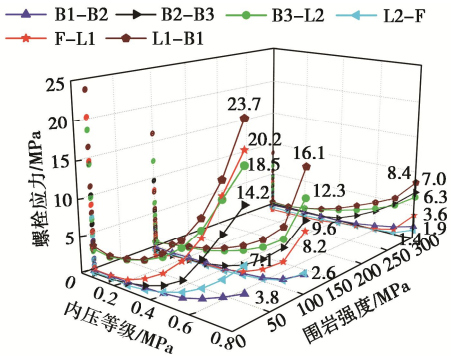


图 16 不同围岩强度下螺栓应力

Fig. 16 Stresses of bolts under different strengths of surrounding rock

5 结　　论

本文依托珠江三角洲水资源配置工程，针对“管片-钢筋混凝土”复合式衬砌结构开展了原位试验与数值仿真研究，分析了内压加载过程中该结构的联合承载和结构失效过程，并对多种围岩强度下结构的受力变形规律进行了探讨，得出以下 4 点结论。

（1）本试验提出一种充水高压橡胶囊体与钢反力架相结合的加载方法，可在洞内有限条件下较好地实现内水压力的模拟。采用的光纤感测技术弥补了传统传感器监测方法的不足，实现隧洞结构的全断面连续监测，但针对螺栓应力的测量仍有改进的空间。

（2）对于双层复合式衬砌结构，内衬钢筋混凝土为首先出现裂缝的部位，成为结构承载力下降的控制因素。当内外压差达 0.4 MPa 时，内衬裂缝超过规范限值，同时存在内部钢筋锈蚀、结构承载力降低的风险。因此，该结构适用于内外压差较小（<0.4 MPa）的工程中。

（3）在内压作用下，管片接缝均呈现张开趋势，螺栓呈现外翻的变形特征，衬砌结构表现出向外膨胀受拉的趋势，并呈现横椭圆变形规律。当内外压差较小（<0.4 MPa）时，复合式衬砌联合承载作用明显，当内外压差较大（>0.4 MPa）时，联合承载性能因结构受损而降低。

（4）随着围岩强度的提高，结构在内压作用下的联合承载性能提升，径向变形、接缝张开量及螺栓应力均减小，围岩分担内压的效果增强。当处于围岩条件较好的地层中时，可考虑优化复合式双层衬砌的衬砌厚度。

参考文献：

[1] DADASHI E, NOORZAD A, SHAHRIAR K, et al. Hydro-mechanical interaction analysis of reinforced concrete lining in pressure tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2017, **69**: 125 – 132.

[2] 张 弢, 王东黎, 王 雷. 盾构管片钢筋混凝土内衬大型输水隧洞结构研究[J]. 水利水电技术, 2009, **40**(7): 62 – 65. (ZHANG Tao, WANG Dong-li, WANG Lei. Study on large scale water conveyance tunnel structure with shielding segment steel reinforced concrete inner lining[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2009, **40**(7): 62 – 65. (in Chinese))

[3] 温晓英, 程子悦, 李 琛, 等. 西江引水工程盾构输水隧洞衬砌形式的选择与设计[J]. 中国给水排水, 2012, **28**(10): 1 – 4. (WEN Xiao-ying, CHENG Zi-yue, LI Tan, et al.

Selection and design of shield tunnel lining in Guangzhou xijiang water diversion project[J]. China Water & Wastewater, 2012, **28**(10): 1－4. (in Chinese))

[4] 村上博智, 小泉淳. 二次覆工で補強されたシールドセグメントリングの挙動について[C]// 土木学会論文集, 1987: 85－93. (Atsushi KOIZUMI, Hirotomo MURAKAMI. Behavior of shield segment ring reinforced by secondary lining[C]// Civil Engineering Society Papers, 1987: 85－93. (in Japanese))

[5] 佐久門彰三, 石田智郎. 一次覆工・二次覆工間のせん断特性を考慮したシールドトンネルの軸剛性評価[C]// 土木学会论文集, 1990: 251－259. (Shouzou SAKUMA, Tomoaki ISHIDA. Effects of the axial stiffness of a shield tunnel including effects of shearing interaction between primary and secondary linings[C]// Civil Engineering Society Papers, 1990: 251－259. (in Japanese))

[6] 高松伸行, 村上博智, 小泉淳. 二次覆工されたシールドトンネル軸方向曲げ特性のモデル化について[C]// 土木学会論文集, 1993: 43－54. (NOBUYUKI TAKAMATSU, Hirotomo MURAKAMI, Atsushi KOIZUMI. Study on the analytical model on bending behavior in longitudinal direction of shield tunnel with secondary lining[C]// Civil Engineering Society Papers, 1993: 43－54. (in Japanese))

[7] 段国学, 许 晖. 穿黄隧洞衬砌1:1仿真模型应力观测成果分析[J]. 人民长江, 2011, **42**(8): 87－91. (DUAN Guo-xue, XU Hui. Analysis on stress observation results of full-scaled lining simulation model of tunnel crossing Yellow River[J]. Yangtze River, 2011, **42**(8): 87－91. (in Chinese))

[8] 谢小玲, 龚亚琦, 苏海东, 等. 软弱围岩中的新型双层复合衬砌的受力特性研究及渗水风险分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(9): 1791－1798. (XIE Xiao-ling, GONG Ya-qi, SU Hai-dong, et al. Mechanical Characteristics and Seepage Risk Analysis of Double Composite Linings in Soft Surrounding Rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(9): 1791－1798. (in Chinese))

[9] YANG F, CAO S R, QIN G. Mechanical behavior of two kinds of prestressed composite linings: a case study of the Yellow River Crossing Tunnel in China[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, **79**: 96－109.

[10] 徐传堡. 复合衬砌盾构输水隧洞的简化计算方法及有限元分析[D]. 广州: 华南理工大学, 2018. (XU Chuan-bao. Simplified Calculation Method and Finite Element Analysis of Composite Lining Shield Tunnel for Water Conveyance[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2018. (in Chinese))

[11] 王士民, 于清洋, 彭 博, 等. 基于塑性损伤的盾构隧道双层衬砌三维实体非连续接触模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, **35**(2): 303－311. (WANG Shi-min, YU Qing-yang, PENG Bo, et al. Three-dimensional discontinuous contact model for shield tunnels with double-layer lining based on plastic-damage model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, **35**(2): 303－311. (in Chinese))

[12] 李代茂, 严振瑞, 唐欣薇, 等. 叠合式衬砌结构抗外载特性足尺试验与数值研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(12): 2257－2263. (LI Dai-mao, YAN Zhen-rui, TANG Xin-wei, et al. Full-scale model tests and numerical investigations on bearing characteristics of superimposed lining structures under external loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(12): 2257－2263. (in Chinese))

[13] 小泉淳. 盾构隧道管片设计: 从容许应力设计法到极限状态设计法[M]. 官林星, 译. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012. (ATSUSHI KOIZUMI. The Segment Design of Shield Tunneling[M]. GUAN Lin-xing, trans. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012. (in Chinese))

[14] 水工混凝土结构设计规范: SL 191—2008[S]. 2009. (Design Code for Hydraulic Concrete Structures: SL 191—2008[S]. Beijing: China Water Power Press, 2009. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203019

黄土中灌溉水入渗过程的现场试验研究

赵志强[1]，戴福初*[1]，闵 弘[2]，涂新斌[3]

（1. 北京工业大学城市建设学部，北京 100124；2. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室，湖北 武汉 430071；3. 国家电网有限公司交流建设部，北京 100031）

摘 要：黄土台塬地带频发的滑坡灾害与农业灌溉活动密切相关。为研究水分在原位黄土中的入渗规律，在陕西泾阳南塬开展了场地直径为20 m的灌溉入渗试验，分析了浸水过程中入渗水量，土体体积含水率、基质吸力和孔隙气压的变化规律，揭示了灌溉水在原位黄土中的入渗过程。监测结果表明：①持续灌溉条件下，湿润锋下移深度大于11.0 m，初始入渗率较高，随后降低并趋于稳定，稳定入渗率略小于表层土体的渗透系数。②马兰黄土中存在平行于塬边的竖向裂隙，裂隙最大宽度约为15.0 mm，灌溉水易沿贯通裂隙产生优势入渗。③第一层古土壤（S_1）为透水性地层，当湿润锋抵达S_1下部时下移受阻而移动速率降低，产生最高水头为44 cm的瞬态滞水。④灌溉水入渗过程中孔隙气体被压缩而气压升高，在湿润锋到达前产生气阻效应；不同深度处土体的最大孔隙气压为1.1～4.3 kPa。

关键词：黄土；原位监测；入渗过程；湿润锋；优势入渗；气阻效应

中图分类号：TU444 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0569－07

作者简介：赵志强(1989—)，男，博士研究生，主要从事灌溉作用下黄土滑坡诱发机制研究。E-mail: 957114686@qq.com。

Field tests on irrigation infiltration in thick loess

ZHAO Zhi-qiang[1], DAI Fu-chu[1], MIN Hong[2], TU Xin-bin[3]

(1. Faculty of Architecture, Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 3. State Grid Economic and Technological Research Institute Co., Ltd., Beijing 102209, China)

Abstract: Frequent irrigation activities have triggered numerous landslide hazards along the margins of the loess platform. For a better understanding of the process of irrigation water penetrating through stratified loess sediments, a full-scale field infiltration experiment with a diameter of 20 m is conducted on the South Jingyang tableland, Shaanxi Province, China. The amount of irrigation water, volumetric water content, matric suction and pore-air pressure are monitored to reveal the infiltration process of loess sediments. The monitoring results can be drawn as follows: (1) The propagation of wetting front is more than 11 m under the ponding condition. The infiltration rate is initially high, then decreases gradually and finally approaches a constant value less than the saturated hydraulic conductivity of the soil in shallow depth. (2) The vertical fractures parallelling to the edge of the tableland in Malan loess are revealed through vertical shaft, which has an aperture of less than 15 mm. The preferential flow is observed in the preferential path of the Malan loess layer. (3) The first paleosol layer (S_1) is proved to be permeable, and a transient perched water with a waterhead less than 44 cm is developed above the lower part of S_1. (4) The pore-air in soil is compressed, and an air entrapment ahead of wetting front is observed during wetting period. The maximum pore-air pressure measured in loess sediments varies from 1.1 kPa to 4.3 kPa.

Key words: loess; field monitoring; infiltration process; wetting front; preferential flow; air entrapment

0 引 言

黄土是第四纪以来形成的多孔隙弱胶结的层状沉积物，具有厚度大、土质疏松的特点。黄土地区地质环境脆弱，是中国地质灾害最为发育的地区之一[1]。由于黄土高原地区气候干旱、降雨稀少且多集中于夏季，为发展农业，20世纪70年代以来，在黄土台塬地带进行了大量引水灌溉活动。黄土具有特殊的结构性、湿陷性和水敏性等特征，在长期灌溉作用下，灌溉水入渗改变了原生水文地质条件，并在塬边诱发了大量黄土滑坡[2]，如在黑方台和泾阳南塬地区，对当地居民的生命财产安全产生一定威胁。灌溉水长期入

基金项目：国家自然科学基金重大项目（41790440）

收稿日期：2020－12－22

*通信作者（E-mail: daifc@bjut.edu.cn）

渗过程中，一方面，灌溉水入渗导致土体含水率升高，基质吸力降低，抗剪强度降低[3-4]；另一方面，长期灌溉导致地下水位不断升高[5]，饱和黄土应力状态不断变化，土体强度达到临界状态后发生突然失稳破坏[6-7]。因此，研究灌溉水的入渗过程有助于分析灌溉型黄土滑坡的诱发机制，亦可为近年来黄土高原地区大力推行的平山造城、治沟造地、固沟保塬等重大工程的水诱灾变防控提供依据。

已有原位试验表明灌溉水在黄土中的入渗能力有限，湿润锋最大下移深度约 5～6 m[8-9]，这难以说明地表水与地下水存在直接水力联系；一些观点认为深部土体的含水率变化不大时，灌溉水以水气形式向下运移[10-11]，这种形式的水分流动难以量化，且运移机制比较复杂。另外，一些大厚度黄土地区的浸水试验表明湿润锋可持续下移数十米[12]，因此黄土中灌溉水的入渗能力尚无定论。与此同时，不同形成时期的黄土则因气候环境的差异呈层状黄土-古土壤序列分布，与黄土相比，形成于温湿气候条件下的古土壤黏粒含量高、密实度大，水分入渗至此时表现出隔水效应[11]；而一些研究从水理性质出发，认为古土壤是透水层，水分可穿过古土壤向下运移[13]，但由于缺乏监测数据，少有研究揭示水分在黄土-古土壤间的入渗规律，综上，水在原位黄土中的入渗过程尚需深入研究。

地表产生积水后，水分入渗时孔隙气不能自由排出而产生气阻效应，致使水分入渗率降低；同时，水分入渗至一定深度后积累的孔隙气压使水分入渗速率减慢[14]。一些学者通过室内土柱试验及理论模型方法研究了气阻效应的作用机制[15]，直接或间接地考虑了孔隙气压对水分入渗的影响。目前大多数气阻效应研究尺度小、多限于浅层土体、且少有研究考虑土性的变化，因此有必要从更大试验尺度上，结合灌溉水入渗特征研究气阻效应的作用机制及影响因素。

本文在黄土地区开展了原位灌溉入渗试验，监测得到了入渗水量、不同深度土体体积含水率、基质吸力和孔隙气压的变化，分析了灌溉水在黄土-古土壤的间入渗特征、优势入渗时水分的时空分布特征、气阻效应作用形式及影响因素，从而揭示灌溉水在层状黄土中的入渗特征。

1 试验场地

1.1 位置及地层

试验点地处黄土高原南部，位于陕西省泾阳县泾河右岸的舒唐王村，坐标东经 108°49′18″，北纬 34°29′33″（图 1（a），（b）），海拔 468 m。研究区年均气温 13℃，年降雨量 400～800 mm；区内农作物灌溉多采用大水漫灌方式，年灌溉量为 470 m^3/亩。自 1976 年大面积引水灌溉以来，地下水位显著升高，在塬边诱发了众多黄土滑坡灾害（图 1（b））。

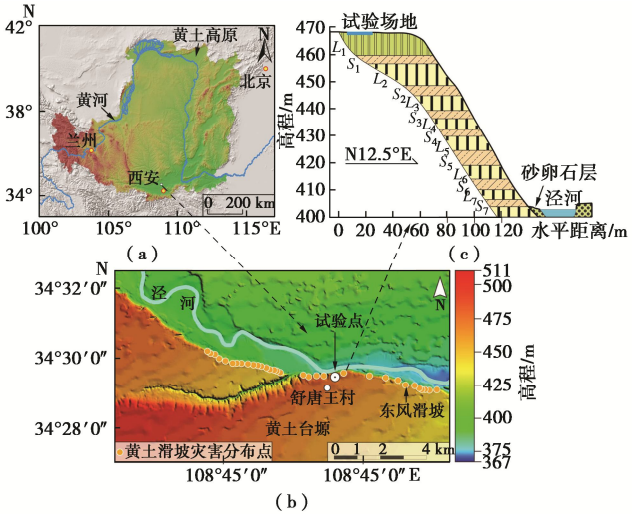


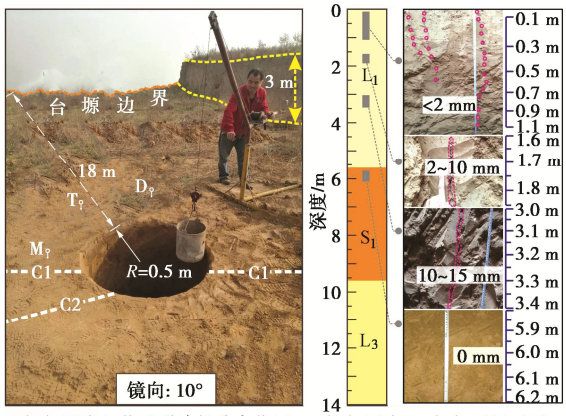
图 1 研究区概况

Fig. 1 General setting of study area

研究区地层由层状黄土-古土壤序列构成（图 1（c）），其中 L_1 和 S_1 形成于晚更新世（Q_3），下部地层形成于中更新世（Q_2）。黄土台塬在河流侵蚀作用下形成高差为 62～90 m、坡度为 50°～80° 的斜坡；地下水埋深约 60 m；坡底为河流阶地和滑坡堆积体，陡峭的黄土斜坡及坡底开阔平坦的阶地为滑坡的发生提供了有利的地形地貌条件。

1.2 土体性质

试验场地位于 L_1 表层，原先为杏树林，2015 年 9 月边坡治理时将上部 3 m 土体取走，此后再无灌溉活动。在场地中心处人工开挖一直径 1 m、深 14 m 的竖井，竖井距塬边最短距离为 18 m，揭露地层有 L_1，S_1 和 L_2，厚度分别为 5.6，4.0，4.4 m（图 2（a），（b））。



（a）图为竖井及裂隙的分布位置，M、T、D分别为水分计、张力计、压差计安装剖面位置　（b）图为竖井揭露地层　（c）图展示了裂隙C1的形态特征

图 2 竖井及裂隙分布

Fig. 2 Photos of shaft and distribution of cracks

场地 L_1 中存在两条竖向裂隙（C1 及 C2），C1 横穿竖井，为场地主要裂隙，走向与塬边线大致平行（图 2（a））。C1 在表层 1.1 m 内宽度小于 2 mm，呈断续分布并被土壤团块充填；在 1.6～4.0 m 深度内裂隙宽度由 2.0 mm 增加至 15.0 mm，贯通性好；随后裂隙向下延伸时逐渐变窄，并在 5.0 m 处闭合，尚未延伸至 S_1（图 2（b），（c））。C2 裂隙埋深 2.5～4.5 m，宽度小于 10.0 mm。竖井不同深度土样的基本物理性质指标见表 1，L_1 为黏土，S_1 及 L_2 为粉质黏土；与 L_1、L_2 相比，S_1 相对质量密度小，黏粒含量高，液、塑限高。另外，L_1 质量含水率为 9%～11%，密实度随深度增加逐渐增大。S_1 含水率随深度增加先升高后降低，8 m 处含水率最高；S_1 下部密实度较上部高，干密度最大可达 1.56 g/cm^3。L_2 含水率为 10%～14%；与 L_1 相比，L_2 干密度大、孔隙比小。

表 1 场地土体基本物理性质

Table 1 Physical properties of soil

土层	相对质量密度 G_s	塑限 w_P /%	液限 w_L /%	黏粒含量 /%	粉粒含量 /%
L_1	2.73	16.4	34.0	20.4～26.1	73.9～79.6
S_1	2.64	19.6	35.2	23.2～29.2	70.8～76.8
L_2	2.72	16.2	31.0	17.5～24.6	75.4～82.5

2　场地布置及监测方案

2.1　场地布置

灌溉试验场地布置为圆形，浸水区域直径 20 m，监测竖井位于浸水区域中心；采用直径 0.8 m 的预制混凝土管支护井壁，在其侧壁预留圆形传感器埋设孔；然后将配比为 1∶3 的水泥砂浆灌入土体与管壁间的缝隙，振捣密实后形成隔水不透气的密闭边界；在管内壁上安装钢管梯，以便安装和调试传感器。随后整平场地，将并刮毛地表，在场地周边设置高 50 cm 的围堰并用塑料膜覆盖；最后，在地表铺设 6 cm 厚砂砾石。

2.2　监测方案

原位灌溉试验系统由供水监测和入渗监测两部分构成。灌溉水引自泵房，采用精度为 0.001 m^3 的水表记录实时供水量。由于常规农业灌溉条件下水分入渗深度有限，为探究水分在原位黄土中的入渗能力、现场尺度下古土壤的透水性及厚层非饱和黄土−古土壤中的入渗特征，本文通过控制积水水头不高于 30 cm 的方式模拟水分的持续入渗作用，这同农田中真实灌溉相比，具有灌溉强度大，持续时间长等特点。在距地表 30 cm 高度处的围堰上设置溢水口，控制积水水头不超过 30 cm；用 PVC 管将排水引至圆桶中，利用 Levelogger 水位计记录实时排水量；在溢水口处设有标尺以观测积水高度；采用翻斗式雨量计记录浸水期间可能的降雨量；采用精度为 5 g 的自动称重天平和直径为 20 cm 的蒸发皿监测实时蒸发量。由此，净入渗量可通过供水量与排水量、地表积水量、降雨量、蒸发量的差值确定。

入渗监测部分由 34 只水分计、14 只张力计、4 只压差计、1 只气压计和数据采集仪构成。水分计由 Delta-T 公司生产的 ML2X 和澳大利亚 ICT INTERNATIONAL 公司生产的 MP406 两种传感器构成，体积含水率测量范围为 0～100%，测量精度为±2%；采用 Jetfill 型标准张力计测量原位土体的基质吸力，测量精度为 0.5 kPa；压差计为 Star Sensor 公司的 CCY11 型传感器，量程为−5～5 kPa，精度为±25 Pa；气压计为 Solinst 生产的 Barologer，测量精度为 0.05 kPa。监测传感器的平面布置位置如图 2（a）所示，水分计安装剖面与裂隙 C1 的水平距离约 10 cm，张力计和压差计距裂隙较远。图 3 为传感器剖面布置图，竖井内部不同深度的水分计和张力计成对埋设，用以测量土体的体积含水率和基质吸力，监测湿润锋下移过程和土−水响应特性。在 L_1～S_1 及 S_1～L_2 交界面上、下 30～50 cm 范围内布置有水分计和张力计，以便分析土性变化时水分入渗规律。采用压差计监测土体内部孔隙气压的动态变化过程，L_1 及 L_2 土质均匀，各埋设 1 只压差计；由于 S_1 结构差异较大，在其上部和下部各安装一只压差计。传感器水平安装，距井壁 80～90 cm，待各监测数据稳定后，用膨润土球回填传感器孔。另外，在灌溉区域外侧布置了 3 条侧渗监测剖面，距浸水边缘分别为 0.7，3.7，6.7 m。采用数据采集仪（DT80）进行监测数据的自动采集；采样间隔为 5 min。

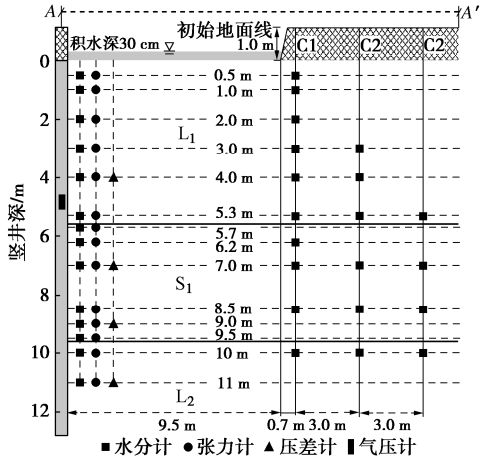


图 3 传感器布置剖面图

Fig. 3 Profile view of layout of instruments

待试验场地布置完成及传感器监测数据稳定后，

打开进水阀，进行原位浸水试验（图 4）。初始供水速率为 20 m^3/h，7.7 h 后积水高度升至 30 cm，随后维持恒定。浸水至 48.5，59.3，67.2 h，有 3 次水头降低现象，持时分别为 1.0，1.5，3.8 h（图 5（a）中灰色区域）。浸水 83.3 h 后停止供水，地表积水历时 8 h 渗入土体，随后上部土体脱湿，水分继续下渗，继续监测 8 d 后取出传感器，试验结束。



注：*A*—*A*′为图3中的监测剖面分布位置； a为雨量计和蒸发皿； b为进水阀门及水表； c为3个侧渗监测剖面； 为排水收集桶

图 4 浸水入渗实景

Fig. 4 Site photo of irrigation

3 监测结果及分析

3.1 入渗率分析

浸水过程持续 91.3 h，累计入渗量及积水深度随时间的变化如图 5（a）所示；图 5（b）中数据点为不同灌溉时刻实时入渗率，采用多项式方程拟合得到入渗率变化曲线，揭示了灌溉过程中水分入渗能力的变化规律。

据入渗率曲线将入渗过程分为 3 个阶段，分别为阶段Ⅰ（0～16 h）、阶段Ⅱ（16～46 h）及阶段Ⅲ（46～91.3 h）。阶段Ⅰ的入渗率初始较高且逐渐降低，随后趋于稳定。究其原因，土体初始饱和度低、基质势高，由重力势、基质势和地表积水组成的水势梯度大，入渗率大；随着水分的入渗，土体含水率增加、基质势减小，入渗率不断降低；上部土体饱和后，入渗率趋于稳定。阶段Ⅱ的入渗率先缓慢升高，随后降低并趋于稳定，这与灌溉水的优势入渗有关（见 3.2 节）；优势入渗形成与发展阶段的入渗率逐渐提高，待裂隙区域土体饱和后，湿润锋继续下移时入渗率则趋于稳定。阶段Ⅲ的平均入渗率约 0.026 m/h 且变化不大，与阶段Ⅰ的稳定入渗率大小相近，说明优势入渗对后期灌溉水入渗影响不大；另外，水头降低时入渗率基本不变，表明上部土体饱和后水分入渗能力受积水压力影响较小。测试深度为 0.5 m 及 1.0 m 的原状土样的饱和渗透系数（K_s）发现，表层黄土竖向平均 K_s 为 0.031 m/h，因此，灌溉水在重力作用下的稳定入渗率略低于表层土体的渗透系数。

浸水 3.83 h 后，积水浸没地表，可观察到有气泡持续从地表冒出，此时水分入渗时孔隙气不能自由排出，从而产生气阻效应。孔隙气压不断累积，累计到一定程度后，便会突破上部密封水面而排出，致使实测入渗率在 0.005～0.053 m/h 之间波动变化（图 5（b））。

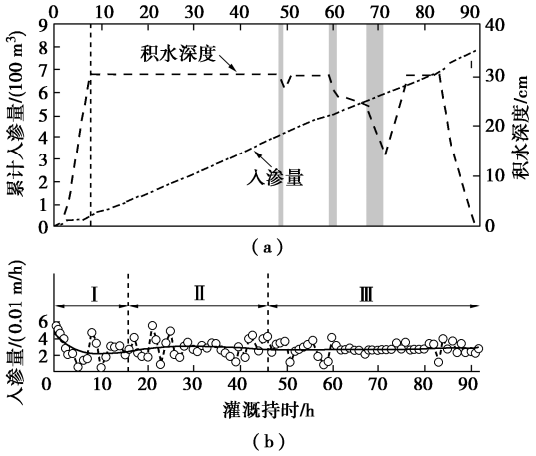


图 5 灌溉水入渗量

Fig. 5 Infiltration amount of irrigation water

3.2 体积含水率和基质吸力变化

图 6（a）及（b）为灌溉期间及停灌后场地内部土体体积含水率和基质吸力的变化曲线，根据相邻深度处水分计和张力计的响应时间，计算得到了湿润锋的下移速率（图 6（c））。

（1）初始均匀入渗阶段

灌溉前，0.5 m 深处的土体体积含水率高，基质吸力低，这与此前降雨入渗有关；基质吸力除表层 0.5 m 深度处为 57.8 kPa 外，其余为 70～85 kPa。灌溉 0～24 h 期间，湿润锋在 L_1 上部均匀向下移动，同一层位的水分计和张力计几乎同时响应，湿润锋下移距离不超过 3 m，初始下移速率较大，约为 5.9×10^{-5} m/s，随后降至 2.4×10^{-5} m/s，这与上部土体饱和度升高、基质势梯度降低有关。分析土体增湿时的土−水响应规律发现，以 2.0，3.0，4.0，5.3 m 的体积含水率和基质吸力监测曲线为例，湿润锋抵达后，体积含水率迅速升高，基质吸力亦在响应 3 h 内骤降至 2 kPa 左右，随后基质吸力基本保持不变，而体积含水率仍缓慢升高约 5%～8%，最终土体趋于饱和，此时水分仅在重力作用下向下入渗。

1.0 m 深处的体积含水率升高至 51.4%后陡降至 45.2%，随后缓慢升高至 49.0%并趋于稳定，这与表层

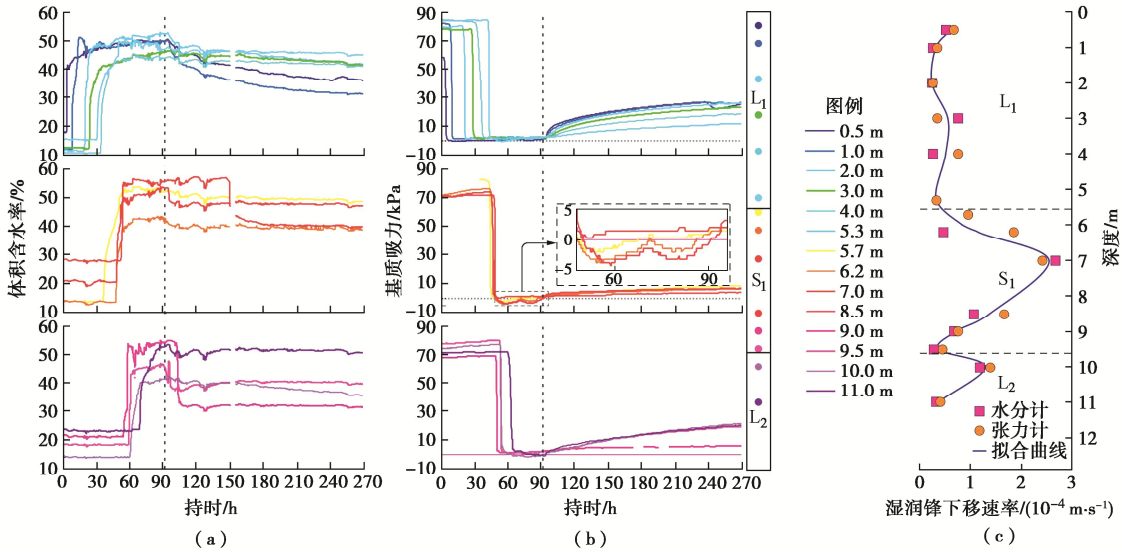


图 6 灌溉水入渗过程监测曲线

Fig. 6 Monitoring curves of infiltration process

土体的浸水湿陷有关。当饱和度增加到一定程度后，在上覆土压力作用下，土体胶结结构破坏，土颗粒错动后孔隙比减小，体积含水率迅速降低；随后增湿时体积含水率缓慢升高并逐渐饱和。0.5 m 处的土体亦存在微弱的湿陷现象，2 m 及以下土体无明显湿陷。

（2）优势入渗特征

灌溉至 29.8 h，5.3 m 处体积含水率由初始 15.1% 在 3.0 h 后增大至 32.1%，而 4.0 m 处体积含水率在灌溉 33.6 h 后才开始升高，滞后 3.8 h 响应。由图 2（c），4.0 m 处裂隙宽约 15 mm，可视为优势入渗通道；同时，该阶段入渗率亦有所增大（图 5（b）），断定灌溉水入渗时产生优势入渗，湿润锋在 3～5 m 的下移速率亦较上部有所增大（图 6（c））。距裂隙较远的张力计沿深度依次响应，未受优势入渗影响，表明灌溉水的优势入渗为非均匀入渗。灌溉至 45 h，47 h，6.2 m 处的张力计和水分计相继响应，表明湿润锋几乎同时抵达 S_1 上部，此时入渗率趋于稳定（图 6（b））；另外，湿润锋由 10.0 m 下移至 11.0 m 历时分别为 7.3 h（据水分计）和 6.6 h（据张力计），表明湿润锋在 L_2 上部稳定向下移动，因此，优势入渗主要发生在 L_1 中，对 S_1 及下部入渗影响较小。

（3）黄土-古土壤层间入渗

灌溉至 49.1～50.2 h，湿润锋下移至 S_1 下部（8.5～9.0 m），此时 L_1 下部及 S_1 上部（5.3～7.0 m）体积含水率达到最大，基质吸力由零降为负值，表明灌溉水入渗至 S_1 下部后产生瞬态滞水；埋深越大，孔隙水压越大，7.0 m 处滞水位最高，约为 44 cm（图 6（b）放大图）。由图 6（c），S_1 上部湿润锋的下移速率较 L_1 显著增大，7.0 m 处最大，约 2.5×10^{-4} m/s；S_1 下部的湿润锋下移速率显著降低；6.2～8.5 m 深度处湿润锋的下移速率为 8.5～9.5 m 深度处的 3.5 倍（据水分计）和 3.3 倍（据张力计）。由此，湿润锋抵达 S_1 下部后下移速率显著降低，在其上部形成瞬态滞水。

灌溉水入渗至 S_1 下部后，8.5 m 和 9.0 m 处的水分计和张力计依次响应，土体基质吸力为 0～3 kPa，未形成瞬态滞水；灌溉至 68 h，11 m 处的水分计和张力计响应，5 h 后 L_2 上部达到饱和，这表明灌溉水可以穿过 S_1 向下入渗，证实 S_1 为透水性地层。

（4）脱湿过程

地表积水渗入土体后，上部土体开始脱湿，脱湿 120 h 后，0.5，1.0，2.0，3.0，4.0，5.3 m 处的基质吸力分别升高至 25.1，24.7，22.9，20.3，16.0，9.8 kPa，表明越靠近地表，脱湿程度越高。脱湿曲线（体积含水率和基质吸力变化曲线）初始较陡、随后变缓，表明土体脱湿强度逐渐减弱。分析其原因，初始状态的饱和度高，渗透系数高，水分下移速率快；脱湿一段时间后，饱和度减小，渗透系数降低，脱湿速率降低。脱湿 180 h 后，L_1 和 L_2 中体积含水率降低 10%～15%，基质吸力回升至 20～25 kPa，而 S_1 含水率几无变化，基质吸力仍小于 5 kPa，表明 S_1 饱水后不易脱湿，持水性强。

（5）灌溉水侧渗

图 7 为侧渗 1 剖面的水分计响应情况，监测期内侧渗 2，3 剖面中水分计无响应，表明浸水时的水分侧渗距离小于 3.7 m，水平向入渗远小于竖向。分析其原因，侧渗仅受基质势梯度驱动，且基质势梯度逐渐减小；竖向入渗则受地表积水、重力和基质吸力共同作用，入渗速率快[3]。

LP1 中表层 3 m 内的水分计在灌溉期间响应，体积含水率升高至 35%左右，其后维持不变，低于饱和体积含水率（45%～52%）；积水消失后，体积含水率几乎同时降低并趋于稳定，最终含水率比初始高 15%左右。3 m 以下的水分计在积水消失后读数缓慢升高并趋于稳定。

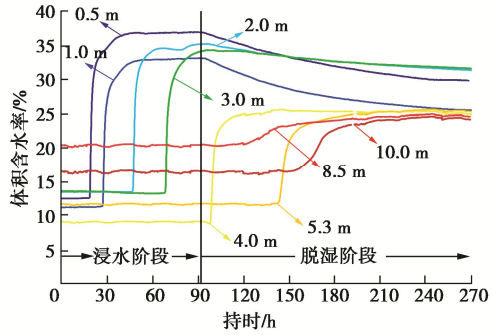


图 7 侧渗（LP1 剖面）体积含水率变化曲线

Fig. 7 Variation of volumetric water content in profile LP1 due to lateral water migration

3.3 孔隙气压变化及气阻效应

图 8 为灌溉过程中不同层位土体孔隙气压的动态变化曲线，可以发现：①灌溉前各层位土体内、外压差为零，孔隙气压等于环境气压；②灌溉至 15.9 h，湿润锋深约 2.0 m，4.0 m 处的压差计响应，孔隙气压瞬时升高至 2.58 kPa，随后波动变化，变幅约为 0.75 kPa，浸水 23 h 后数据跳跃性变化（蓝色区域），随后传感器失灵；③灌溉 35.0 h 后，湿润锋深约 4.0 m，7.0 m 处压差计响应，孔隙气压在 0.8 h 内升高至 0.8 kPa，随后在 0.4～1.1 kPa 之间波动变化；④灌溉至 42.4 h，湿润锋下移至 5.5 m，9.0 m 处孔隙气压开始升高，54.0 h 时升至最大，此时湿润锋位于 9.0-9.5 m 之间，随后迅速降低至 0.6～0.9 kPa；⑤灌溉 57.8 h 后，11.0 m 处的孔隙气压开始升高，随后波动变化。灌溉后期土体接近饱和，孔隙气压降至 0.7～1.1 kPa（D1 除外）。积水消失后，各层孔隙气压逐渐降低，10～11 h 后，孔隙气压降为 0，随后保持不变。

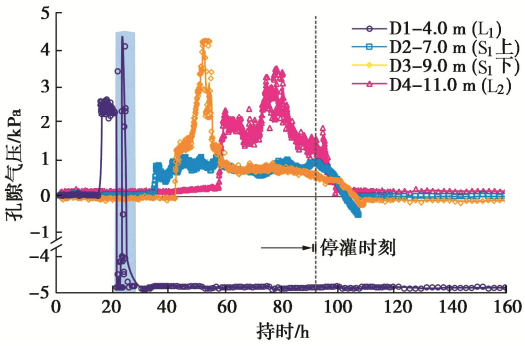


图 8 不同层位孔隙气压监测曲线

Fig. 8 Variation of pore-air pressure at different depths

地表积水和竖井水泥砂浆形成的密闭环境使土体孔隙气不能自由排出。灌溉过程中压差计由浅及深依次响应。从时间角度分析，压差计读数比水分计及张力计读数提前变化，意味着气阻效应在湿润锋到达前产生；从空间角度分析，入渗过程中湿润锋下方 1.5～3.5 m 厚的土体孔隙气受压缩致使气压升高。当孔隙气体被压缩至一定程度后便会向周围土体释放，孔隙气压降低；随后又被压缩，周而复始，孔隙气压呈波动变化；这亦可阐释图 5（b）中实测入渗率的波动变化特征。湿润锋到达后，灌溉水驱替孔隙气体，饱和度增加，孔隙气压降低，气阻效应减弱。土体接近饱和后仍存在微弱气阻效应，这与残存的孔隙气体有关。

4 结 论

本文在黄土台塬地带进行了原位灌溉试验，监测得到了灌溉水在 L_1、S_1 及 L_2 入渗时的入渗量，体积含水率、基质吸力和孔隙气压的动态变化过程，得到以下主要认识：

（1）持续灌溉条件下，灌溉水可由 L_1 穿过 S_1 向下入渗，湿润锋下移深度大于 11 m。灌溉水初始入渗率较高，随后降低并趋于稳定，稳定入渗率略小于表层土体的饱和渗透系数。

（2）原位黄土增湿的土-水响应规律表现为首先含水率和基质吸力分别迅速升高、降低，当基质吸力降低至 2 kPa 后基本不变，而土体饱和度缓慢增加，水分仅受重力而下渗。

（3）塬边 L_1 中存在走向平行于塬边的竖向裂隙，裂隙宽度小于 15 mm；当饱和带下移至贯通裂隙顶部时产生优势入渗；灌溉水在 S_1 及下部黄土中的入渗受优势入渗影响较小。

（4）S_1 为透水性地层，持水性高于 L_1 及 L_2；灌溉水入渗至 S_1 下部时湿润锋下移受阻而速率降低，水分在此聚集并产生最高水头为 44 cm 的瞬态滞水。

（5）灌溉水入渗时压缩孔隙气体致使孔隙气压升高，并在湿润锋到达前产生气阻效应；不同深度处土体的实测最大孔隙气压为 1.1～4.3 kPa。

参考文献：

[1] 彭建兵, 林鸿州, 王启耀, 等. 黄土地质灾害研究中的关键问题与创新思路[J]. 工程地质学报, 2014, **22**(4): 684－691. (PENG Jian-bing, LIN Hong-zhou, WANG Qi-yao, et al. The critical issues and creative concepts in mitigation research of loess geological hazards[J]. Journal of Engineering Geology, 2014, **22**(4): 684－691. (in Chinese))

[2] 许 领, 戴福初, 闵 弘, 等. 泾阳南塬黄土滑坡类型与发育特征[J]. 地球科学, 2010, **35**(1): 155－160. (XU Ling,

DAI Fu-chu, MIN Hong, et al. Loess landslide types and topographic features at South Jingyang Plateau, China[J]. Earth Science (Journal of China University of Geosciences), 2010, **35**(1): 155－160. (in Chinese))

[3] LU N, LIKOS W J. Unsaturated Soil Mechanics[M]. New York: J Wiley, 2004.

[4] 朱才辉, 李　宁. 降雨对沟谷状黄土高填方地基增湿影响研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 845－854. (ZHU Cai-hui, LI Ning. Moisture effects of high-fill embankment due to rainfall infiltration in loess gully region[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(5): 845－854. (in Chinese))

[5] 雷祥义. 陕西泾阳南塬黄土滑坡灾害与引水灌溉的关系[J]. 工程地质学报, 1995, **3**(1): 56－64. (LEI Xiang-yi. The hazards of loess landslides in the southern tableland of Jingyang County, Shaanxi and their relationship with the channel water into fields[J]. Journal of Engineering Geology, 1995, **3**(1): 56－64. (in Chinese))

[6] 金艳丽, 戴福初. 灌溉诱发黄土滑坡机理研究[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(10): 1493－1499. (JIN Yan-li, DAI Fu-chu. The mechanism of irrigation-induced landslides of loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(10): 1493－1499. (in Chinese))

[7] 许　强, 亓　星, 修德皓, 等. 突发型黄土滑坡的临界水位研究—以甘肃黑方台黄土滑坡为例[J]. 水利学报, 2019, **50**(3): 315－322. (XU Qiang, QI Xing, XIU De-hao, et al. Critical water level of abrust loess landslides: a case study in Heifangtai, Gansu Province[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, **50**(3): 315－322. (in Chinese)))

[8] 马耀光, 李书琴, 李世清, 等. 灌溉条件下黄土层的水盐效应研究[J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2003(5): 64－68. (MA Yao-guang, LI Shu-qin, XU Yong-gong, et al. Effects of irrigation on water and salt in loess layer[J]. Jour of North west Sci-Tech Univ of Agri and For (Nat Sci Ed), 2003, **31**(5): 64－68. (in Chinese)))

[9] 吴玮江, 王念秦. 甘肃滑坡灾害[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 2006. (WU Wei-jiang, WANG Nian-qin. Landslide Hazards in Gansu[M]. Lanzhou: Lanzhou University Press, 2006. (in Chinese))

[10] 张先林, 许　强, 彭大雷, 等. 基于三维高密度电法的黄土灌溉水入渗方式研究[J]. 地球物理学进展, 2019, **34**(2): 840－848. (ZHANG Xian-lin, XU Qiang, PENG Da-lei, et al. Study on the infiltration mode of irrigation water in loess based on three-dimensional high-density electrical method[J]. Progress in Geophysics, 2019, **34**(2): 840－848. (in Chinese)))

[11] 张常亮, 李　萍, 李同录, 等. 黄土中降雨入渗规律的现场监测研究[J]. 水利学报, 2014, **45**(6): 728－734. (ZHANG Chang-liang, LI Ping, LI Tong-lu, et al. In-situ observation on rainfall infiltration in loess[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, **45**(6): 728－734. (in Chinese)))

[12] 姚志华, 黄雪峰, 陈正汉, 等. 兰州地区大厚度自重湿陷性黄土场地浸水试验综合观测研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(1): 65－74. (YAO Zhi-hua, HUANG Xue-feng, CHEN Zheng-han, et al. Comprehensive soaking tests on self-weight collapse loess with heavy section in Lanzhou region[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(1): 65－74. (in Chinese)))

[13] WANG W, WANG Y, SUN Q, et al. Spatial variation of saturated hydraulic conductivity of a loess slope in the South Jingyang Plateau, China[J]. Engineering Geology, 2018, **236**: 70－78.

[14] HAMMECKER C, ANTONINO A C D, et al. Experimental and numerical study of water flow in soil under irrigation in northern Senegal: evidence of air entrapment[J]. European Journal of Soil Science, 2003, **54**: 491－503.

[15] WANG Z, FEYEN J, VAN Genuchten, et al. Air entrapment effects on infiltration rate and flow instability[J]. Water Resources Research, 1998, **34**: 213－222.

DOI：10.11779/CJGE202203020

复杂应力条件下饱和珊瑚砂各向异性试验研究

马维嘉[1]，秦 悠[1]，王常德[1]，陈国兴[*1,2]

（1. 南京工业大学岩土工程研究所，江苏 南京 210009；2. 江苏省土木工程防震技术研究中心，江苏 南京 210009）

摘 要：各向异性是珊瑚砂的固有属性。对饱和南沙珊瑚砂开展了一系列不排水单向剪切试验，探究了固结应力方向角 α_0 和单向加载方向角 α_m 对饱和珊瑚砂不排水反应的影响。α_0 和 α_m 对饱和珊瑚砂的不排水反应均有显著影响，且 α_0 与 α_m 的耦合作用对其不排水反应的影响更为复杂。对所有试验的应力条件，饱和珊瑚砂的超静孔压 u_e 均呈现出先增大后减小的趋势。α_0 不同时饱和珊瑚砂的相变强度 S_{PT}、有效内摩擦角 ϕ'_{PT} 与 α_m 的关系存在显著差异。发现饱和珊瑚砂的相变强度 S_{PT} 与无量纲参数 β 存在事实上的线相关性，其中，β 是以 α_0，α_m 为变量的余弦函数。随着广义剪应力 q_g 的增大，饱和珊瑚砂呈现出明显的应变硬化现象。

关键词：饱和珊瑚砂；各向异性；固结应力方向角；单向加载方向角；相变强度

中图分类号：TU443 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0576－08

作者简介：马维嘉(1991—)，男，博士研究生，主要从事土动力学研究。E-mail:njtechmwj@163.com。

Experimental study on anisotropy of saturated coral sand under complex stress conditions

MA Wei-jia[1], QIN You[1], WANG Chang-de[1], CHEN Guo-xing[1, 2]

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 210009, China; 2. Civil Engineering and Earthquake Disaster Prevention Center of Jiangsu Province, Nanjing 210009, China)

Abstract: Anisotropy is the inherent property of coral sand. A series of undrained monotonic shear tests are carried out on the saturated Nansha coral sand by using the GDS hollow cylinder torsional shear apparatus. The effects of consolidation stress direction angle α_0 and monotonic loading direction angle α_m on the undrained response of saturated coral sand are investigated. The test results show that α_0 and α_m have significant influences on the undrained response of saturated coral sand. The undrained response characteristics of coral sand will become more complex under the coupling effects of α_0 and α_m. For all the test conditions considered, the excess pore water pressure u_e of saturated coral sand presents contraction first and then dilatancy trend. The change of the shear resistance (S_{PT}) and its effective angle (ϕ'_{PT}) mobilized at the phase transformation state along with α_m are significantly different for various α_0. There is a unique linear correlation between S_{PT} and the dimensionless parameter β, which is a cosine function with α_0 and α_m as variables. With the increase of the generalized shear stress q_g, obvious strain hardening phenomenon can be observed for the samples.

Key words: saturated coral sand; anisotropy; consolidation direction angle; monotonic direction angle; shear resistance at phase transformation point

0 引 言

碳酸钙（$CaCO_3$）含量大于90%的碳酸盐砂通常被称为珊瑚砂，其中珊瑚礁是最主要的有机起源，也即珊瑚残骸经复杂的物理、生物、化学、搬运作用后沉积形成的特殊海洋土。珊瑚砂广泛分布于地震风险水平高的热带、亚热带海洋及岛礁。经测定，南海珊瑚砂的碳酸钙含量高达90.28%[1]。由于珊瑚砂特殊的形成过程，使其具有棱角度高、强度低、易破碎、形状不规则、存在内孔隙等特点[2-3]，因此与陆源石英砂相比，珊瑚砂具有明显不同的力学特性。在中国“一带一路”倡议的框架下，海洋工程建设已成为中国实施海洋战略、建设海洋强国的重要支撑。目前对珊瑚砂力学性质的认知尚处于起步阶段。因此，为海洋工程建设提供坚实的科学依据，深入研究复杂应力条件珊瑚砂的力学性质，已成为中国当前亟需解决的基础

基金项目：国家自然科学基金项目（51678299）；国家重点研发计划项目（2018YFC1504301）

收稿日期：2020－12－24

*通信作者：（E-mail: gxc6307@163.com）

性科学问题。

各向异性是砂土的基本物理力学特性。各向异性包括原生各向异性及应力诱发各向异性。原生各向异性是指沉积过程中形成的颗粒形状、排列方式等不同而导致的力学性质差异；应力诱发各向异性是指外荷载作用致使土颗粒的排列发生错动而导致的力学性质的差异[4]。不少学者开展了日本 Toyoura 砂的各向异性研究：Kato 等[5]对饱和 Toyoura 砂进行了一系列不排水三轴压缩试验，研究了不同初始应力条件下 Toyoura 砂的剪胀以及剪缩现象。Yoshimine 等[6]利用空心圆柱扭剪仪对饱和 Toyoura 砂进行了应变控制的静力试验，发现固结主应力方向角α_0与中主应力系数b_0对 Toyoura 砂的孔压增长模式具有显著影响。此外，Wong 和 Arthur[7]的研究表明 Leighton Buzzard 砂的前期变形与应力诱发各向异性之间具有非常重要的联系，而与原生各向异性及应力主轴旋转无关。Sato 等[8]认为α_0本质上是反映砂土初始结构的各向异性。Chen 等[9]的研究表明，应力主轴方向角 α 对饱和南通海湾滩涂粉土的不排水响应具有较大影响，由此会导致滩涂粉土具有很强的各向异性。

国内一些学者在土的各向异性方面也进行了一些研究。刘洋[4]考虑土的密实状态的影响，从微细观角度建立了物理参数明确的砂土应力诱发各向异性强度准则。于艺林等[10]研究了应力主轴方向角α与中主应力系数 b 对含云母的南京细砂各向异性的影响，结果表明，南京细砂的强度随α的增加呈现出先减小后增大的趋势，且呈现出随 b 的增加而单调增大的趋势。罗强等[11]制备了具有不同沉积方向的福建砂，探究了密实程度（相对密度 $D_r = 40\%$，80%）对福建砂强度的影响。结果表明，松砂在沉积方向为竖直向时更易破坏；密砂在沉积方向为水平向时更易破坏。杨仲轩等[12]比较了落砂法与湿捣法制备的丰浦砂试样不排水反应的差异，发现试样制备方法会导致试样具有不同的各向异性，落砂法试样具有强剪缩性，湿捣法试样具有较大剪胀性。此外，陈伟等[13]发现黄土的强度随着应力主轴方向角α增加呈现出先减小后增大的趋势。

然而，目前针对珊瑚砂各向异性的研究还比较少：Aghajani 等[14]对饱和 Bushehr 珊瑚砂进行了一系列不排水单向剪切试验，探究了应力主轴方向角α对 Bushehr 珊瑚砂不排水反应的影响，发现固结条件及加载条件对 Bushehr 珊瑚砂的破坏方式具有较大影响，相变强度 S_{PT} 随α的增加而逐渐降低。

本文利用 GDS 空心圆柱扭剪仪，对饱和南沙珊瑚砂进行了一系列不排水单向剪切试验，以探究固结和单向加载方向角对饱和南沙珊瑚砂静力特性的影响。

1　复杂应力路径的实现

Hight 等[15]针对空心圆柱试样提出了其加载参数（轴力 W、扭矩 M、外压 p_o、内压 p_i）与单元体所受应力参数（轴向正应力σ_z、径向正应力σ_r、切线应力σ_θ、剪应力$\tau_{z\theta}$、大主应力σ_1、中主应力σ_2、小主应力σ_3）之间的关系：

$$\sigma_z = W/[\pi(r_o^2 - r_i^2) + (p_o r_o^2 - p_i r_i^2)/(r_o^2 - r_i^2)] \quad , \tag{1}$$

$$\sigma_r = (p_o r_o + p_i r_i)/(r_o + r_i) \quad , \tag{2}$$

$$\sigma_\theta = (p_o r_o - p_i r_i)/(r_o - r_i) \quad , \tag{3}$$

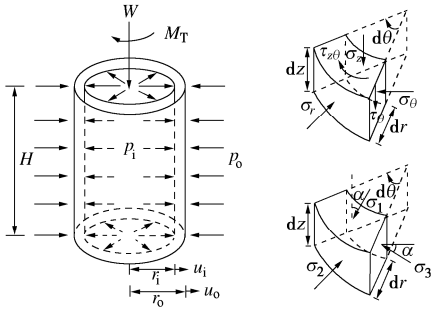
$$\tau_{z\theta} = 3M/[2\pi(r_o^3 - r_i^3)] \quad , \tag{4}$$

$$\sigma_1 = (\sigma_z + \sigma_\theta)/2 + \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\theta)^2/4 + (\tau_{z\theta})^2} \quad , \tag{5}$$

$$\sigma_2 = \sigma_r \quad , \tag{6}$$

$$\sigma_3 = (\sigma_z + \sigma_\theta)/2 - \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\theta)^2/4 + (\tau_{z\theta})^2} \quad 。 \tag{7}$$

空心圆柱试样受力与单元应力状态图如图 1 所示。



（a）空心圆柱试样受力图　（b）试样上薄壁单元体应力状态

图 1　空心圆柱试样受力状态

Fig. 1 Hollow cylinder sample under loads

由于空心圆柱扭剪仪可以实现各种复杂应力状态，因此可按试验要求较好地控制平均主应力 p、固结比 R、中主应力系数 b 及主应力方向角α的变化。这 4 个基本参数的定义：

$$p' = (\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3')/3 \quad , \tag{8}$$

$$R = \sigma_1'/\sigma_3' \quad , \tag{9}$$

$$b = (\sigma_2' - \sigma_3')/(\sigma_1' - \sigma_3') \quad , \tag{10}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\tau_{z\theta}}{\sigma_z' - \sigma_\theta'}\right) \quad 。 \tag{11}$$

因此，由式（1）～（11）可计算出加载所需的参数。此外，由于土体在定向剪切过程中产生了非单一应变及应力的变化，因此采用广义剪应力 q_g 与广义剪应变γ_g以整体衡量土体的受力以及变形状态，二者的表达式为

$$q_g = \sqrt{1/2[(\sigma_1' - \sigma_2')^2 + (\sigma_1' - \sigma_3')^2 + (\sigma_2' - \sigma_3')^2]} \quad , \tag{12}$$

$$\gamma_g = \sqrt{2}/3\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \quad , \tag{13}$$

式中，大、中、小主应变（ε_1，ε_2，ε_3）可由实测轴向应变ε_z、径向应变ε_r、环向应变ε_θ以及扭剪应变$\gamma_{z\theta}$计算而得，ε_1，ε_3，ε_3的计算公式为

$$\varepsilon_1=(\varepsilon_z+\varepsilon_\theta)/2+\sqrt{[(\varepsilon_z-\varepsilon_\theta)/2]^2+\gamma_{z\theta}^2}\quad , \tag{14}$$

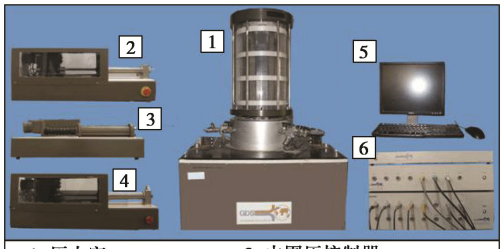
$$\varepsilon_2=\varepsilon_r\quad , \tag{15}$$

$$\varepsilon_1=(\varepsilon_z+\varepsilon_\theta)/2-\sqrt{[(\varepsilon_z-\varepsilon_\theta)/2]^2+\gamma_{z\theta}^2}\quad 。 \tag{16}$$

2 试验设计

2.1 试验仪器

试验采用英国 GDS 空心圆柱扭剪仪（HCA）进行，如图 2 所示。此台仪器能够独立控制轴力、扭矩、以及内外围压，可实现不同应力路径的加载[16]。



1–压力室　　2–内围压控制器
3–反压控制器　　4–外围压控制器
5–电脑　　6–数字伺服控制器和采集系统

图 2 空心圆柱扭剪仪（HCA）

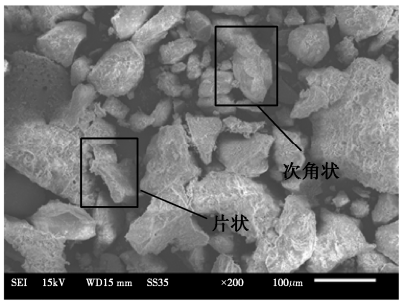
Fig. 2 Hollow cylinder torsional apparatus

2.2 试验材料及试样制备

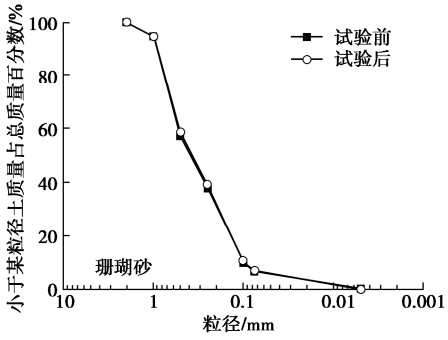
试验采用南沙群岛某岛礁的珊瑚砂，图 3（a）为珊瑚砂的电镜扫描图像，从图中可以看出，珊瑚砂颗粒呈次角状-片状，且表面较为粗糙。经测定，本次试验用珊瑚砂的矿物成分为方解石、高镁方解石与文石。南海珊瑚砂的相对质量密度为 2.80，最大孔隙比[17]为 1.72，最小孔隙比采用“振动法”测得[18]，其值为 0.99。珊瑚砂级配曲线如图 3（b）所示，可得平均粒径为 0.31 mm，根据土的工程分类标准[19]，该砂的代码为 SP（级配不良砂）。

颗粒易破碎是珊瑚砂独有的特征，孙宗勋[20]指出，珊瑚砂在围压大于 100 kPa 的三轴压缩试验后会产生可测的颗粒破碎现象。在本次试验中，平均有效主应力均保持在 100 kPa，且从图 3（b）所测的试验前后级配曲线来看，并无明显的颗粒破碎现象。

试验采用空心圆柱薄壁试样，试样高 H = 200 mm，外径 r_o = 50 mm，内径 r_i = 30 mm。试验采用干装法制样并控制其相对密度 D_r 均为 45%。制样时，将烘干的砂土按照级配对每层所需粒径颗粒的质量进行单独配制，均分 8 层倒入承膜筒中，各层之间进行刮毛处理，以保证试样的均匀性。为使试样达到饱和，制样完成后，首先通入 15 min 的 CO_2 以置换土体中的空气；然后从试样底部通入无气水，直至无气泡排出；最后进行分级反压饱和，直至反压达到 400 kPa。当试样的孔压系数 B 达到 0.97 以上时，可认为此时砂土已达到饱和。



（a）



（b）

图 3 珊瑚砂颗粒电镜扫描图像及级配曲线

Fig. 3 Scanning electronic microscope graphs and grain-size distribution curve of coral sand

2.3 试验方案

为探究固结方向角 α_0 与单向加载方向角 α_m 对珊瑚砂静力特性的影响，所有试样最终在初始平均有效主应力 p_0' = 100 kPa、固结比 R_c = 1.5 的条件下，选取 α_0 为 0°，45°，90° 进行各向异性固结，并选取 α_m 为 0°，22.5°，45°，67.5°，90° 进行不排水单向加载试验，固结与单向加载阶段的中主应力系数（b_0，b_m）均保持为 0.5；为作对比，进行了一组 p_0' = 100 kPa 条件下的均等固结不排水单向加载试验。试验采用应力控制，加载速率为 5 kPa/min，具体试验方案见表 1。固结应力路径如图 4 所示，单向加载应力路径如图 5 所示。

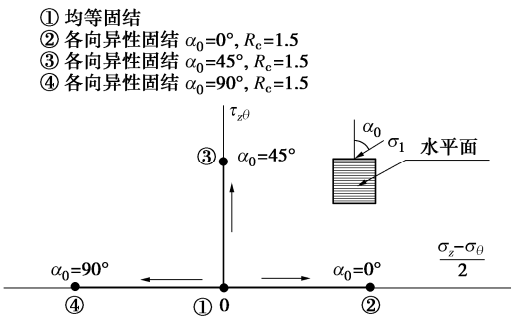
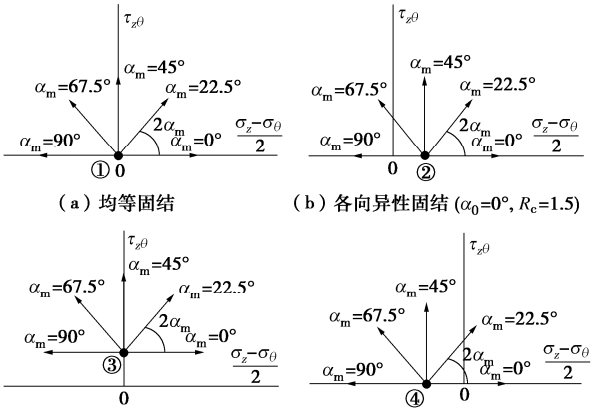


图 4 固结应力路径

Fig. 4 Stress paths of consolidations

需注意，单向加载应力路径上任意一点和偏应力平面$(\sigma_z-\sigma_\theta)/2-\tau_{z\theta}$原点的距离 l 与 q_g的大小呈正比关系。对于某些单向加载应力路径，l 在静力加载过程中并非持续增大，从而导致 q_g也并非持续增大。这是由于非均等固结条件下，单向加载应力路径起点并非原点导致的。以$\alpha_0=0°$，$R_c=1.5$ 的非均等固结条件为例（图 5（b）），$\alpha_m=90°$ 时单向加载应力路径先朝偏应力平面的原点移动，此时 l 在逐渐减小，意味着 q_g在此工况的初期呈减小趋势，直至单向加载应力路径达到原点，此时 $q_g=0$；随后，单向加载应力路径开始向远离原点的方向移动，此阶段 l 逐渐增大，q_g也随之增大。类似的情况在 $R_c=1.5$，$\alpha_0=90°$ 且 $\alpha_m=0°$，22.5° 条件下也有出现。q_g非持续线性增加的单向加载应力路径可能会对珊瑚砂的不排水响应产生影响。



（a）均等固结　（b）各向异性固结 (α_0=0°, R_c=1.5)

（c）各向异性固结 (α_0=45°, R_c=1.5)　（d）各向异性固结 (α_0=90°, R_c=1.5)

图 5 单向加载应力路径

Fig. 5 Stress paths of monotonic loadings

表 1 试验方案

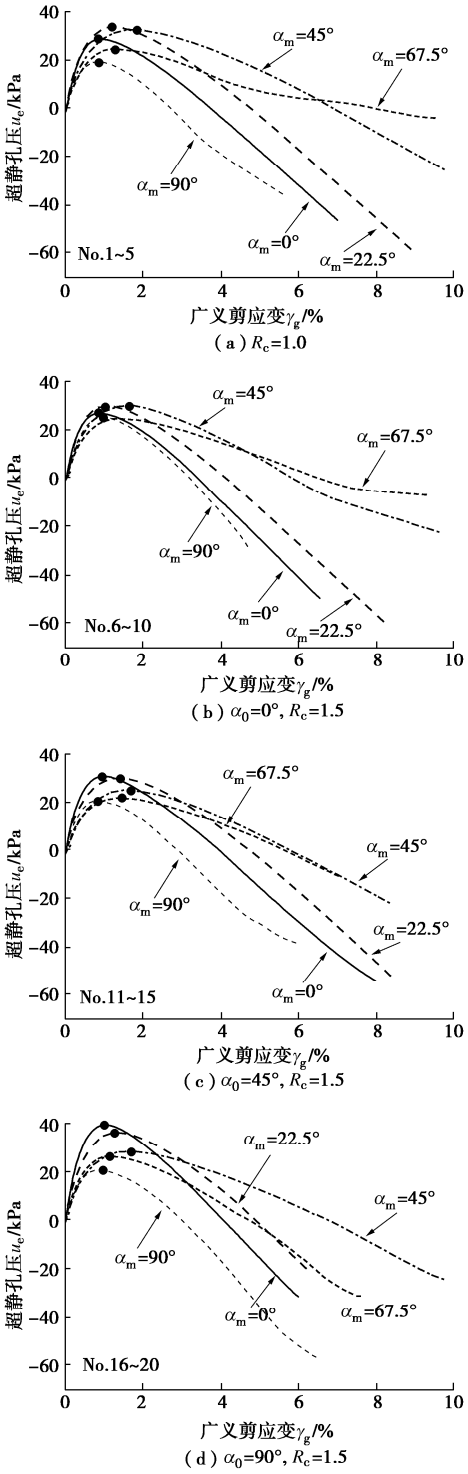
Table 1 Summary of test schemes

试验编号/No.	固结条件				加载条件		备注
	p_0'/kPa	b_0	R_c	α_0/(°)	b_m	α_m/(°)	
1	100	—	1	—	0.5	0	均等固结
2						22.5	
3						45	
4						67.5	
5						90	
6	100	0.5	1.5	0	0.5	0	各向异性固结
7						22.5	
8						45	
9						67.5	
10						90	
11	100	0.5	1.5	45	0.5	0	
12						22.5	
13						45	
14						67.5	
15						90	
16	100	0.5	1.5	90	0.5	0	
17						22.5	
18						45	
19						67.5	
20						90	

3　试验结果与分析

3.1　饱和珊瑚砂超静孔压特性

图 6 为珊瑚砂超静孔压 u_e随广义剪应变 γ_g 的发展趋势。随着单向加载应力的施加，试样的 u_e均呈现出先增大后减小趋势。这意味着珊瑚砂在不排水单向加载时呈现出先剪缩后剪胀的趋势。不论固结条件如何，



（a）R_c=1.0

（b）α_0=0°, R_c=1.5

（c）α_0=45°, R_c=1.5

（d）α_0=90°, R_c=1.5

图 6 不同固结条件下饱和珊瑚砂 u_e与 γ_g之间的关系

Fig. 6 Curves of u_e versus γ_g of saturated coral sand under various consolidation conditions

α_m=45° 时 u_e 达到峰值所对应的 γ_g 最大，意味着此工况下 u_e 随 γ_g 发展的速率最慢，α_m 为 0°，90° 时 u_e 达到峰值所对应的 γ_g 最小，意味着此工况下 u_e 随 γ_g 发展的速率最快，即轴应力对 u_e 的影响大于剪应力的影响。

3.2 饱和珊瑚砂的有效内摩擦角和相变强度

图 7 为珊瑚砂在不同固结及加载条件下的有效应力路径。所有试样的平均有效主应力 p'均呈现出先减小后增大趋势。p'达到最小值时 u_e 达到最大值，此时应力路径上对应的点为相变点（PTS）。PTS 对应的广义剪应力 q_g 即为相变强度 S_{PT}，对应的有效内摩擦角即为相变有效内摩擦角 ϕ'_{PT}。图 8 展示了不同固结条件时 φ'_{PT} 与 α_m 的关系。α_0=45° 时 φ'_{PT} 随 α_m 增大呈现出先增大后减小趋势，且 α_m=45° 时最大；其他固结条件下，φ'_{PT} 随 α_m 增大呈现出减小趋势。各向异性会导致珊瑚砂试样结构的差异，因此不同固结条件下珊瑚砂的剪胀角 ψ 也有所不同，经计算，本次试验所用饱和珊瑚砂 ψ 的范围在 2.4°～8.3°。

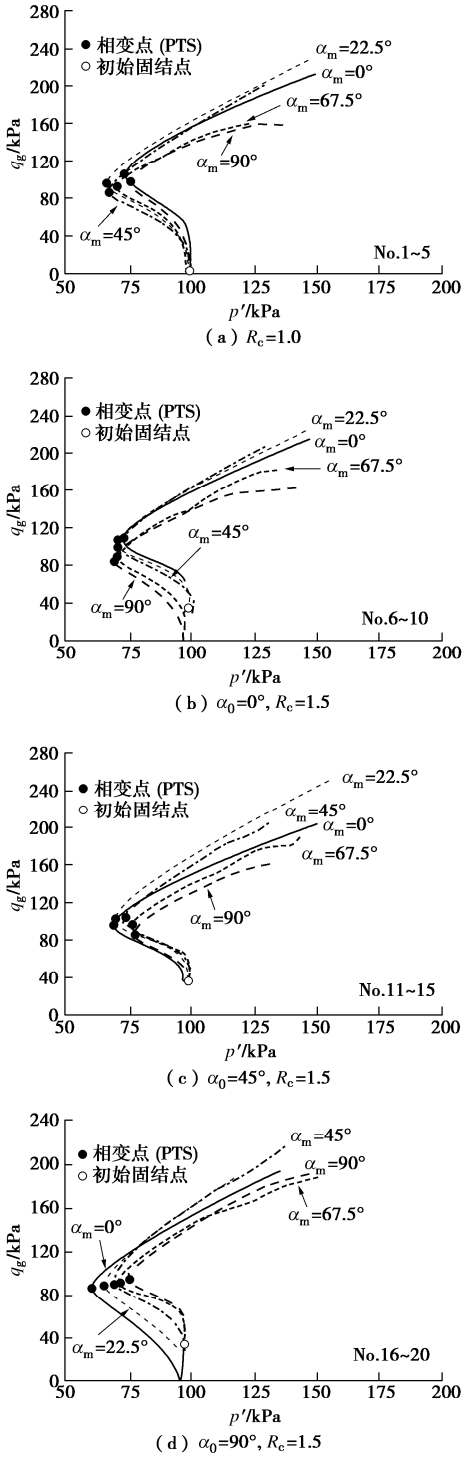


图 7 饱和珊瑚砂的有效应力路径

Fig. 7 Effective stress paths of saturated coral sand

图 9 给出不同固结条件的 S_{PT} 与 α_m 关系。均等固结时 S_{PT} 随 α_m 增大呈现出先减小后增大趋势，且 α_m=45° 时最小；α_0=0° 时 S_{PT} 随 α_m 增大呈现出逐渐减小趋势；α_0=45° 时 S_{PT} 随 α_m 增大呈现出先增大后减小趋势，且 α_m=45° 时最大；α_0=90° 时 S_{PT} 随 α_m 增大呈现出逐渐增大趋势，即各向异性固结条件下珊瑚砂的 S_{PT} 总在 α_0 方向上最大。

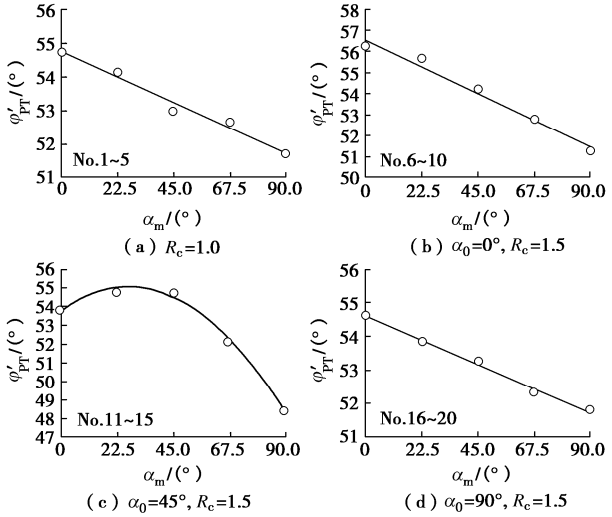


图 8 饱和珊瑚砂的 φ'_{PT} 与 α_m 的关系

Fig. 8 Curves of φ'_{PT} versus α_m of saturated coral sand

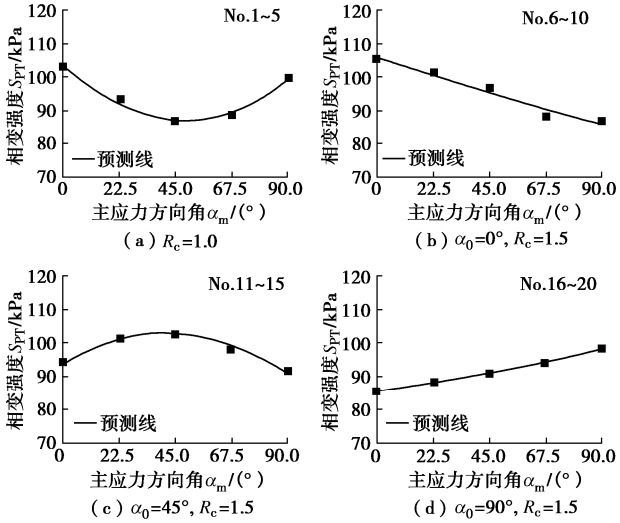


图 9 饱和珊瑚砂 S_{PT} 与 α_m 的关系

Fig. 9 Curves of S_{PT} versus α_m of saturated coral sand

为了分析各因素对 S_{PT} 的影响，图 10 展示了 R_c = 1.5，b = 0.5 时 α_0，α_m 与 S_{PT} 的三维空间关系。可以发现：①α_0 与 α_m 两者相差越小，对应的 S_{PT} 值越大，且 α_0=α_m 时 S_{PT} 达到峰值点（图 10 中的黑点）；反之，若 α_0 与 α_m 两者相差越大，对应的 S_{PT} 值越小。这意味着固结与加载条件耦合作用对 S_{PT} 具有较大影响。②随着 α_0 增大，S_{PT} 呈现出减小的趋势。

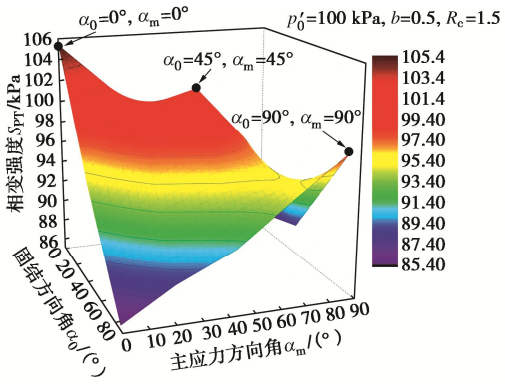


图 10 饱和珊瑚砂 α_0、α_m 与 S_{PT} 的关系

Fig. 10 Relationship among α_0, α_m and S_{PT} of saturated coral sand

引入参数 β 以描述不同 α_0 与 α_m 条件下饱和珊瑚砂 S_{PT} 的变化特征：

$$\beta = A_1 A_2 \quad , \tag{17}$$

式中，A_1 描述 α_0 与 α_m 的差值对 S_{PT} 的影响，A_2 描述 α_0 的大小对 S_{PT} 的影响，A_1，A_2 均可用余弦函数表示为

$$A_1 = \cos(\alpha_m - \alpha_0) \quad , \tag{18}$$

$$A_2 = \cos(\alpha_0/2) \quad 。 \tag{19}$$

S_{PT} 与 β 的关系如图 11 所示。可以看出，参数 β 可较好地将不同 α_0，α_m 值的 S_{PT} 进行规准化，二者具有较强的线相关性。

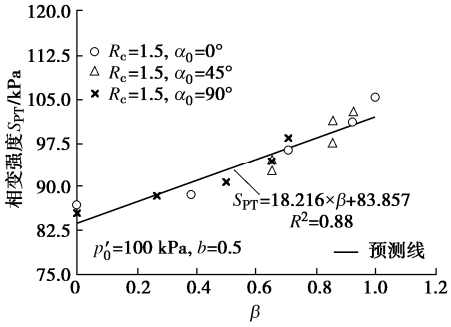


图 11 珊瑚砂 S_{PT} 与 β 的关系

Fig. 11 Correlation between S_{PT} and β of saturated coral sand

3.3　饱和珊瑚砂的应力－应变特性

图 12 为珊瑚砂广义剪应力 q_g 与广义剪应变 γ_g 之间的关系。加载初期（γ_g < 0.5%）、产生较大应变后（γ_g > 1.0%）所展示出的应力－应变关系的特征存在显著差异。加载初期阶段，在均等固结条件下，α_m = 45° 时 γ_g 随 q_g 的线性变化而呈现出较快的发展趋势；而 α_m = 0° 时 γ_g 随 q_g 的线性变化而呈现出较慢的发展趋势；R_c = 1.5 时，随着 q_g 的线性变化，γ_g 总在 α_0=α_m 的方向发展最缓慢。大应变阶段，γ_g 随 q_g 的发展速率随 α_m 的增大呈现出先减小后增大趋势，且在 α_m 大于 67.5° 后改变了趋势。究其原因，可发现对于

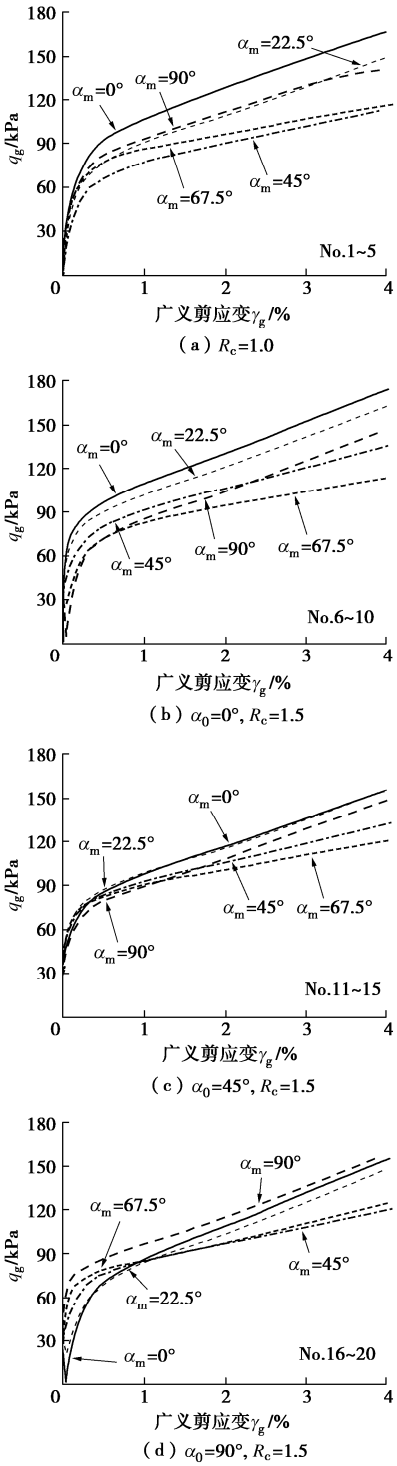


图 12 饱和珊瑚砂 q_g 与 γ_g 的关系

Fig. 12 Curves of q_g versus γ_g of saturated coral sand

编号9，10，16，17的工况，q_g呈现出先减小后增大趋势，并非持续的线性增加，这就导致单向加载应力部分抵消了固结应力的作用，土粒在单向加载应力作用下重新排列，使其强度有所增加。此外，不论何种固结及加载条件下，试样均呈现出应变硬化现象，试验过程中并未观测到峰值强度，这是由于应力控制的加载条件所致。

4 结 论

通过饱和珊瑚砂的不排水单向剪切试验，发现固结方向角α_0及单向加载方向角α_m对珊瑚砂静力特性有显著影响，得到以下4点结论。

（1）珊瑚砂超静孔压u_e随广义剪应变γ_g的增加呈现出先增大后减小的趋势，且$\alpha_m=45°$时u_e随γ_g的发展速率最慢，α_m为0°，90°时u_e随γ_g的发展速率最快。

（2）均等固结及$R_c=1.5$且α_0为0°，90°的非均等固结时，珊瑚砂相变内摩擦角φ'_{PT}均随α_m的增大呈现出减小趋势；仅在$R_c=1.5$，$\alpha_0=45°$的非均等固结时，φ'_{PT}随α_m增大呈现出先增大后减小趋势。

（3）固结条件对珊瑚砂相变强度S_{PT}有显著影响：均等固结时S_{PT}随α_m增大呈现先减小后增大趋势；$\alpha_0=0°$时S_{PT}随α_m增大呈现减小趋势；$\alpha_0=45°$时S_{PT}随α_m增大呈现出先增大后减小趋势；$\alpha_0=90°$时S_{PT}随α_m增大呈现增大趋势。引进参数β可较好地规准化不同的固结和加载条件的S_{PT}。

（4）α_m对珊瑚砂应力－应变关系有较大影响，且应力－应变关系在广义偏应力q_g持续、非持续线性增加的单向加载应力路径下所表现出来的特征是不同的。

参考文献：

[1] 马维嘉, 陈国兴, 李 磊, 等. 循环荷载下饱和南沙珊瑚砂的液化特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(5): 981－988. (MA Wei-jia, CHEN Guo-xing, LI Lei, et al. Experimental study on liquefaction characteristics of saturated coral sand in Nansha Islands under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(5): 981－988. (in Chinese))

[2] 朱长歧, 陈海洋, 孟庆山, 等. 钙质砂颗粒内孔隙的结构特征分析[J]. 岩土力学, 2014, **35**(7): 1831－1836. (ZHU Chang-qi, CHEN Hai-yang, MENG Qing-shan, et al. Microscopic characterization of intra-pore structures of calcareous sands[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(7): 1831－1836. (in Chinese))

[3] 陈海洋, 汪 稔, 李建国, 等. 钙质砂颗粒的形状分析[J]. 岩土力学, 2005, **26**(9): 1389－1392. (CHEN Hai-yang, WANG Ren, LI Jian-guo, et al. Grain shape analysis of calcareous soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(9): 1389－1392. (in Chinese))

[4] 刘 洋. 砂土的各向异性强度准则:应力诱发各向异性[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(3): 460－468. (LIU Yang. Anisotropic strength criteria of sand: stress-induced anisotropy [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(3): 460－468. (in Chinese))

[5] KATO S, ISHIHARA K, TOWHATA I. Undrained shear characterstics of saturated sand under anisotropic consolidations[J]. Soils and Foundations, 2001, **41**(1): 1－11.

[6] YOSHIMINE M, ISHIHARA K, VARGAS W. Effects of principal stress direction and intermediate principal stress on undrained shear behavior of sand[J]. Soils and Foundations, 1998, **38**(3): 179－188.

[7] WONG R K S, ARTHUR J R F. Induced and inherent anisotropy in sand[J]. Géotechnique, 1985, **35**(4): 471－481.

[8] SATO K, YOSHIDA N. Effect of Principal stress direction on undrained cyclic shear behaviour of dense sand[C]// Proeeedings of the Ninth International Offshore and Polar Engineering Conference, 1999: 542－547. Brest.

[9] CHEN G X, WU Q, ZHOU Z L, et al. Undrained anisotropy and cyclic resistance of saturated silt subjected to various patterns of principal stress rotation[J]. Géotechnique, 2020, **70**(4): 317－331.

[10] 于艺林, 张建民, 童朝霞, 等. 定轴排水剪切试验中各向异性砂土的力学响应[J]. 岩土力学, 2011, **32**(6): 1637－1642. (YU Yi-ling, ZHANG Jian-min, TONG Zhao-xia, et al. Behavior of anisotropic mica sand under fixed principal stress axes drained shear test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(6): 1637－1642. (in Chinese))

[11] 罗 强, 李晓磊, 王忠涛. 初始各向异性砂土不排水剪切特性试验研究[J]. 大连理工大学学报, 2019, **59**(6): 629－637. (LUO Qiang, LI Xiao-lei, WANG Zhong-tao. Experimental study of shear behavior of inherent anisotropy sand in undrained condition[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2019, **59**(6): 629－637. (in Chinese))

[12] 杨仲轩, 李相崧, 明海燕. 砂土各向异性和不排水剪切特性研究[J]. 深圳大学学报(理工版), 2009, **26**(2): 158－163. (YANG Zhong-xuan, LI Xiang-song, MING Hai-yan. Fabric

anisotropy and undrained shear behavior of granular soil[J]. Journal of Shenzhen University (Science and Engineering), 2009, **26**(2): 158－163. (in Chinese))

[13] 陈　伟, 张吾渝, 常立君, 等. 定向剪切应力路径下击实黄土各向异性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(增刊 2): 4320－4324. (CHEN Wei, ZHANG Wu-yu, CHANG Li-jun, et al. Experimental study of anisotropy of compacted loess under directional shear stress path[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(S2): 4320－4324. (in Chinese))

[14] AGHAJANI F H, SALEHZADEH H. Anisotropic behavior of the Bushehr carbonate sand in the Persian Gulf[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2015, **8**(10): 8197－8217.

[15] HIGHT D W, GENS A, SYMES M J. The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils[J]. Géotechnique, 1983, **33**(4): 355－383.

[16] CHEN G X, ZHOU Z L, PAN H, et al. The influence of undrained cyclic loading patterns and consolidation states on the deformation features of saturated fine sand over a wide strain range[J]. Engineering Geology, 2016, **204**: 77－93.

[17] Standard Test Methods for Minimum Index Density and Unit Weight of Soils and Calculation of Relative Density: ASTM D. 4254—14[S]. 2006.

[18] Standard Test Methods for Maximum Index Density and Unit Weight of Soils Using a Vibratory Table: ASTM D. 4253—14[S]. 2006.

[19] 土的工程分类标准: GB/T 50145—2007[S]. 2008. (GB/T 50145— 2007 Standard for Engineering Classification of Soil[S]. 2008. (in Chinese))

[20] 孙宗勋. 南沙群岛珊瑚砂工程性质研究[J]. 热带海洋学报, 2000, **19**(2): 1－8. (SUN Zong-xun. Engineering properties of coral sands in Nansha Islands[J]. Tropic Oceanology, 2000, **19**(2): 1－8. (in Chinese))

《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于 1979 年，是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办，国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿，倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿，并优先刊用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊，并在建筑类核心期刊中位于前列；本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”（中国科技核心期刊）及“中国科技论文与引文数据库”收录；本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录；本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录；本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址（www.cgejournal.com）全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊，A4 开，双栏排版，192 页，每月中旬出版，每期定价 40 元，全年定价 480 元。

本刊国际标准刊号 ISSN 1000－4548，国内统一刊号 CN 32－1124/TU，国内发行代号 28－62，国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购，也可在编辑部订购（不另收邮费）。编辑部订购地址：南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部；邮编：210024；联系电话：025-85829534，85829543，85829553，85829556；传真：025-85829555；E-mail: ge@nhri.cn。

（本刊编辑部）

DOI：10.11779/CJGE202203021

固结作用下非均质隔离墙中污染物二维运移规律研究

丁祥鸿，冯世进*

（同济大学地下建筑与工程系，上海 200092）

摘 要：土-膨润土隔离墙广泛应用于污染场地管控和修复工程。在隔离墙自重和侧向土压力的作用下，墙体沿深度方向呈现非均质性。基于双向固结理论，建立了非均质隔离墙-含水层系统中污染物二维运移模型。模型采用高斯函数表征污染源局部非均匀分布，并考虑了屏障系统中污染物对流—弥散—吸附—降解耦合运移过程。结合边界条件和层间连续性条件，选用大型有限元计算软件 COMSOL Multiphysics 的对流-扩散方程瞬态分析模块进行求解，分析了污染源浓度分布形式和墙体力学参数对污染物运移规律的影响。研究结果表明：①采用均质隔离墙模型进行计算会明显高估隔离墙的服役时间，且会低估通过隔离墙出口污染物的质量通量；②隔离墙的服役性能随着墙体材料抗剪强度增大而降低，但几乎不受材料抗压强度的影响；③最终基于本文的非均质模型提出了浅部增强型隔离墙强化区域设计思路。

关键词：污染场地；非均质隔离墙；固结作用；对流-扩散；二维运移

中图分类号：TU431 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2022)03－0584－07

作者简介：丁祥鸿(1995—)，男，博士研究生，主要从事环境岩土工程方向的科研工作。E-mail: 1732201@tongji.edu.cn。

Two-dimensional migration of contaminants in non-homogeneous cutoff wall considering consolidation

DING Xiang-hong, FENG Shi-jin

(Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Soil-bentonite cutoff walls are widely used in the remediation and control of contaminated sites. Under the action of wall self-weight and lateral earth pressure, the wall shows non-homogeneous along with depth. Based on the bidirectional consolidation theory, a two-dimensional contaminant transport model for a non-homogeneous cutoff wall-aquifer system is developed. The model uses the Gaussian functions to characterize the local non-uniform distribution of the contaminant source and considers the convection-dispersion-adsorption-degradation coupled transport processes of pollutants in a barrier system. With the aid of the boundary conditions and the continuity conditions at the layer interfaces, the transient advection-diffusion equation module of COMSOL multiphysics, a finite element calculation software, is selected for the solution. The influences of concentration distribution of contaminant source and mechanical parameters of wall on contaminant migration are analyzed. The results show that: (1) The homogeneous cutoff wall models will overestimate the wall breakthrough time and underestimate the mass flux through the wall exit. (2) The service performance of a cutoff wall decreases with the increase of the shear strength of the wall material, but it is slightly affected by its compressive strength. (3) Finally, the design idea of the enhanced cutoff wall in the shallow region is given based on the proposed non-homogeneous model.

Key words: contaminated site; non-homogeneous cutoff wall; consolidation; advection-diffusion; two-dimensional migration

0 引 言

隔离墙技术是在地下修筑竖向土工屏障对受污染水土进行阻隔控制，防止污染物进一步迁移扩散[1]。土-膨润土隔离墙具有渗透性低、化学相容性好、成本低廉和施工方便等优点，已广泛应用于城市工业遗留污染场地和固体废弃填埋场等防污工程中[2-3]。其施工流程包括：开挖沟槽并注入膨润土泥浆保持沟槽侧壁稳定；将原位土和膨润土浆液等混合料搅拌均匀后回填至沟槽替换泥浆，形成低渗透性防污屏障。探明隔离墙内污染物运移规律能为墙体设计、施工与服役性能评价提供必要的理论依据。

Acar 等[4]、Rubin 等[5]、Li 等[6]利用对流-扩散方程建立了隔离墙中污染物一维瞬态迁移模型，提出了基于击穿时间的墙体厚度设计方法。Xie 等[7]考虑污染

基金项目：国家重点研发计划项目（2020YFC1808104）；国家自然科学基金杰出青年基金项目（41725012）；国家自然科学基金重点基金项目（41931289）

收稿日期：2021－04－30

*通信作者（E-mail: fsjgly@tongji.edu.cn）

物击穿隔离墙后进入自然土层的实际情况，进一步探究了污染物在隔离墙−含水层双域系统中的一维运移规律，并指出隔离墙服役性能受到含水层尺寸的影响。最近，Ding 等[8]考虑污染源的不均匀分布，建立了竖向屏障中有机污染物二维运移模型，提出了屏障位置和厚度综合设计方法。然而，上述隔离墙模型均假设墙体均质且各向同性。现场测试结果表明固结作用会导致土−膨润土隔离墙沿深度方向呈现非均质性[3, 9]。Li 等[10]同时考虑了墙体自身的拱效应[9]和周边土体的侧向挤压效应[11]，建立“水平弹簧”模型预测了隔离墙固结应力沿深度方向的变化规律，并指出隔离墙设计与评估应考虑墙体固结作用的影响。然而墙体非均质性对污染物运移规律和隔离墙服役性能的影响机制尚不明确。因此，建立耦合固结作用的非均质隔离墙中污染物运移预测模型具有重要理论意义和工程应用价值。

本文基于隔离墙双向固结理论，考虑墙体材料沿深度方向的非均质性，建立隔离墙和相邻含水层中污染物二维运移数值模型（如图 1）。利用大型有限元软件 COMSOL Multiphysics 进行建模计算，研究了局部非均匀污染源和固结作用下隔离墙中污染物的运移规律。最后，结合现有的竖向防污屏障击穿标准，提出浅部增强型隔离墙的设计思路。

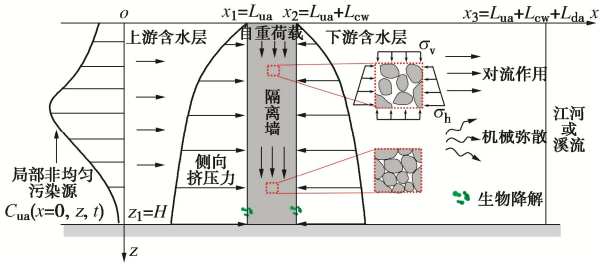


图 1　非均质隔离墙中污染物二维运移模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of two-dimensional transport of contaminants in non-homogeneous cutoff wall

1　计算模型建立与求解

如图 1 所示，土−膨润土隔离墙设置于离污染源一定距离的含水层中以阻滞污染羽的水平迁移。土−膨润土隔离墙受到自重应力和侧向土压力作用，墙体材料孔隙率沿深度逐渐变小，呈非均质性。隔离墙−含水层系统由 3 部分组成：上游含水层、非均质隔离墙、下游含水层，厚度分别为 L_{ua}，L_{cw}，L_{da}，其中上游含水层厚度也表示隔离墙到污染源的距离，模型高度为 H。

1.1　控制方程与边界条件

图 1 所示污染物通过入渗边界（$x=0$）进入上游含水层，之后从左至右依次运移至隔离墙、下游含水层，最后通过出流边界（$x=x_3$）进入江河或溪流。考虑污染物的一维水平对流、二维弥散作用以及土层对污染物的线性可逆吸附与一阶降解作用，建立层状系统中污染运移控制方程如下：

（1）上游含水层（$0 \leqslant x \leqslant x_1; x_1 = L_{ua}$）

$$R_{d,ua}\frac{\partial C_{ua}}{\partial t} = D_{x,ua}(z)\frac{\partial^2 C_{ua}}{\partial x^2} - v_{ua}(z)\frac{\partial C_{ua}}{\partial x} + D_{z,ua}(z)\frac{\partial^2 C_{ua}}{\partial z^2} - \lambda_{ua}C_{ua} \quad 。 \tag{1}$$

（2）非均质隔离墙（$x_1 \leqslant x \leqslant x_2; x_2 = L_{ua} + L_{cw}$）

$$R_{d,cw}(z)\frac{\partial C_{cw}}{\partial t} = D_{x,cw}(z)\frac{\partial^2 C_{cw}}{\partial x^2} - v_{cw}(z)\frac{\partial C_{cw}}{\partial x} + D_{z,cw}(z)\frac{\partial^2 C_{cw}}{\partial z^2} - \lambda_{cw}C_{cw} \quad 。 \tag{2}$$

（3）下游含水层（$x_2 \leqslant x \leqslant x_3$；$x_3 = L_{ua} + L_{cw} + L_{da}$）

$$R_{d,da}\frac{\partial C_{da}}{\partial t} = D_{x,da}(z)\frac{\partial^2 C_{da}}{\partial x^2} - v_{da}(z)\frac{\partial C_{da}}{\partial x} + D_{z,da}(z)\frac{\partial^2 C_{da}}{\partial z^2} - \lambda_{da}C_{da} \quad 。 \tag{3}$$

式中　C_i（i = ua, cw, da）表示第 i 层中污染物浓度，是关于 x，z 和 t 的函数；$R_{d,i}$ 表示污染物的阻滞因子；$D_{x,i}$ 和 $D_{z,i}$ 为水平和竖向水动力弥散系数；v_i 是渗流速度，$v_i = v_d/n_i$（v_d 为达西流速，n_i 是孔隙率）；λ_i 表示污染物一阶降解常数。下标 ua、cw 和 da 分别代表上游含水层、隔离墙和下游含水层。

假定在初始时刻，系统中污染物浓度为 0，即

$$C_i(x,z,t=0) = 0 \quad 。 \tag{4}$$

入流边界处（$x=0$）污染物浓度已知，为

$$C_{ua}(x=0,z,t) = C_{in}(z,t) \quad 。 \tag{5}$$

考虑出流边界处（$x=x_3$）污染物被下游河流或地下水快速稀释的情景，设置为 Dirichlet 出流边界条件：

$$C_{da}(x=x_3,z,t) = 0 \quad , \tag{6}$$

该冲刷型边界条件被推荐用于隔离墙的保守设计[6]。

隔离墙和含水层上下边界利用 Neumann 边界条件（零梯度边界条件）表示[8]：

$$\frac{\partial C_i(x,z=0,t)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial C_i(x,z=H,t)}{\partial z} = 0 \quad 。 \tag{7}$$

层间界面处应满足污染物浓度和通量连续性条件：

①上游含水层和隔离墙界面（$x=x_1$）

$$\left.\begin{aligned} &C_{ua}(x=x_1,z,t) = C_{cw}(x=x_1,z,t) \quad , \\ &-n_{ua}D_{ua}\frac{\partial C_{ua}(x=x_1,z,t)}{\partial x} + n_{ua}v_{ua}C_{ua}(x=x_1,z,t) = \\ &-n_{cw}D_{cw}\frac{\partial C_{cw}(x=x_1,z,t)}{\partial x} + n_{cw}v_{cw}C_{cw}(x=x_1,z,t) \quad 。 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

②隔离墙和下游含水层界面（$x=x_2$）

$$\left.\begin{aligned} &C_{\mathrm{cw}}(x=x_2,z,t)=C_{\mathrm{da}}(x=x_2,z,t)\ ,\\ &-n_{\mathrm{cw}}D_{\mathrm{cw}}\frac{\partial C_{\mathrm{cw}}(x=x_2,z,t)}{\partial x}+n_{\mathrm{cw}}v_{\mathrm{cw}}C_{\mathrm{cw}}(x=x_2,z,t)=\\ &-n_{\mathrm{da}}D_{\mathrm{da}}\frac{\partial C_{\mathrm{da}}(x=x_2,z,t)}{\partial x}+n_{\mathrm{da}}v_{\mathrm{da}}C_{\mathrm{da}}(x=x_2,z,t)\ 。\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

1.2 墙体非均质参数计算理论

固结作用下隔离墙非均质运移参数的基本计算思路总结如下：①根据“水平弹簧”模型的双向固结理论求解墙体水平和竖向应力；②基于室内固结试验结果，拟合得到孔隙比和固结应力的关系；③最后通过运移参数与孔隙比的定量化关系，确定非均质运移参数的表达式。

Li 等[10]基于“水平弹簧”理论建立了隔离墙有效应力预测模型，该模型可以同时考虑墙体单元竖向力平衡关系和周边土体的侧向挤压作用，最终获得了固结作用下隔离墙水平和竖向有效应力的计算公式：

$$\sigma'_{\mathrm{h}}=\frac{B\gamma'_{\mathrm{cw}}}{2R\tan\varphi_{\mathrm{cw}}}\left(1+A-\frac{2Rc_{\mathrm{cw}}}{B\gamma'_{\mathrm{cw}}}\right)\times\left[1-\exp\left(-\frac{2R\tan\varphi_{\mathrm{cw}}}{BD}z\right)\right], \tag{10}$$

$$\sigma'_{\mathrm{v}}=D\sigma'_{\mathrm{h}}-A\gamma'_{\mathrm{cw}}z\quad 。 \tag{11}$$

式中 γ'_{cw} 为隔离墙回填材料的有效重度；c_{cw} 和 φ_{cw} 分别为回填材料的黏聚力和内摩擦角；R 为回填材料抗剪强度折减系数；A 和 D 为与回填材料弹性模量 E（侧限压缩模量 M）、泊松比 ν、地基反力系数 k、墙体宽度 B 相关的计算参数[10]。

Yeo 等[12]对砂−膨润土回填料进行了一系列室内固结试验，得到了回填料孔隙比 e_{cw} 与固结压力 σ' 的对应关系：

$$e_{\mathrm{cw}}(z)=1.25-0.21\lg\left[\sigma'(z)/5\right]\quad , \tag{12}$$

以及回填料渗透系数 k_{cw} 与孔隙比 e_{cw} 的拟合关系：

$$k_{\mathrm{cw}}(z)=1.5\times10^{-9}\times10^{[e_{\mathrm{cw}}(z)-1.25]/0.22}\quad , \tag{13}$$

式中，等效应力 σ' 的单位为 kPa，且 σ' 与水平和竖向有效应力（式（10）和（11））的关系可以表示为[13]

$$\sigma'(z)=(1+\nu)(\sigma'_{\mathrm{v}}+\sigma'_{\mathrm{h}})\quad , \tag{14}$$

孔隙率 n_{cw} 与孔隙比 e_{cw} 的转换关系为

$$n_{\mathrm{cw}}(z)=e_{\mathrm{cw}}(z)/\left[1+e_{\mathrm{cw}}(z)\right]\quad , \tag{15}$$

而墙体回填材料作为多孔介质，它的分子扩散系数 D^* 与孔隙率 n_{cw} 有关，可以用下式进行估算[14]：

$$D^*_{\mathrm{cw}}(z)=D_0\times(n_{\mathrm{cw}}(z))^{1/3}\quad , \tag{16}$$

式中，D_0 表示自由溶液中污染物分子扩散系数。

墙体材料水平和竖向水动力弥散系数为[8]

$$D_{x,\mathrm{cw}}(z)=D^*_{\mathrm{cw}}(z)+\alpha v_{\mathrm{cw}}(z)\quad , \tag{17}$$

$$D_{z,\mathrm{cw}}(z)=D^*_{\mathrm{cw}}(z)\quad , \tag{18}$$

式中，α 为纵向弥散度。

此外，阻滞系数 $R_{\mathrm{d,cw}}$ 可以通过下式计算：

$$R_{\mathrm{d,cw}}(z)=1+\frac{\rho_{\mathrm{d,cw}}K_{\mathrm{d,cw}}}{n_{\mathrm{cw}}(z)}\quad 。 \tag{19}$$

基于上述推导分析，得到了非均质隔离墙孔隙率 n_{cw}、弥散系数 D_{cw}、渗透系数 k_{cw} 和阻滞系数 $R_{\mathrm{d,cw}}$ 关于深度 z 的表达式。

1.3 模型验证

笔者利用大型有限元计算软件 COMSOL Multiphysics 5.3 的对流−扩散方程瞬态分析模块进行求解计算，得到隔离墙和相邻含水层中污染物浓度分布，并采用均质隔离墙解析模型进行验证。验证模型中考虑污染物的对流、弥散、吸附以及降解过程，但墙体渗透系数、扩散系数和阻滞系数均设为常数，具体参数取值见文献[8]。

图 2 为本文 COMSOL 数值模型与现有均质隔离墙解析模型[8]计算得到的污染物浓度分布，发现本文模型的计算结果与解析解吻合较好，验证了本文模型的正确性。

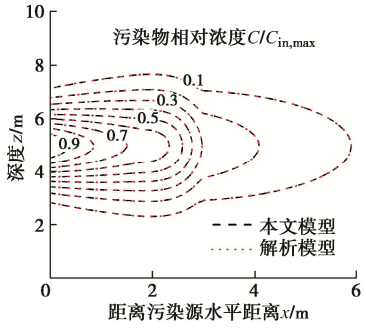


图 2 本文模型计算结果与解析解对比[8]

Fig. 2 Comparison between results by proposed model and analytical solutions[8]

2 均质与非均质隔离墙中污染物运移规律对比

以往研究通常假定隔离墙是均质的[8, 15]，本节将通过对比均质和非均质隔离墙模型，探究固结作用下墙体非均质性对污染物运移的影响规律。表 1 给出模型几何参数、污染物运移基本参数和墙体材料力学参数，污染源浓度分布为 $C=\exp(-(z-5)/8)$[8]。根据方程（12）～（19），得到弥散系数、渗透系数等变量表达式并输入至 COMSOL 对流−扩散分析模块进行求解计算。

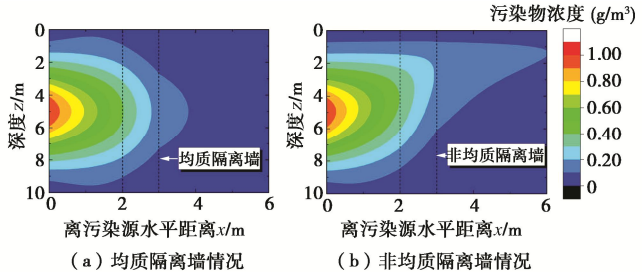
图 3 对比了运移时间 100 a 后均质和非均质隔离墙内污染物浓度分布。可以发现，理想均质隔离墙模型中污染羽沿中心线（$z=5$ m）呈对称分布（图 3(a)）。但实际在固结作用的影响下（图 3（b））,污染物会通过非均质隔离墙浅部区域运移进入下游含水层，且迁移距离远大于均质隔离墙模型的计算结果。这是由于非均质墙体浅部区域受到固结应力较小，孔隙率较大，

构成了污染物优势渗漏通道。因此，隔离墙的均质性假设将极大高估墙体对污染物的阻滞能力。

表 1 模型计算输入参数

Table 1 Input parameters for proposed model

模型计算参数[8, 16]	上游含水层	隔离墙	下游含水层
层厚 L/m	2	1	10
层高 H/m	10	10	10
扩散系数 D_0/(m·s^{-1})	8.47×10^{-10}	8.47×10^{-10}	8.47×10^{-10}
降解半衰期 $t_{1/2}$/a	100	100	100
干密度 ρ_d/(g·cm^{-3})	1.55	1.7	1.55
分配系数 K_d/(mL·g^{-1})	0	0.54	0
孔隙率 n	0.47	$n_{cw}(z)$	0.47
弥散度 α	0.04	0.01	1
墙体材料参数[17-18]			
有效重度 γ /(kN·m^{-3})	—	9.7	—
泊松比 ν (1)	—	0.35	—
黏聚力 c/kPa	—	0	—
常数 n_h/(MN·m^{-4})	—	6	—
内摩擦角 φ/(°)	—	30	—
折减系数 R	—	0.3	—
压缩模量 M/kPa	—	1000	—



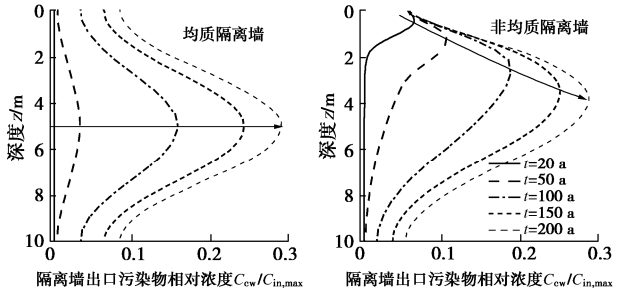
（a）均质隔离墙情况　（b）非均质隔离墙情况

图 3 隔离墙和相邻含水层中污染物浓度分布

Fig. 3 Distribution of contaminant concentration in cutoff wall and adjacent aquifer

图 4 选取 20，50，100，150，200 a5 个时间点，分析了隔离墙非均质性对墙体出口污染物相对浓度的影响规律。对比图 4（a）和 4（b）可以看出，均质和非均质隔离墙的出口污染物浓度都是沿深度方向先增大至峰值再逐渐衰减，且随着时间的增加其浓度峰值会逐渐增大。不同的是，理想均质隔离墙出口浓度峰值始终位于污染源的浓度峰值处（z = 5 m），而非均质隔离墙出口污染物浓度峰值的位置随时间增加逐渐下移，这是由于污染物竖向扩散作用导致的。

图 5 对比了均质和非均质隔离墙出口污染物最大浓度和总质量通量随时间的变化规律。选取填埋场渗滤液中常见的有毒物质甲苯（TOL）作为本文分析的代表性污染物，渗滤液中 TOL 典型浓度值为 10 g/m^3，美国饮用水条例指出饮用水 TOL 浓度上限值为 1 g/m^3[18]。因此，选取相对浓度 $C_{cw,max}/C_{in,max}$ = 0.1 作为隔离墙的浓度击穿标准[8, 15]。图 5 结果显示均质隔离墙模型会显著高估隔离墙击穿时间，低估墙体出口质量通量。因此有必要建立非均质隔离墙模型对墙体服役性能进行准确评估，使得隔离墙出口处有毒性污染物浓度满足环境标准。



（a）均质隔离墙情况　（b）非均质隔离墙情况

图 4 不同时间时隔离墙出口污染物相对浓度分布图

Fig. 4 Distribution of contaminant concentration in exit of cutoff wall at different time

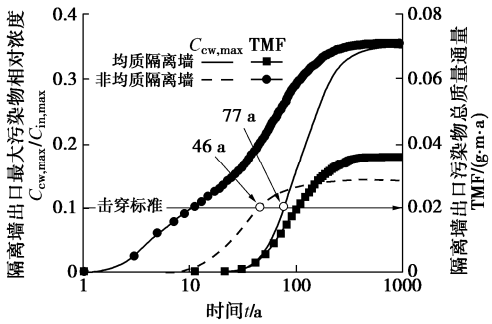


图 5 隔离墙出口污染物最大相对浓度和污染物总质量通量随时间的变化规律

Fig. 5 Variation of maximum relative concentration and total mass flux of contaminants at outlet of cutoff wall with time

3 污染源浓度分布的影响

Ding 等[8]总结数个场地试验和室内土柱试验中化学物质浓度分布数据，发现高斯函数（式（20））可以较好地拟合土壤中污染物浓度沿深度方向的变化规律，

$$C = C_{in,max} e^{-\frac{z-\mu}{2\sigma^2}} \quad , \tag{20}$$

式中，幅值 $C_{in,max}$ 表示污染源最大浓度值，数学期望 μ 表示 $C_{in,max}$ 对应的位置，方差 σ 反映高浓度污染物分布范围。本节将分析这些参数对非均质隔离墙出口污染物浓度的影响。

图 6 描述了不同数学期望值 μ 情况下隔离墙出口污染物浓度分布，图中虚线为隔离墙临界击穿曲线（$C_{cw,max}/C_{in,max}$ = 0.1）。可以发现 μ 的增加会减小隔离墙出口污染物浓度，且会延长稳态浓度出现的时间。此外，μ 的增加会导致隔离墙击穿时间延长和击穿位置变深，例如 μ 从 2 m 增加到 8 m，墙体击穿时间从 4 a 延长至 120 a，击穿位置从 0 m 降低至 8 m。然而，已有文献[8，15]表明在均质隔离墙计算模型中，改变 μ 值不会引起墙体击穿时间发生变化。图 6 计算结果表明污染源峰值位置（μ）会显著影响固结作用下非均质隔离墙的服役性能。

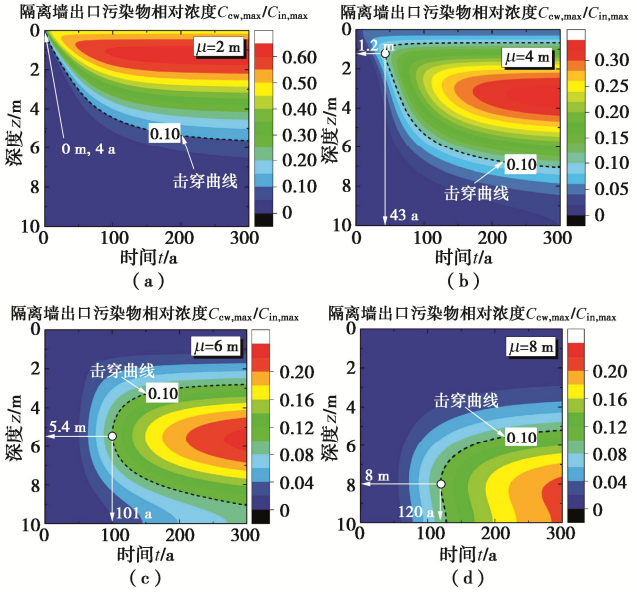


图 6 污染源浓度分布函数的数学期望 μ 对隔离墙出口污染物相对浓度的影响

Fig. 6 Influences of mathematical expectation μ on relative concentration of contaminants in outlet of cutoff wall

图 7 是不同标准差 σ 情况下隔离墙出口污染物浓度分布云图。可以看出，σ 的增加会增大隔离墙出口的污染物浓度，且会缩短隔离墙的击穿时间、提高击穿位置，如 σ 从 1 m 增加到 2 m，隔离墙击穿时间从 102 a 减小至 48 a，击穿位置从 4.6 m 深度提高至 1.3 m。已有研究表明对于均质隔离墙，σ 只影响墙体击穿时间但不会改变墙体击穿位置（污染源浓度峰值所在深度）[8]。而对于非均质隔离墙，σ 的增加会导致墙体浅层薄弱区域污染源浓度变大，墙体最先击穿点从污染源浓度峰值位置逐渐转移至墙体浅层区域。

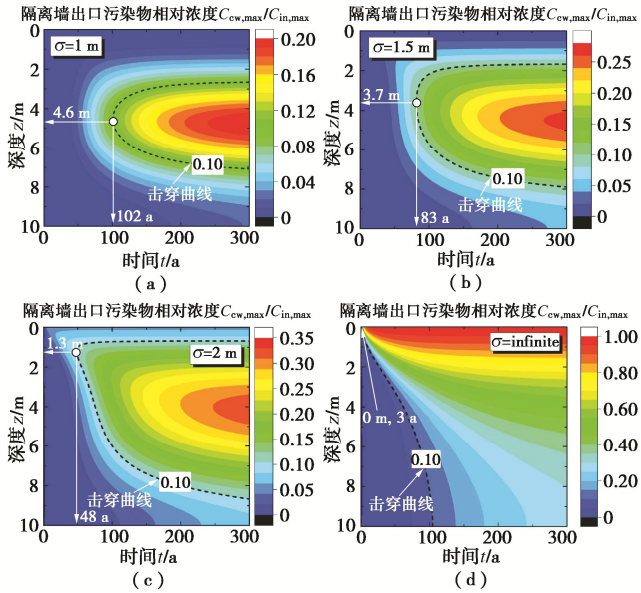


图 7 污染源浓度分布函数的方差 σ 对非均质隔离墙出口污染物相对浓度的影响

Fig. 7 Influence of variance σ on relative concentration of contaminants in outlet of non-homogeneous cutoff wall

4 墙体力学参数的影响

从 1.2 节可知“水平弹簧”模型中墙体应力状态受到以下墙体材料力学参数的影响：有效黏聚力 c_{cw}，有效内摩擦角 φ_{cw}、抗剪强度折减系数 R 以及侧限压缩模量 M，其中，回填料通常为正常固结土，c_{cw} 等于 0[12]。因此，本节将分析其余 3 个墙体力学参数（φ_{cw}，R，M）对隔离墙服役性能的影响，并从材料配比方面为墙体设计和施工提供可靠建议。

图 8（a）～（c）分别为有效内摩擦角 φ_{cw}、抗剪强度折减系数 R 和侧限压缩模量 M 对隔离墙最早击穿点污染物浓度的影响规律。图 8（a）结果表明增加 φ_{cw} 可以缩短隔离墙击穿时间，但对隔离墙击穿位置的影响不大。例如，φ_{cw} 从 20° 增加到 40°，隔离墙击穿时间缩短了 35 a，而击穿位置仅改变了 0.2 m。此外，随着 φ_{cw} 增加，隔离墙最先击穿点的污染物浓度也会增大，这是由于有效内摩擦角的增大会使得隔离墙有效应力减小（方程（10），（11）），进而导致墙体材料孔隙率、扩散系数和渗透系数等运移参数变大。此外，抗剪强度折减系数 R 越大表明土-膨润土与原位土的咬合越好，隔离墙与含水层界面的抗剪强度越高[12]。从图 8（b）可以发现，增大 R 值也会缩短隔离墙击穿时间。这是由于隔离墙-含水层界面平衡了更大的墙体自重应力，导致墙体有效应力减小（方程（10），（11））。

美国宾夕法尼亚州的土-膨润土隔离墙现场取样分析结果[17]及一系列砂-膨润土固结试验数据[12]给出的膨润土系隔离墙材料的侧限压缩模量 M 值介于 500～1600 kPa。在该范围内选取 5 个 M 典型值进行分析，如图 8（c）所示，可以发现 M 值的变化对隔离墙的击穿时间和击穿位置几乎没有影响。综上可知，隔离墙服役性能受墙体材料的抗剪强度影响较大，受其抗压强度影响较小。

图 9 进一步分析了不同污染源浓度分布形式下抗剪强度参数（φ_{cw} 和 R）对隔离墙击穿时间 t_b 的影响规律。可以发现，当污染源浓度分布函数的数学期望值 $\mu = 2$ m 时，隔离墙材料的有效内摩擦角 φ_{cw} 和抗剪强度折减系数 R 对隔离墙击穿时间 t_b 几乎没有影响（图 9（a））。随着 μ 的增大，φ_{cw} 和 R 对 t_b 的影响逐渐变大。例如，当 $\mu = 8$ m 时，φ_{cw} 从 20° 变化到 40°，t_b 减小了 67 a；R 从 0.1 增加到 0.5，t_b 减小了 112 a。由此可知，墙体抗剪强度参数与击穿时间的关系受到污染源浓度峰值位置的显著影响。图 9（b）也表明污染源高浓度分布范围（标准差 σ）对隔离墙抗剪强度参数（φ_{cw} 和 R）与击穿时间 t_b 的关系也有一定影响。总体来说，当污染源埋深大、浓度分布范围窄时，隔离墙击穿时间受墙体抗剪强度影响较大。

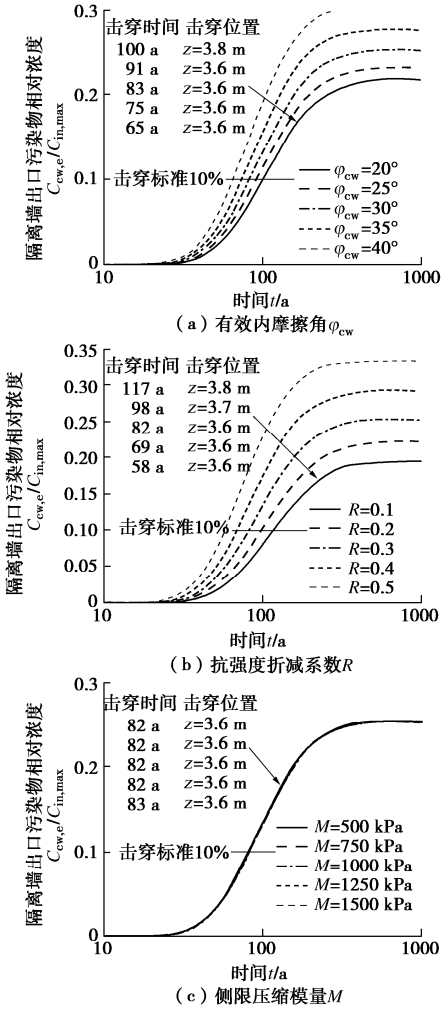


图 8 墙体力学参数对隔离墙出口污染物相对浓度的影响

Fig. 8 Influences of mechanical parameters on relative concentration of contaminants in outlet of cutoff wall

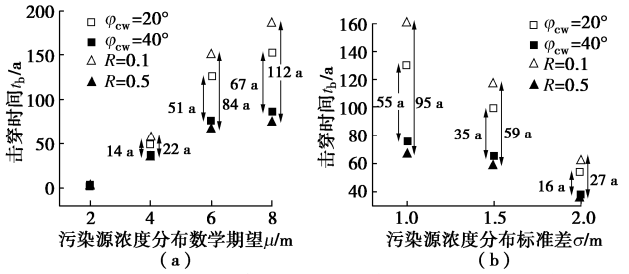


图 9 不同污染源浓度分布形式下，抗剪强度参数对隔离墙击穿时间的影响

Fig. 9 Influences of shear strength parameters on breakthrough time of cutoff wall under different concentration distributions of contaminant source

5 浅部增强型隔离墙强化区域设计

根据上文分析可知，隔离墙浅部属于薄弱区域，易构成污染物的优势运移通道。潘倩[19]在江苏省靖江市的现场取样分析也证实了隔离墙浅部区域更易发生污染物泄漏，并提出增大浅部墙体宽度、插入防渗板等措施用于增强隔离墙浅部区域的防污性能（图 10）。

然而，目前并没有合适的污染物运移理论确定隔离墙浅部强化区域的具体范围。当强化区域的范围偏小时，隔离墙出口的污染物浓度难以满足规范要求，而当强化区域的范围过大时，会增加施工难度和造价成本。本节基于提出的非均质隔离墙中污染物对流-扩散-吸附-降解二维运移模型，计算设计年限为 100 a 时隔离墙出口污染物的相对浓度，提出浅部增强型隔离墙强化区域的简要设计方法。

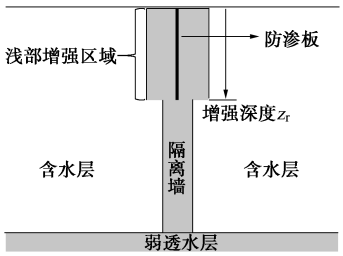


图 10 浅部增强型隔离墙示意图[19]

Fig. 10 Schematic diagram of shallow-enhanced cutoff wall[19]

图 11 是不同污染源分布情况下非均质隔离墙增强深度 z_r 的设计思路。其中，隔离墙出口污染物相对浓度大于击穿标准（$C_{cw}/C_{in,max}$=0.1）的区域为墙体待强化区域。选用靖江市现场试验得到的墙体材料参数（见文献[19]表 6.3.5）进行建模分析，从图 11 中可以看出增强深度 z_r 和污染源分布形式有关，例如，污染源浓度分布的数学期望 μ 等于 4.8 m，标准差 σ 等于 0.5 m 时，增强深度 z_r 为 6.3 m 才能满足隔离墙 100 a 的服役年限要求。因此，浅部增强型隔离墙的强化区域设计需考虑现场不同的污染源浓度分布形式。此外，z_r 与 μ 成近似线性关系，图中曲线的左上方参数取值可满足隔离墙 100 a 设计年限要求。

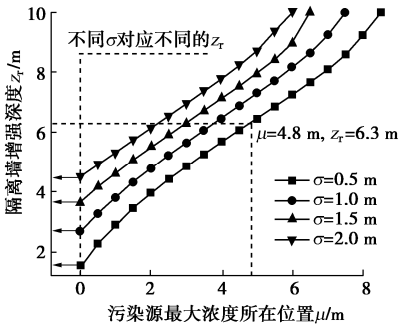


图 11 不同局部污染源分布情况下非均质隔离墙增强区域 z_r 设计建议图

Fig. 11 Design proposal for enhanced region z_r of non-homogeneous cutoff wall under different concentration distributions of contaminant source

6 结　　论

本文建立了固结作用下非均质隔离墙污染物二维运移数值模型。此模型采用高斯函数表示污染源的非均匀分布，并同时考虑了污染物对流、弥散、吸附和降解过程，可用于评估隔离墙固结完成后对污染物的阻隔效果。分析算例首先对比了均质和非均质隔离墙中污染

物运移规律，然后探究了污染源浓度分布和墙体力学参数对非均质隔离墙中污染物运移规律的影响，最后基于本文提出的模型和现有的隔离墙击穿标准，提出了浅部增强型隔离墙设计思路。得到以下主要结论：

（1）利用简化的均质隔离墙模型进行污染物运移计算，会高估墙体击穿时间，且会低估通过墙体出口的污染物质量。

（2）污染源峰值浓度位置下移会使非均质隔离墙击穿时间增加和击穿位置下移，高浓度值分布范围变宽会导致隔离墙击穿时间缩短但击穿位置上移。

（3）隔离墙的服役性能随着墙体材料抗剪强度增大而降低，但几乎不受材料抗压强度的影响。

（4）隔离墙抗剪强度参数对墙体击穿时间的影响受污染源分布形式控制。污染源浓度峰值在较深位置或高浓度值分布范围较窄时，隔离墙抗剪强度对墙体击穿时间的影响较大。

（5）以 100 a 为隔离墙服役年限，出口污染物相对浓度 10%为击穿标准，基于本文模型提出了不同污染源形式下浅部增强型隔离墙强化区域设计思路。

参考文献：

[1] 刘松玉. 污染场地测试评价与处理技术[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(1): 1－37. (LIU Song-yu. Geotechnical investigation and remediation for industrial contaminated sites[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(1): 1－37. (in Chinese))

[2] 杨玉玲, 杜延军, 范日东, 等. 膨润土系隔离墙材料渗透特性研究综述[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(增刊 2): 210－216. (YANG Yu-ling, DU Yan-jun, FAN Ri-dong, et al. Advances in permeability for bentonite-based hydraulic containment barriers[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(S2): 210－216. (in Chinese))

[3] TONG X, LI Y C, KE H, et al. In situ stress states and lateral deformations of soil–bentonite cutoff walls during consolidation process[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2020, **57**(1): 139－148.

[4] ACAR Y B, HAIDER L. Transport of low-concentration contaminants in saturated earthen barriers[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, **116**(7): 1031－1052.

[5] RUBIN H, RABIDEAU A J. Approximate evaluation of contaminant transport through vertical barriers[J]. Journal of Contaminant Hydrology, 2000, **40**(4): 311－333.

[6] LI Y C, CHEN G N, CHEN Y M. Design charts for contaminant transport through slurry trench cutoff walls[J]. Journal of Environmental Engineering, 2017, **143**(9): 06017005.

[7] XIE H J, WANG S Y, CHEN Y, et al. An analytical model for contaminant transport in cut-off wall and aquifer system[J]. Journal of Environmental Geotechnics, 2018, **7**(7): 1－30.

[8] DING X H, FENG S J, ZHENG Q T, et al. A two-dimensional analytical model for organic contaminants transport in a transition layer-cutoff wall-aquifer system[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **128**: 103816.

[9] EVANS J C, COSTA M J, COOLEY B. State-of-stress in soil-bentonite slurry trench cutoff walls[J]. Geotechnical Special Publication, 1995(46): 1173－1191.

[10] LI Y C, CLEALL P J, WEN Y D, et al. Stresses in soil–bentonite slurry trench cut-off walls[J]. Géotechnique, 2015, **65**(10): 843－850.

[11] FILZ G M. Consolidation stresses in soil-bentonite backfilled trenches[C]// The 2nd International Congress on Environmental Geotechnics, 1996, Osaka.

[12] YEO S S, SHACKELFORD C D, EVANS J C. Consolidation and hydraulic conductivity of nine model soil-bentonite backfills[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, **131**(10): 1189－1198.

[13] FILZ G M, HENRY L B, HESLIN G M, et al. Determining hydraulic conductivity of soil-bentonite using the API filter press[J]. Geotechnical Testing Journal, 2001, **24**(1): 61－71.

[14] MOTT H V, WEBER JR W J. Diffusion of organic contaminants through soil-bentonite cut-off barriers[J]. Research Journal of the Water Pollution Control Federation, 1991: 166－176.

[15] YAN H X, XIE H J, WANG S Y, et al. A two‐dimensional analytical model for organic contaminant transport in cutoff wall and aquifer system[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2021, **45**(5): 631－647.

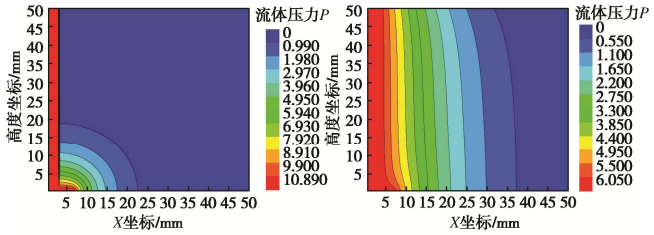
[16] PARK J K, KIM J Y, MADSEN C D, et al. Retardation of volatile organic compound movement by a soil‐bentonite slurry cutoff wall amended with ground tires[J]. Water Environment Research, 1997, **69**(5): 1022－1031.

[17] RUFFING D G, EVANS J C, MALUSIS M A. Prediction of earth pressures in soil-bentonite cutoff walls[C]// GeoFlorida 2010: Advances in Analysis, Modeling & Design, 2010, Florida.

[18] BONAPARTE R, DANIEL D, KOERNER R M. Assessment and Recommendations for Improving the Performance of Waste Containment Systems[M]. Washington D C: US Environmental Protection Agency, 2002.

[19] 潘 倩. 土—膨润土竖向隔离墙力学行为及其对防污性能影响[D]. 杭州: 浙江大学, 2016. (PAN Qian. Mechanical Behavior of Soil-Bentonite Cutoff Walls and its Impact on Contaminant Control[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202203002 一文彩色插图

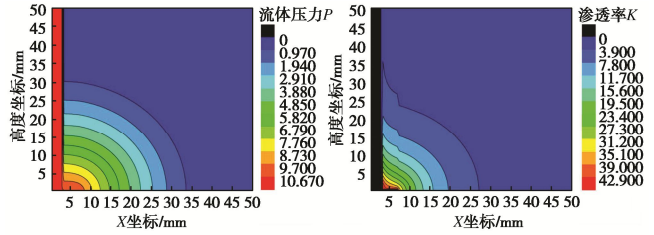


（a）井与壁胶结良好　　（b）井与壁胶结不好且井壁可渗

单位: MPa

图 9 射孔围岩破裂时流体压力分布图

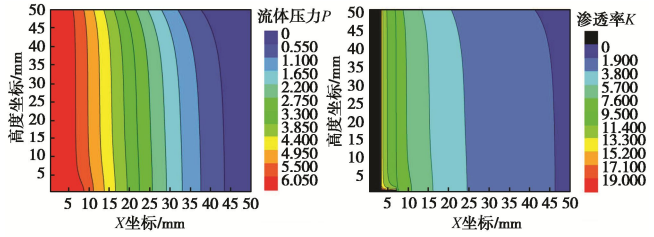
Fig. 9 Distribution of fluid pressure during breakdown of perforated surrounding rock



（a）流体压力 (单位: MPa)　　（b）渗透率 (单位: $10^{-17}m^2$)

图 13 井筒与井壁胶结良好时流体压力及渗透率分布

Fig. 13 Distribution of fluid pressure and permeability under good cementation of wellbore with well

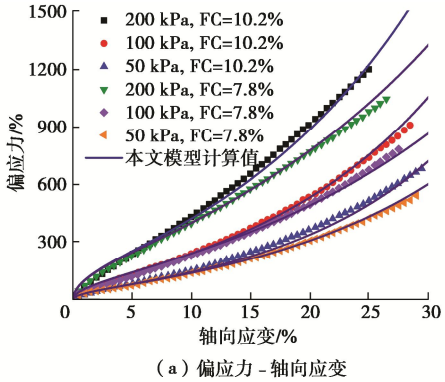


（a）流体压力 (单位: MPa)　　（b）渗透率 (单位: $10^{-17}m^2$)

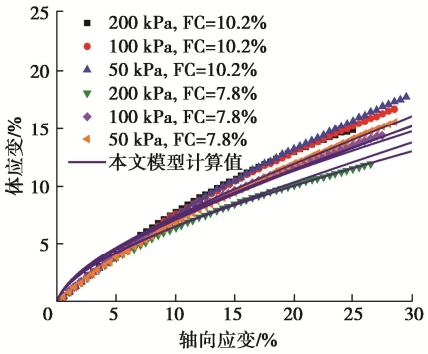
图 14 井筒与井壁胶结不好且井壁可渗流体压力及渗透率分布

Fig. 14 Distribution of fluid pressure and permeability under bad cementation of wellbore with well

DOI：10.11779/CJGE202203003 一文彩色插图



（a）偏应力 - 轴向应变



（b）体应变 - 轴向应变

图 7 不同纤维含量垃圾土，模型计算值与文献[27]中试验结果的对比

Fig.7 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Ramaiah et al[27]

DOI：10.11779/CJGE202203005 一文彩色插图

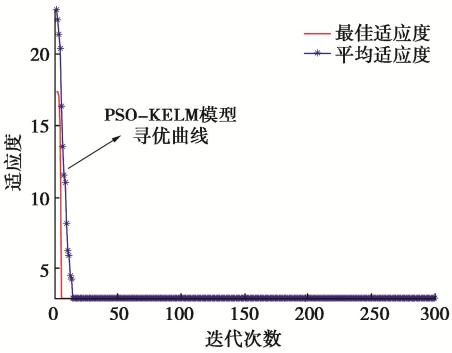


图 2 PSO-KELM 模型迭代寻优过程

Fig. 2 Iterative optimization process of PSO-KELM model

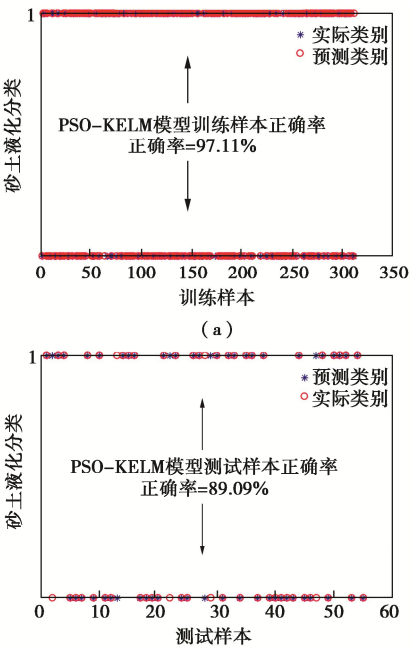
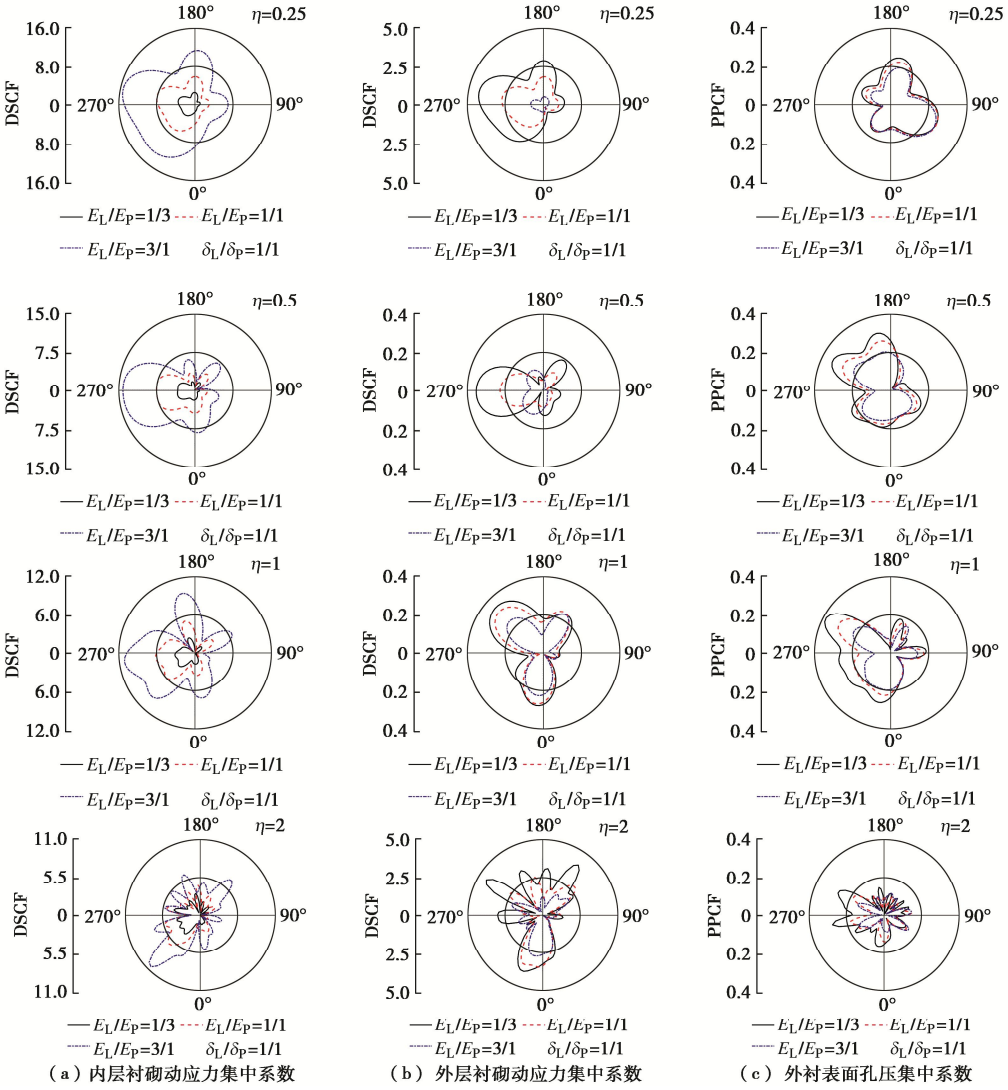


图 3 PSO-KELM 模型液化判别结果

Fig. 3 Results of liquefaction discrimination of PSO-KELM model

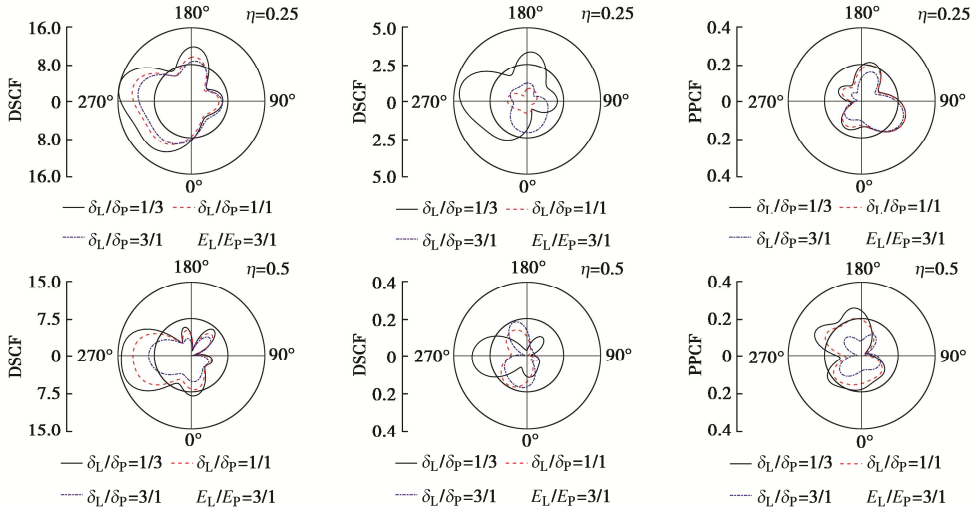
DOI：10.11779/CJGE202203006 一文彩色插图

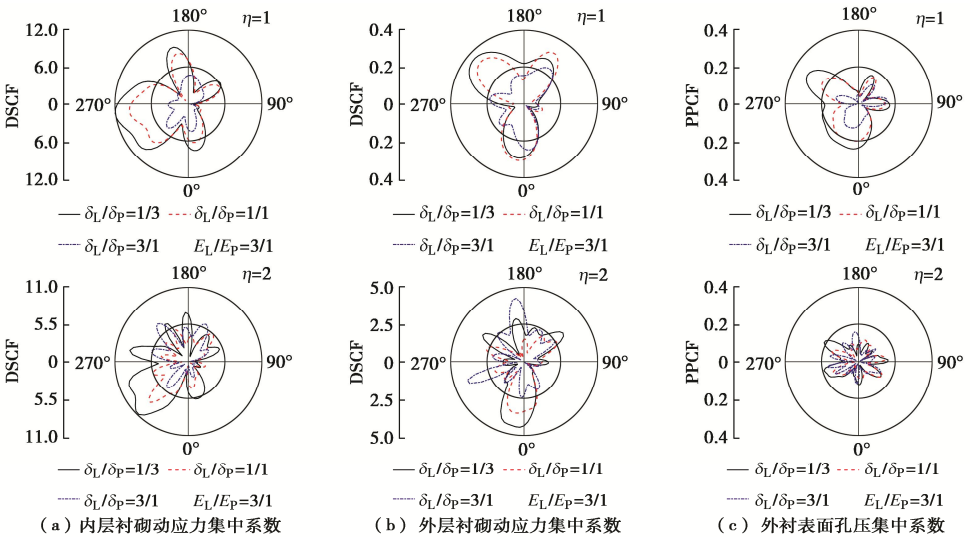


（a）内层衬砌动应力集中系数　（b）外层衬砌动应力集中系数　（c）外衬表面孔压集中系数

图 3 变刚度复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数

Fig. 3 DSCF and PPCF of composite linings with variable stiffnesses





（a）内层衬砌动应力集中系数　（b）外层衬砌动应力集中系数　（c）外衬表面孔压集中系数

图 6 变厚度复合式衬砌动应力和孔压集中系数

Fig. 6 DSCF and PPCF of composite linings with variable thicknesses

DOI：10.11779/CJGE202203008 一文彩色插图

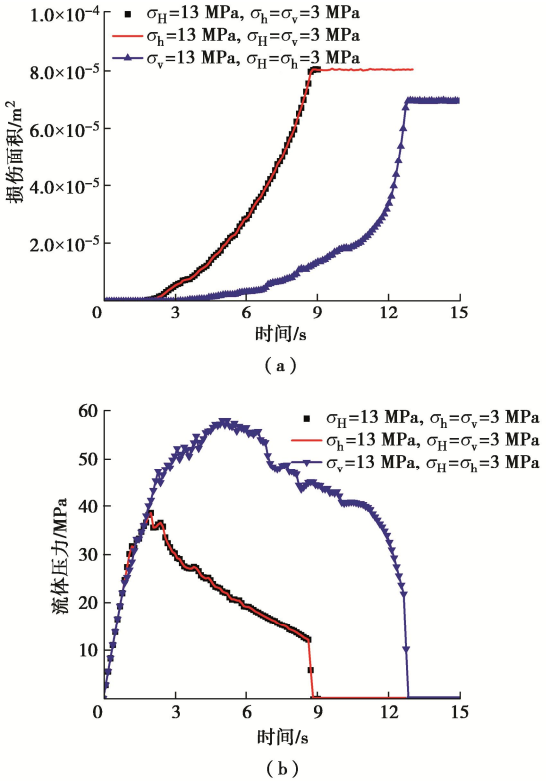
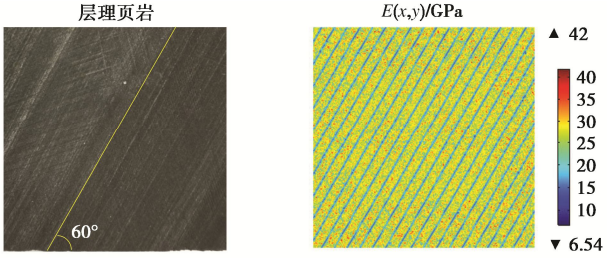


图 5 三维水力压裂损伤面积和流体压力演化

Fig. 5 Evolutions of damage area and fluid pressure during 3D hydraulic fracturing



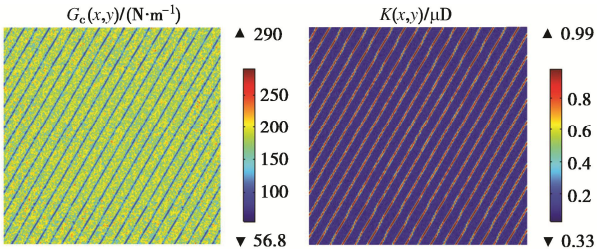


图 7 层理页岩力学渗流参数设置

Fig. 7 Mechanical and seepage parameters setting for bedded shale

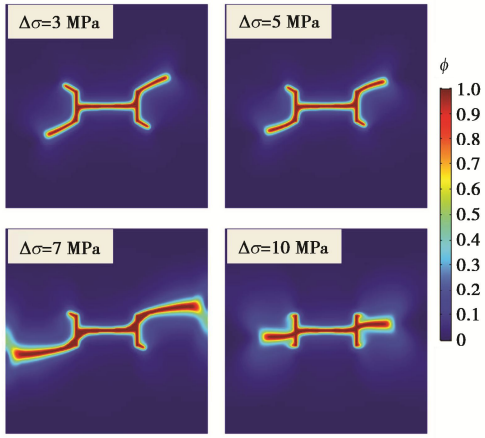


图 8 相同时刻不同应力差下的裂纹形态

Fig. 8 Crack patterns under different stresses at same time

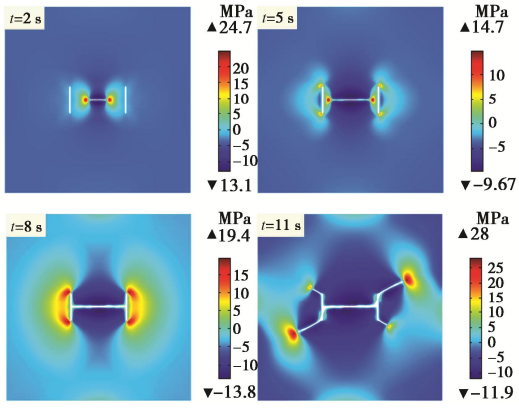


图 9 第一主应力（Δσ =3 MPa）

Fig. 9 First principle stress (Δσ=3 MPa)

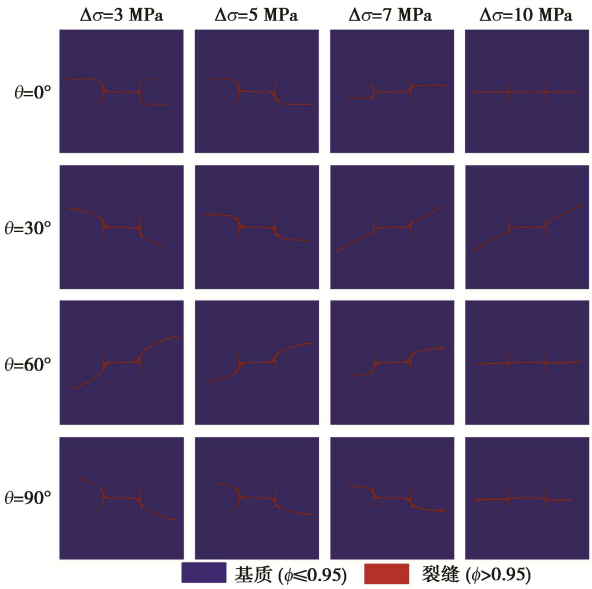
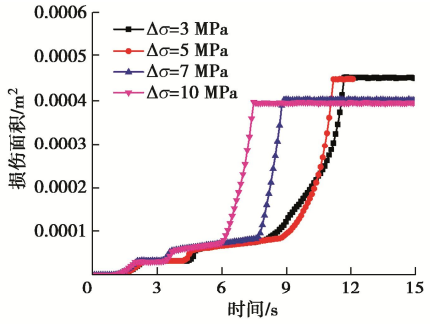
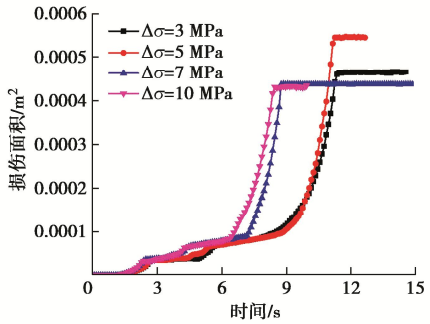


图 10　不同层理角度和地应力差下最终水力裂缝形态

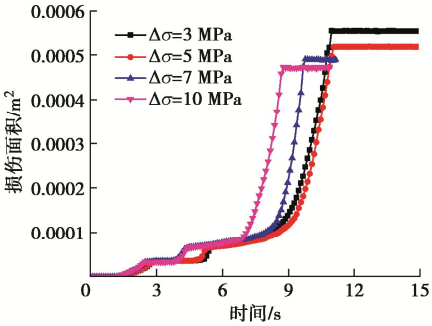
Fig. 10 Final crack patterns under various bedding angles and stress differences



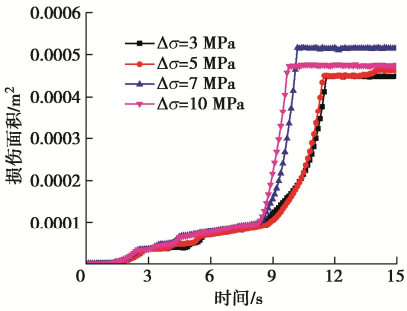
（a）θ=0°



（b）θ=30°



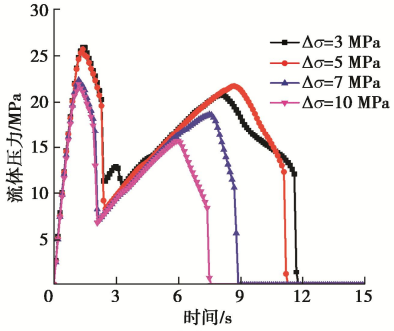
（c）θ=60°



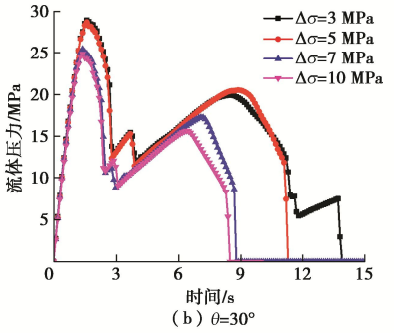
（d）θ=90°

图 11　不同层理角度和应力差下损伤面积演化

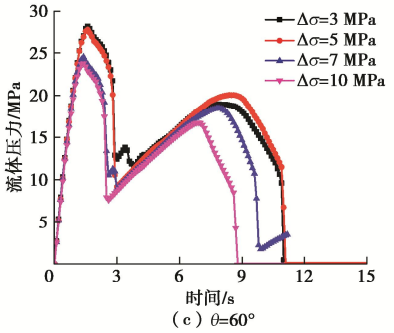
Fig. 11 Evolution of damage area under varying bedding angles and stress differences



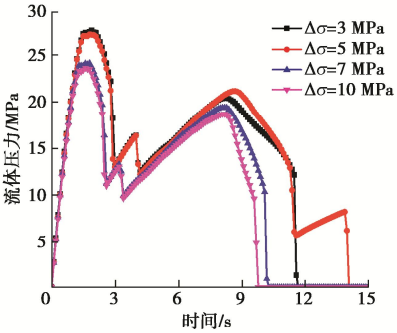
（a）θ=0°



（b）θ=30°



（c）θ=60°



（d）θ=90°

图 12　不同层理角度和应力差下的流体压力演化

Fig. 12 Evolution of fluid pressure under various bedding angles and stress differences

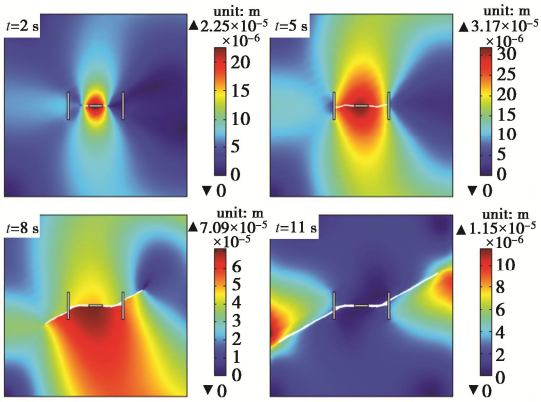
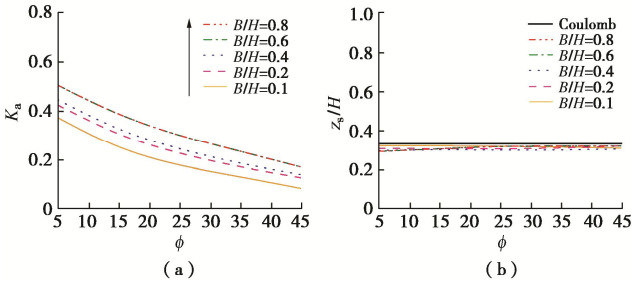


图 13　总位移分布图

Fig. 13 Distribution of total displacement

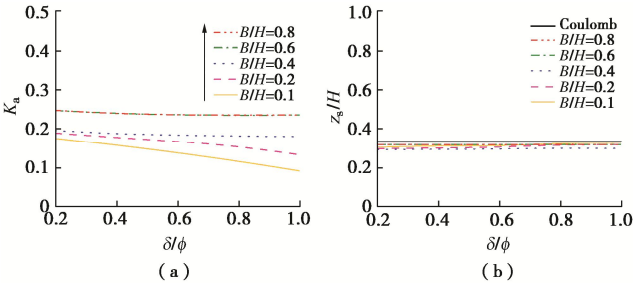
DOI：10.11779/CJGE202203010 一文彩色插图



（a）　（b）

图 17　主动推力系数及作用高度随填土内摩擦角的变化规律

Fig. 17 Variation of active thrust coefficient and height of its application point with soil friction angle



（a）　（b）

图 19　主动推力系数及其作用点高度随墙-土界面内摩擦角的变化规律

Fig. 19 Variation of active thrust coefficient and height of its application point with wall-soil interface friction angle

DOI：10.11779/CJGE202203013 一文彩色插图

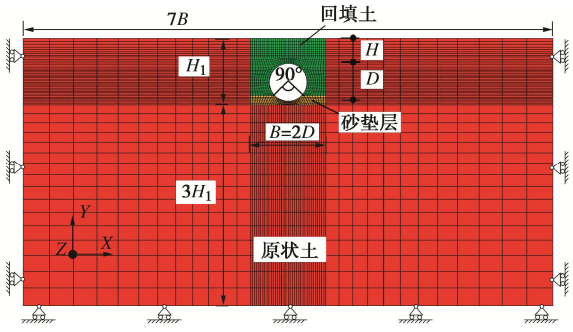


图 1　有限元计算模型

Fig. 1 Finite element model

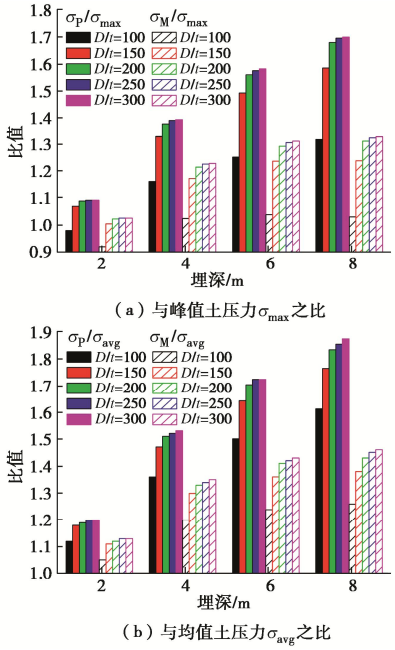


图 4　棱柱荷载 σ_p、Marston 荷载 σ_M 与有限元结果的比较

Fig. 4 Comparison of prism load σ_p and Marston load σ_M with finite element results

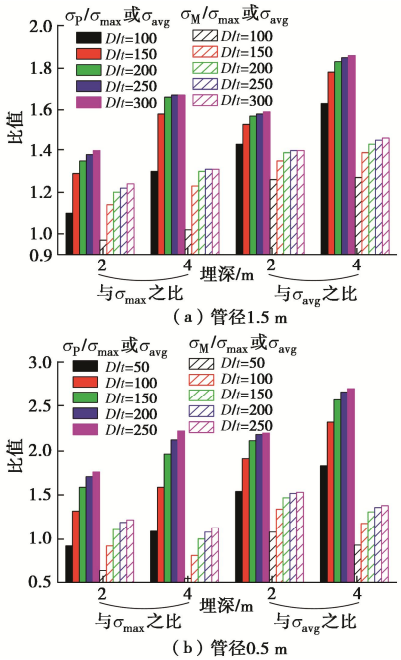


图 6　棱柱荷载 σ_p、Marston 荷载 σ_M 与有限元结果的比较

Fig. 6 Comparison of prism load σ_p and Marston load σ_M with finite element results

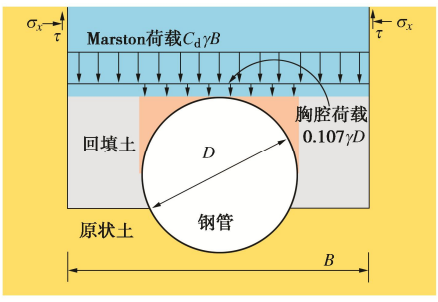


图 9　“Marston+胸腔”荷载计算示意

Fig. 9 Calculation diagram of "Marston + pleura" load

DOI：10.11779/CJGE202203001 一文彩色插图

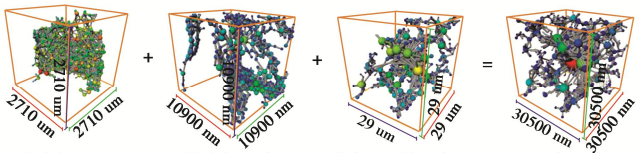


图 15 不同尺度高压实膨润土孔隙结构模型[48]

Fig. 15 Model for pore structure of highly compacted bentonite with different scales[48]

DOI：10.11779/CJGE202203018 一文彩色插图

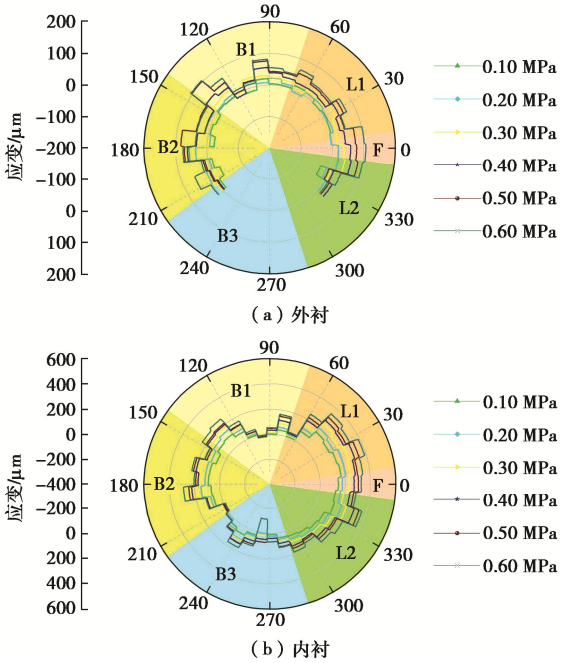


图 7 原位试验环向应变曲线

Fig. 7 Radial deformation of in-situ test

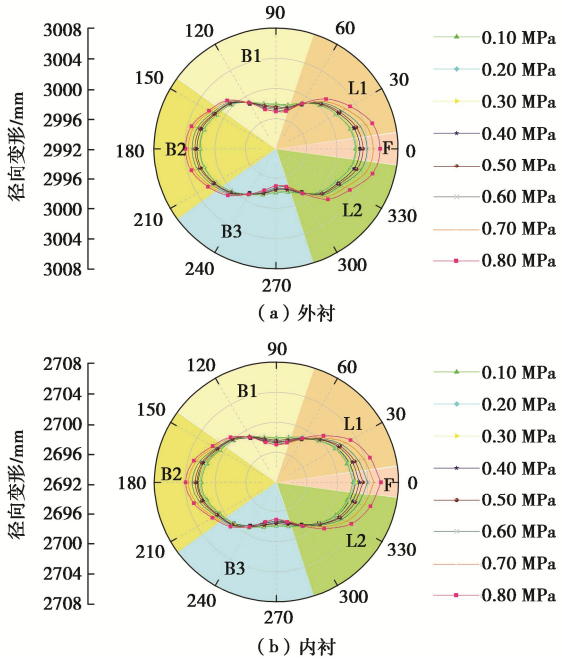


图 8 数值模拟径向变形曲线

Fig. 8 Radial deformations of numerical simulation

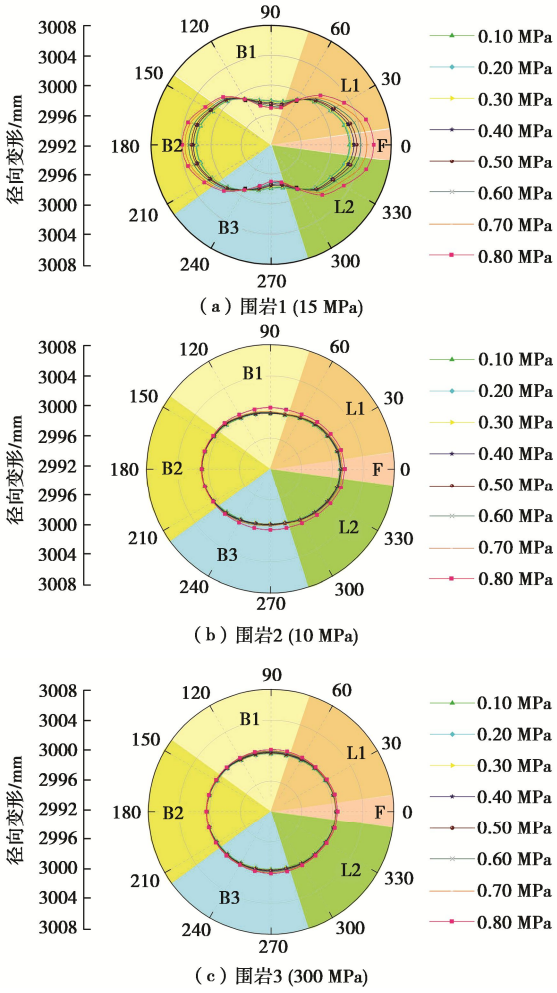


图 12 管片环向变形

Fig. 12 Annular deformations of segments

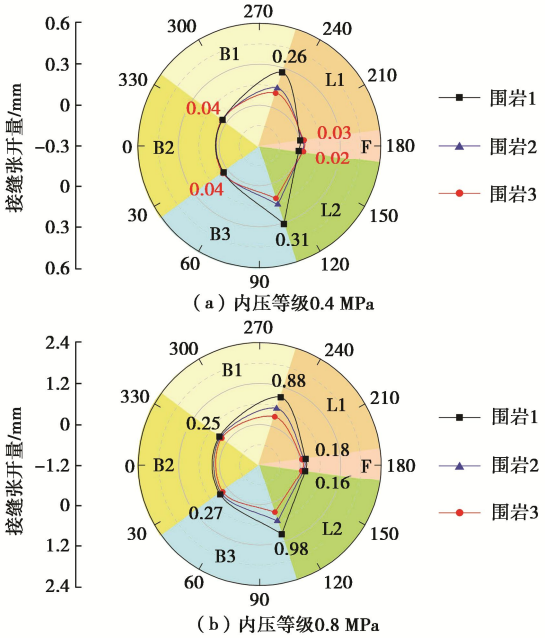


图 13 接缝张开量

Fig. 13 Opening magnitudes of joints

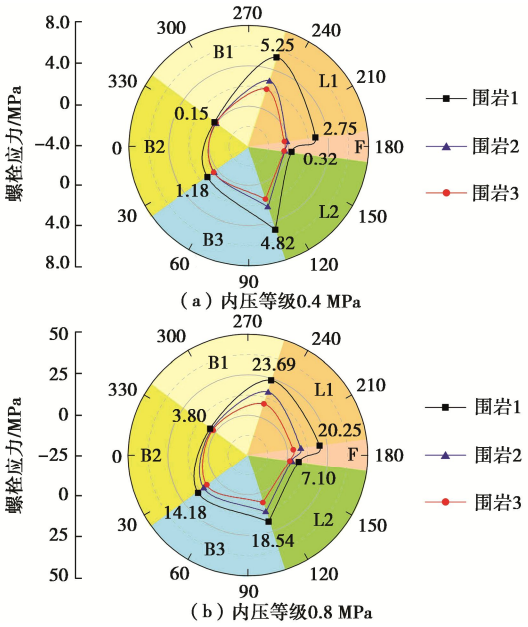


图 15 螺栓应力

Fig. 15 Stresses of bolts

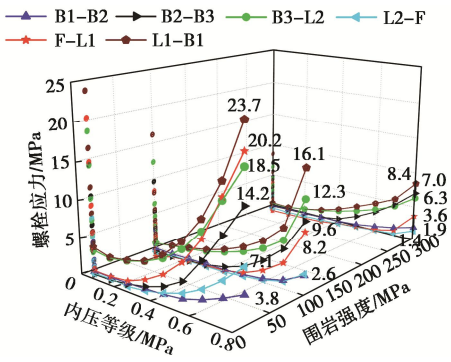


图 16 不同围岩强度下螺栓应力

Fig. 16 Stresses of bolts under different strengths of surrounding rock

DOI：10.11779/CJGE202203020 一文彩色插图

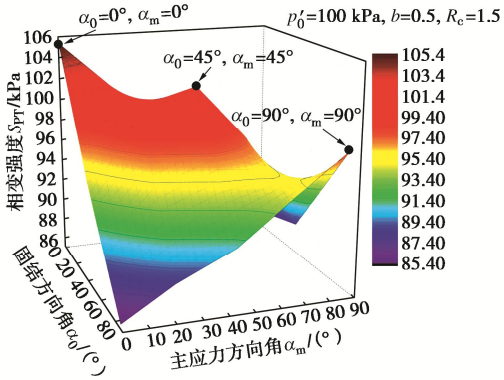


图 10 饱和珊瑚砂 α_0、α_m 与 S_{PT} 的关系

Fig. 10 Relationship among α_0, α_m, and S_{PT} of saturated coral sand

DOI：10.11779/CJGE202203019 一文彩色插图

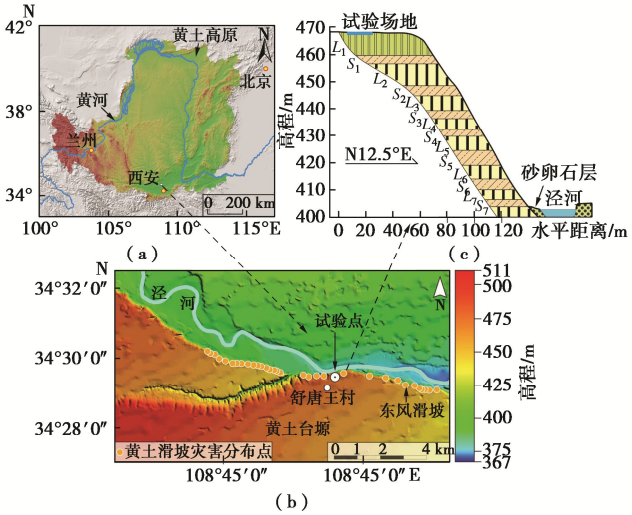


图 1 研究区概况

Fig. 1 General setting of study area

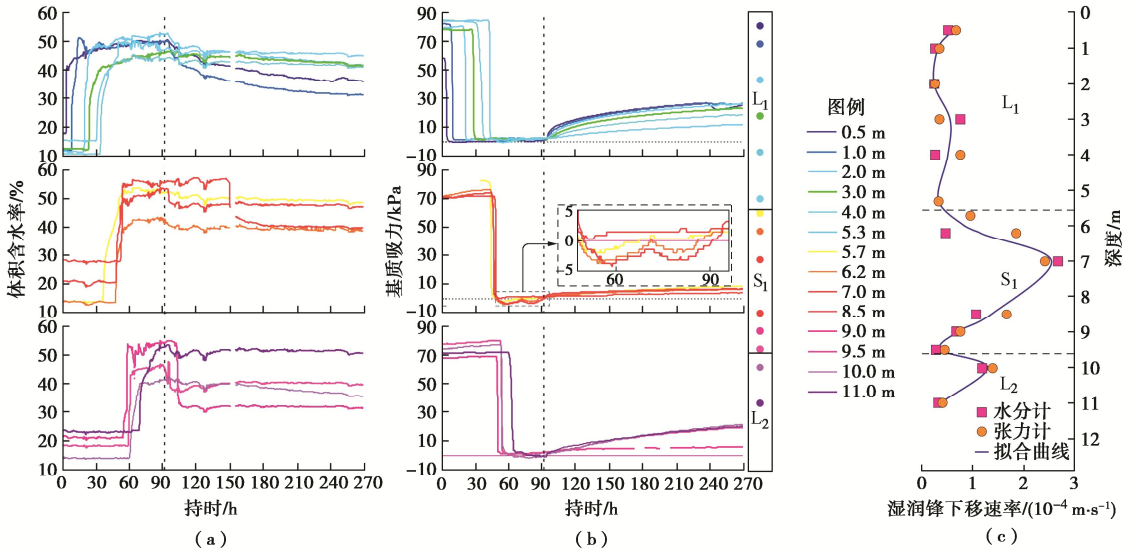


图 6 灌溉水入渗过程监测曲线

Fig. 6 Monitoring curves of infiltration process



中国标准连续出版物号 ISSN 1000-4548 / CN 32-1124/TU
发行代号 国内 28-62 / 国外 MO 0520
国内定价 40 元/期 / 480元/年